UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE L'OUEST
Département Mathématiques-Informatique
L1-MIASHS

Faculté des Sciences
ANNÉE 2016 / 2017

PROBABILTÉS-Travaux dirigés Feuille 2

Exercice 1
On lance une seule fois un dé équilibré dont les faces sont numérotés de 1 à 6, et on lit le numéro de la face supérieure amenée. Calculer les probabilités des événements suivants :
a) B : « obtention d'un résultat au moins égale à 4 »,
b) C : «obtention d'un résultat impair »,
c) D : « obtention d'un résultat pair »,
d) E : « obtention d'un résultat au moins égale à 4 et impair »,
e) F : « obtention d'un résultat au moins égale à 4 et pair ».

Exercice 2
Soit A, B, et C trois événements tels que :
P(A)=0.25,P(B)=0.30, P(C)=0.40, $P(A \cap B) = 0.10$, $P(A \cap C) = 0.15$,
$P(B \cap C) = 0.05$ et $P(A \cap B \cap C) = 0.03$
Déterminer les probabilités des événements suivants :
a) E : « au moins un des événements B et C se réalise »,
b) F : « aucun des événements A C ne se réalise »,
c) G : « C, seul, se réalise »,
d) H : « un seul événements parmi les trois, se réalise »,
e) I : « aucun événement parmi les trois ne se réalise »,
f) J : « au mains un parmi les trois événements se réalise ».

Exercice 3
On considère une variable X indiquant le nombre d'appels téléphonique reçus à un standard, durant une période de temps donnée.
1) Déterminer l'ensemble des observables ou l'epace-échantillon Ω associé à cette expérience aléatoire.
2) Pour tout élément $\omega \in \Omega$, on pose $P[(\omega)] = \dfrac{1}{e.\omega!}$, montrer que P est bien une mesure de probabilité sur l'espace probabilisable .
(e désigne la base des logarithme népériens, et $\omega! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times \omega$)
3) Déterminer la probabilité de l'événement A : « recevoir au moins cinq appels téléphoniques au standard ».

Exercice 4
On considère une série de quatre matchs de football sur lesquels les paris peuvent être pris en désignant l'équipe gagnante ou en pronostiquant match nul.
1) Quelle est la probabilité d'avoir quatre paris exacts ?
2) Quelle est- la probabilité d'avoir au moins un pari juste et au plus deux faux ?

Exercice 5
a) On a réparti au hasard dans 4 tiroirs 5 disques de jazz, 3 disques de musique classique et 3 disques de musique folklorique.
b) On ouvre le tiroir n°1. Quelle est la probabilité que l'on trouve au moins deux disques de jazz.

Exercice 6
Une urne contient 16 boules, 6 boules blanches, 6 boules rouges et 4 boules noires.
a) On tire 3 boules successivement avec remise.
i) Calculer la probabilité que le tirage soit tricolore.
ii) Quelle est la probabilité que le tirage soit bicolore ?
iii) Quelle est la probabilité que le tirage soit unicolore ?
b) Traiter les questions précédentes avec un tirage simultané des trois boules.

Exercice 7
Une urne contient 1 boule blanche, 1 boule verte et 1 boule rouge. On en tire n successivement avec remise ($n \geq 3$).
a) Quelle est la probabilité d'avoir au moins une boule de chaque couleur ?
b) Quelle est la probabilité que les deux boules extrêmes soient de même couleur ?

Exercice 8
Trois enseignants E_1, E_2 , E_3 peuvent donner le sujet d'un examen avec les probabilités suivantes :

$$P(E_1) = 0.20; \qquad P(E_2) = 0.60; \qquad P(E_3) = 0.20.$$

Un étudiant devant passer cet examen n'a pas bien assimilé un chapitre X qu'il redoute par conséquent le jour de l'examen.
Il estime les probabilités de « sortie » de ce chapitre à l'examen selon que ce soit l'enseignant E_1 , E_2, ou E_3 qui donne le sujet, comme suit :

$$P(X/E_1) = 0.35 \qquad P(X/E_2) = 0.70 \qquad P(X/E_3) = 0.05$$

Le jour de l'examen on constate que le chapitre X est posé. Calculer les probabilités que le sujet ait été donné par E_1 , E_2, ou E_3.

Exercice 9
Dans un certain pays X, la population se repartit en 80% de campagnards et 20% de citadins. Les pourcentages de scolarisation, de passage du primaire au secondaire, du second au supérieure et d'obtention d'un diplôme supérieur pour les étudiants de renseignement supérieur sont, respectivement pour les campagnards et les citadins, comme suit : 10% et 65% ; 20% et 70% ; 50% et 60% ; 95% et 40%.
Déterminer :
1) La probabilité qu'un enfant en âge de scolarisation, pris au hasard dans le pays X, obtienne un diplôme de l'enseignement supérieur.
2) La probabilité qu'un diplômé de l'enseignement supérieur soit un campagnard.

Exercice 10
Dans un amphithéâtre se trouvent 8 étudiants et 3 étudiantes.
On choisit dans ce groupe, simultanément et au hasard 7 personnes.
Parmi celles-ci on choisit simultanément et au hasard 3 personnes.
Quelle est la probabilité P_1 que les trois étudiants choisis soient les trois étudiantes.

Exercice 11
Une urne contient n boules dont deux sont rouges et $(n-2)$ sont noires. On tire successivement au hasard et sans remise, une boule de l'urne.
Déterminer la probabilité qu'aucune des k premières boules tirées ne soit rouge.

Exercice 12
Une urne contient 10 pièces de monnaies dont 7 sont honnêtes et 3 frauduleuses. Celles-ci possèdent, chacune, une face sur les deux cotés.
On tire une pièce au hasard de l'urne et, sans la contrôler, on la jette 5 fois de suite. On constate que les 5 fois on a obtenu face.
Quelle est la probabilité que la pièce tirée ait été frauduleuse ?

Exercice 13
Une urne U_1 contient b_1, boules blanches et n_1 boules noires. Une urne U_2 contient b_2 boules blanches et n_2 boules noires. On tire au hasard une boule de U_1, et la transfère dans U_2. On tire alors au hasard une boule de U_2.
1. Quelle est la probabilité de l'événement A : « la boule tirée de U_2 est blanche » ?
2. On constate qu'effectivement la boule tirée de U_2 est blanche. Quelle est la probabilité de l'événement B : « la boule transférée était noire » ?

Exercice 14
Un trousseau renferme 100 clés dont une seule ouvre une certaine porte. Ne connaissant pas à priori la bonne clé, on essaie d'ouvrir la porte en choisissant au hasard et sans remise une clé dans le trousseau.
Déterminer la probabilité que la $k^{\text{ième}}$ clé ouvre la porte $(1 \leq k \leq< 100)$.