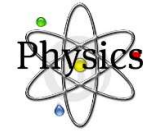




ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ
ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΘΗΝΩΝ



A.M: 201100079	Επώνυμο: Κορομηλάς	Όνομα: Χρήστος
Ημ/νία(Ημέρα,Ωρα) εκτέλεσης της άσκησης: 13/04/2022 (Τετάρτη, 15:30-18:00)		
Ημ/νία παράδοσης της άσκησης: 21/04/2022		

ΣΥΝΕΛΙΞΗ, ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗ, και ΕΤΕΡΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΣΗΜΑΤΩΝ

Μια εργασία η οποία επικεντρώνεται στην υλοποίηση προγραμμάτων στη MATLAB, και πιο συγκεκριμένα στην ανάλυση συνέλιξης, αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης σημάτων.

➤ **Άσκηση 1^η:**

Ακολουθούν τα προγράμματα *init1.m* , *convol1.m* στη λειτουργική τους μορφή και τα αποτελέσματα εκτέλεσης, μαζί και η συνάρτηση *step_f.m*:

```
%%init1.m

clear all;
close all;
clc;

n1 = -10;
n2 = 30;

[u1,n] = step_f(0, n1, n2);
[u2,n] = step_f(20, n1, n2);

xn = u1-u2;
hn = (0.9.^n).*u1;

figure(1);

subplot(211);
stem(n,xn);
title('Input');
ylabel('x(n)');
xlabel('n');

subplot(212);
stem(n,hn);
title('Impulse Response');
ylabel('h(n)');
xlabel('n');

print -depsc progr13;
```

```
%%step function

function[u,n]=step_f(n0,n1,n2);
n = [n1:1:n2];
u = [(n-n0)>=0];
```

```
%%First Convolution exercise

clear all;
close all;
clc;

n1 = -10;
n2 = 30;

[u1,n1]=step_f(0,n1,n2);
[u2,n2]=step_f(20,n1,n2);

xn = u1-u2;
hn = (0.9.^n1).*u1;
yn = conv(xn,hn);

n1_new = n1(1)+n2(1);
n2_new = n1(length(u1)) + n2(length(u2));
n_new = [n1_new:1:n2_new];

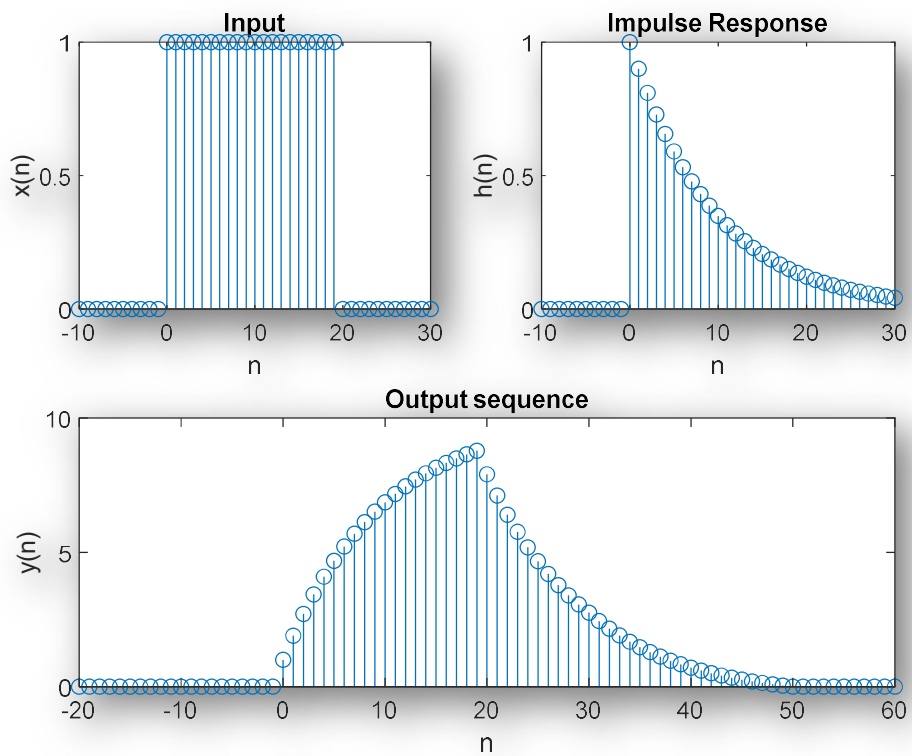
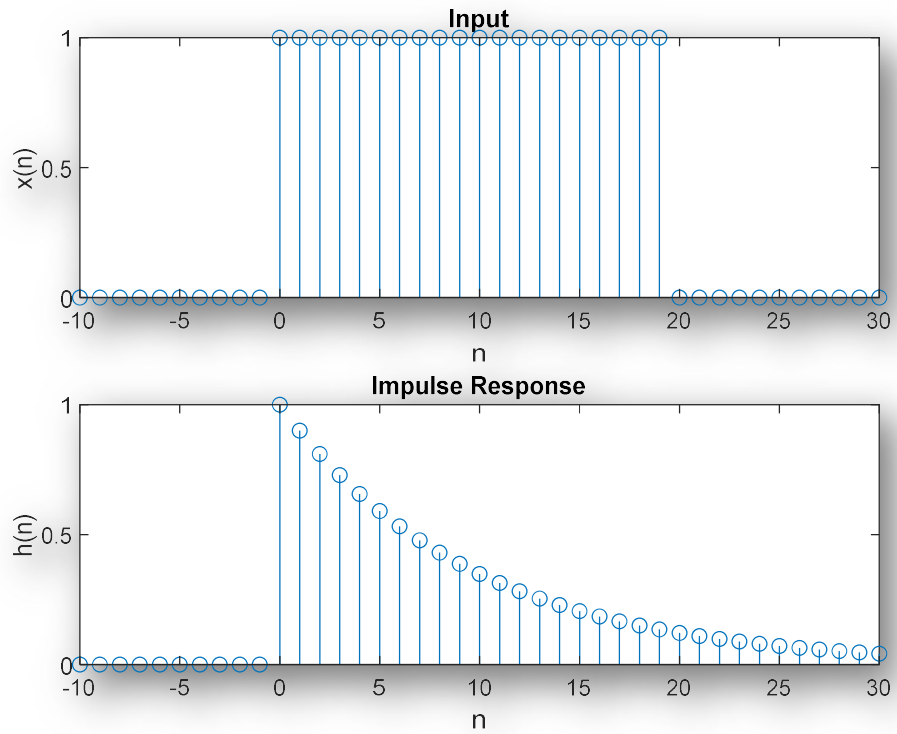
figure(1);

subplot(221);
stem(n1,xn);
title('Input');
ylabel('x(n)');
xlabel('n');

subplot(222);
stem(n1,hn);
title('Impulse Response');
ylabel('h(n)');
xlabel('n');

subplot(212);
stem(n_new,yn);
title('Output sequence');
ylabel('y(n)');
xlabel('n');

print -depsc progr14;
```



Απάντηση ερωτήσεων:

Ερώτημα 1:

Για το πρόγραμμα της βηματικής συνάρτησης, **step_f.m**: Το πρόγραμμα για να λειτουργεί χρειάζεται 3 μεταβλητές, τη μεταβλητή σύγκρισης, τη μεταβλητή πρώτης τιμής και τη μεταβλητή τελευταίας τιμής. Το πρώτο βήμα είναι να δημιουργηθεί ένας πίνακας που θα έχει ίσο αριθμό ψηφίων με το πίνακα **n**, ο πίνακας **u** ο οποίος παίρνει τιμή **1** στις θέσεις όπου υπάρχει **n >=** από τη μεταβλητή σύγκρισης και **0** σε όλες τις άλλες. Καθώς τερματίζει η συνάρτηση επιστρέφονται στην έξοδο ο **u** και ο **n**.

Για το πρόγραμμα **init1.m**: Σκοπός του είναι να υπολογιστούν και να σχεδιαστούν οι ακολουθίες **x(n)** και **h(n)**. Καθώς το πρόγραμμα εκκινεί αρχικοποιεί τις μεταβλητές **n1, n2**, έπειτα δημιουργούνται με τη βοήθεια της **step_f** οι βηματικοί συντελεστές **u1** και **u2**, και αντίστοιχα το **hn** με την εντολή **hn = (0.9.^n).*u1**; . Τέλος το πρόγραμμα μας τυπώνει και αποθηκεύει τα δεδομένα μας όπως είδαμε και στις προηγούμενες εργασίες.

Για το **convol1.m**: Σκοπός του είναι να υπολογιστούν και να σχεδιαστούν οι ακολουθίες **x(n)** και **h(n)** καθώς και η συνέλιξη τους **y(n)** (όπου **x(n)** η είσοδος μας και **y(n)** η έξοδος). Καθώς το πρόγραμμα εκκινεί αρχικοποιεί τις μεταβλητές **u1** με **n1** και **u2** με **n2** με τους οποίους μπορούμε να υπολογίσουμε το **xn** μέσω της εντολής **xn = u2 - u1**, και αντίστοιχα το **hn** με την εντολή **hn = (0.9.^n1).*u1**. Στη συνέχεια, υπολογίζεται η συνέλιξη αυτών των δύο σημάτων μέσω της εντολής **yn = conv(xn, hn)**; και καταχωρούνται οι τιμές στο πίνακα **yn**. Έπειτα τρέχουν οι 3 γραμμές που περιγράφουμε στο ερώτημα 5 και πριν το πρόγραμμα τερματιστεί, εκτυπώνει και αποθηκεύει τα δεδομένα μας όπως είδαμε και στις προηγούμενες εργασίες.

Ερώτημα 2:

Η γραμμή 2 μέσα στο **step_f.m** καταχωρεί τιμές στο μονοδιάστατο πίνακα από τη τιμή **n1** έως τη **n2** με βήμα **1**, ενώ η γραμμή 3 επιστρέφει στο μονοδιάστατο πίνακα τη τιμή **1** για όσα **n** είναι μεγαλύτερα η ίσα του **n0** ενώ μηδέν για όσα δεν είναι.

Ερώτημα 3:

Στο πρόγραμμα **1β** η γραμμή 8 εκτελεί τη συνάρτηση **step_f** για τιμές **(0, n1, n2)** και επιστρέφει την έξοδο στους πίνακες **u1** και **n**. Αντίστοιχα η γραμμή 9 εκτελεί τη συνάρτηση **step_f** για τιμές **(20, n1, n2)** και επιστρέφει την έξοδο στους πίνακες **u2** και **n**.

Στο πρόγραμμα **1γ** η γραμμή 6 εκτελεί τη συνάρτηση **step_f** για τιμές **(0, n1, n2)** και επιστρέφει την έξοδο στους πίνακες **u1** και **n1**. Αντίστοιχα η γραμμή 7 εκτελεί τη συνάρτηση **step_f** για τιμές **(20, n1, n2)** και επιστρέφει την έξοδο στους πίνακες **u2** και **n2**.

Ερώτημα 4:

Στο διάγραμμα **1γ** στη γραμμή 12 υπολογίζεται η συνέλιξη του **xn** και του **hn** και επιστρέφεται η έξοδος στο πίνακα **yn**.

Ερώτημα 5:

Στο πρόγραμμα 1γ η γραμμή 13 παίρνει τις τιμές των πρώτων στοιχείων των πινάκων **n1** και **n2** τις προσθέτει και επιστρέφεται η έξοδος στο στοιχείο **n1_new**. Στη γραμμή 14 το πρόγραμμα παίρνει τις τιμές των πρώτων στοιχείων των πινάκων **n1** και **n2**, τις προσθέτει και επιστρέφεται η έξοδος στο στοιχείο **n2_new**. Στη γραμμή 16 δημιουργείται ένας νέος πίνακας **n_new** με στοιχεία από το **n1_new** έως το **n2_new** με βήμα 1 και αυτός ο νέος πίνακας θα αποτελέσει το εύρος στο οποίο θα απεικονιστεί η **y(n)**.

Ερώτημα 6 & 7:

Η $x(n) = u(n) - u(n - 20)$ είναι μία διακριτή συνάρτηση με σταθερό πλάτος που παίρνει τιμές είτε 1 είτε 0. Συγκεκριμένα η $x(n)$ έχει τη τιμή 1 στο διάστημα $[0, 20]$ ενώ σε όλο τον υπόλοιπο χώρο είναι μηδενική.

Η $h(n) = 0.9^n * u(n)$ είναι μία διακριτή συνάρτηση η οποία παίρνει τιμές από το 0 έως το 1 και για $n \geq 0$ είναι μία φθίνουσα συνάρτηση με αρχή το $h(0) = 1$.

Η $y(n)$ είναι μία πιο πολύπλοκη συνάρτηση. Για τιμές του $n < 0$ η $y(n) = 0$, για τις τιμές στο διάστημα $[0, 20]$ η $y(n)$ παίρνει τη μορφή:

$$y(n) = 10(1 - 0.9^{n+1})$$

Όπου η $y(n)$ είναι αύξουσα και μπορούμε να παρατηρήσουμε τη μερική κάλυψη των $h(n), x(n)$.

Για $n > 20$ η $y(n)$ παίρνει τη μορφή:

$$y(n) = 10 * 0.9^{n-19}(1 - 0.9^{20})$$

Όπου η $y(n)$ είναι φθίνουσα και μπορούμε να παρατηρήσουμε τη πλήρη επικάλυψη των $h(n)$ και $x(n)$.

➤ **Άσκηση 2^η:**

Για την αναλυτική λύση γνωρίζουμε πως το σήμα εισόδου μας είναι:

$$x(n) = u(n) - u(n - 30)$$

Ενώ για τη κρουστική απόκριση έχουμε:

$$h(n) = 0.9 * \delta(n - 5)$$

Πραγματοποιώντας τη συνέλιξη των δύο σημάτων παίρνουμε:

$$y(n) = x(n) * h(n)$$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (u(k) - u(k - 30)) * 0.9^{n-k} * \delta(n - k - 5)$$

Προκύπτουν δύο περιπτώσεις:

Για τη περίπτωση του $n < 5$ ή $n > 35$: $\delta(n - k - 5) = 0 \quad \forall k \in [0, 30]$

Καθώς ισχύει $k \neq n - 5$, και συνεπώς $y(n) = 0$

Για τη περίπτωση του $5 < n < 35$: $\forall k \in [0, 30]$ ισχύει πως $k = n - 5$ και συνεπώς το $y(n)$ έχει μη μηδενικές τιμές και πιο συγκεκριμένα:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{30} (0.9^{n-k})$$

$$y(n) = 0.9^n * 0.9^{-n+5}$$

$$y(n) = 0.9^5$$

Ακολουθεί το πρόγραμμα *convol2.m* στην λειτουργική του μορφή και το αποτέλεσμα εκτέλεσης μαζί και η συνάρτηση *stepd_f.m*:

```
%%Second Convolution exercise

clear all;
close all;
clc;

n1 = -10;
n2 = 40;

[u1,n1,d1]=stepd_f(0,n1,n2,5);
[u2,n2,d1]=stepd_f(30,n1,n2,5);

xn = u1-u2;
hn = (0.9.^n1).*d1;
yn = conv(xn,hn);

n1_new = n1(1)+n2(1);
n2_new = n1(length(u1)) + n2(length(u2));
n_new = [n1_new:1:n2_new];

figure(1);

subplot(221);
stem(n1,xn);
title('Input');
ylabel('x(n)');
xlabel('n');

subplot(222);
stem(n1,hn);
title('Impulse Response');
ylabel('h(n)');
xlabel('n');

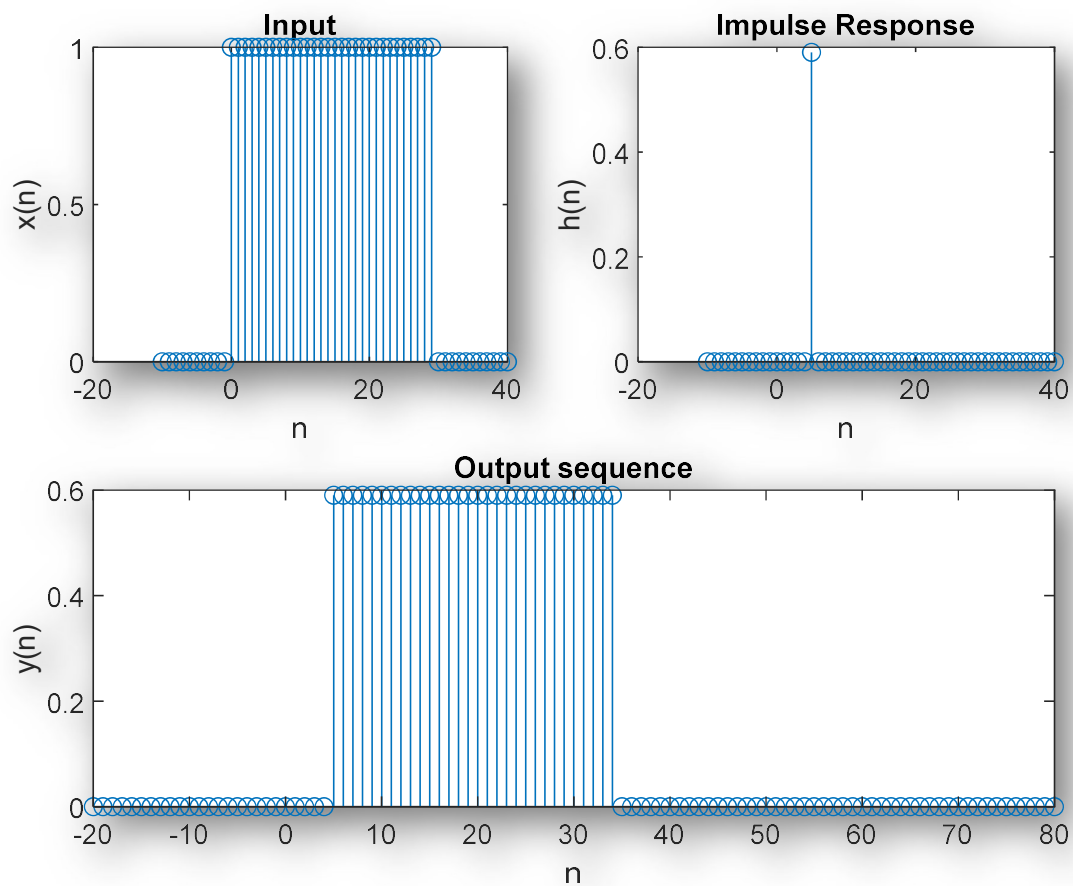
subplot(212);
stem(n_new,yn);
title('Output sequence');
ylabel('y(n)');
xlabel('n');

print -depsc progr15;
```

```
%%function with  $\delta$  and step

function[u,n,d]=stepd_f(n0,n1,n2,d0);

n = [n1:1:n2];
u = [(n-n0)>=0];
d = [(n-d0)==0];
```

➤ **Άσκηση 3^η:**

Ακολουθεί το πρόγραμμα: **eterosys1.m** στην λειτουργική του μορφή και το αποτέλεσμα εκτέλεσης μαζί και οι συναρτήσεις **shift_f.m**, **rev_f.m**, **add_f.m** και **conv_f.m** αντίστοιχα:

```
%% First Heterocorrelation exercise

clear all;
clc;
close all;

x = [3 11 7 0 -1 4 2];
nx = [-3:1:3];

[y1,ny1]= shift_f(x,nx,2);
w=randn(1,length(y1));
nw = ny1;

[y2,ny2] = add_f(y1,ny1,w,nw);
[x1,nx1] = rev_f(x,nx);

[rxy,nrxy] = conv_f(y2,ny2,x1,nx1);

figure(1);

subplot(2,2,1);
stem(nx,x);
title('x(n)');
xlabel('n');
ylabel('x(n)');

subplot(2,2,2);
stem(ny2,y2);
title('y(n)=x(n-2)+w(n)');
xlabel('n');
ylabel('y(n)');

subplot(2,1,2);
stem(nrxy,rxy);
title('r_{x,y}');
xlabel('n');
ylabel('r_{x,y}(n)');

print -depsc progr19;
```

```
%% shift function: y(n)=x(n+k)

function [y,ny] = shift_f(x,nx,k);
ny=nx+k;
y=x;
```

```
%% y(n)=x(-n)
```

```
function[y,ny] = rev_f(x,nx);
in_matr = [x,nx];
fin_matr = fliplr(in_matr);
```

```
y = fin_matr(1,:);
ny = -fin_matr(2,:);
```

```
%% y(n)=x1(n)+x2(n)
```

```
function[y,ny] = add_f(x1,nx1,x2,nx2);
```

```
n_min = min(min(nx1),min(nx2));
n_max = max(max(nx1),max(nx2));
ny=[n_min:1:n_max];
```

```
new_x1=zeros(1,length(ny));
new_x2=zeros(1,length(ny));
```

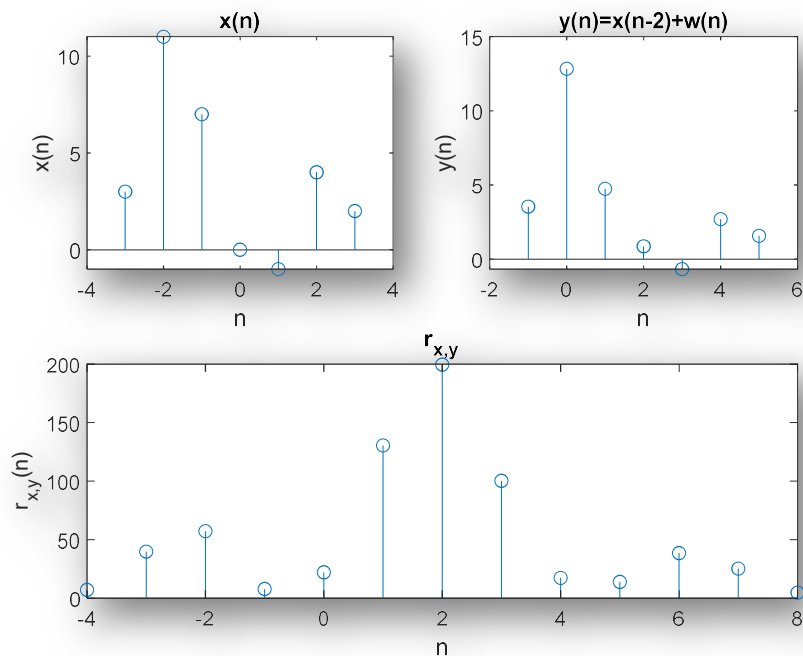
```
new_x1(find((ny>=min(nx1))&(ny<=max(nx1))==1)) = x1;
new_x2(find((ny>=min(nx2))&(ny<=max(nx2))==1)) = x2;
```

```
y = new_x1 + new_x2;
```

```
%% y=convolution(x1,x2)
```

```
function[y,ny] = conv_f(x1,nx1,x2,nx2)
```

```
ny1 = nx1(1)+nx2(1);
ny2 = nx1(length(x1)) + nx2(length(x2));
ny = ny1:1:ny2;
y = conv(x1,x2);
```



Απάντηση ερωτήσεων:

Ερώτημα 1:

Το πρόγραμμα **eterosys1.m** έχει σαν σκοπό τον υπολογισμό της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης και το επιτυγχάνει με τα ακόλουθα αλγοριθμικά βήματα.

Αρχικά ορίζονται οι πίνακες x και nx όπου x είναι η συνάρτηση $x(n)$ και ο nx είναι οι τιμές n . Καλείται η συνάρτηση **shift_f** με παραμέτρους τα $(x, nx, 2)$ που επιστρέφει τη $x(n - 2)$. Αποθηκεύεται στο πίνακα w έναν πίνακα $1 \times \text{length}(y1)$ πίνακα με τυχαία απεικόνιση από τη κανονική κατανομή. Στη συνέχεια, η τιμή της μεταβλητής **ny1** που μας υπολογίζεται από συνάρτηση **shift_f** αποθηκεύεται στη μεταβλητή **nw**. καλείται η συνάρτηση **add_f** με παραμέτρους $(y1, ny1, w)$ και **nw** η οποία επιστρέφει τα **y2, ny2** και έτσι υπολογίζεται η ποσότητα $y(n) = x(n - 2) + w(n)$. Η συνάρτηση **rev_f** με παραμέτρους (x, xn) επιστρέφει τα **x1, nx1** και έτσι υπολογίζεται το $x(-n)$. Τέλος, πριν το τερματισμό του προγράμματος τυπώνονται γραφικά οι ποσότητες $x(n)$, $y(n)$ και $r_{x,y}$ και αποθηκεύονται τα δεδομένα του προγράμματος όπως ακριβώς είδαμε και στις προηγούμενες εργασίες.

Ερώτημα 2:

Στη συνάρτηση **shift_f** θέλουμε να πάρουμε μία συνάρτηση $x(n)$ και να τη μετατοπίσουμε κατά k έτσι ώστε η νέα συνάρτηση που θα προκύψει να είναι $y(n) = x(n + k)$. Συνεπώς στη γραμμή 4 με την εντολή **ny = nx + k** μετατοπίζουμε κατά k τα n της $n(x)$ και επιστρέφουμε τις μετατοπίσεις στη μεταβλητή **ny**, ενώ στη γραμμή 5 κρατάμε σταθερές τις τιμές της συνάρτησης $x(n)$ συνεπώς γράφουμε την εντολή $y = x$.

Ερώτημα 3:

Στη συνάρτηση **rev_f** στη γραμμή 5 αποθηκεύονται τα στοιχεία του πίνακα **in_matr** μετατοπισμένα από αριστερά στα δεξιά μέσα στο πίνακα **fin_matr**. Στη γραμμή 6 τα στοιχεία της πρώτης γραμμής του πίνακα **fin_matr** αποθηκεύονται στο πίνακα **y**, καθώς τα στοιχεία της πρώτης γραμμής είναι τα στοιχεία που αναφέρονται στις τιμές του x . Στη γραμμή 7 τα στοιχεία της δεύτερης γραμμής πολλαπλασιασμένα με το -1 του πίνακα **fin_matr** αποθηκεύονται στο πίνακα **ny**, καθώς τα στοιχεία της δεύτερης γραμμής του πίνακα **fin_matr** είναι οι τιμές nx . Με αυτή την αλγοριθμική μέθοδο αυτή η συνάρτηση μπορεί να πραγματοποιήσει τη σχέση $y(n) = x(-n)$, όπως περιγράφεται στο σχόλιο του προγράμματος.

Ερώτημα 4:

Στη συνάρτηση **conv_f** στη γραμμή 4 αποθηκεύονται στη μεταβλητή **ny1** το άθροισμα των πρώτων στοιχείων των πινάκων **nx1** και **nx2**. Στη γραμμή 5 αποθηκεύονται στη μεταβλητή **ny2** το άθροισμα των τελευταίων στοιχείων δηλαδή των στοιχείων που βρίσκονται στη θέση **length(x1)** και **length(x2)** των πινάκων **nx1** και **nx2**, αντίστοιχα. Στη γραμμή 6 αποθηκεύονται στο νέο πίνακα **ny** στοιχεία από τη τιμή **ny1** έως τη τιμή **ny2** και στη γραμμή 7

μέσω της εντολής $y = \text{conv}(x1, x2)$, υπολογίζεται η συνέλιξη των ακολουθιών $x1$ και $x2$ αναδρομικά.

Ερώτημα 5:

Στο πρόγραμμα **eterosys1.m** στη γραμμή 8 αποθηκεύει στο πίνακα **w** ένα πίνακα $1 \times \text{length}(y1)$ πίνακα με τυχαία απεικόνιση από τη κανονική κατανομή.

➤ **Άσκηση 4^η :**

Ακολουθεί το πρόγραμμα: **cor1.m** στην λειτουργική του μορφή και το αποτέλεσμα εκτέλεσης μαζί και η συνάρτηση **mim_f.m** (επίσης έγινε και χρήση συναρτήσεων από προηγούμενες ασκήσεις):

```
%%cor1

clear all;
clc;
close all;

x=[1 -2 3 -7 -9 3 5 7 -9 -6 5 7 23 12 -4 -5];
nx = [-6:1:9];

[y1,ny1] = shift_f(x,nx,2);
[y2,ny2] = shift_f(x,nx,4);
[y3,ny3] = shift_f(x,nx,-2);
[y4,ny4] = add_f(y1,ny1,y2,ny2);
[y5,ny5] = mim_f(y4,ny4,y3,ny3);
[x1,nx1] = rev_f(x,nx);
[rxy,nrxy] = conv_f(y5,ny5,x1,nx1);

figure(1);
subplot(2,2,1);
stem(nx,x);
title('x(n)');
xlabel('n');
ylabel('x(n)');

subplot(2,2,2);
stem(ny5,y5);
title('y(n)=x(n-2)+x(n+4)-x(n-2)');
xlabel('n');
ylabel('y(n)');

subplot(2,1,2);
stem(nrxy,rxy);
title('r_{x,y}');
xlabel('n');
ylabel('r_{x,y}(n)');

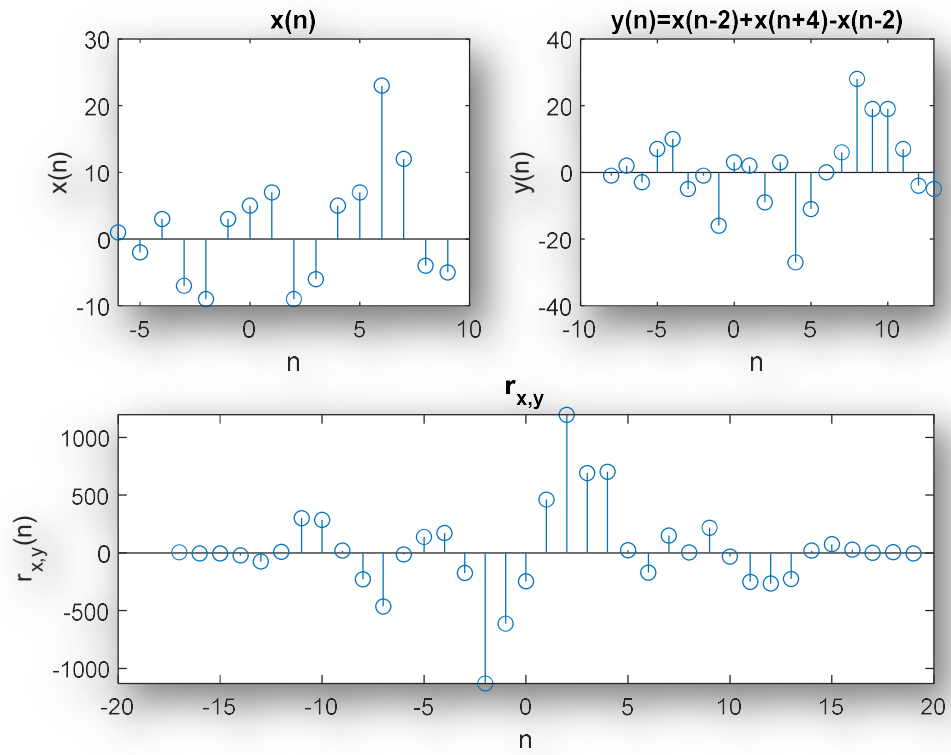
print -depsc progr19b;

%% y(n)=x1(n)-x2(n)
function[y,ny] = mim_f(x1,nx1,x2,nx2);
n_min = min(min(nx1), min(nx2));
n_max = max(max(nx1), max(nx2));
ny = [n_min:1:n_max];

new_x1 = zeros(1,length(ny));
new_x2 = zeros(1,length(ny));

new_x1(find((ny>=min(nx1))&(ny<=max(nx1))==1))=x1;
new_x2(find((ny>=min(nx2))&(ny<=max(nx2))==1))=x2;

y=new_x1-new_x2;
```



Ακολουθεί το πρόγραμμα: *cor2.m* στην λειτουργική του μορφή και το αποτέλεσμα εκτέλεσης:

```
%%cor2
clear all;
clc;
close all;

x=[1 -2 3 -7 -9 3 5 7 -9 -6 5 7 23 12 -4 -5];
nx = [-6:1:9];

[y1,ny1] = shift_f(x,nx,2);
[y2,ny2] = shift_f(x,nx,4);
[y3,ny3] = shift_f(x,nx,-2);
[y4,ny4] = add_f(y1,ny1,y2,ny2);
[y5,ny5] = mim_f(y4,ny4,y3,ny3);

[x1,nx1] = rev_f(x,nx);
[rxy,nrxy] = xcorr(y5,x1);

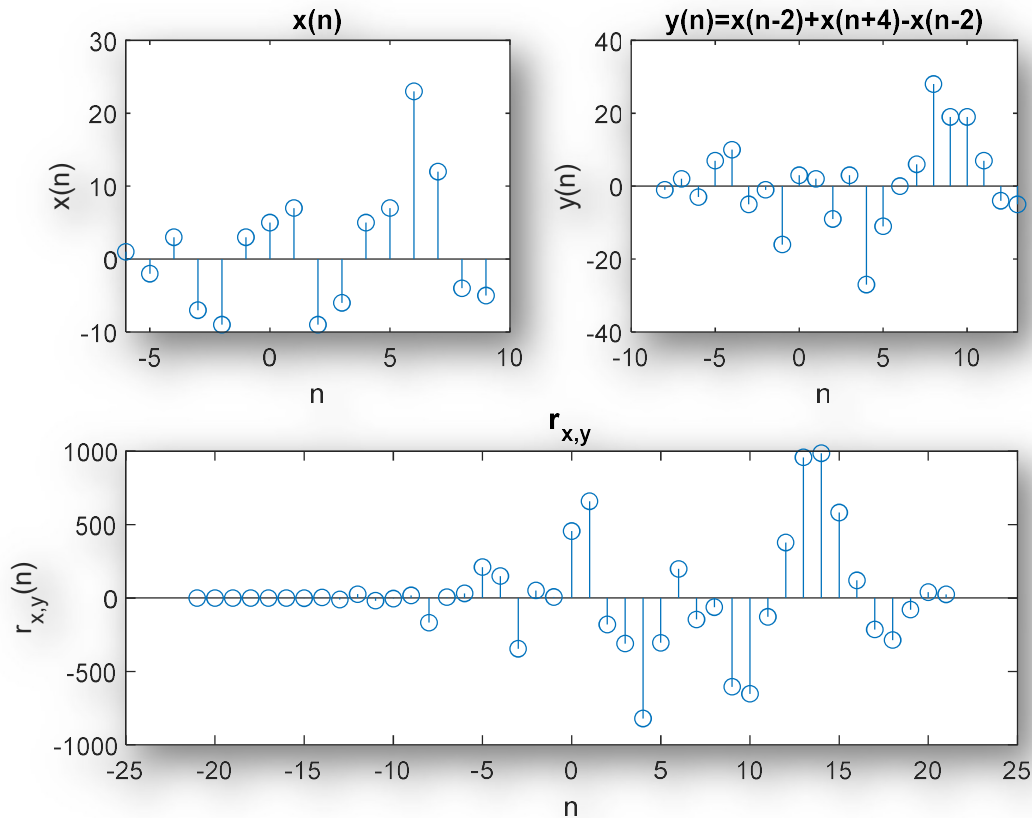
figure(1);

subplot(2,2,1);
stem(nx,x);
title('x(n)');
xlabel('n');
ylabel('x(n)');

subplot(2,2,2);
stem(ny5,y5);
title('y(n)=x(n-2)+x(n+4)-x(n-2)');
xlabel('n');
ylabel('y(n)');

subplot(2,1,2);
stem(nrxy,rxy);
title('r_{x,y}');
xlabel('n');
ylabel('r_{x,y}(n)');

print -depsc progr20
```

Παρατηρούμε πως, η διαφορά στα δύο προγράμματα είναι ότι στο **cor1.m** έγινε υπολογισμός της ετεροσυσχέτισης μέσω της συνάρτησης που υπολογίζει τη συνέλιξη συναρτήσεων $y(n)$ και $x(-n)$, ενώ στο **cor2.m** έγινε υπολογισμός της ετεροσυσχέτισης κατευθείαν μέσω της συνάρτησης **xcorr()** η οποία καλείται με παραμέτρους τις τιμές της συνάρτησης $y(n)$ και του $x(n)$. Ακόμη σημειώνουμε πως, δεν χρειάστηκε η συνάρτηση **rev_f** για να μας δώσει τη $x(-n)$. Ακόμη, παρατηρούμε μία μετατόπιση κατά $n = 2$ στις γραφικές παραστάσεις των εξόδων των δύο προγραμμάτων. Αυτή η διαφορά εξαρτάται από τη κανονικοποίηση που έχουμε κάνει και από το πόσο καλά έχουμε προβλέψει τα n στα οποία αναμένουμε να εμφανιστεί η συνάρτηση ετεροσυσχέτισης. Βέβαια η μετατόπιση κατά δύο θέσεις δεξιά της συνάρτησης, δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα της συνάρτησης ετεροσυσχέτισης.