

### **1<sup>e</sup> Remarque importante**

Dans les exercices qui suivent les conventions de signe adoptées pour les consommations réactives sont, conformes à ceux choisis au chapitre2 (pages 8 et 9), à savoir :

- Consommation selfique  $Q < 0$
- Consommation capacitive  $Q > 0$

Ces conventions de signe découlent du fait que nous avons défini le déphasage  $\varphi$  entre tension et courant comme étant :  $\varphi = \varphi_J - \varphi_V$ .

Et par conséquent :

- $\varphi < 0 \Rightarrow$  le circuit est inductif (courant en retard par rapport à la tension)  
 $\varphi > 0 \Rightarrow$  le circuit est capacitif (courant en avance par rapport à la tension)

Il est tout à fait possible de prendre l'inverse :  $\varphi = \varphi_V - \varphi_J$ , on aurait eu les signes inversés.

Il faut comprendre que cela n'a pas d'importance, pourvu qu'on prenne soin de donner des signes contraires aux consommateurs inductifs (par exemple bobine, moteur, atelier etc) par rapport aux consommateurs capacitifs (condensateurs).

En électrotechnique, c'est souvent la tension (et non le courant) qui est la référence, notamment en terme d'origine de phase, d'où le choix de la définition du déphasage qui a été choisi dans ce cours.

### **2<sup>e</sup> Remarque importante**

Il est d'usage de considérer les machines comme étant des consommateurs inductifs, il n'y a pas lieu de le préciser dans les exercices. Le signe de la puissance réactive pour les moteurs (ou machines en général) est donc toujours négatif selon les conventions adoptées.

## **Exercice1**

### **Partie A**

Un atelier est alimenté à partir d'un réseau monophasé de 380 V, par une ligne composée de deux câbles. Chaque câble possède une résistance  $r_c$  de  $0,06 \Omega$  et une réactance  $x_c$  de  $0,08 \Omega$ .

L'atelier est constitué de:

- Un ensemble de machines consommant un courant total de 100 A avec un facteur de puissance de 0,8 sous la tension de 380 V.

- Un ensemble de lampes pour l'éclairage consommant une puissance totale de 1400 W pour une tension de 380 V ( $\cos\varphi=1$ ).

1) Etablir le bilan de puissances actives, réactives et apparentes de l'atelier. En déduire le courant total absorbé ainsi que le facteur de puissance global de l'atelier.

2) Quelle est la tension que doit fournir le réseau afin de maintenir la tension à 380 V aux bornes de l'atelier. En déduire la chute de tension occasionnée par la ligne. Est-elle admissible si on désire avoir une chute en pourcentage inférieure à 6,5 %? Déterminer le rendement de la ligne dans ces conditions. Conclusion.

### **Partie B**

On décide de procéder à l agrandissement de l'atelier. Pour cela, on place plusieurs machines supplémentaires ainsi qu'un réseau de lampes pour l'éclairage. Les machines absorbent une puissance de 19 kW avec un facteur de puissance de 0,8 sous 380 V, tandis que les lampes consomment une puissance de 1 kW pour une tension de 380 V.

- 1) Etablir le nouveau bilan de puissance. La chute de tension est-elle admissible dans ce cas? Que devient le rendement de la ligne ?
- 2) Afin de réduire la chute de tension, le responsable de l'atelier est prié de relever son facteur de puissance à 0,95. Quelle capacité doit-il placer pour obtenir ce résultat? Que devient la chute de tension et le rendement dans ces conditions ? Donnez vos conclusions.

**Solution**

**Partie A**

- 1) Etablissons le bilan des puissances :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Machines} \\ \quad \begin{cases} P_1 = 380.100.0,8 = 30400\text{W} \\ Q_1 = -380.100.0,6 = -22800\text{VAR} \end{cases} \\ \text{Lampes} \\ \quad \begin{cases} P_2 = 1400\text{W} \\ Q_2 = 0 \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_t = P_1 + P_2 = 30400 + 1400 = 31800\text{W} \\ Q_t = Q_1 + Q_2 = -22800\text{VAR} \end{array} \right.$$

On en déduit la puissance apparente globale, le courant total absorbé ainsi que le facteur de puissance :

$$S_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} = \sqrt{31800^2 + 22800^2} = 39129\text{VA} \Rightarrow J_t = \frac{S_t}{V} = \frac{39129}{380} = 103\text{A} \text{ et } \cos\varphi_t = \frac{P_t}{S_t} = 0,813$$

- 2) A partir des résultats précédents, on peut établir la chute de tension en utilisant la formule approchée de Kapp :

$$\Delta V = 2rJ_t \cos\varphi_t + 2xJ_t \sin\varphi_t$$

On remplace par les valeurs calculées, sachant qu'on a  $\cos\varphi = 0,813 \Rightarrow \sin\varphi = 0,582$  :

$$\Delta V = 2.0,06.103.0,813 + 2.0,08.103.0,582 \approx 19,7\text{V} \Rightarrow V_s = V + \Delta V = 380 + 19,7 \approx 400\text{V}$$

On obtient donc une chute en pourcentage de :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{19,7}{380} \approx 5,2\% < 6,5\%$$

Cette chute est donc parfaitement admissible.

Le rendement dans ces conditions vaut :

$$\eta = \frac{P_t}{P_t + 2rJ_t^2} = \frac{31800}{31800 + 2.0,06.103^2} \approx 96\%$$

**Partie B**

- 1) On établit le nouveau bilan des puissances, compte tenu de l'agrandissement de l'atelier, en posant  $P_m$  et  $Q_m$  comme étant les puissances actives et réactives des machines supplémentaires et  $P_\ell$  et  $Q_\ell$  celles des lampes :

$$\left\{ \begin{array}{l} P'_t = P_t + P_m + P_\ell \\ Q'_t = Q_t + Q_m + Q_\ell \end{array} \right.$$

**Machines supplémentaires**

$$P_m = 19\text{kW} \Rightarrow Q_m = P_m \operatorname{tg}\varphi_m = 19000 \operatorname{tg}(\arccos(0,8)) = -14250\text{VAR}$$

**Lampes**

$$P_\ell = 1000\text{W} \quad \text{et} \quad Q_\ell = 0$$

### Bilan total

$$\begin{cases} P'_t = P_t + P_m + P_\ell = 31800 + 19000 + 1000 = 51800 \text{W} \\ Q'_t = Q_t + Q_m + Q_\ell = -22800 - 14250 = -37050 \text{VAR} \end{cases}$$

On en déduit la puissance apparente globale, le courant total absorbé ainsi que le facteur de puissance :

$$S'_t = \sqrt{P'^2 + Q'^2} = \sqrt{51800^2 + 37050^2} = 63686 \text{VA} \Rightarrow$$

$$J'_t = \frac{S'_t}{V} = \frac{63586}{380} = 167,6 \text{A} \text{ et } \cos\varphi'_t = \frac{P'_t}{S'_t} = 0,813$$

La chute de tension en utilisant la formule approchée de Kapp devient:

$$\Delta V = 2rJ'_t \cos\varphi'_t + 2xJ'_t \sin\varphi'_t$$

Avec  $\cos\varphi'_t = 0,813 \Rightarrow \sin\varphi'_t = 0,582$

$$\Delta V = 2rJ'_t \cos\varphi'_t + 2xJ'_t \sin\varphi'_t = 2.0,06.167,6.0,813 + 2.0,08.167,6.0,582 \approx 32 \text{V} \Rightarrow$$

$$Vs = V + \Delta V = 380 + 32 = 412 \text{V}$$

On obtient donc une chute en pourcentage de :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{32}{380} \approx 8,4\% > 6,5\%$$

Cette chute est donc trop élevée et il peut y avoir des conséquences dans le fonctionnement correct des différents récepteurs.

Le rendement dans ces conditions :

$$\eta = \frac{P'_t}{P'_t + 2rJ'^2} = \frac{51800}{51800 + 2.0,06.167,6^2} \approx 94\%$$

On note également une baisse du rendement de la ligne. L'agrandissement de l'atelier influe donc de façon notable sur la qualité de la distribution.

2) Etablissons de nouveau le bilan des puissances en imposant un facteur de puissance de 0,95 et en gardant la même valeur de la puissance active puisque les capacités ne fournissent que de la puissance réactive:

$$\begin{cases} P''_t = P'_t = 51800 \text{W} \\ Q''_t = P''_t \operatorname{tg}\varphi''_t = 51800 \operatorname{tg}(\operatorname{arc cos} 0,95) = -17026 \text{VAR} \end{cases}$$

La valeur de la capacité à placer est donnée par la différence des deux puissances réactives :

$$Q_c = |Q''_t - Q'_t| = V^2 C \omega = 37050 - 17026 = 20024 \text{VAR} \Rightarrow C = \frac{Q_c}{V^2 \omega} = \frac{20024}{380^2 2\pi.50} \approx 440 \mu\text{F}$$

La nouvelle puissance apparente globale et le courant total absorbé:

$$S''_t = \sqrt{P''^2 + Q''^2} = \sqrt{51800^2 + 17026^2} = 54526 \text{VA} \Rightarrow J''_t = \frac{S''_t}{V} = \frac{54526}{380} = 143,5 \text{A}$$

La chute de tension devient:

$$\Delta V = 2rJ''_t \cos\varphi''_t + 2xJ''_t \sin\varphi''_t$$

Avec  $\cos\varphi''_t = 0,95 \Rightarrow \sin\varphi''_t = 0,312$

$$\Delta V = 2rJ''_t \cos\varphi''_t + 2xJ''_t \sin\varphi''_t = 2.0,06.143,5.0,95 + 2.0,08.143,5.0,312 \approx 23,5 \text{V} \Rightarrow$$

$$Vs = V + \Delta V = 380 + 23,5 = 403,5 \text{V}$$

On obtient donc une chute en pourcentage de :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{23,5}{380} \approx 6,2\% < 6,5\%$$

Ce qui est un bon résultat, et il reste à évaluer le rendement de la ligne dans ces nouvelles conditions :

$$\eta = \frac{P_t''}{P_t'' + 2rJ_t^2} = \frac{51800}{51800 + 2.0,06.143,5^2} \approx 95\%$$

Le rendement est donc aussi amélioré, ce qui était prévisible puisque l'apport capacitatif a réduit le courant de ligne global de l'atelier. On voit l'intérêt de la compensation dans ces conditions.

### Exercice2

Une boulangerie industrielle est alimentée par un réseau 500 V, 50 Hz et comprend les récepteurs suivants :

- 5 pétrins identiques entraînés chacun par un moteur dont la plaque signalétique comporte les indications : 500V,  $\cos\varphi=0,7$ ,  $P_u=6,5\text{kW}$ ,  $\eta=0,8$ .
- Un four à résistances dont la tension nominale est de 500V
- 5 capacités de  $250\mu\text{F}$  chacune et dont la tension nominale est de 500V
- 10 lampes à fluorescence, chaque lampe portant les indications : 500W, 250V,  $\cos\varphi=0,5$  (selfique)

1) Montrer par un schéma clair le montage que l'on doit effectuer pour alimenter correctement tous les récepteurs.

2) Quelle est la puissance du four si les mesures de V et J relevées aux bornes des ampèremètre et voltmètre (voir figure) sont :

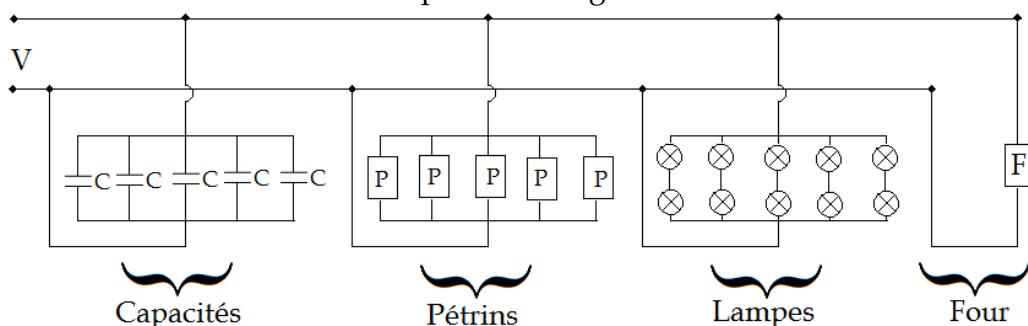
$$V = 500 \text{ V} \quad \text{et} \quad J = 278 \text{ A}$$

3) Quelle est la chute de tension si on donne l'impédance de chaque câble d'alimentation :  $\bar{z}_c = 0,08 + j0,1 \text{ } [\Omega]$ . Commentaires.

4) Evaluer cette même chute si les capacités sont débranchées. Commentaires et conclusions.

### Solution

1) Le schéma est le suivant et il faut noter qu'il faut placer deux lampes en série pour leur assurer le fonctionnement nominal sous peine de les griller :



2) La puissance apparente de l'ensemble des récepteurs peut être calculée puisque la tension et le courant de ligne sont mesurés :

$$V = 500 \text{ V} \quad J_t = 278 \text{ A} \Rightarrow S_t = V \cdot J_t = 500 \cdot 278 = 139 \text{ kVA}$$

### Le bilan total

$$\begin{cases} P_t = P_f + P_p + P_c + P_\ell \\ Q_t = Q_f + Q_p + Q_c + Q_\ell \end{cases} \Rightarrow S_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2}$$

**Pétrins**

$$P_p = 5 \times \frac{6500}{0,8} = 40625W \quad Q_p = P_p \operatorname{tg}(\arccos 0,7) = -41466\text{Var}$$

**Capacités**

$$P_c = 0 \quad Q_c = 5 \times (500)^2 \times 250 \times 10^{-6} \times 100 \times \pi = 98175\text{VAR}$$

**Lampes**

$$P_\ell = 10 \times 500 = 5000W \quad Q_\ell = P_\ell \operatorname{tg}(\arccos 0,5) = -8660\text{VAR}$$

La puissance du four se déduit des calculs précédents :

$$\begin{cases} P_t = P_f + P_p + P_c + P_\ell = P_f + 40625 + 0 + 5000 = 45625 + P_f \\ Q_t = Q_f + Q_p + Q_c + Q_\ell = 0 - 41466 + 98175 - 8660 = 48069\text{VAR} \\ S_t = \sqrt{48069^2 + (45625 + P_f)^2} \end{cases}$$

On obtient donc  $P_f$  :

$$45625 + P_f = \sqrt{139000^2 - 48069^2} \Rightarrow P_f = \sqrt{139000^2 - 48069^2} - 45625 = 84800W$$

**3) Chute de tension**

La formule de Kapp :

$$\Delta V = 2 \times (0,08 \times 278 \times \cos \varphi_t - 0,1 \times 278 \times |\sin \varphi_t|) \quad (\text{capacitif})$$

Les puissances  $P_t$  et  $Q_t$  :

$$\begin{cases} P_t = 45625 + P_f = 45625 + 84800 = 130425W \\ Q_t = 48069\text{VAR} \end{cases}$$

On en déduit :

$$\cos \varphi_t = \frac{P_t}{S_t} = \frac{130425}{139000} = 0,938 \quad \Rightarrow \quad \sin \varphi_t = +0,346 \quad (\text{capacitif})$$

Et la chute de tension :

$$\Delta V = 2 \times (0,08 \times 278 \times 0,938 - 0,1 \times 278 \times 0,346) \approx 22,5V$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} \approx 4,5\% \quad \text{et} \quad V_s = V + \Delta V = 522,5V$$

**4) Capacités débranchées**

La puissance active reste inchangée mais le courant total est modifié puisque l'apport capacitif est éliminé :

$$\left. \begin{array}{l} P'_t = 130425W = P_t \\ Q'_t = -41446 - 8660 = -50106\text{Var} \text{(selfique)} \end{array} \right\} \Rightarrow S'_t = \sqrt{P'^2 + Q'^2} = 139719\text{VAR}$$

$$\Rightarrow J'_t = \frac{S'_t}{V} = 279,5A \quad \text{et} \quad \cos \varphi'_t = \frac{P'_t}{S'_t} = \frac{130425}{139719} = 0,933 \quad \Rightarrow \quad \sin \varphi'_t = -0,359$$

On obtient :

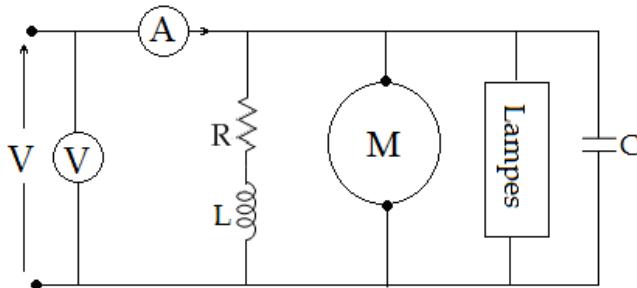
$$\Delta V = 2 \times [0,08 \times 279,5 \times 0,933 + 0,1 \times 279,5 \times 0,359]$$

$$\Delta V \approx 61,8V \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} \approx 12,35\% \quad \text{et} \quad V_s \approx 562V$$

On note que la chute de tension est très importante alors que le courant n'a pas beaucoup augmenté, ce qui montre l'influence de la nature de la charge (capacitive ou selfique) dans la qualité d'une ligne de distribution.

### Exercice3

Une installation électrique est alimentée à partir d'un réseau monophasé de 220 V et comprend les récepteurs suivants :



- 3 lampes de 112 W chacune,
- une bobine dont l'impédance équivalente est  $\bar{Z}_B = 66 + j88 [\Omega]$ ,
- une capacité fournissant une puissance réactive de 152 VAR.
- un moteur qui possède les caractéristiques : 220 V,  $|\operatorname{tg}\varphi_m| = 0,5$  et  $\eta_m = 0,85$  ;

On désire connaître les caractéristiques du moteur, pour cela on effectue deux mesures au niveau de l'installation globale (voir schéma). On trouve :

$$J=25 \text{ A}, \quad V=220 \text{ V}$$

- 1) Déterminer la puissance active absorbée par le moteur. En déduire la puissance utile fournie par le moteur puis le facteur de puissance global de l'installation.
- 2) Quelle est la tension que doit fournir le réseau afin de maintenir la tension à 220 V aux bornes de l'installation si la caractéristique de chaque câble d'alimentation est donnée par :  $\bar{z}_c = 0,35 + j0,75 [\Omega]$ . En déduire la chute de tension occasionnée par la ligne (proposer deux méthodes puis comparer les résultats). Est-elle admissible si on désire avoir une chute en pourcentage inférieure à 6 % ?

### Solution

1) Etablissons le bilan des puissances :

Lampes $\begin{cases} P_L = 3 \cdot 112 = 336 \text{ W} \\ Q_L = 0 \end{cases}$	Bobines $\begin{cases} J_B = \frac{V}{Z_B} = \frac{220}{\sqrt{66^2 + 88^2}} = 2 \text{ A} \\ P_B = R_B J_B^2 = 66 \cdot 2^2 = 264 \text{ W} \\ Q_B = -X_B J_B^2 = -88 \cdot 2^2 = -352 \text{ VAR} \end{cases}$
Capacités $\begin{cases} P_C = 0 \\ Q_C = 152 \text{ VAR} \end{cases}$	Moteur $\begin{cases} \operatorname{Moteur} \text{ toujours selfique donc :} \\  \operatorname{tg}\varphi_m  = 0,5 \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi_m = -0,5 = \frac{Q_M}{P_M} \\ \Rightarrow Q_M = -0,5 P_M \end{cases}$

Le bilan total :

$$\begin{cases} P_T = P_L + P_C + P_B + P_M = 336 + 0 + 264 + P_M = 600 + P_M \\ Q_T = Q_L + Q_C + Q_B + Q_M = 0 + 152 - 352 - 0,5P_M = -200 - 0,5P_M \end{cases}$$

On exprime la puissance apparente globale :

$$S_t = VJ_t = 220.25 = 5500 \text{VA}$$

Et on a d'autre part :

$$\begin{aligned} S_t &= VJ_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} = \sqrt{(600 + P_M)^2 + [200 + 0,5P_M]^2} = 5500 \text{VA} \\ \Rightarrow 5500^2 &= (600 + P_M)^2 + [200 + 0,5P_M]^2 \end{aligned}$$

On trouve :

$$P_M \approx 4359 \text{W} \quad \text{et} \quad Q_M \approx -2179 \text{VAR}$$

La puissance utile est égale à la puissance absorbée au rendement près, on a donc :

$$P_U = \eta P_M = 0,85 \cdot 4359 = 3705 \text{W}$$

Et le facteur de puissance global :

$$\cos \varphi_t = \frac{P_t}{S_t} = \frac{600 + P_M}{5500} = \frac{600 + 4359}{5500} \approx 0,9$$

2) La chute de tension:

a) 1<sup>e</sup> méthode : *Loi des mailles*

$$\bar{V}_s = 2\bar{Z}_c \bar{J}_t + \bar{V} = 2(r_c + jx_c) \bar{J}_t + \bar{V}$$

Prenons  $\bar{V}$  comme étant l'origine des phases, on aura alors :

$$\bar{J}_t = J_t \cos \varphi_t + jJ_t \sin \varphi_t = 25.0,9 - j25.0,436 = 22,5 - j10,9 \text{ [A]}$$

On a donc :

$$\begin{aligned} \bar{V}_s &= 2(0,35 + j0,75)(22,5 - j10,9) + 220 = 252 + j26 \text{ [V]} \\ \Rightarrow \|\bar{V}_s\| &= \sqrt{252^2 + 26^2} \approx 253 \text{V} \end{aligned}$$

b) 2<sup>e</sup> méthode : *Formule de Kapp*

$$\Delta V = 2r_c J_t |\cos \varphi_t| + 2x_c J_t |\sin \varphi_t|$$

On remplace par les valeurs calculées :

$$\Delta V = 2 \cdot 0,35 \cdot 25.0,9 + 2 \cdot 0,75 \cdot 25.0,436 \approx 32 \text{V} \Rightarrow V_s = V + \Delta V = 220 + 32 \approx 252 \text{V}$$

On note que ce résultat est très proche de la valeur exacte calculée précédemment.

On obtient donc une chute en pourcentage de :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{32}{220} \approx 14,5\% \gg 6\%$$

Ce résultat est clairement inadmissible et il semble que le câble d'alimentation soit mal dimensionné.

#### Exercice4

Reprendre le schéma de l'installation de l'exercice 3 : il s'agit cette fois d'un atelier alimenté à partir d'un réseau monophasé de 200 V et qui comprend les récepteurs suivants :

- 4 lampes d'impédances  $400\Omega$  chacune,
- une bobine qui absorbe une puissance réactive de 400 VAR et active de 100W.

- une capacité ayant pour valeur :  $C = (50/\pi)\mu F$ ,

- un moteur qui possède les caractéristiques :  $U=200 V$ ,  $|\operatorname{tg}\varphi_m| = 0,5$  et  $\eta_m = 0,85$

On désire connaître les caractéristiques du moteur, pour cela on effectue deux mesures au niveau de l'installation globale (voir schéma). On trouve :

$$J_t = 25 A, \quad V = 200 V.$$

- 1) Déterminer la puissance active absorbée par le moteur. En déduire la puissance utile fournie par le moteur puis le facteur de puissance global de l'installation.
- 2) Déterminer l'impédance équivalente  $\bar{Z} = R + jX$  de l'atelier ainsi que les courants  $\bar{J}_b, \bar{J}_m, \bar{J}_c$  et  $\bar{J}_c$  de chaque récepteur. Vérifier que l'on a bien  $|\bar{J}_b + \bar{J}_m + \bar{J}_c + \bar{J}_c| = 25 A$ .
- 3) On désire relever le facteur de puissance à 0,95. Proposer une solution pour arriver à ce résultat.

### Solution

1) Etablissons le bilan des puissances :

Lampes	$\begin{cases} P_L = 4 \cdot \frac{V^2}{R_L} = 4 \cdot \frac{200^2}{400} = 400 W \\ Q_L = 0 \end{cases}$	Bobines	$\begin{cases} P_B = 100 W \\ Q_B = -400 VAR \end{cases}$
--------	--	---------	---

Capacités	$\begin{cases} P_C = 0 \\ Q_C = -\frac{V^2}{X_C} = -\frac{V^2}{\left(-\frac{1}{C\omega}\right)} = V^2 C\omega = 200^2 \frac{50}{\pi} 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 50 = 200 VAR \end{cases}$
-----------	---

Moteur	$\begin{cases} \text{Moteur toujours selfisque donc :} \\  \operatorname{tg}\varphi_m  = 0,5 \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi_m = -0,5 = \frac{Q_M}{P_M} \\ \Rightarrow Q_M = -0,5 P_M \end{cases}$
--------	---

Le bilan total :

$$\begin{cases} P_T = P_L + P_C + P_B + P_M = 400 + 0 + 100 + P_M = 500 + P_M \\ Q_T = Q_L + Q_C + Q_B + Q_M = 0 + 200 - 400 - 0,5 P_M = -200 - 0,5 P_M \end{cases}$$

On exprime la puissance apparente globale :

$$S_t = V J_t = 200 \cdot 25 = 5000 VA$$

Et on a d'autre part :

$$\begin{aligned} S_t &= V J_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} = \sqrt{(500 + P_M)^2 + [200 + 0,5 P_M]^2} = 5000 VA \\ \Rightarrow \quad 5000^2 &= (500 + P_M)^2 + [200 + 0,5 P_M]^2 \end{aligned}$$

On trouve :

$$P_M \approx 3992 W \quad \text{et} \quad Q_M \approx -1996 VAR$$

La puissance utile est égale à la puissance absorbée au rendement près, on a donc :

$$P_U = \eta P_M = 0,85 \cdot 3992 = 3393,2 W$$

Et le facteur de puissance global :

$$\cos \varphi_t = \frac{P_t}{S_t} = \frac{500 + P_M}{5000} = \frac{500 + 3992}{5000} \approx 0,9$$

2) L'impédance équivalente  $\bar{Z} = R + jX$

$$P_T = 500 + P_M = 500 + 3992 = 4492 = RJ_t^2$$

$$Q_T = -200 - Q_M = -200 - 1996 = -2196 = -XJ_t^2$$

On en déduit :

$$R = \frac{P_T}{J_t^2} = \frac{4492}{25^2} \approx 7,2\Omega \quad \text{et} \quad X = -\frac{Q_T}{J_t^2} = \frac{2196}{25^2} = 3,5\Omega \Rightarrow \\ \bar{Z} = R + jX = 7,2 + j3,5 [\Omega]$$

Les courants partiels :

Lampes	$\begin{cases} J_{La} = \frac{P_L}{V} = \frac{400}{200} = 2A \\ J_{Lr} = 0 \end{cases} \Rightarrow \bar{J}_L = 2[A]$
Bobines	$\begin{cases} J_{Ba} = \frac{P_B}{V} = \frac{100}{200} = 0,5A \\ J_{Br} = \frac{Q_B}{V} = -\frac{400}{200} = -2A \end{cases} \Rightarrow \bar{J}_B = 0,5 - j2[A]$
Capacités	$\begin{cases} J_{Ca} = \frac{P_C}{V} = 0 \\ J_{Cr} = \frac{Q_C}{V} = -\frac{200}{200} = -1A \end{cases} \Rightarrow \bar{J}_C = j[A]$
Moteur	$\begin{cases} J_{Ma} = \frac{P_M}{V} = \frac{3992}{200} \approx 20A \\ J_{Mr} = \frac{Q_M}{V} = -\frac{1996}{200} \approx -10A \end{cases} \Rightarrow \bar{J}_M = 20 - j10[A]$

On en déduit le courant total:

$$\Rightarrow \bar{J}_T = \bar{J}_L + \bar{J}_B + \bar{J}_C + \bar{J}_M = 2 + 0,5 - j2 + j + 20 - j10 = 22,5 - j11[A]$$

$$\text{Et donc } \Rightarrow J_T = |\bar{J}_L + \bar{J}_B + \bar{J}_C + \bar{J}_M| = \sqrt{22,5^2 + 11^2} = 25A$$

3) Etablissons de nouveau le bilan des puissances en imposant un facteur de puissance de 0,95 et en gardant la même valeur de la puissance active puisque les capacités ne fournissent que de la puissance réactive:

$$\begin{cases} P'_T = P_T = 4492W \\ Q'_T = P_T \operatorname{tg}\varphi_t = 4492 \operatorname{tg}(\operatorname{arc cos} 0,95) = -1476,5 \text{ VAR} \end{cases}$$

La valeur de la capacité à placer est donnée par la différence des deux puissances réactives :

$$Q_c = |Q'_T - Q_T| = V^2 C \omega = 2196 - 1476,5 = 719,5 \text{ VAR} \Rightarrow C = \frac{Q_c}{V^2 \omega} = \frac{719,5}{200^2 2\pi \cdot 50} \approx 57,3 \mu\text{F}$$