TD3 de physique4
(Onde acoustique dans les fluides et dans les solides)

Matière : Physique4

Physique4, ENP (2021-2022), Pr B. Demri, Dr A. Djili, Dr I. Djouada et Dr S. Mermoul

Plan

- ☑ ***Rappel de cours***
- ❑ ***Corrigé de l'exercice 5***
- ❑ ***Corrigé de l'exercice 9***
- ❑ ***Questions et réponses***

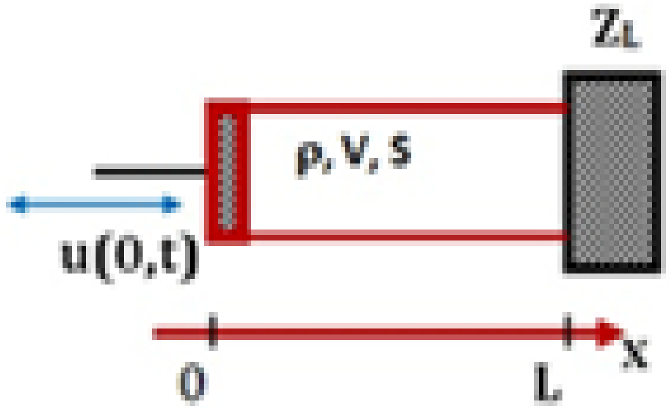
Exercice 5

A- Etude de déplacement des particules

1-Calculer A et B ?

$$u(x,t) = u_i(x,t) + u_r(x,t)$$

$$u(x,t) = u_i e^{j(wt-k_1x)} + u_r e^{j(wt+k_1x)}$$



Exercice 5

En $x = 0$, on a $\Rightarrow u(o,t) = u_0 \Rightarrow$ $\boxed{A + B = u_0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)}$

On a la relation $\Rightarrow$ $p(x,t) = -\kappa \dfrac{\partial u}{\partial x}$

$\Rightarrow$ $p(x,t) = -\kappa\left(-jkAe^{j(wt-k_1x)} + jkBe^{j(wt+k_1x)}\right)$

Exercice 5

$$p(x,t) = -jk\kappa\left(-Ae^{j(wt-k_1x)} + Be^{j(wt+k_1x)}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

En x=L

$$\frac{P(L,t)}{S\dot{u}(L,t)} = Z_L \quad\Rightarrow\quad p(l,t) = SZ_L\,\dot{u}(L,t)$$

$$p(l,t) = SZ_L\left(jwAe^{j(wt-k_1x)} + jwBe^{j(wt+k_1x)}\right)\ldots\ldots\ldots(3)$$

(2) et (3)

$$-jk\kappa\left(-Ae^{j(wt-k_1x)} + Be^{j(wt+k_1x)}\right) = SZ_L\left(jwAe^{j(wt-k_1x)} + jwBe^{j(wt+k_1x)}\right)$$

Exercice 5

$$Z_0 A e^{-jkL} - Z_0 B e^{jkL} = Z_L A e^{-jkL} + Z_L B e^{jkL} \quad (4)$$

Avec: $Z_0 = \dfrac{k\kappa}{Sw} = \dfrac{\rho v}{s}$

$$B = u_0 - A$$

$$(1) \text{ et } (4) \Rightarrow A = \frac{(Z_L + Z_0) u_0 e^{jkL}}{2(Z_0 \cos kL + jZ_L \sin kL)}$$

$$B = \frac{(Z_L - Z_0) u_0 e^{-jkL}}{2(Z_0 \cos kL + jZ_L \sin kL)}$$

Exercice 5

2- Paroi rigide en x=L

$$Z_L = \infty \iff \dot{u}(L,t) = 0$$

$$a - U(x,t) = u(x)e^{j(wt+\emptyset)} ?$$

$$A = \frac{(Z_L + Z_0)u_0 e^{jkL}}{2(Z_0 \cos kL + jZ_L \sin kL)} \Rightarrow A = \frac{u_0 e^{jkL}}{2j \sin kL}$$

$$B = \frac{(Z_L - Z_0)u_0 e^{-jkL}}{2(Z_0 \cos kL + jZ_L \sin kL)} \Rightarrow B = -\frac{u_0 e^{-jkL}}{2j \sin kL}$$

Exercice 5

$a - U(x,t) = u(x)e^{j(wt+\emptyset)}?$

$$u(x,t) = Ae^{j(wt-kx)} + Be^{j(wt+kx)} = \frac{u_0 e^{jkL}}{2j\sin kL} e^{j(wt-kx)} - \frac{u_0 e^{-jkL}}{2j\sin kL} e^{j(wt+kx)}$$

$$= \frac{u_0}{2j\sin kL}(e^{jk(L-x)} - e^{jk(L-x)})e^{jwt} \Rightarrow \boxed{= \frac{u_0 \sin k(L-x)}{\sin kL} e^{jwt}}$$

$$\boxed{\text{On déduit } u(x) = \frac{u_0 \sin k(L-x)}{\sin kL}} \qquad \boxed{\text{et } \phi = 0}$$

Exercice 5

b- Les positions des maxima et minima d'amplitude U(x, t)?

$$u_{max} \Rightarrow \sin k(L-x) = \pm 1 \Rightarrow k(L-x) = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad \Longrightarrow \quad x_{max} = L-(2n+1)\frac{\lambda}{4} \text{ avec } 0 < x_{max} \leq L$$

Pour n=0

$$\Longrightarrow \quad x_{max1} = L-(2\times 0+1)\frac{\lambda}{4} = L-\frac{\lambda}{4}$$

Pour n=1

$$\Longrightarrow \quad x_{max2} = L-3\frac{\lambda}{4}$$

Exercice 5

$$u_{min} \Rightarrow \sin k(L-x)=0 \Rightarrow k(L-x)=n\pi$$

$$\Rightarrow \boxed{x_{min} = L - n\frac{\lambda}{2}}$$

x=L ***un nœud***

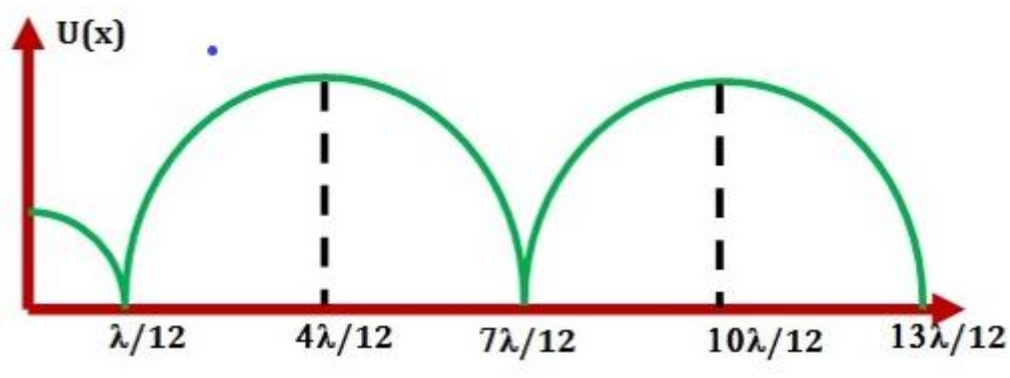
Fréquence de résonance ?

$$\sin kL = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{kL = n\pi, \quad w_n = n\pi\frac{v}{L}}$$

Exercice 5

d/Le nombre de maxima et minima pour L = $13\lambda/12$?



2 ventres et 3 nœuds

on déduit l'expression de la pression.

Exercice 5

B- la pression acoustique en fonction de x

Avec la relation

$$P(x,t) = -\frac{1}{\chi}\frac{\partial u}{\partial x}$$

Un nœud de déplacement correspond à un ventre de pression acoustique

Plan

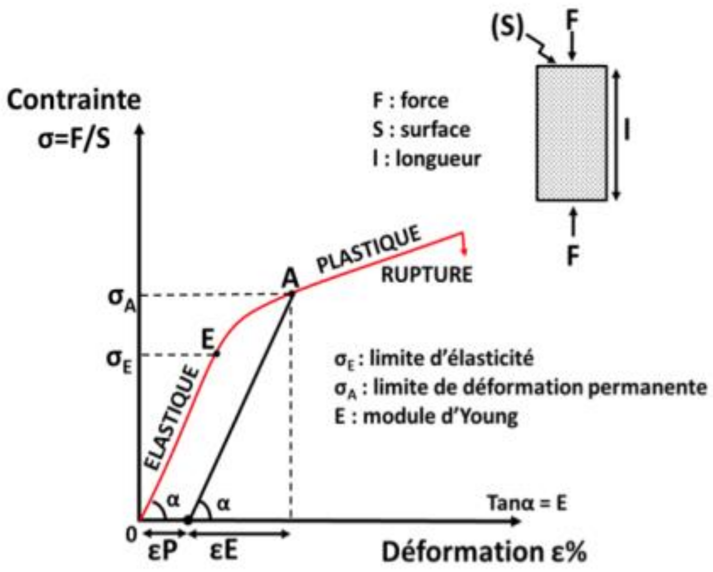
- ☑ ***Rappel de cours***
- ❑ ***Corrigé de l'exercice 5***
- ❑ ***Corrigé de l'exercice 9***
- ❑ ***Questions et réponses***

Ondes élastiques dans les solides

Déformation d'un solide

Domaine élastique

Domaine plastique



Déformation dans le domaine élastique

Ondes élastiques
(longitudinales ou transversales)

Ondes élastiques dans les solides

Déformation
Barreau de section S de longueur L
Domaine élastique

Réagit

$$F = ES\frac{\Delta L}{L}$$

: Module
Young du
natériau

la loi de Hooke

se comporte

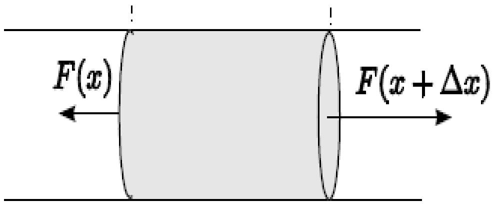
comme

Ressort
de rigidité égale au module d'Young du matériau constitutif le barreau

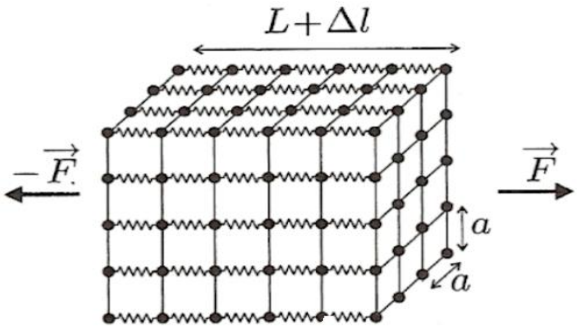
Ondes élastiques dans les solides

Deux modèles

Modèle des milieux continus (macroscopique)



Modèle des milieux discontinus (microscopique)

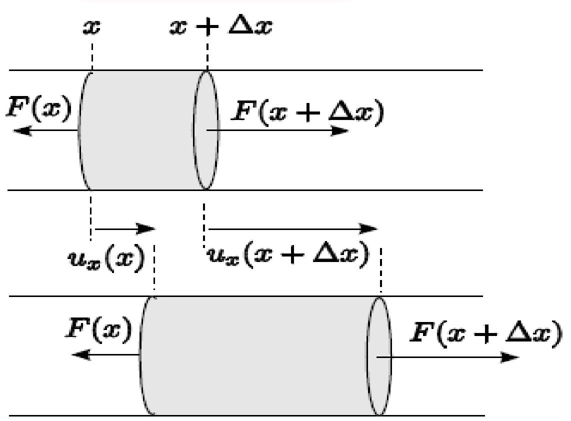


Ondes élastiques dans les solides

1- Modèle des milieux continus

pour une déformation normale (Onde longitudinale)

$Solde(L, S, E, \rho)$

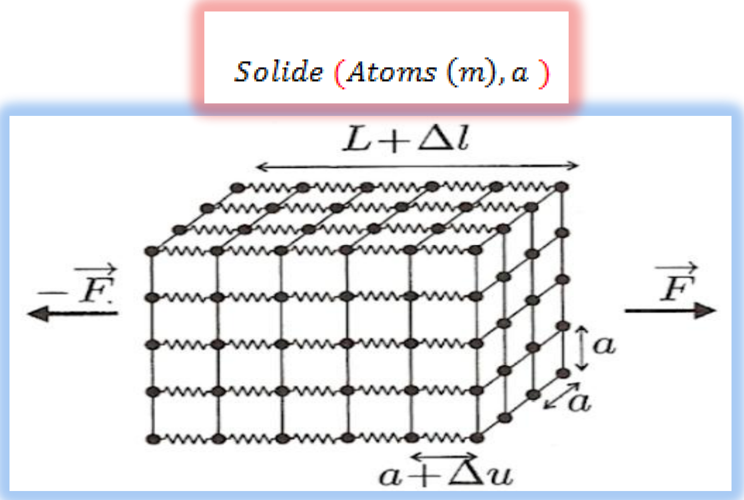


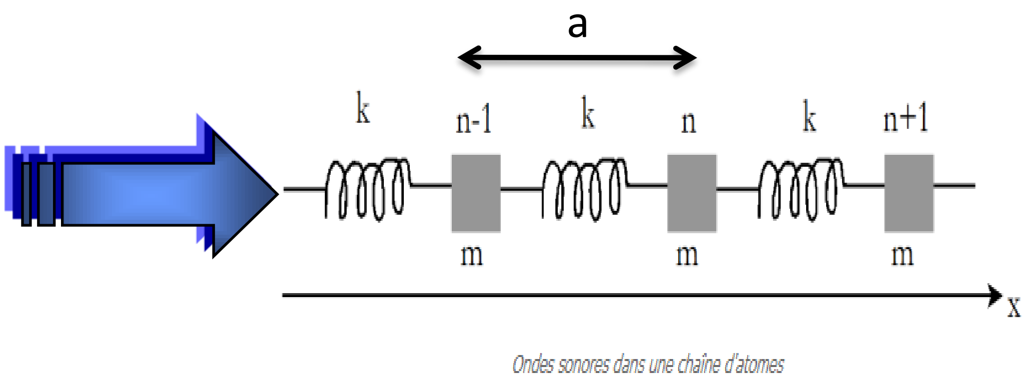
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Ondes élastiques dans les solides

2- Modèle des milieux discontinus





Interaction de type potentielle $\frac{1}{2}kx^2$

Ondes élastiques dans les solides

Distance Interatomique ***a***

$\ll$ ***Très inférieure***

Distances caractéristiques des phénomènes de propagation d'onde élastique (λ)

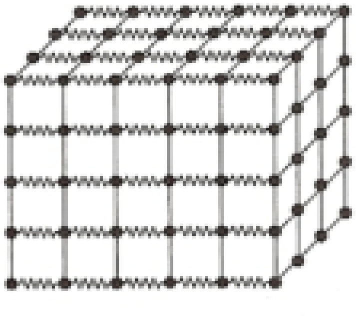
$$m\ddot{x}_n = -k(u_n - u_{n-1}) + k(u_{n+1} - u_n) = -k(2u_n - u_{n-1} - u_{n+1})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

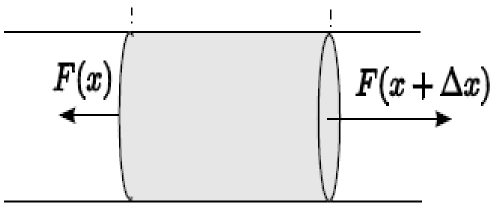
$$c = \sqrt{\frac{ka^2}{m}}$$

Voir le cours et Exo 8 série 0

Ondes élastiques dans les solides



Approximation des milieux continus



$$c = \sqrt{\frac{ka^2}{m}}$$

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Ondes élastiques dans les solides

Impédance mécanique

Onde plane longitudinale $\Rightarrow$ $$Z(x) = \frac{F_x}{\dot{u}_x}$$

$$Z(x) = S\rho V = S\sqrt{\rho E}$$ $\Rightarrow$ $$Z(x) = SZ_c$$

Avec Zc : l'impédance caractéristique du barreau

Ondes élastiques dans les solides

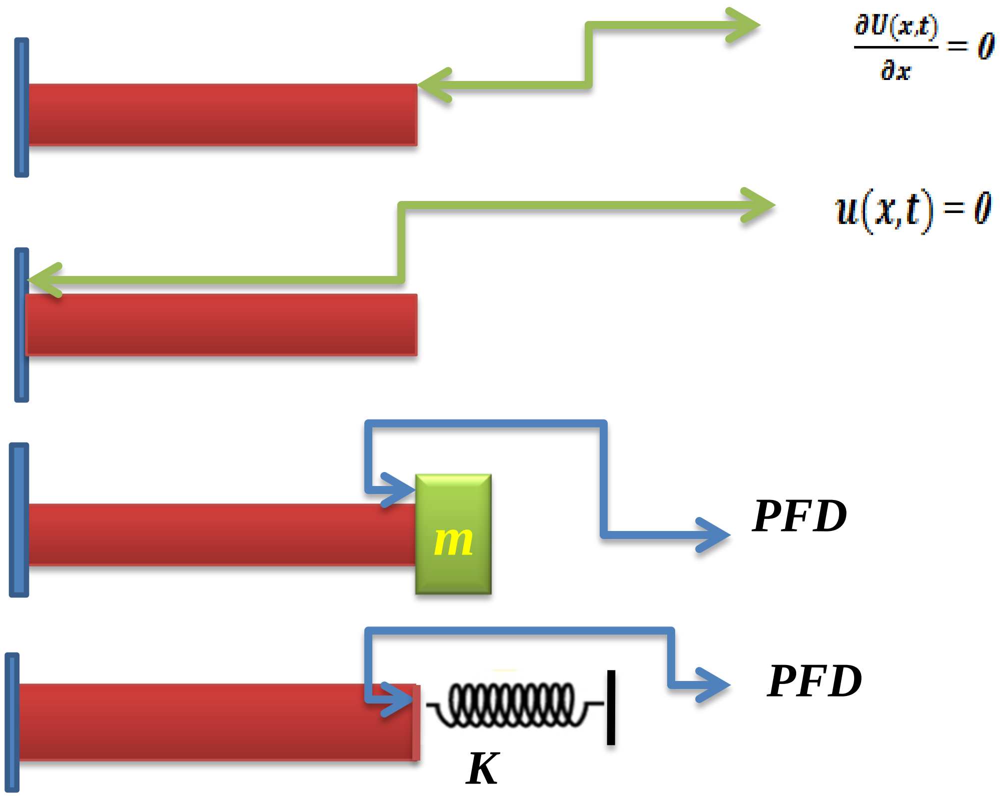
➢ ***Les fréquences propre dépendent des conditions au limites***

Extrémité libre

Extrémité encastrée

Extrémité attachée à une masse

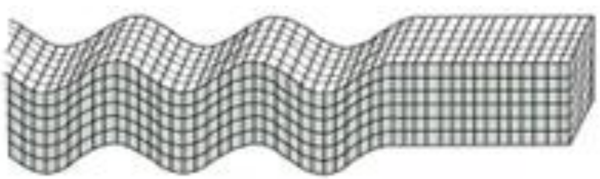
Extrémité attachée à un ressort



Ondes élastiques dans les solides

Remarque

Dans le cas d'une déformation transverse (un cisaillement) → ***ondes Transversales*** →



$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

$$\boxed{C = \sqrt{\frac{G}{\rho}}}$$

G = E /2(1+ν)
G: module de cisaillement
V=0.3 pour les métaux

Ondes élastiques dans les solides

Remarque

$$G<E$$

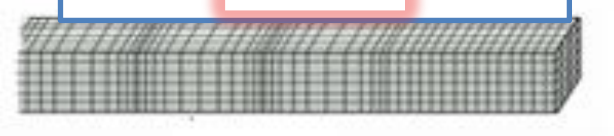
La vitesse des ondes Transversales

$$c=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

$$<$$

La vitesse des ondes Longitudinales

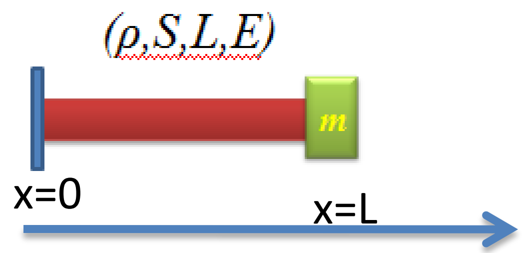
$$c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$$



Plan

- ☑ ***Rappel de cours***
- ☑ ***Corrigé de l'exercice 9***
- ❑ ***Corrigé de l'exercice 7***
- ❑ ***Questions et réponses***

Exercice 9



1- U(x,t) = ?

$$u(x,t) = u_i(x,t) + u_r(x,t) \qquad = Ae^{j(wt-kx)} + Be^{j(wt+kx)}$$

2- La condition en x=0

En x=0 $\Rightarrow$ u(0,t)=0 $\Rightarrow$ ***Extrémité encastrée***

$$u(0,t) = 0 \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow B = -A \Rightarrow u(x,t) = Ae^{jwt}(e^{-jkx} - e^{jkx})$$

Exercice 9

$$U(x,t) = -2jA\sin kx.e^{jwt} = f(x)g(t) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -2jA\sin kx \\ g(t) = e^{jwt} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ une onde stationnaire

3- La condition en x=L

PFD en x=L $\Rightarrow$ $$-SE\frac{\partial U}{\partial x}_{x=L} = m\frac{\partial^2 U}{\partial t}_{x=L}$$

Exercice 9

$$-SE(-2jkA\cos kL)e^{jwt} = -w^2 m(-2jA\sin kL)e^{jwt}$$

$$\cot kL = \frac{w^2 m}{SEkA} \Rightarrow \cot kL = \frac{m}{\rho SL} kL \Rightarrow w = kc \ \ et \ \ E = \rho c^2$$

De la forme $\Rightarrow$ $\boxed{\cot y = cte\ y}$ ou $Tan\ y = cte' \frac{1}{y}$

$y = kL \quad et \ \ cte = \frac{m}{\rho SL}$ $\Rightarrow$ ***Solution graphique ou numérique***

$L'intersection\ de\ la\ courbe\ y = cotx\ et\ la\ droite\ y = cte\ x$

Merci de votre attention