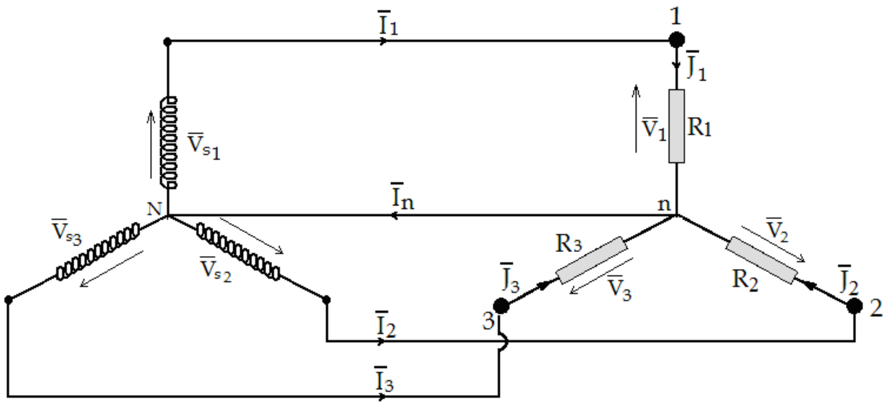
IV- Exercices résolus

Exercice1

La tension simple d'un générateur en étoile est V=125 V.
Il alimente un récepteur également en étoile avec :
$\bar{Z}_1 = R_1 = \bar{Z}_2 = R_2 = 12,5\Omega$ et $\bar{Z}_3 = R_3 = 25\Omega$

1) Calculer les courants simples $\bar{J}_1, \bar{J}_2, \bar{J}_3$ et le courant dans le fil neutre $\bar{I}_N$ (prendre $\bar{V}_{s1}$ origine des phases).
2) Déterminer les tensions $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$ aux bornes des récepteurs s'il y a rupture accidentelle du fil neutre. En déduire les courants simples puis comparer avec les courants précédents. Tracer le diagramme vectoriel des courants et tensions. Conclusions.
3) Etudier l'éventualité d'une rupture d'un des fils d'alimentation : étudier chaque cas. Conclusion.

Solution
1)



On a :

$$\bar{V}_{s1} = 125 \text{ V} \qquad \bar{V}_{s2} = 125e^{-j\frac{2\pi}{3}} \text{ [V]} \qquad \bar{V}_{s3} = 125e^{j\frac{2\pi}{3}} \text{ [V]}$$

$$R_1 = 12,5\ \Omega \qquad R_2 = 12,5\ \Omega \qquad R_3 = 25\ \Omega$$

Le fil neutre existe donc :

$$\bar{V}_{s1} = \bar{V}_1 = R_1\bar{J}_1 \qquad \bar{V}_{s2} = \bar{V}_2 = R_2\bar{J}_2 \qquad \bar{V}_{s3} = \bar{V}_3 = R_3\bar{J}_3$$

Donc :

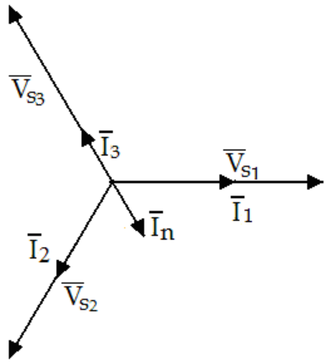
$$\bar{J}_1 = \frac{125}{12,5} = 10\text{A} \qquad \bar{J}_2 = \frac{125e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{12,5} = 10e^{-j\frac{2\pi}{3}} \text{ [A]} \qquad \bar{J}_3 = \frac{125e^{j\frac{2\pi}{3}}}{25} = 5e^{j\frac{2\pi}{3}} \text{ [A]}$$

Et le courant dans le fil neutre :

$$\bar{I}_N = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 10 + 10e^{-j\frac{2\pi}{3}} + 5e^{j\frac{2\pi}{3}} = 10 + 10e^{-j\frac{2\pi}{3}} + 5e^{j\frac{2\pi}{3}} = 10\left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + 0,5e^{j\frac{2\pi}{3}}\right)$$

$$\bar{I}_n = 10\left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} - 0,5e^{j\frac{2\pi}{3}}\right) = 10\left(1 + 2\cos\frac{2\pi}{3} - 0,5e^{j\frac{2\pi}{3}}\right) = -5e^{j\frac{2\pi}{3}} = 5e^{j\pi}e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (e^{j\pi} = -1)$$

On obtient :



$$\overline{I}_N = 5e^{j\frac{5\pi}{3}} = 5e^{-j\frac{\pi}{3}} \approx 2,5 - j4,33[A]$$

2)

La tension de déplacement du neutre, sachant que le fil neutre est coupé ($\Rightarrow \overline{z}_n \to \infty \;\Rightarrow\; \overline{y}_n = 0$) :

$$\overline{u}_n = \frac{\overline{V}_{s1}\overline{Y}_1 + \overline{V}_{s2}\overline{Y}_2 + \overline{V}_{s3}\overline{Y}_3}{\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \overline{Y}_3 + \overline{y}_n} = \frac{\dfrac{125}{12,5} + \dfrac{125e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{12,5} + \dfrac{125e^{j\frac{2\pi}{3}}}{25}}{\dfrac{1}{12,5} + \dfrac{1}{12,5} + \dfrac{1}{25}} = \frac{5e^{-j\frac{\pi}{3}}}{\dfrac{5}{25}} = 25e^{-j\frac{\pi}{3}}[V]$$

$$\overline{u}_n = 25e^{-j\frac{\pi}{3}} \approx 12,5 - j21,65[V]$$

On déduit les tensions aux bornes des récepteurs :

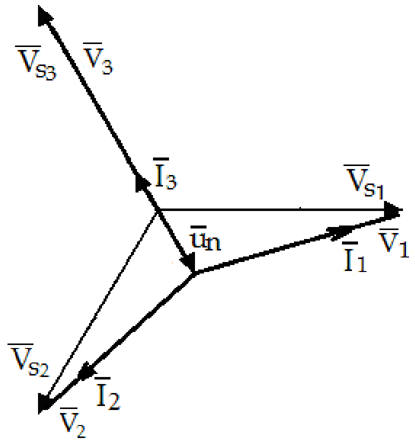
$$\begin{cases} \overline{V}_{s1} = \overline{V}_1 + \overline{u}_n \\ \overline{V}_{s2} = \overline{V}_2 + \overline{u}_n \\ \overline{V}_{s3} = \overline{V}_3 + \overline{u}_n \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \overline{V}_1 = \overline{V}_{s1} - \overline{u}_n = 125 - 12,5 + j21,65 = 112,5 + j21,65[V] \Rightarrow V_1 = 114,5V \text{ (baisse de 8 \%)} \\ \overline{V}_2 = \overline{V}_{s2} - \overline{u}_n = 125e^{-j\frac{2\pi}{3}} - 12,5 + j21,65 = -75 - j86,6[V] \Rightarrow V_2 = 114,5V \text{ (baisse de 8 \%)} \\ \overline{V}_3 = \overline{V}_{s3} - \overline{u}_n = 125e^{j\frac{2\pi}{3}} - 12,5 + j21,65 = -75 + j129,9[V] \Rightarrow V_3 = 150V \text{ (hausse de 20 \%)} \end{cases}$$

Et les courants correspondants :

$$\begin{cases} \overline{J}_1 = \dfrac{\overline{V}_1}{R_1} = \dfrac{112,5 + j21,65}{12,5} = 9 + j1,73[A] \Rightarrow J_1 = 9,16A \prec 10A \text{ récepteur sous-alimenté} \\ \overline{J}_2 = \dfrac{\overline{V}_2}{R_2} = \dfrac{-75 - j86,6}{12,5} = -6 - j6,93[A] \Rightarrow J_2 = 9,16A \prec 10A \text{ récepteur sous-alimenté} \\ \overline{J}_3 = \dfrac{\overline{V}_3}{R_3} = \dfrac{-75 + j129,9}{25} = -3 + j5,2[A] \Rightarrow J_3 = 6A \succ 5A \text{ surintensité car surtension (danger)} \end{cases}$$

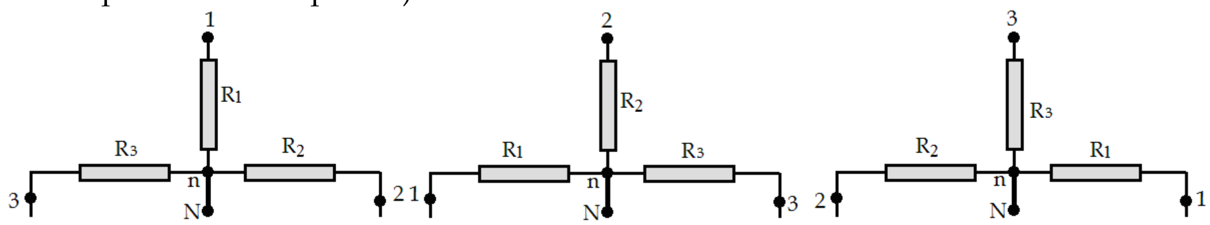
Le diagramme vectoriel :



3)

- ***Rupture du câble1, 2 ou 3 si le fil neutre n'est pas rompu***

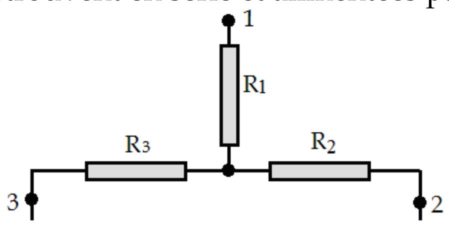
Si le fil neutre existe il n'y a aucune perturbation au niveau des deux autres phases, seule la phase ou la rupture à lieu n'est pas alimentée (le câble Nn assure la continuité de service pour les autres phases):



- ***Si le fil neutre est rompu, on étudie les trois cas de figure***

Rupture du câble1

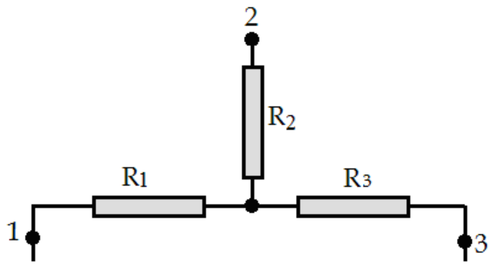
Les résistances R_2 et R_3 se retrouvent en série et alimentées par la tension composée U_{23}



$$\begin{cases} V_1 = 0 \\ V_2 = \dfrac{R_2}{R_2 + R_3} U_{23} = \dfrac{12,5}{12,5+25} 125\sqrt{3} = 72,2\text{V (baisse de tension)} \\ V_3 = \dfrac{R_3}{R_2 + R_3} U_{23} = \dfrac{25}{12,5+25} 125\sqrt{3} = 144\text{V(surtension} \Rightarrow \text{danger)} \end{cases}$$

Rupture du câble2

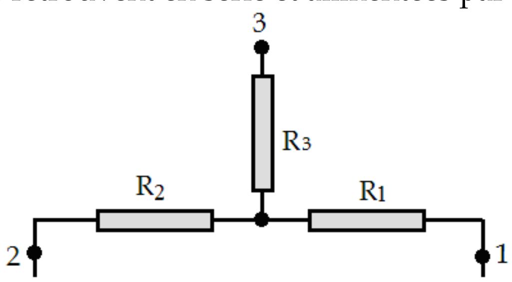
Les résistances R_1 et R_3 se retrouvent en série et alimentées par la tension composée U_{13}



$$\begin{cases} V_2 = 0 \\ V_1 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_3} U_{13} = \dfrac{12,5}{12,5+25} 125\sqrt{3} = 72,2\text{V (baisse de tension)} \\ V_3 = \dfrac{R_3}{R_1 + R_3} U_{13} = \dfrac{25}{12,5+25} 125\sqrt{3} = 144\text{V(surtension} \Rightarrow \text{danger)} \end{cases}$$

Rupture du câble3

Les résistances R_1 et R_2 se retrouvent en série et alimentées par la tension composée U_{12}



$$\begin{cases} V_3 = 0 \\ V_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} U_{12} = \dfrac{12,5}{12,5+12,5} 125\sqrt{3} = 108,2\text{V (baisse de tension)} \\ V_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} U_{12} = \dfrac{25}{12,5+12,5} 125\sqrt{3} = 108,2\text{V(baisse de tension)} \end{cases}$$

D'où l'importance du fil neutre….

Exercice2

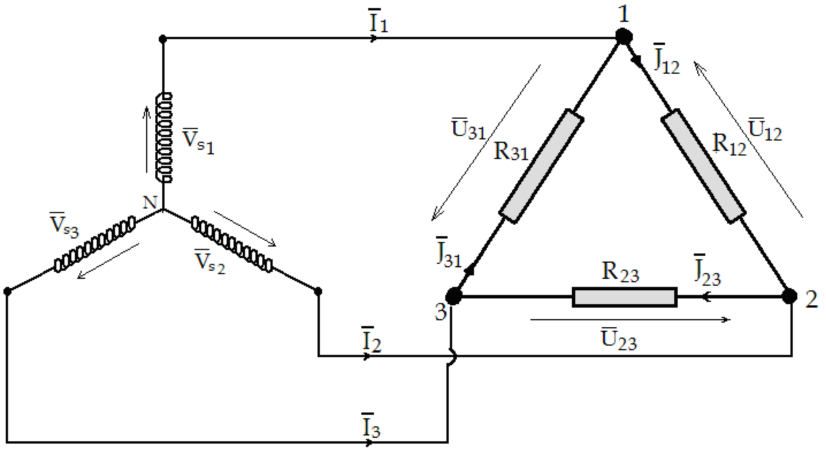
Sur un réseau 220/380 V, 50 Hz, on monte en triangle entre:

- 1 et 2, une résistance de 190Ω
- 2 et 3, une résistance de 95Ω
- 3 et 1, une résistance de 95Ω

1) Calculer les courants dans chacun des récepteurs $\bar{J}_{12}, \bar{J}_{23}, \bar{J}_{31}$ ainsi que les trois courants en ligne $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$ (prendre $\overline{U_{12}}$ origine des phases).
2) Etudier l'éventualité d'une rupture d'un des fils d'alimentation : étudier chaque cas. Conclusion.

Solution

1)



On a :

$\bar{U}_{12} = 380\ V \qquad \bar{U}_{23} = 380e^{-j\frac{2\pi}{3}}\ [V] \qquad \bar{U}_{31} = 380e^{j\frac{2\pi}{3}}\ [V]$

$R_{12} = 190\ \Omega \qquad R_{23} = 95\ \Omega \qquad R_{31} = 95\ \Omega$

$\bar{U}_{12} = R_{12}\bar{J}_{12} \qquad \bar{U}_{23} = R_{23}\bar{J}_{23} \qquad \bar{U}_{31} = R_{31}\bar{J}_{31}$

Donc :

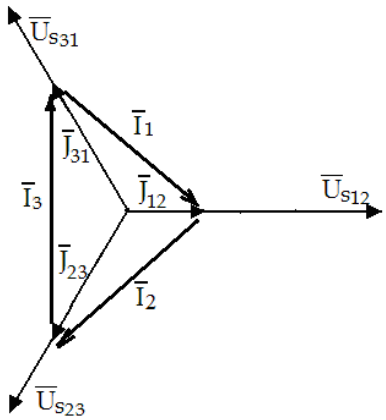
$$\bar{J}_{12} = \frac{\bar{U}_{12}}{R_{12}} = \frac{380}{190} = 2A$$

$$\bar{J}_{23} = \frac{\bar{U}_{23}}{R_{23}} = \frac{380e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{95} = 4e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -2 - j2\sqrt{3}\,[A]$$

$$\bar{J}_{31} = \frac{\bar{U}_{31}}{R_{31}} = \frac{380e^{j\frac{2\pi}{3}}}{95} = 4e^{j\frac{2\pi}{3}} = -2 + j2\sqrt{3}\,[A]$$

Et les courants composés en appliquant la loi des nœuds :

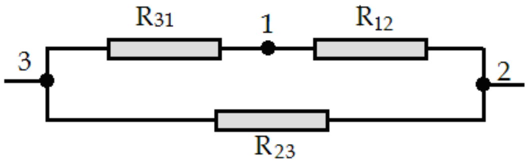
$$\begin{cases} \bar{I}_1 = \bar{J}_{12} - \bar{J}_{31} = 2 + 2 - j2\sqrt{3} = 4 - j2\sqrt{3} \\ \bar{I}_2 = \bar{J}_{23} - \bar{J}_{12} = -2 - j2\sqrt{3} - 2 = -4 - j2\sqrt{3} \\ \bar{I}_3 = \bar{J}_{31} - \bar{J}_{23} = -2 + j2\sqrt{3} + 2 + j2\sqrt{3} = j4\sqrt{3} \end{cases}$$



2)

Rupture du câble1

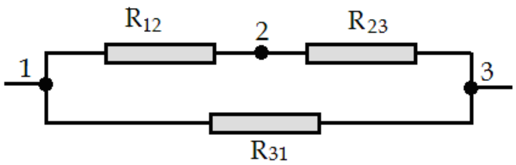
On retrouve le schéma suivant :



$$\begin{cases} U_{23} = 380\ \text{V(pas de changement)} \\ U_{31} = \dfrac{R_{31}}{R_{31}+R_{12}} U_{23} = \dfrac{95}{95+180} 380 = 253,3\text{V (baisse de tension)} \\ U_{12} = \dfrac{R_{12}}{R_{31}+R_{12}} U_{12} = \dfrac{180}{95+180} 380 = 126,6\text{V(baisse de tension)} \end{cases}$$

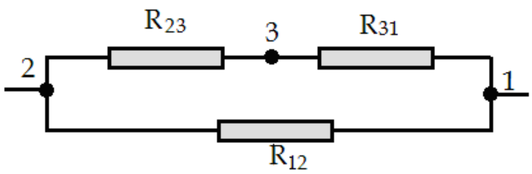
Rupture du câble2

On retrouve le schéma suivant :



$$\begin{cases} U_{31} = 380\ \text{V(pas de changement)} \\ U_{12} = \dfrac{R_{12}}{R_{12}+R_{23}} U_{31} = \dfrac{190}{95+190} 380 = 253,3\text{V(baisse de tension)} \\ U_{23} = \dfrac{R_{23}}{R_{12}+R_{23}} U_{31} = \dfrac{95}{95+190} 380 = 126,6\text{V(baisse de tension)} \end{cases}$$

Rupture du câble3



$$\begin{cases} U_{12} = 380\ \text{V(pas de changement)} \\ U_{23} = \dfrac{R_{23}}{R_{23}+R_{31}} U_{12} = \dfrac{95}{95+95} 380 = 190\text{V(baisse de tension)} \\ U_{31} = \dfrac{R_{31}}{R_{23}+R_{31}} U_{12} = \dfrac{95}{95+95} 380 = 190\text{V(baisse de tension)} \end{cases}$$

Exercice3

Une source triphasée en étoile de tension simple V=200 V alimente un groupe de 3 récepteurs couplés en étoile (avec fil neutre d'impédance nulle).

1) Déterminer les courants $\bar{J}_1$, $\bar{J}_2$, $\bar{J}_3$ et $\bar{I}_n$ dans les deux cas de figure suivants (prendre $\overline{V}_{S1}$ origine des phases) :

- $\overline{Z}_1 = 10\,\Omega \quad \overline{Z}_2 = -j10\sqrt{3}\ [\Omega] \quad \overline{Z}_3 = j10\sqrt{3}\ [\Omega]$
- $\overline{Z}_1 = 10\,\Omega \quad \overline{Z}_2 = j10\sqrt{3}\ [\Omega] \quad \overline{Z}_3 = -j10\sqrt{3}\ [\Omega]$

Illustrer graphiquement les résultats obtenus et commentez.

2) Déterminer la tension de déplacement du neutre dans les deux cas de figure précédents si il ya rupture du fil neutre. Commentez vos résultats.

Solution

1)

On a : $\overline{V}_{s1} = 200\ \text{V} \qquad \overline{V}_{s2} = 200e^{-j\frac{2\pi}{3}}\ [\text{V}] \qquad \overline{V}_{s3} = 200e^{j\frac{2\pi}{3}}\ [\text{V}]$

Le fil neutre existe donc :

$$\overline{V}_{s1} = \overline{V}_1 = \overline{Z}_1\overline{J}_1 \qquad \overline{V}_{s2} = \overline{V}_2 = \overline{Z}_2\overline{J}_2 \qquad \overline{V}_{s3} = \overline{V}_3 = \overline{Z}_3\overline{J}_3$$

1^e cas

$$\overline{Z}_1 = 10\,\Omega \qquad \overline{Z}_2 = -j10\sqrt{3}\ [\Omega] \qquad \overline{Z}_3 = j10\sqrt{3}\ [\Omega]$$

On en déduit les courants :

$$\left.\begin{array}{l} \bar{J}_1 = \dfrac{200}{10} = 20\text{A} \\ \bar{J}_2 = \dfrac{200e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{-j10\sqrt{3}} = \dfrac{j20}{\sqrt{3}}e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \dfrac{20}{\sqrt{3}}e^{-j\frac{2\pi}{3}}e^{j\frac{\pi}{2}} = = \dfrac{20}{\sqrt{3}}e^{-j\frac{\pi}{6}}[\text{A}] \\ \bar{J}_3 = \dfrac{200e^{j\frac{2\pi}{3}}}{j10\sqrt{3}} = -\dfrac{j20}{\sqrt{3}}e^{j\frac{2\pi}{3}} = \dfrac{20}{\sqrt{3}}e^{j\frac{2\pi}{3}}e^{-j\frac{\pi}{2}} = = \dfrac{20}{\sqrt{3}}e^{j\frac{\pi}{6}}[\text{A}] \end{array}\right\} \Rightarrow \bar{I}_N = \bar{J}_1 + \bar{J}_2 + \bar{J}_3 = 20 + \frac{20}{\sqrt{3}}e^{-j\frac{\pi}{6}} + \frac{20}{\sqrt{3}}e^{j\frac{\pi}{6}}$$

On trouve :

$$\bar{I}_N = \bar{J}_1 + \bar{J}_2 + \bar{J}_3 = 20 + \frac{20}{\sqrt{3}}(2\cos\frac{\pi}{6}) = 20 + \frac{20}{\sqrt{3}}2(\frac{\sqrt{3}}{2}) = 40\text{A}$$

2^e cas

$$\overline{Z}_1 = 10\,\Omega \qquad \overline{Z}_2 = j10\sqrt{3}\ [\Omega] \qquad \overline{Z}_3 = -j10\sqrt{3}\ [\Omega]$$

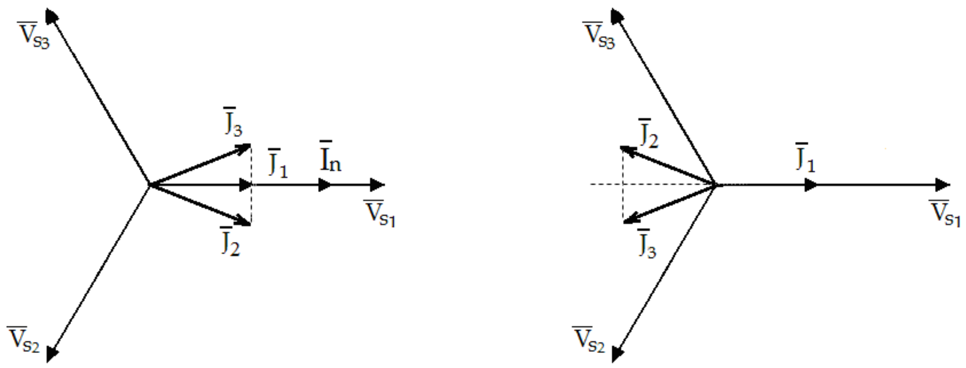
On en déduit les courants :

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{J}_1=\frac{200}{10}=20\text{A}\\
&\bar{J}_2=\frac{200e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{j10\sqrt{3}}=-\frac{j20}{\sqrt{3}}e^{-j\frac{2\pi}{3}}=\frac{20}{\sqrt{3}}e^{-j\frac{2\pi}{3}}e^{-j\frac{\pi}{2}}=\frac{20}{\sqrt{3}}e^{-j\frac{7\pi}{6}}[\text{A}]\\
&\bar{J}_3=\frac{200e^{j\frac{2\pi}{3}}}{-j10\sqrt{3}}=\frac{j20}{\sqrt{3}}e^{j\frac{2\pi}{3}}=\frac{20}{\sqrt{3}}e^{j\frac{2\pi}{3}}e^{+j\frac{\pi}{2}}==\frac{20}{\sqrt{3}}e^{j\frac{7\pi}{6}}[\text{A}]
\end{aligned}\right\}\Rightarrow \bar{I}_N=\bar{J}_1+\bar{J}_2+\bar{J}_3=20+\frac{20}{\sqrt{3}}e^{-j\frac{7\pi}{6}}+\frac{20}{\sqrt{3}}e^{j\frac{7\pi}{6}}$$

On trouve :

$$\bar{I}_N=\bar{J}_1+\bar{J}_2+\bar{J}_3=20+\frac{20}{\sqrt{3}}(2\cos\frac{7\pi}{6})=20+\frac{20}{\sqrt{3}}2(-\frac{\sqrt{3}}{2})=0$$

Les diagrammes vectoriels :



1e cas 2e cas

2)

La tension de déplacement du neutre, sachant que le fil neutre est coupé ($\Rightarrow \bar{z}_n \to \infty \;\Rightarrow\; \bar{y}_n=0$) :

1e cas

$$\bar{u}_n=\frac{\bar{V}_{s1}\bar{Y}_1+\bar{V}_{s2}\bar{Y}_2+\bar{V}_{s3}\bar{Y}_3}{\bar{Y}_1+\bar{Y}_2+\bar{Y}_3}=\frac{40}{\frac{1}{10}+\frac{1}{-j10\sqrt{3}}+\frac{1}{j10\sqrt{3}}}=400\text{V}$$

1e cas

$$\bar{u}_n=\frac{\bar{V}_{s1}\bar{Y}_1+\bar{V}_{s2}\bar{Y}_2+\bar{V}_{s3}\bar{Y}_3}{\bar{Y}_1+\bar{Y}_2+\bar{Y}_3}=\frac{0}{\frac{1}{10}+\frac{1}{-j10\sqrt{3}}+\frac{1}{j10\sqrt{3}}}=0$$

Dans le 1e cas il y'a une tension de déplacement très importante et le risque d'un grand déséquilibre en tension est à envisager, si il y'a rupture du fil neutre.
Pour le 2e cas, la tension de déplacement est nulle et les tensions restent donc équilibrées même en cas de rupture du fil neutre.