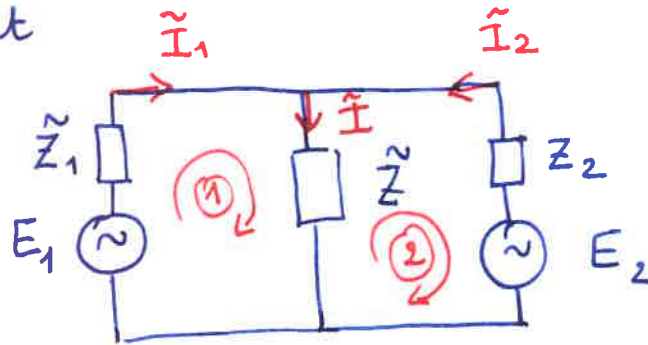


Exercice 1

Il s'agit de déterminer le courant \tilde{I} dans le circuit suivant



avec

$$\begin{cases} \tilde{Z}_1 = jL\omega = (2000j) \Omega \\ \tilde{Z}_2 = \frac{-j}{C\omega} = (-1000j) \Omega \\ \tilde{Z} = (1000 - j2000) \Omega \end{cases}$$

1) En utilisant les lois de Kirchhoff :

$$\begin{cases} \tilde{E}_1 = E_1 = \tilde{Z}_1 \tilde{I}_1 + \tilde{Z} \tilde{I} & (\text{maille 1}) \\ \tilde{E}_2 = E_2 e^{j\pi/4} = \tilde{Z}_2 \tilde{I}_2 + \tilde{Z} \tilde{I} & (\text{maille 2}) \\ \tilde{I} = \tilde{I}_1 + \tilde{I}_2 & (\text{loi des nœuds}). \end{cases}$$

D'où les équations :

$$\begin{cases} (2000j) \tilde{I}_1 + (0) \cdot \tilde{I}_2 + (1000 - j2000) \tilde{I} = 2 \\ (0) \tilde{I}_1 - (1000j) \tilde{I}_2 + (1000 - j2000) \tilde{I} = (1+j) \\ (1) \tilde{I}_1 + (1) \tilde{I}_2 - \tilde{I} = 0 \end{cases}$$

Nous reformulons sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} 2000j & 0 & (1000 - 2000j) \\ 0 & -1000j & (1000 - 2000j) \\ 1 & +1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \\ \tilde{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1+j \\ 0 \end{pmatrix}$$

dont le résultat est

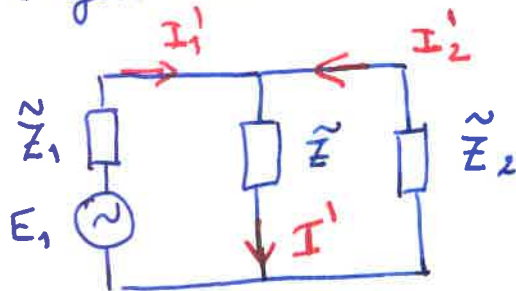
$$\tilde{I}_1 = (-0,5294 - j1,1176) \text{ mA}$$

$$\tilde{I}_2 = (0,0588 + j1,235) \text{ mA}$$

$$\tilde{I} = (-0,471 + j0,118) \text{ mA}$$

2°) En utilisant le principe de superposition

On désactive le générateur E_2 et on calcule $I' = I|_{E_2=0}$



Nous savons que
$$\tilde{I}_1' = \frac{\tilde{E}_1}{\tilde{Z}_1 + \tilde{Z} // \tilde{Z}_2} = \frac{\tilde{E}_1}{\tilde{Z}_1 + \frac{\tilde{Z} \tilde{Z}_2}{\tilde{Z} + \tilde{Z}_2}}$$

puis en utilisant la formule du diviseur de courant :

$$\tilde{I}' = \frac{\tilde{Z}_2}{\tilde{Z} + \tilde{Z}_2} \cdot \tilde{I}_1' = \frac{\tilde{Z}_2}{(\tilde{Z} + \tilde{Z}_2)} \cdot \frac{\tilde{E}_1}{\tilde{Z}_1 + \frac{\tilde{Z} \tilde{Z}_2}{\tilde{Z} + \tilde{Z}_2}} = \frac{\tilde{Z}_2 \cdot \tilde{E}_1}{\tilde{Z} \tilde{Z}_1 + \tilde{Z} \tilde{Z}_2 + \tilde{Z}_1 \tilde{Z}_2}$$

$$\tilde{I}' = \frac{2(-1000j)}{(1000 - j2000)(2000j) + (1000 - j2000)(-1000j) + (2000j)(-1000j)}$$

$$I' = (-0,1176 - 0,4706j) \text{ mA}$$

De manière similaire, nous désactivons \tilde{E}_1 afin de calculer

$$I'' = I \Big|_{E_1=0}$$

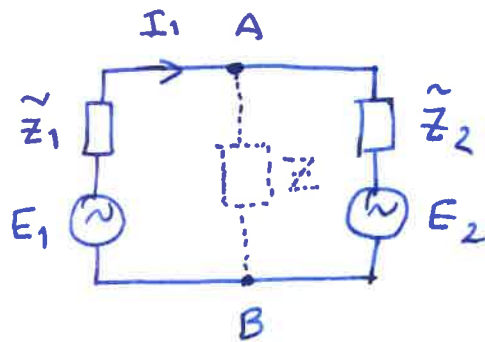
On obtient

$$I'' = \frac{\tilde{Z}_1 \tilde{E}_2}{\tilde{Z} \tilde{Z}_1 + \tilde{Z} \tilde{Z}_2 + \tilde{Z}_1 \tilde{Z}_2} = (-0,3529 + 0,5882j) \text{ mA}$$

Au final $I = I' + I'' = (-0,4706 + 0,1176j) \text{ mA}$

3°) En utilisant le théorème de Thévenin :

Déterminons le générateur de Thévenin entre les points A-B :



(i) $\tilde{E}_{th} = ?$ (Tension à vide)

$$\tilde{E}_{th} = \tilde{V}_A - \tilde{V}_B = \tilde{E}_1 - \tilde{Z}_1 \tilde{I}_1$$

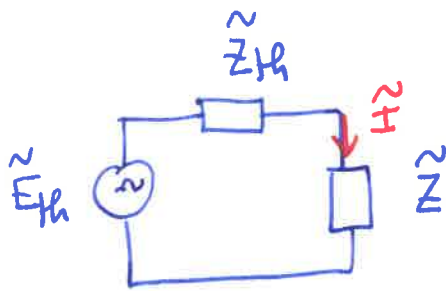
$$\text{avec } \tilde{I}_1 = \frac{\tilde{E}_1 - \tilde{E}_2}{\tilde{Z}_1 + \tilde{Z}_2} \Rightarrow \tilde{V}_A - \tilde{V}_B = \tilde{E}_1 - \frac{\tilde{Z}_1(\tilde{E}_1 - \tilde{E}_2)}{\tilde{Z}_1 + \tilde{Z}_2}$$

$$\Rightarrow \tilde{E}_{th} = \frac{\tilde{Z}_2 \tilde{E}_1 + \tilde{Z}_1 \tilde{E}_2}{\tilde{Z}_1 + \tilde{Z}_2} = (2j) \text{ V}$$

(ii) $\tilde{Z}_{th} = ?$

$$\tilde{Z}_{th} = Z_{AB} = \tilde{Z}_1 \parallel \tilde{Z}_2 = (-j2000) \Omega$$

Le circuit équivalent est donc le suivant :



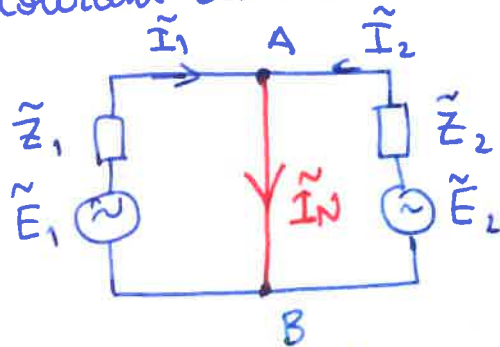
et nous déduisons \tilde{I}

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{E}_{th}}{\tilde{Z} + \tilde{Z}_{th}} = (-0,4706 + 0,1176j) \text{ mA}$$

4°) En utilisant le théorème de Norton :

Déterminons le générateur de Norton entre A-B.

(i) $\tilde{I}_N = ?$: (Courant de court-circuit).



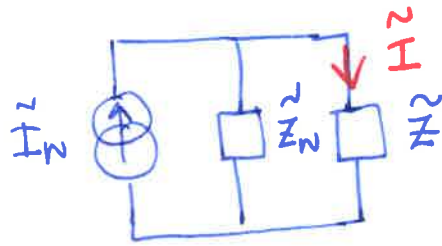
$$\tilde{I}_N = \tilde{I}_1 + \tilde{I}_2 = \frac{\tilde{E}_1}{\tilde{Z}_1} + \frac{\tilde{E}_2}{\tilde{Z}_2} = -1 \text{ mA}$$

(ii) $\tilde{Z}_N = ?$:

\tilde{Z}_N est obtenue de la même manière que \tilde{Z}_{th}

$$\tilde{Z}_N = \tilde{Z}_{th} = (-2000j) \Omega$$

Pour obtenons alors le circuit équivalent suivant :

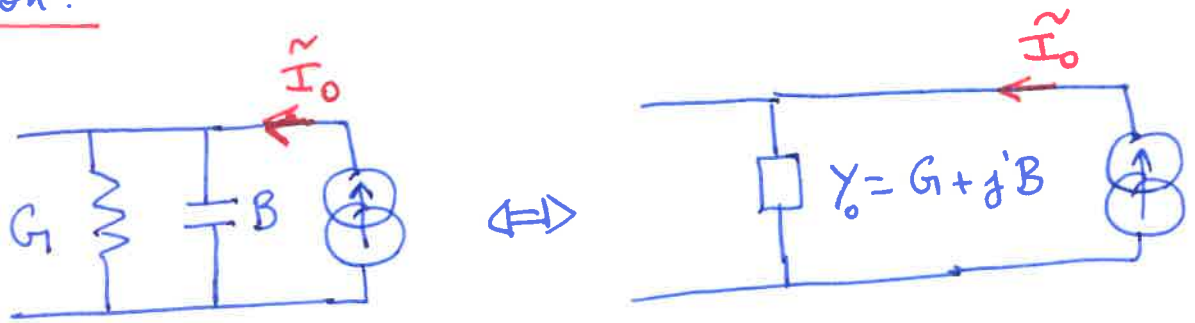


Pour obtenir \tilde{I} par diviseur de courant :

$$\tilde{I} = \tilde{I}_N \cdot \frac{\tilde{Z}_N}{\tilde{Z} + \tilde{Z}_N} = (-0,4706 + 0,1176) \text{ mA}$$

Exercice 2

1) Conversion du générateur de courant en générateur de tension.



car $\left\{ \begin{array}{l} G: \text{conductance} : G = \frac{1}{R} \text{ [Siemens]} \\ B: \text{susceptance} : B = \frac{1}{X} \text{ [Siemens]} \end{array} \right.$

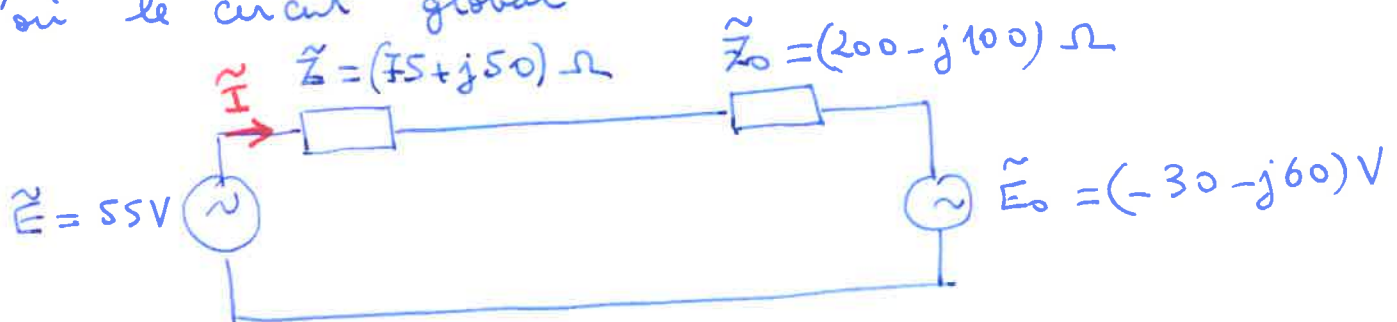
puis nous faisons la conversion (selon thm de Norton / Thévenin)



avec $\tilde{Z}_0 = \frac{1}{Y_0} = \frac{1}{G + jB} = \frac{1}{0,004 + j0,002} = (200 - j100) \Omega$

et $\tilde{E}_0 = \frac{I_0}{Y_0} = I_0 \cdot Z_0 = (-30 - j60) V$

D'où le circuit global

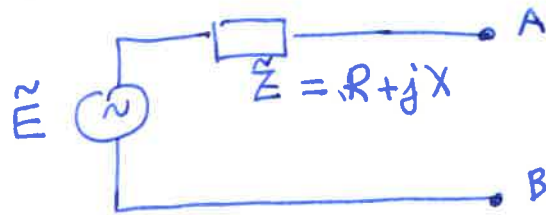


d'où le courant \tilde{I} :

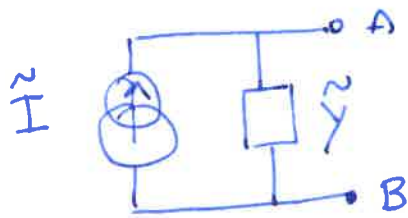
$$\tilde{I} = \frac{\tilde{E} - \tilde{E}_0}{\tilde{Z} + \tilde{Z}_0} = (0,2608 + 0,2656j) A$$

2°) Conversion du générateur de tension en générateur de courant

Pour avoir initialement :



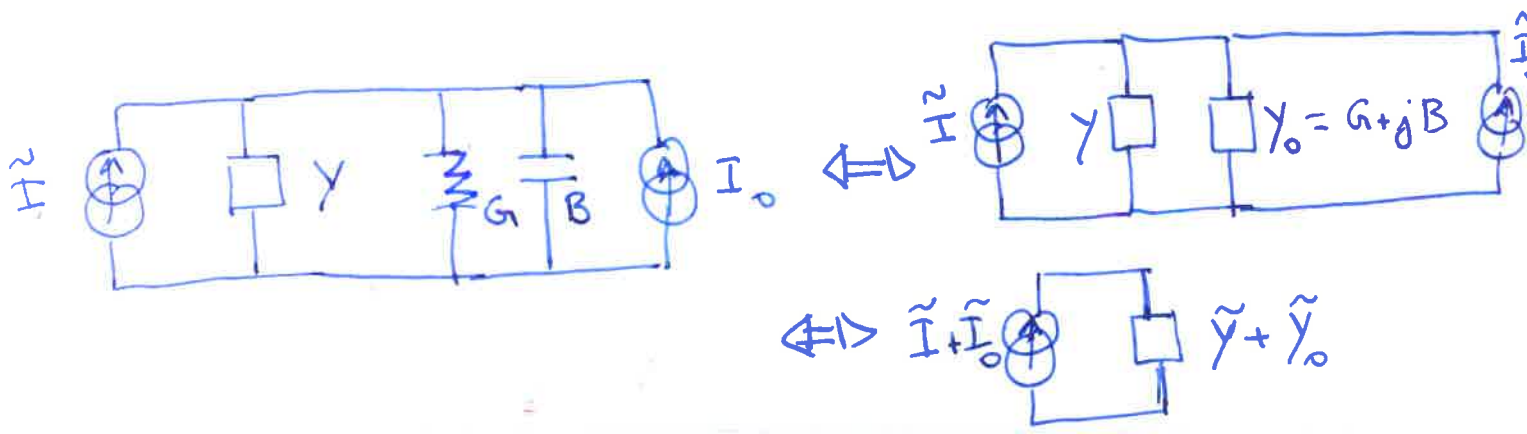
Que nous transformons en



avec $\tilde{I} = \frac{\tilde{E}}{\tilde{Z}}$ et $\tilde{Y} = \frac{1}{\tilde{Z}}$ (voir cours).

$$\tilde{I} = (0,5077 - 0,3385j) A \quad \text{et} \quad \tilde{Y} = (0,0092 - 0,0062j) S$$

Nous obtenons alors le circuit suivant



La tension \tilde{U} vaut alors

$$\tilde{U} = \frac{\tilde{I} + \tilde{I}_0}{\tilde{Y} + \tilde{Y}_0} = (48,72 - j32,96) \text{ V}$$