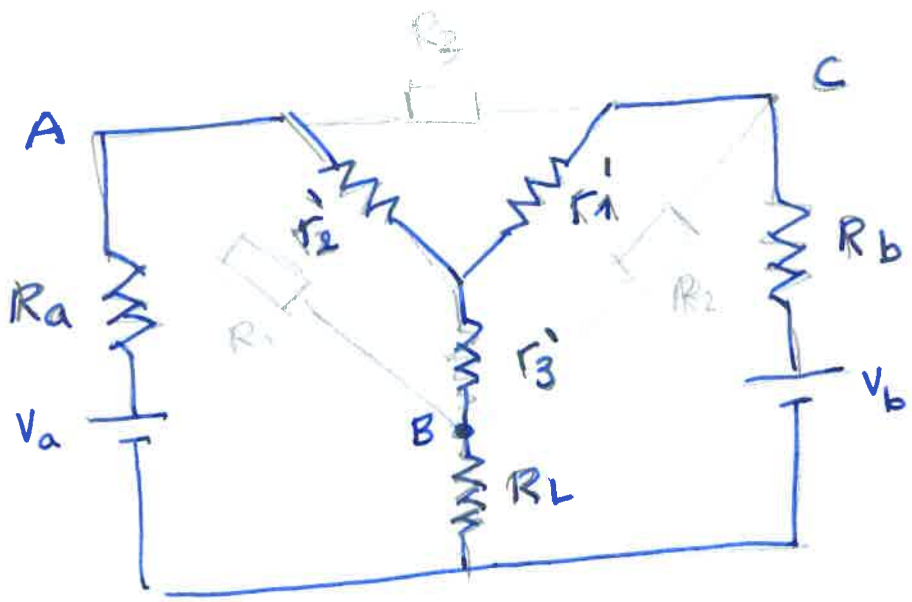
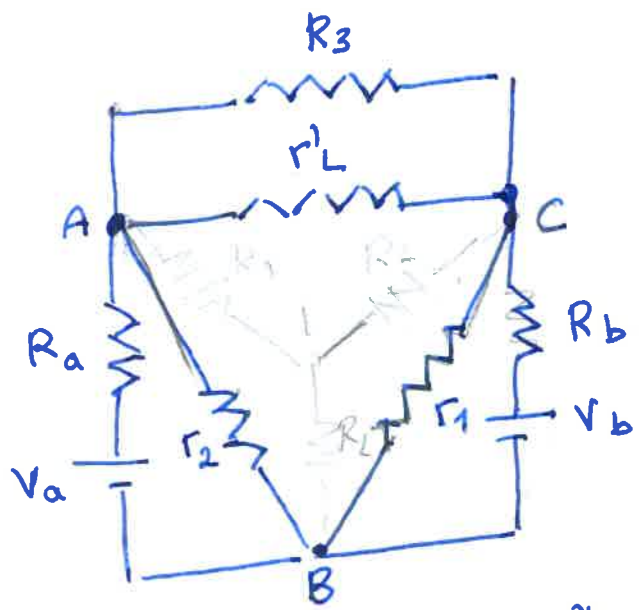
Exercice 4

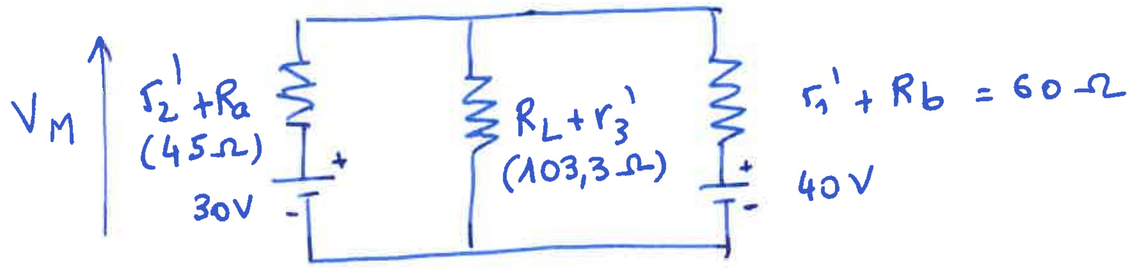
Si nous transformons le triangle ($R_1 R_2 R_3$) en étoile r_1, r_2, r_3, nous obtiendrions le schéma suivant :



Si nous transformons l'étoile $R_1 R_2 R_L$ en triangle r_1, r_2, r_L, nous obtiendrions ce qui suit :



Cette deuxième configuration ne se prête pas aux calculs.
Il est préférable d'utiliser la première configuration comportant des éléments en série.



Comme nous avons utilisé une (configuration) transformation ($\Delta - Y$) alors

$$r_1' = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{600}{60} = 10\,\Omega$$

$$r_2' = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{300}{60} = 5\,\Omega$$

$$r_3' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{200}{60} = 3{,}33\,\Omega$$

Nous déterminons à present les courants en utilisant les théorèmes usuels. En utilisant Millman (Exercice 8), on obtient.

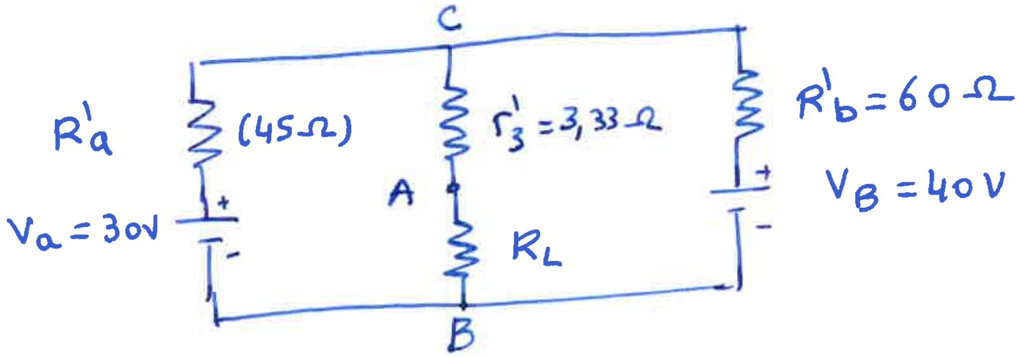
$$V_M = \frac{\frac{V_A}{45} + \frac{V_B}{60}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{103{,}3} + \frac{1}{60}} = \frac{\frac{30}{45} + \frac{40}{60}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{103{,}3} + \frac{1}{60}} = 27{,}45\,V$$

d'où $$I_a = \frac{V_A - V_M}{45} = 56{,}66\ mA$$

$$I_b = \frac{V_B - V_M}{60} = 209{,}16\ mA$$

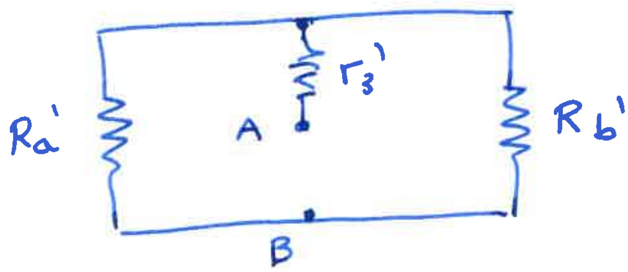
Exercice 5

1) Reprenons les résultats de l'exercice précédent :



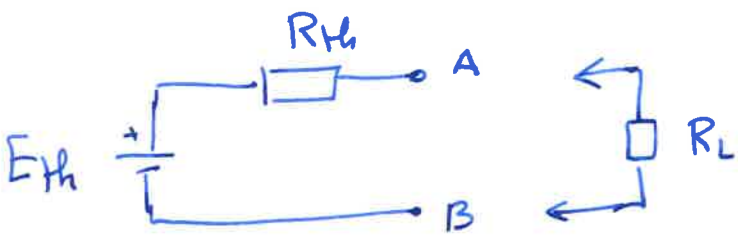
Déterminons la résistance de Thévenin entre A et B

(Sources V_a et V_B désactivées)



$$R_{Th} = r_3' + R_a' // R_b' = 3,33 + \frac{45 \times 60}{105} = 29,04\,\Omega.$$

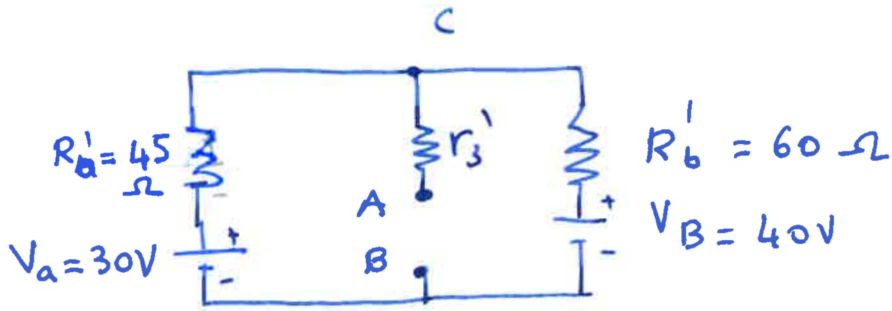
Le circuit est alors équivalent à



Selon les résultats du TP 1, la résistance permettant un transfert max de puissance est $R_L = R_{Th} = 29,04\,\Omega$.

2) Détermination de la puissance dissipée :

Il est nécessaire de déterminer E_{Th}.

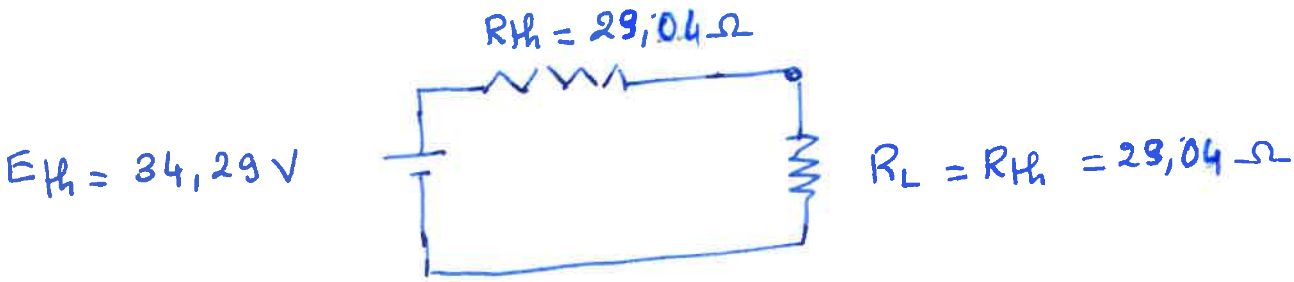


$V_{AB} = V_{CB} = V_C = V_a - R'_a \cdot I$

avec $I = \frac{V_A - V_B}{R'_a + R'_b} = \frac{-10}{105} = -95,24\,mA$

$\Rightarrow V_C = V_a - R'_a I = 30 + 45 \times (0,09524) = 34,29\,V$.

Le schema équivalent final est :



La tension aux bornes de la charge vaut $v_L = \frac{E_{Th}}{2} = 17,15$

Le courant vaut $I_L = \frac{E_{Th}}{2 R_{Th}} = 590\,mA$

d'où $P_L = V_L \cdot I_L = 10,13$ Watts.

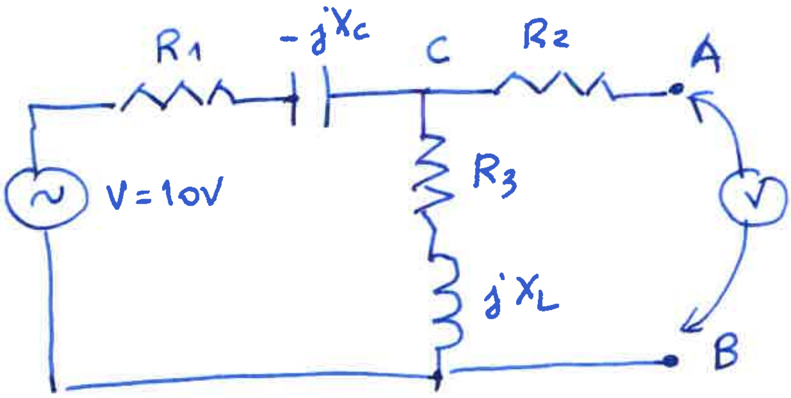
Exercice 6

1) Générateur de Thévenin :

i) $E_{Th} = ?$

Comme R_2 n'est traversée par aucun courant alors $V_A = V_C$

et donc

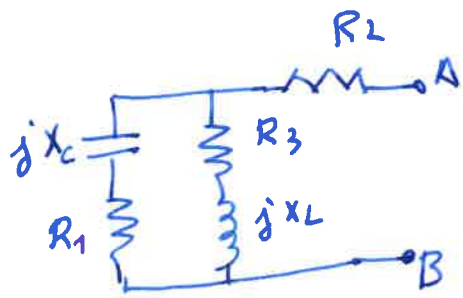


$$E_{Th} = V_{CB} = \frac{R_3 + jX_L}{R_1 + R_2 + j(X_L + X_C)} V = \frac{10(15 + j15)}{25} = 6(1 + j)$$

$$E_{Th} = 8{,}49 \angle 45° \text{ volts.}$$

ii) $Z_{Th} = ?$:

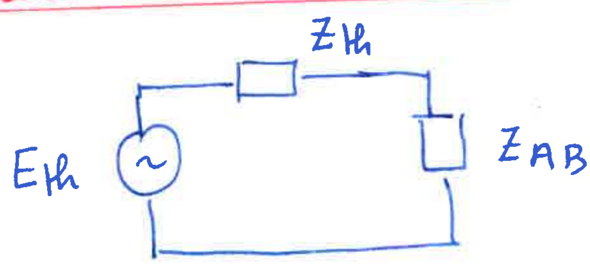
En désactivant la source de tension



$$Z_{Th} = Z_{AB} = R_2 + (R_3 + jX_L) // (R_1 + jX_C)$$

$$= 20 + \frac{(15 + j15)(10 - j15)}{25} = (35 - j3)\ \Omega$$

2°) Impédance réalisant un transfert max de puissance

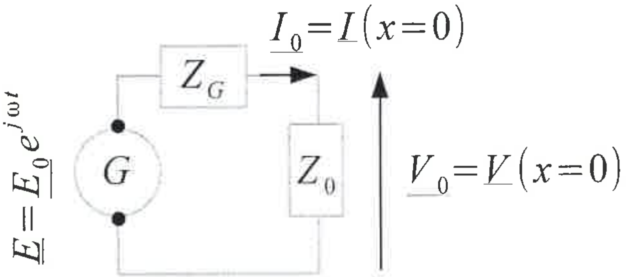


On montre que $Z_{AB} = Z_{Th}^{*} = (35 + j3)\ \Omega$

(voir démonstration ci-après).

Du générateur vers la ligne (1/4)

- Trouvons la condition pour que le générateur puisse transmettre un maximum de puissance :
  - La charge Z_R ramenée à l'entrée de la ligne vaut $Z_0 = R_0 + j X_0$,



$$P_0 = P(x=0) = \frac{1}{2} \Re\left(\underline{V}_0 \underline{I}_0^*\right)$$

  - Comment choisir Z_0 afin de tirer un maximum de puissance du générateur ?

Du générateur vers la ligne (2/4)

- Calcul de la puissance active absorbée par la charge :

$$P_0 = \frac{1}{2} \Re\left(V_0 I_0^*\right) = \frac{1}{2} \Re\left(\left(\frac{Z_0}{Z_0 + Z_G} E_0\right)\left(\frac{E_0}{Z_0 + Z_G}\right)^*\right)$$

$$P_0 = \frac{1}{2} |E_0|^2 \Re\left(\left(\frac{Z_0}{Z_0 + Z_G}\right)\left(\frac{1}{Z_0 + Z_G}\right)^*\right) = \frac{1}{2} |E_0|^2 \cdot \frac{R_0}{|Z_0 + Z_G|^2}$$

$$P_0 = \frac{1}{2} |E_0|^2 \frac{R_0}{(R_0 + R_G)^2 + (X_0 + X_G)^2}$$

- Afin de rendre maximum cette quantité, il faut annuler la composante réactive et donc (première condition) :

$$X_0 = -X_G$$

- Quelle est la valeur de R_0 qui maximise P_0 ?

Du générateur vers la ligne (3/4)

- Comme on a pris $X_0 = -X_G$ alors

$$P_0 = \frac{1}{2}|E_0|^2 \frac{R_0}{(R_0+R_G)^2}$$

- La dérivée par rapport à R_0 donne :

$$\frac{\partial P_0}{\partial R_0} = \frac{1}{2}|E_0|^2 \frac{(R_0+R_G)^2 - 2R_0(R_0+R_G)}{(R_0+R_G)^4} = \frac{1}{2}|E_0|^2 \frac{(R_G-R_0)}{(R_0+R_G)^3}$$

- Le maximum est atteint quand (deuxième condition) :

$$R_0 = R_G$$

- La puissance maximale que peut transmettre le générateur (la puissance disponible du générateur) vaut :

$$P_{disponible} = \frac{1}{8}\frac{|E_0|^2}{R_G} = \frac{1}{4}\frac{|E_0|^2_{eff}}{R_G}$$

Du générateur vers la ligne (4/4)

- Les conditions de transfert maximal de puissance du générateur vers la ligne sont donc :

  - $X_0 = -X_G$
  - $R_0 = R_G$

Que nous résumons par :

$$Z_0 = Z_G^*$$