

## *TD3 de physique4* *(Onde acoustique dans les fluides et dans les solides)*



## Plan

**Rappel de cours**

**Corrigé de l'exercice 7**

**Corrigé de l'exercice 8**

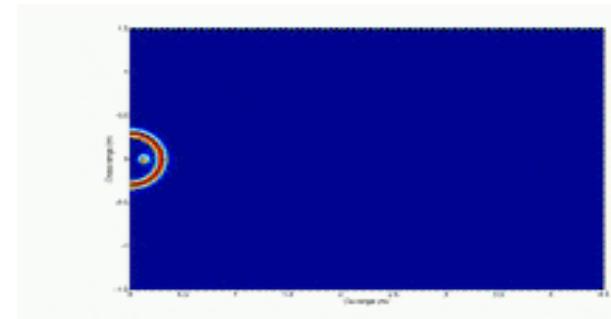
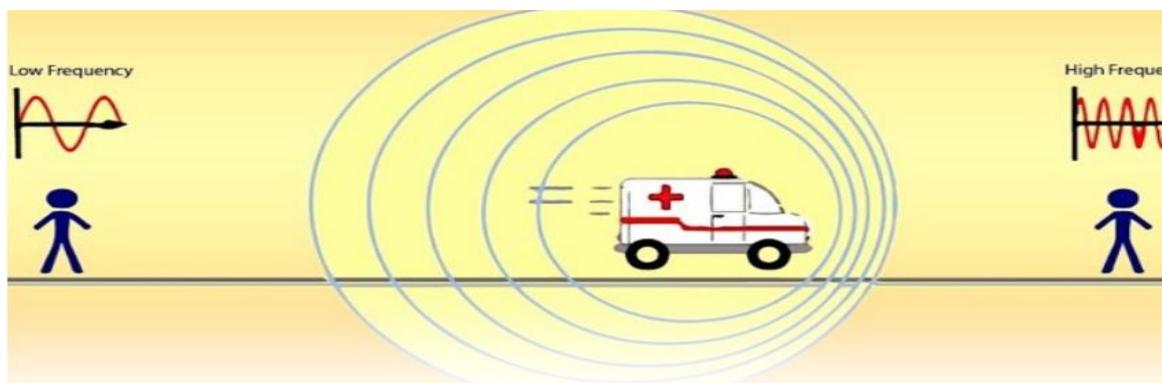
**Questions et réponses**

## 2-Effet Doppler

**Définition:**

Lorsqu'une source mobile  $S$  émet un signal périodique de fréquence  $f_s$ , le signal perçu par un récepteur fixe a une fréquence  $f_R$  différente

$f_s$       différente       $f_R$



## 2-Effet Doppler

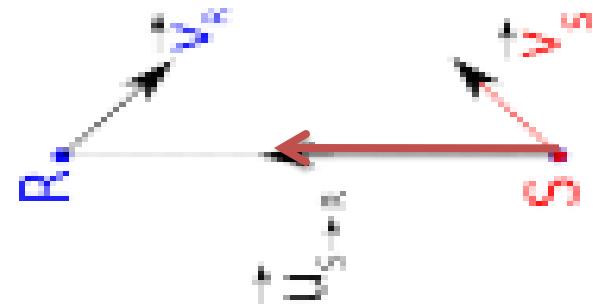
Dans le cas général

Source **S** ( $V_s$ , émet  $f_s$ )



Récepteur **R** ( $v_R$ , reçoit  $f_R$ )

$$f_R = f_s \frac{1 - \frac{\vec{v}_R \cdot \vec{u}_{S \rightarrow R}}{c}}{1 - \frac{\vec{v}_S \cdot \vec{u}_{S \rightarrow R}}{c}}$$



$\vec{u}$  le vecteur unitaire dirigé de la **source** vers le **récepteur**

$c$  vitesse de l'onde

## 2-Effet Doppler

1- *La source est en mouvement et le récepteur est fixe*



$$f_R = \frac{f_S}{1 - \frac{\vec{v}_S \cdot \vec{u}_{S \rightarrow R}}{c}}$$

1-1- *La source se rapproche du récepteur*

$$\vec{v}_S \cdot \vec{u} = v_s$$



$$f_R = \frac{f_S}{1 - \frac{v}{c}}$$

1-2 -*La source s'éloigne du récepteur*

$$\vec{v}_S \cdot \vec{u} = -v_s$$



$$f_R = \frac{f_S}{1 + \frac{v}{c}}$$

## 2-Effet Doppler

1- *La source est en mouvement et le récepteur est fixe*



$$f_R = \frac{f_S}{1 - \frac{\vec{v}_S \cdot \vec{u}_{S \rightarrow R}}{c}}$$

1-1- *La source se rapproche du récepteur*

$$\vec{v}_S \cdot \vec{u} = v_s$$



$$f_R = \frac{f_S}{1 - \frac{v}{c}}$$

1-2 -*La source s'éloigne du récepteur*

$$\vec{v}_S \cdot \vec{u} = -v_s$$



$$f_R = \frac{f_S}{1 + \frac{v}{c}}$$

## 2-Effet Doppler

**2- La source est maintenant fixe et le récepteur en mouvement**



$$f_R = f_S \left( 1 - \frac{\vec{v}_R \cdot \vec{u}_{S \rightarrow R}}{c} \right)$$

**2- 1-Le récepteur se rapproche de La source**

$$\vec{v}_r \cdot \vec{u} = -v_r$$



$$f_R = f_S \left( 1 + \frac{v}{c} \right)$$

**2-2- le récepteur s'éloigne de la source**

$$\vec{v}_r \cdot \vec{u} = v_r$$



$$f_R = f_S \left( 1 - \frac{v}{c} \right)$$

**Exercice 8 :** Deux trains roulent en sens inverse, le premier à 144 km/h et le second à 190 km/h. Avant le croisement, le premier lance un sifflement de fréquence  $f = 2500\text{Hz}$ . Calculer les fréquences des sons perçus voyageant dans le second train avant et après le croisement.

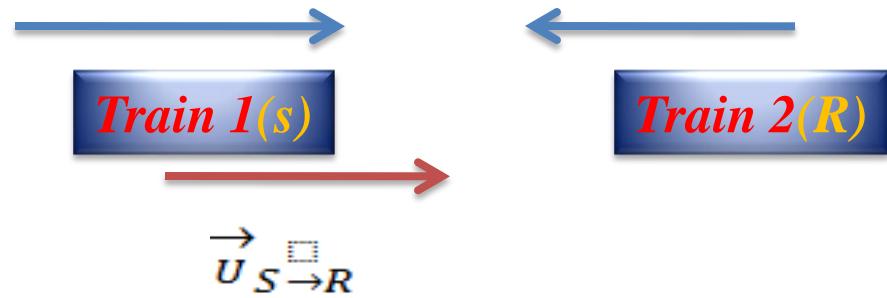
## Exercice 8

### Avant le croisement

$$f_s = 2500 \text{ Hz}, v_s = 144 \text{ km/h} = 40 \text{ m/s}$$

$$v_0 = 190 \text{ km/h} = 52,77 \text{ m/s}$$

$$v = 340 \text{ m/s}$$



$$f_R = f_s \frac{\frac{1}{1 - \frac{\vec{u}_R \cdot \vec{u}_{S \rightarrow R}}{c}}}{\frac{1}{1 - \frac{\vec{u}_S \cdot \vec{u}_{S \rightarrow R}}{c}}}$$

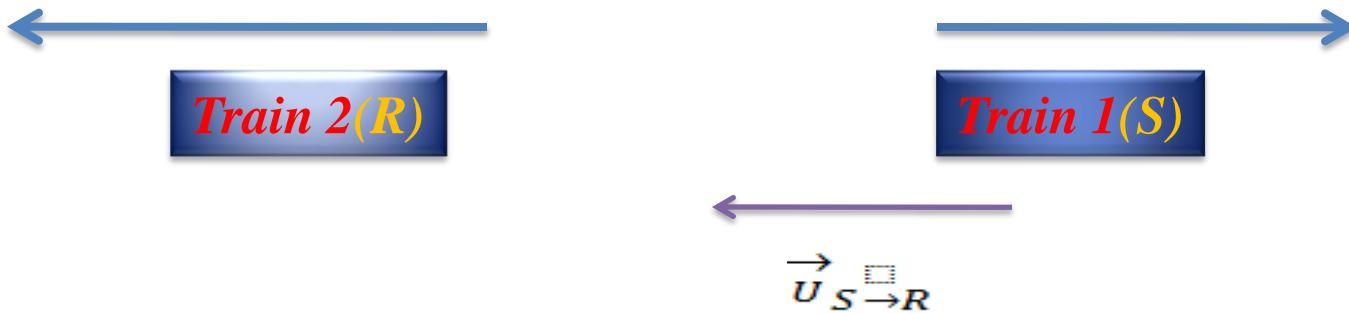


$$f_R = f_s \frac{1 + \frac{v_R}{c}}{1 - \frac{v_S}{c}}$$

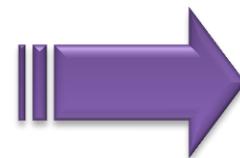
$$f_R = 3273 \text{ Hz}$$

## Exercice 8

*Après le croisement*



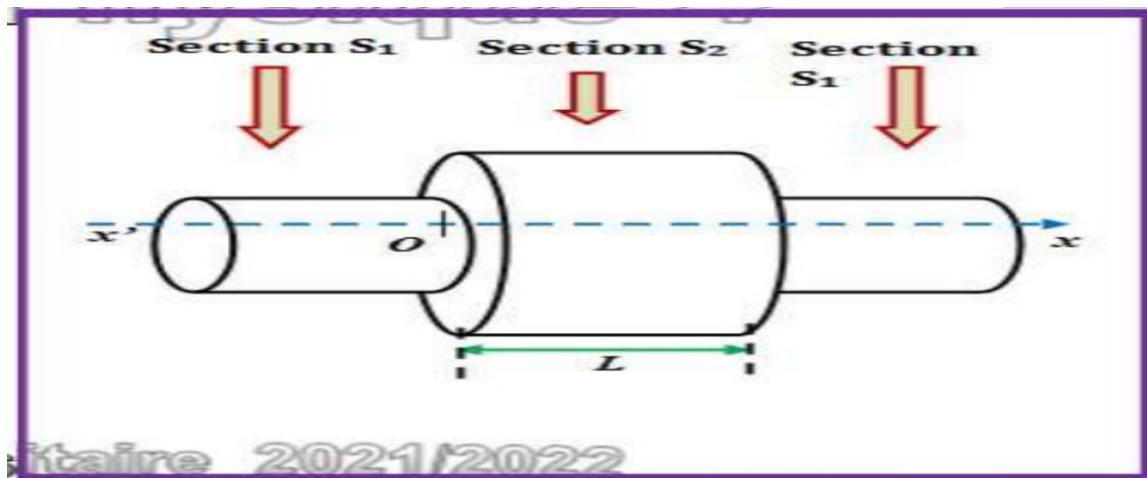
$$f_R = f_S \frac{\frac{1}{c} - \frac{\vec{u}_R \cdot \vec{u}_{S \rightarrow R}}{c}}{1 - \frac{\vec{u}_S \cdot \vec{u}_{S \rightarrow R}}{c}}$$



$$f_R = f_S \frac{1 - \frac{v_R}{c}}{1 + \frac{v_S}{c}}$$

$f_R = 1889.67 \text{ Hz}$

**Exercice 7 :**Dans tous les véhicules disposant d'un moteur à explosion, les gaz de combustion sont évacués par un tuyau d'échappement. L'explosion provoquée par la combustion du mélange essence-air donne naissance à une onde de pression qui se propage à l'intérieur de ce tuyau et peut donner lieu à des bruits extrêmement désagréables. Pour limiter l'intensité de ce son, on utilise un pot d'échappement ( ou "silencieux" ) qui est constitué d'un tuyau de section supérieure à la section du tuyau d'échappement. On se propose ici d'étudier le fonctionnement d'un tel dispositif qui peut être modélisé par le schéma ci-dessous. Ce système simplifié est constitué d'un tuyau de longueur semi-infinie et de section  $S_1$ , terminé en  $x = 0$  par un second tuyau de longueur et de section  $S_2 > S_1$ . En  $x = L$ , ce tuyau est prolongé par un tuyau de longueur infinie et de section  $S_1$ . Ces tuyaux contiennent le même mélange gazeux de masse volumique  $\rho$  dans lequel les ondes acoustiques se propagent à la vitesse  $V$ . Les impédances acoustiques caractéristiques respectives des tuyaux de sections  $S_1$  et  $S_2$  sont respectivement  $Z_1 = \rho V / S_1$  et  $Z_2 = \rho V / S_2$ .



1°) L'onde acoustique issue du moteur est représentée par :  $A_1 e^{j\omega(t - x/V)}$ . Expliquer pourquoi le champ de pression acoustique peut s'écrire :

Région a ( $x < 0$ ) :

$$p_1(x,t) = A_1 e^{j(\omega t - kx)} + B_1 e^{j(\omega t + kx)}$$

Région b ( $0 < x < L$ ) :

$$p_2(x,t) = A_2 e^{j(\omega t - kx)} + B_2 e^{j(\omega t + kx)}$$

Région c ( $x > L$ )

$$p_3(x,t) = A_3 e^{j(\omega t - kx)}$$

Que représentent  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$  et  $A_3$ ?

**2°)** Calculer, en fonction des données du **1°)** et des impédances  $Z_1$  et  $Z_2$ , les débits  $d_1 = S_1 u'_1$ ,  $d_2 = S_2 u'_2$  et  $d_3 = S_3 u'_3$  correspondant respectivement aux régions a, b et c.  $u'_1$ ,  $u'_2$  et  $u'_3$  représentent la vitesse de particules dans chacune de ces régions.

**3°)** Ecrire les relations de continuité (débit et pression) en  $x = 0$  et en déduire l'expression de  $A_1$  en fonction de  $A_2$  et  $B_2$ .

**4°)** Ecrire les relations de continuité (débit et pression) en  $x = L$  et en déduire l'expression de  $A_2$  et  $B_2$  en fonction de  $A_3$ .

**5°)** Montrer que dans le cas où  $S_2 = 4 S_1$ , le coefficient de transmission en intensité acoustique défini par  $\alpha_t = |A_3/A_1|^2$  peut se mettre sous la forme :

$$\alpha_t = \frac{1}{1 + \beta \sin^2\left(\frac{\omega L}{V}\right)}$$

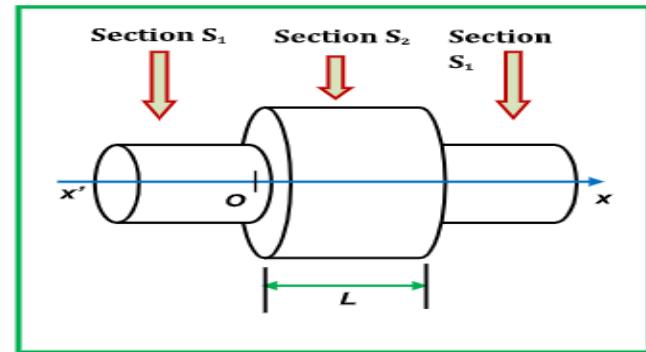
**Année Universitaire**

où  $\beta$  est une constante positive dont on précisera la valeur.

**6°)**  $\omega$  et  $V$  étant données, pour quelles valeurs de la longueur le coefficient  $\alpha_t$  est-il minimal? Calculer cette valeur minimale et conclure.

## Exercice 7

### Pot d'échappement ou silencieux



↓  
*Diminuer le **bruit** produit  
Par le moteur du véhicule*

→ *Onde acoustique*

## Exercice 7

1-

Région a ( $x < 0$ ):

Région b ( $0 < x < L$ ):

Région c ( $x > L$ ):

$$p_1(x,t) = A_1 \cdot e^{j(\omega t - kx)} + B_1 \cdot e^{j(\omega t + kx)}$$

$$p_2(x,t) = A_2 \cdot e^{j(\omega t - kx)} + B_2 \cdot e^{j(\omega t + kx)}$$

$$p_3(x,t) = A_3 \cdot e^{j(\omega t - kx)}$$

**Région a :** L'onde émise par le moteur dans le premier tuyau (vers les  $x$  croissants) et l'onde réfléchie en  $x=0$  (vers les  $x$  décroissants)

**Région b:** L'onde transmise dans le deuxième tuyau (vers les  $x$  croissants) et l'onde réfléchie en  $x=L$  (vers les  $x$  décroissants)

**Région c:** L'onde transmise dans le dernier tuyau (vers les  $x$  croissants)

## Exercice 7

**2- les débits  $d_1, d_2$  et  $d_3$  ?**

$$\text{Débit } d = \rho s \dot{u}$$

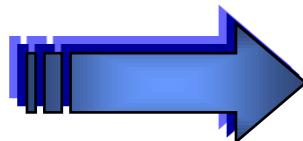


Même liquide (gaz)  $\rho = \text{cte}$   
Dans les trois tuyaux

$$d_1 = S_1 \dot{u}_1$$

$$d_2 = S_2 \dot{u}_2$$

$$d_3 = S_3 \dot{u}_3$$



Avec les deux relations :

$$\begin{cases} U(x,t) = -\frac{1}{\kappa} \int p(x,t) dx \\ \dot{U}(x,t) = \frac{du(x,t)}{dt} \end{cases}$$

## Exercice 7

$$d_1 = \frac{1}{z_1} (A_1 e^{j(wt-kx)} - B_1 e^{j(wt+kx)})$$

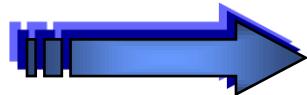
$$d_2 = \frac{1}{z_2} (A_2 e^{j(wt-kx)} - B_2 e^{j(wt+kx)})$$

$$d_3 = \frac{1}{z_1} A_3 e^{j(wt-kx)}$$

### 3- La continuité de pression et débit ?

$$\text{En } x = 0 \Rightarrow \begin{cases} p_1(0,t) = p_2(0,t) \\ d_1(0,t) = d_2(0,t) \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \\ \frac{1}{z_1} (A_1 - B_1) = \frac{1}{z} (A_2 - B_2) \end{cases}$$

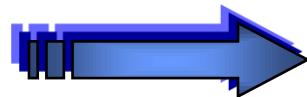
## Exercice 7



$$A_1 = \frac{A_2}{2} \left( 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right) + \frac{B_2}{2} \left( 1 - \frac{Z_1}{Z_2} \right)$$

En  $x = L \Rightarrow$

$$\begin{cases} p_2(L, t) = p_3(L, t) \\ d_2(L, t) = d_3(L, t) \end{cases}$$



$$\begin{cases} A_2 e^{-jkl} + B_2 e^{+jkl} = A_3 e^{-jkl} \\ \frac{1}{Z_2} (A_2 e^{-jkl} - B_2 e^{+jkl}) = \frac{1}{Z_1} A_3 e^{-jkl} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_2 = f(A_3) \\ B_2 = f(A_3) \end{cases}$$

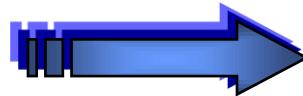


$$\begin{cases} A_2 = \frac{A_3}{2} \left( 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \right) \\ B_2 = \frac{A_3}{2} \left( 1 - \frac{Z_2}{Z_1} \right) e^{-2jkl} \end{cases}$$

## Exercice 7

**5- Pour  $S_2 = 4S_1$  monter que  $\alpha_t = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 = \frac{1}{1 + \beta \sin^2(\frac{\omega L}{v})}$  ?**

**Pour  $S_2 = 4S_1$**

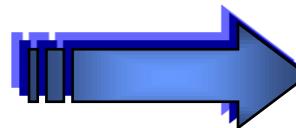


$$\begin{cases} A_1 = 5 \frac{A_2}{2} - 3 \frac{B_2}{2} \\ A_2 = 5 \frac{A_3}{8} \\ B_2 = 3 \frac{A_3}{8} e^{-2jkL} \end{cases}$$

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{16}{25 - 9e^{-2jkL}} = \frac{16e^{jkL}}{16\cos kL - 34\sin kL}$$

## Exercice 7

$$\alpha_t = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 = \frac{1}{1 + \beta \sin^2(kL)} = \frac{1}{1 + \beta \sin^2\left(\frac{wl}{v}\right)}$$



$$\beta = 3.5$$

$$\alpha_t = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 = \frac{I_{t3}}{I_{i1}} = \left| \frac{p_{t3}}{p_{i1}} \right|^2$$



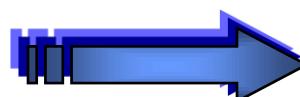
$$\alpha_t = T_I$$

(Z1=Z3)

## Exercice 7

$\alpha_t$  est minimale pour   $\sin^2(kL) = 1$

$$kL = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$$



$$\alpha_t = 0,22$$



*l'intensité sonore est atténuée de près de 80%*

**Exercice 7**

**Comparaison**

**L'échographie**

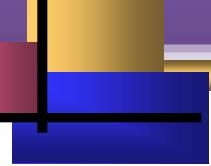


**Pot d'échappement**



**Une bonne transmission**  
**(I)**

**Une faible transmission (I)**  
**Bonne atténuation**



*Merci de votre  
attention*

