Corrigé Série 1

Bahia SI LAKHAL

25 décembre 2020

Solution Exercice 1a

$$g(t) = G_m sin(\omega t) \tag{1}$$

On applique la formule

$$G = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T g^2(t)dt} \tag{2}$$

On a

$$\frac{1}{T}\int_0^T g^2(t)dt = \frac{G_m^2}{T}\int_0^T sin(\omega t)^2 dt = \frac{G_m^2}{2T}\int_0^T (1 - cos(2\omega t))\, dt$$
$$= \frac{G_m^2}{2}$$

D'où

$$G = \frac{G_m}{\sqrt{2}} \tag{3}$$

solution exercice 1b

On écrit la fonction du signal triangulaire

$$g(t) = \begin{cases} \frac{4G_m}{T} t & ; \quad 0 < t < T/4 \\ -\frac{4G_m}{T}\left(t - \frac{T}{2}\right) & ; \quad \frac{T}{4} < t < \frac{3T}{4} \\ \frac{4G_m}{T}(t - T) & ; \quad \frac{3T}{4} < t < T \end{cases}$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T g^2 t dt \tag{4}$$

$$= \frac{(4G_m)^2}{T^3}\left(\int_0^{T/4} t^2 + \int_{T/4}^{3T/4}\left(t - \frac{T}{2}\right)^2 dt + \int_{3T/4}^{T} (t - T)^2 dt\right)$$

$$= \frac{(4G_m)^2}{3T^3}\left(t^3|_0^{T/4} + \left(t - \frac{T}{2}\right)^3 |_{T/4}^{3T/4} + (t - T)^3 |_{3T/4}^{T}\right) \tag{5}$$

$$= \frac{(4G_m)^2}{3T^3}\left(\frac{T^3}{4^3} + \frac{T^3}{4^3} + \frac{T^3}{4^3} + \frac{T^3}{4^3}\right) = \frac{G_m^2}{3} \tag{6}$$

Soit la grandeur sinusoïdale

$$g(t) = 100\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \tag{7}$$

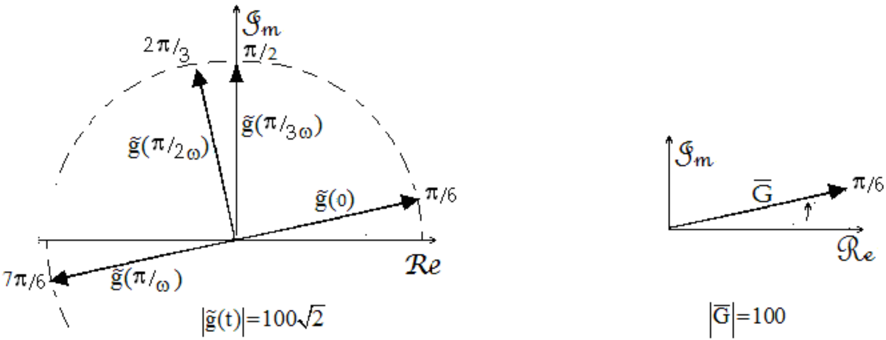

Figure – a) représentation temporelle, b) représentation atemporelle

Solution exercice 3

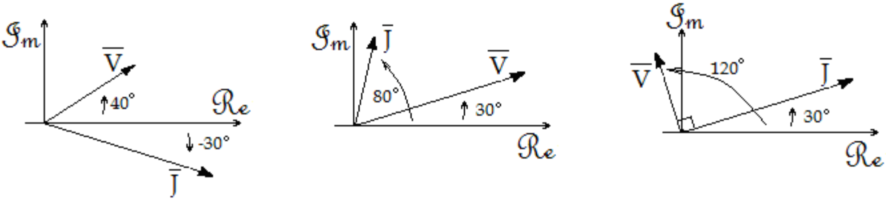

Figure – a) b) c)

L'impédance complexe est définie par $\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{J}} = R + jX$, R étant la résistance et X est la réactance.

a) $\bar{Z} = 20e^{70i} = 6.84 + 18.8i(\Omega)$

b) $\bar{Z} = 20e^{-50i} = 12.85 - 15.32i(\Omega)$

c) $\bar{Z} = 20e^{90i} = 20i(\Omega)$

Réponse 4 a) La représentation complexe de la grandeur sinusoïdale $j(t)$ est $\bar{J}$ et celle de $v(t)$ est $\bar{V}$.

$$j(t) = 10\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$$
$$v(t) = 220\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$$
$$\bar{J} = 10e^{j\frac{\pi}{6}}$$
$$\bar{V} = 220e^{j\frac{\pi}{4}}$$
$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{J}} = \frac{220e^{j\frac{\pi}{4}}}{10e^{j\frac{\pi}{6}}} = 22e^{j\frac{\pi}{12}} = 21.25 + j5.69[\Omega]$$

Comme la réactance est positive (+5.69), alors le circuit est inductif.

$$j(t) = 10\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{5\pi}{12})$$
$$v(t) = 220\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$
$$\bar{J} = 10e^{-j\frac{5\pi}{12}}$$
$$\bar{V} = 220e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$
$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{J}} = \frac{220e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{10e^{-j\frac{5\pi}{12}}} = 22e^{-j\frac{\pi}{4}} = 15.56 - j15.56[\Omega]$$

Comme la réactance est négative (-15.56), alors le circuit est capacitif.

$$j(t) = 10\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{\pi}{6})$$
$$v(t) = 220\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$$
$$\bar{J} = 10e^{-j\frac{\pi}{6}}$$
$$\bar{V} = 220e^{j\frac{\pi}{4}}$$
$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{J}} = \frac{220e^{j\frac{\pi}{4}}}{10e^{-j\frac{\pi}{6}}} = 22e^{j\frac{5\pi}{12}} = 5.69 + j21.25[\Omega]$$

Comme la réactance est positive (+21.25), alors le circuit est inductif.

exercice 4 d)

$$j(t) = 10\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{5\pi}{12})$$
$$v(t) = 220\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$
$$\bar{J} = 10e^{j\frac{5\pi}{12}}$$
$$\bar{V} = 220e^{j\frac{2\pi}{3}}$$
$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{J}} = \frac{220e^{j\frac{2\pi}{3}}}{10e^{j\frac{5\pi}{12}}} = 22e^{j\frac{\pi}{4}} = 15.56 + j15.56[\Omega]$$

Comme la réactance est positive (+5.69), alors le circuit est inductif.