Probabilités II

L1 Compta-Gestion / MIASHS

Guillaume CONNAN

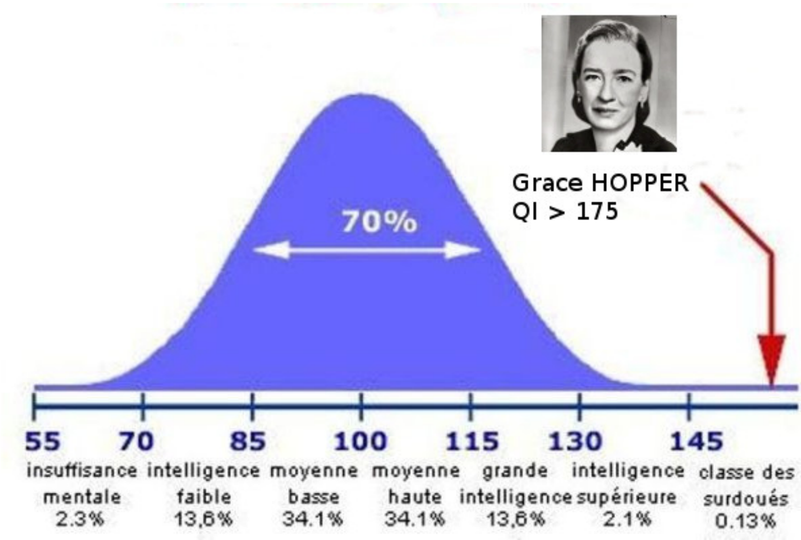
Université Catholique de l'Ouest - Rezé

7 avril 2019

Sommaire

Sommaire

Sommaire


Grace HOPPER
QI > 175
70%
55
70
85
100
115
130
145
insuffisance mentale 2.3%
intelligence faible 13,6%
moyenne basse 34.1%
moyenne haute 34.1%
grande intelligence 13,6%
intelligence supérieure 2.1%
classe des surdoués 0.13%

- Nous avons étudié pour l'instant uniquement des variables aléatoires pouvant prendre des valeurs isolées, surtout des nombres entiers.

- Nous avons étudié pour l'instant uniquement des variables aléatoires pouvant prendre des valeurs isolées, surtout des nombres entiers.
- Cependant, on est souvent amené dans les domaines industriels et économiques à étudier des variables aléatoires pouvant prendre, au moins théoriquement, n'importe quelle valeur dans R ou dans un intervalle de R

- les dimensions d'un objet ;

- les dimensions d'un objet ;
- la durée de vie d'un matériel ;

- les dimensions d'un objet ;
- la durée de vie d'un matériel ;
- une distance parcourue ;

- les dimensions d'un objet ;
- la durée de vie d'un matériel ;
- une distance parcourue ;
- une quantité de matière ou une masse.

- les dimensions d'un objet ;
- la durée de vie d'un matériel ;
- une distance parcourue ;
- une quantité de matière ou une masse.

- les dimensions d'un objet ;
- la durée de vie d'un matériel ;
- une distance parcourue ;
- une quantité de matière ou une masse.

Les évènements que l'on étudie sont définis par des inéquations et non des équations.

Sommaire

- Calculons la probabilité qu'un nombre quelconque du segment $[0, 1]$ se trouve dans un certain intervalle $[a, b]$ inclus dans $[0, 1]$;

- Calculons la probabilité qu'un nombre quelconque du segment $[0, 1]$ se trouve dans un certain intervalle $[a, b]$ inclus dans $[0, 1]$;
- on peut subdiviser le segment $[0, 1]$ en 100 petits segments de même longueur Δx (1mm par exemple) ;

- Calculons la probabilité qu'un nombre quelconque du segment $[0, 1]$ se trouve dans un certain intervalle $[a, b]$ inclus dans $[0, 1]$;
- on peut subdiviser le segment $[0, 1]$ en 100 petits segments de même longueur Δx (1mm par exemple) ;
- La probabilité qu'un nombre se trouve dans l'une des subdivisions vaut donc 1/100 compte-tenu de l'uniformité de la répartition.

- Notons $n_{a,b}$ le nombre de subdivisions recouvertes par $[a, b]$ et $\lambda([a, b])$ la longueur du segment $[a, b]$;

- Notons $n_{a,b}$ le nombre de subdivisions recouvertes par $[a,b]$ et $\lambda([a,b])$ la longueur du segment $[a,b]$;
- Notons $P([a,b])$ la probabilité que le nombre se trouve dans le segment $[a,b]$;

- Notons $n_{a,b}$ le nombre de subdivisions recouvertes par $[a,b]$ et $\lambda([a,b])$ la longueur du segment $[a,b]$;
- Notons $P([a,b])$ la probabilité que le nombre se trouve dans le segment $[a,b]$;
- Alors $P([a,b]) = \dfrac{n_{a,b} \times \Delta x}{100 \times \Delta x}$

- Notons $n_{a,b}$ le nombre de subdivisions recouvertes par $[a,b]$ et $\lambda([a,b])$ la longueur du segment $[a,b]$;
- Notons $P([a,b])$ la probabilité que le nombre se trouve dans le segment $[a,b]$;
- Alors $P([a,b]) = \dfrac{n_{a,b} \times \Delta x}{100 \times \Delta x}$

- Notons $n_{a,b}$ le nombre de subdivisions recouvertes par $[a, b]$ et $\lambda([a, b])$ la longueur du segment $[a, b]$;
- Notons $P([a, b])$ la probabilité que le nombre se trouve dans le segment $[a, b]$;
- Alors $P([a, b]) = \dfrac{n_{a,b} \times \Delta x}{100 \times \Delta x} = \dfrac{n_{a,b}}{100}$;
- . On s'aperçoit que $P([a, b])$ est indépendante de l'unité Δx choisie par proportionnalité ;

- Notons $n_{a,b}$ le nombre de subdivisions recouvertes par $[a, b]$ et $\lambda([a, b])$ la longueur du segment $[a, b]$;
- Notons $P([a, b])$ la probabilité que le nombre se trouve dans le segment $[a, b]$;
- Alors $P([a, b]) = \dfrac{n_{a,b} \times \Delta x}{100 \times \Delta x} = \dfrac{n_{a,b}}{100}$;
- . On s'aperçoit que $P([a, b])$ est indépendante de l'unité Δx choisie par proportionnalité ;
- donc
$$P([a, b]) = \frac{\lambda([a, b])}{\lambda([0, 1])}$$

- On peut ainsi faire tendre Δx vers 0 pour obtenir un modèle continu ;

- On peut ainsi faire tendre Δx vers 0 pour obtenir un modèle continu ;
- on se rappelle que $\lambda([a, b]) = \int_a^b 1 \, dx$

- On peut ainsi faire tendre Δx vers 0 pour obtenir un modèle continu ;
- on se rappelle que $\lambda([a, b]) = \int_a^b 1\, dx$
- Finalement

$$P([a, b]) = \frac{\int_a^b 1\, dx}{\int_0^1 1\, dx}$$

- On peut ainsi faire tendre Δx vers 0 pour obtenir un modèle continu ;
- on se rappelle que $\lambda([a,b]) = \int_a^b 1\,dx$
- Finalement
$$P([a,b]) = \frac{\int_a^b 1\,dx}{\int_0^1 1\,dx}$$

- On peut ainsi faire tendre Δx vers 0 pour obtenir un modèle continu ;
- on se rappelle que $\lambda([a,b]) = \int_a^b 1\,dx$
- Finalement

$$P([a,b]) = \frac{\int_a^b 1\,dx}{\int_0^1 1\,dx} = \frac{b-a}{1-0}$$

- Cette loi de probabilité sur $[0,1]$, qu'on appelllera **loi uniforme** sur $[0,1]$, est associée à une fonction constante (dans le cas présent la fonction constante et égale à 1) qui caractérise la probabilité ;

- Cette loi de probabilité sur $[0, 1]$, qu'on appelllera **loi uniforme** sur $[0, 1]$, est associée à une fonction constante (dans le cas présent la fonction constante et égale à 1) qui caractérise la probabilité ;
- on l'appelle la **densité** de P ;

- Cette loi de probabilité sur $[0,1]$, qu'on appelllera **loi uniforme** sur $[0,1]$, est associée à une fonction constante (dans le cas présent la fonction constante et égale à 1) qui caractérise la probabilité ;
- on l'appelle la **densité** de P ;
- On notera alors

$$P(a \leqslant X \leqslant b) = \frac{\int_a^b 1\, dx}{\int_0^1 1\, dx}$$

Sommaire

- Comme on travaille sur des intervalles, la fonction de répartition de la variable aléatoire étudiée sera alors essentielle. Traditionnellement notée F, elle est justement définie par

$$F(a) = P(X \leq a)$$

pour a dans l'intervalle de définition de X.

Définition (Fonction de répartition)

Soit une loi de probabilité p sur $I = [a, b]$ et de densité f.
Soit X une variable aléatoire à valeurs dans I suivant la loi de probabilité P.
On appelle fonction de répartition de la variable aléatoire X la fonction F définie sur I par

$$F(x) = P(a \leqslant X \leqslant x) = \int_a^x f(t)\,dt$$

Exemple

Exemple

- $P(X \leq 0) = F(0)$;

Exemple

- $P(X \leq 0) = F(0)$;
- $P(-5,7 < X \leq 15,9) = F(15,9) - F(-5,7)$;

Exemple

- $P(X \leq 0) = F(0)$;
- $P(-5,7 < X \leq 15,9) = F(15,9) - F(-5,7)$;
- $P(X \geq 20,54) = 1 - F(20,54)$.

Sommaire

Exemple

Exemple

- La fonction de répartition est souvent donnée par une intégrale.

Exemple

- La fonction de répartition est souvent donnée par une intégrale.
- Étudions par exemple la variable aléatoire X dont la fonction de répartition est

$$\begin{cases} \forall x < 0 \quad F(x) = 0\,; \\ \forall x \geq 0 \quad F(x) = \displaystyle\int_0^x 0,002e^{-0,002t}dt. \end{cases}$$

Exemple

- La fonction de répartition est souvent donnée par une intégrale.
- Étudions par exemple la variable aléatoire X dont la fonction de répartition est

$$\begin{cases} \forall x < 0 & F(x) = 0\,; \\ \forall x \geq 0 & F(x) = \displaystyle\int_0^x 0,002e^{-0,002t}\,dt. \end{cases}$$

- La fonction intervenant dans cette intégrale, notée f, est appelée **densité de probabilité** de la variable X.

Exemple

- La fonction de répartition est souvent donnée par une intégrale.
- Étudions par exemple la variable aléatoire X dont la fonction de répartition est

$$\begin{cases} \forall x < 0 & F(x) = 0\,; \\ \forall x \geq 0 & F(x) = \displaystyle\int_0^x 0,002 e^{-0,002t} dt. \end{cases}$$

- La fonction intervenant dans cette intégrale, notée f, est appelée **densité de probabilité** de la variable X.
- La fonction de répartition F est en fait une primitive de f.

Théorème

Si a et b sont deux réels de l'ensemble de définition de X, alors

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(t)dt.$$

Remarque

Remarque

- La probabilité de l'univers, c'est à dire de R ou de l'intervalle de R étudié est forcément égale à 1.

Remarque

- La probabilité de l'univers, c'est à dire de R ou de l'intervalle de R étudié est forcément égale à 1.
- Ainsi, pour une variable aléatoire définie sur R, sa densité de probabilité doit vérifier

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1.$$

Remarque

- La probabilité de l'univers, c'est à dire de R ou de l'intervalle de R étudié est forcément égale à 1.
- Ainsi, pour une variable aléatoire définie sur R, sa densité de probabilité doit vérifier

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1.$$

- On peut vérifier cette propriété en étudiant séparément $\int_0^x f(t)dt$ et $\int_x^0 f(t)dt$ puis leurs limites respectives quand x tend vers $+\infty$ et $-\infty$.

Sommaire

Théorème

L'espérance mathématique d'une variable aléatoire X définie par une densité de probabilité est donnée par la formule

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)dt.$$

- Pour calculer la variance, on utilisera la plupart du temps le théorème de König-Huyghens :

- Pour calculer la variance, on utilisera la plupart du temps le théorème de König-Huyghens :
- la variance est égal àl'espérance du carré moins le carré de l'espérance.

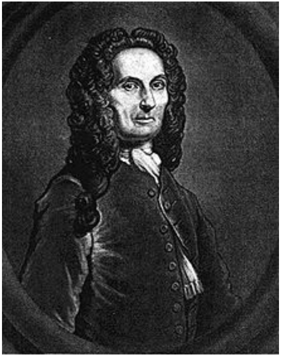
Sommaire

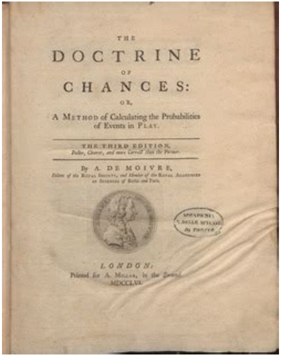
Sommaire

- Idée de la « normalité »

- Idée de la « normalité »
- beaucoup de données autour de la moyenne

- Idée de la « normalité »
- beaucoup de données autour de la moyenne
- le nombre de données diminue à mesure qu'on s'en éloigne




THE
DOCTRINE
OF
CHANCES:
OR,
A METHOD of Calculating the Probabilities
of Events in PLAY.

THE THIRD EDITION.

By A. DE MOIVRE,

LONDON:

$$f(x) = ae^{-bx^2}$$

Pierre-Simon LAPLACE (1749-1827)

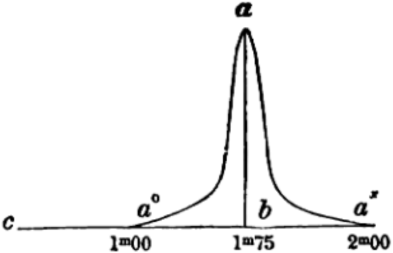
Friedrich GAUSS (1777-1855)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Adolphe Quetelet (1796-1874)

260 ANTHROPOMÉTRIE.

En ayant égard au tableau numérique précédent, la courbe qui représente 1000 hommes inscrits est la suivante ; nous nous bornerons à donner la figure des nombres *calculés*, qui se confondrait sensiblement avec celle des nombres *observés*.



Sommaire

Définition

On dit qu'une variable aléatoire X suit la loi normale $N(m;\sigma)$ de paramètres m et σ lorsque sa densité de probabilité est la fonction f définie par

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)^2}.$$

Théorème

On admet que si X est une variable aléatoire suivant la loi normale $N(m;\sigma)$ alors

$$E(X) = m \text{ et } \sigma(X) = \sigma.$$

Ainsi les paramètres d'une loi normale sont en fait son espérance mathématique et son écart-type.

Sommaire

Définition

La loi normale la plus simple est celle de moyenne $m = 0$ et d'écart-type $\sigma = 1$. On l'appelle **loi normale centrée réduite.**
Sa fonction de répartition est souvent noté Π

- Extrait de La Table

t	0,05	0,06	0,07
1,1	0,8749	0,8770	0,8790
1,2	0,8944	0,8962	0,8980
1,3	0,9115	0,9131	0,9147

- Extrait de La Table

t	0,05	0,06	0,07
1,1	0,8749	0,8770	0,8790
1,2	0,8944	0,8962	0,8980
1,3	0,9115	0,9131	0,9147

- Le nombre situé à l'intersection de la colonne 0,06 et de la ligne 1,3 est la valeur de la fonction de répartition de X pour $t = 1,3 + 0,06 = 1,36$. Ainsi

$$\Pi(1,36) = P(X \leq 1,36) = 0,9131.$$

CASIO

- $\boxed{\text{OPTN}}$ $\boxed{\text{F5}}$ (STAT) $\boxed{\text{F3}}$ (DIST) $\boxed{\text{F1}}$ (NORM)

CASIO

- OPTN F5 (STAT) F3 (DIST) F1 (NORM)
- Ncd

CASIO

- $\boxed{\text{OPTN}}$ $\boxed{\text{F5}}$ (STAT) $\boxed{\text{F3}}$ (DIST) $\boxed{\text{F1}}$ (NORM)
- $\boxed{\text{Ncd}}$
- Valeur inférieure, valeur supérieure, écart-type, moyenne

CASIO

- $\boxed{\text{OPTN}}$ $\boxed{\text{F5}}$ (STAT) $\boxed{\text{F3}}$ (DIST) $\boxed{\text{F1}}$ (NORM)
- $\boxed{\text{Ncd}}$
- Valeur inférieure, valeur supérieure, écart-type, moyenne
- $\boxed{-10^{99}}$ $\boxed{,}$ $\boxed{1.36}$ $\boxed{,}$ $\boxed{1}$ $\boxed{,}$ $\boxed{0}$ $\boxed{\text{EXE}}$

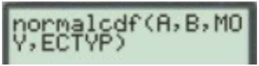
CASIO

- $\boxed{\text{OPTN}}$ $\boxed{\text{F5}}$ (STAT) $\boxed{\text{F3}}$ (DIST) $\boxed{\text{F1}}$ (NORM)
- $\boxed{\text{Ncd}}$
- Valeur inférieure, valeur supérieure, écart-type, moyenne
- $\boxed{-10^{99}}$ $\boxed{,}$ $\boxed{1.36}$ $\boxed{,}$ $\boxed{1}$ $\boxed{,}$ $\boxed{0}$ $\boxed{\text{EXE}}$
- 0.9130850381

TI


QUIT
INS
2nd
MODE
DEL
A-LOCK
LINK
LIST
ALPHA
X,T,θ,n
STAT
TEST A
ANGLE B
DRAW C
DISTR
MATH
APPS
PRGM
VARS


DISTR DRAW
1:normalpdf(
2:normalcdf(
3:invNorm(
4:tpdf(
5:tcdf(
6:X²pdf(
7↓X²cdf(


normalcdf(A,B,MOY,ECTYP)

Théorème

Parité de la loi centrée réduite Comme la densité de probabilité de la loi normale centrée réduite est une fonction paire, on a :

$$\begin{aligned} \Pi(-t) &= P(X < -t) \\ &= P(X > t) \\ &= 1 - P(X < t) \\ &= 1 - \Pi(t). \end{aligned}$$

Théorème

Parité de la loi centrée réduite Comme la densité de probabilité de la loi normale centrée réduite est une fonction paire, on a :

$$\begin{aligned}\Pi(-t) &= P(X < -t) \\ &= P(X > t) \\ &= 1 - P(X < t) \\ &= 1 - \Pi(t).\end{aligned}$$

Théorème

Parité de la loi centrée réduite Comme la densité de probabilité de la loi normale centrée réduite est une fonction paire, on a :

$$\begin{aligned}\Pi(-t) &= P(X < -t)\\ &= P(X > t)\\ &= 1 - P(X < t)\\ &= 1 - \Pi(t).\end{aligned}$$

Théorème

On déduit de la proposition précédente que

$$\begin{aligned}P(-t < X < t) &= P(X < t) - P(X < -t)\\ &= \Pi(t) - \Pi(-t)\\ &= \Pi(t) - (1 - \Pi(t))\\ &= 2\Pi(t) - 1\end{aligned}$$

Sommaire

Théorème

Si une variable aléatoire X suit la loi normale $N(m;\sigma)$ de moyenne m et d'écart-type σ alors la variable aléatoire

$$Y = \frac{X - m}{\sigma}$$

suit la loi normale centrée réduite $N(0;1)$.

Exemple

Une variable X suit la loi normale de paramètres $m = 12$ et $\sigma = 3$.
Calculer $P(X < 16)$ et $P(9 < X < 15)$.

Exemple

Une variable X suit la loi normale de paramètres $m = 12$ et $\sigma = 3$.
Calculer $P(X < 16)$ et $P(9 < X < 15)$.

- On pose $Y = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X-12}{3}$;

Exemple

Une variable X suit la loi normale de paramètres $m = 12$ et $\sigma = 3$.
Calculer $P(X < 16)$ et $P(9 < X < 15)$.

- On pose $Y = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X-12}{3}$;
- Y suit la loi normale centrée réduite ;

Exemple

Une variable X suit la loi normale de paramètres $m = 12$ et $\sigma = 3$.
Calculer $P(X < 16)$ et $P(9 < X < 15)$.

- On pose $Y = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X-12}{3}$;
- Y suit la loi normale centrée réduite ;
- L'événement $X < 16$ est alors équivalent à $Y < \dfrac{16-12}{3} = \dfrac{4}{3}$;

Exemple

Une variable X suit la loi normale de paramètres $m = 12$ et $\sigma = 3$.
Calculer $P(X < 16)$ et $P(9 < X < 15)$.

- On pose $Y = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X-12}{3}$;
- Y suit la loi normale centrée réduite ;
- L'événement $X < 16$ est alors équivalent à $Y < \dfrac{16-12}{3} = \dfrac{4}{3}$;
- donc $P(X < 3) = P(Y < 1,33) = \Pi(1,33) = 0,908\,2$;

Exemple

Une variable X suit la loi normale de paramètres $m = 12$ et $\sigma = 3$.
Calculer $P(X < 16)$ et $P(9 < X < 15)$.

- On pose $Y = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X-12}{3}$;
- Y suit la loi normale centrée réduite ;
- L'événement $X < 16$ est alors équivalent à $Y < \dfrac{16-12}{3} = \dfrac{4}{3}$;
- donc $P(X < 3) = P(Y < 1,33) = \Pi(1,33) = 0,908\,2$;
- L'événement $9 < X < 15$ est alors équivalent à $-1 < Y < 1$;

Exemple

Une variable X suit la loi normale de paramètres $m = 12$ et $\sigma = 3$.
Calculer $P(X < 16)$ et $P(9 < X < 15)$.

- On pose $Y = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X-12}{3}$;
- Y suit la loi normale centrée réduite ;
- L'événement $X < 16$ est alors équivalent à $Y < \dfrac{16-12}{3} = \dfrac{4}{3}$;
- donc $P(X < 3) = P(Y < 1,33) = \Pi(1,33) = 0,908\,2$;
- L'événement $9 < X < 15$ est alors équivalent à $-1 < Y < 1$;
- donc

$$\begin{aligned} P(9 < X < 15) &= P(-1 < Y < 1) \\ &= \Pi(1) - \Pi(-1) \\ &= \Pi(1) - (1 - \Pi(1)) \\ &= 2\Pi(1) - 1 = 0,682\,6. \end{aligned}$$

Sommaire

Théorème

Si X suit la loi normale de paramètres m et σ, alors

Théorème

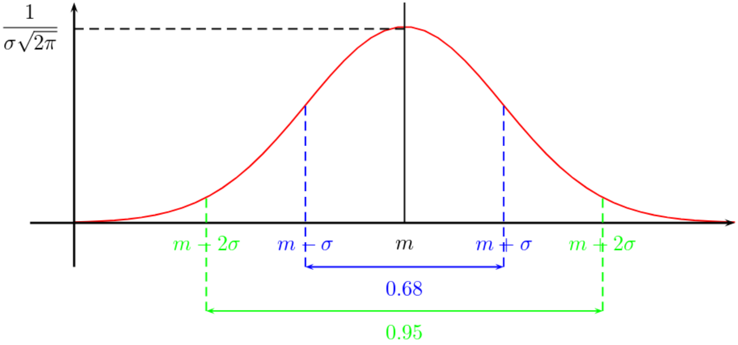
Si X suit la loi normale de paramètres m et σ, alors

- $P(m - \sigma \leq X \leq m + \sigma) \approx 0,68.$

Théorème

Si X suit la loi normale de paramètres m et σ, alors

- $P(m - \sigma \leq X \leq m + \sigma) \approx 0,68.$
- $P(m - 2\sigma \leq X \leq m + 2\sigma) \approx 0,95.$


$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$
$m - 2\sigma$
$m - \sigma$
m
$m + \sigma$
$m + 2\sigma$
0.68
0.95

Sommaire

Théorème

Si n est « grand » et p est assez éloigné de 0 et 1 alors la loi binomiale $B(n;p)$ peut être approchée par la loi normale $N(m;\sigma)$, où $m = np$ et $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$.

Sommaire

Exemple

Déterminer grâce à la table de la fonction intégrale de la loi centrée réduite les probabilités suivantes. On les exprimera auparavant à l'aide de la fonction Π.

Exemple

Déterminer grâce à la table de la fonction intégrale de la loi centrée réduite les probabilités suivantes. On les exprimera auparavant à l'aide de la fonction Π.

1. $P(X \leq 1,27)$;

Exemple

Déterminer grâce à la table de la fonction intégrale de la loi centrée réduite les probabilités suivantes. On les exprimera auparavant à l'aide de la fonction Π.

1. $P(X \leq 1,27)$;
2. $P(X \geq 0,84)$;

Exemple

Déterminer grâce à la table de la fonction intégrale de la loi centrée réduite les probabilités suivantes. On les exprimera auparavant à l'aide de la fonction Π.

1. $P(X \leq 1,27)$;
2. $P(X \geq 0,84)$;
3. $P(X \leq -1,58)$;

Exemple

Déterminer grâce à la table de la fonction intégrale de la loi centrée réduite les probabilités suivantes. On les exprimera auparavant à l'aide de la fonction Π.

1. $P(X \leq 1,27)$;
2. $P(X \geq 0,84)$;
3. $P(X \leq -1,58)$;
4. $P(0,25 \leq X \leq 1,25)$;

Exemple

Déterminer grâce à la table de la fonction intégrale de la loi centrée réduite les probabilités suivantes. On les exprimera auparavant à l'aide de la fonction Π.

1. $P(X \leq 1,27)$;
2. $P(X \geq 0,84)$;
3. $P(X \leq -1,58)$;
4. $P(0,25 \leq X \leq 1,25)$;
5. $P(-0,93 \leq X \leq 0,93)$.

UCO
UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE L'OUEST

Exemple

Exprimer $P(t_1 \leq X \leq t_2)$, $P(X \leq -t)$ et $P(-t \leq X \leq t)$ à l'aide de la fonction Π.

Exemple

Une variable aléatoire X suit la loi normale $N(20; 5)$. Calculer, en utilisant la machine ou la table du formulaire :

Exemple

Une variable aléatoire X suit la loi normale $N(20; 5)$. Calculer, en utilisant la machine ou la table du formulaire :

1. $P(X \leq 28)$;

Exemple

Une variable aléatoire X suit la loi normale $N(20; 5)$. Calculer, en utilisant la machine ou la table du formulaire :

1. $P(X \leq 28)$;
2. $P(X \geq 28)$;

Exemple

Une variable aléatoire X suit la loi normale $N(20;5)$. Calculer, en utilisant la machine ou la table du formulaire :

1. $P(X \leq 28)$;
2. $P(X \geq 28)$;
3. $P(X \geq 20)$;

Exemple

Une variable aléatoire X suit la loi normale $N(20; 5)$. Calculer, en utilisant la machine ou la table du formulaire :

1. $P(X \leq 28)$;
2. $P(X \geq 28)$;
3. $P(X \geq 20)$;
4. $P(X \geq 12)$;

Exemple

Une variable aléatoire X suit la loi normale $N(20; 5)$. Calculer, en utilisant la machine ou la table du formulaire :

1. $P(X \leq 28)$;
2. $P(X \geq 28)$;
3. $P(X \geq 20)$;
4. $P(X \geq 12)$;
5. $P(12 \leq X \leq 28)$.

Exemple

On jette dix fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le nombre d'apparitions du côté « face » obtenu.

Exemple

On jette dix fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le nombre d'apparitions du côté « face » obtenu.

1. Justifier que la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

Exemple

On jette dix fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le nombre d'apparitions du côté « face » obtenu.

1. Justifier que la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité de l'événement E : « Le nombre d'apparitions du côté FACE est compris entre 3 et 6 inclus ».

Exemple

On jette dix fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le nombre d'apparitions du côté « face » obtenu.

1. Justifier que la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité de l'événement E : « Le nombre d'apparitions du côté FACE est compris entre 3 et 6 inclus ».
3. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire discrète X par une loi normale de paramètres m et σ.

Exemple

On jette dix fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le nombre d'apparitions du côté « face » obtenu.

1. Justifier que la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité de l'événement E : « Le nombre d'apparitions du côté FACE est compris entre 3 et 6 inclus ».
3. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire discrète X par une loi normale de paramètres m et σ.

    3.1 Déterminer les valeurs appropriées de m et σ.

Exemple

On jette dix fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le nombre d'apparitions du côté « face » obtenu.

1. Justifier que la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité de l'événement E : « Le nombre d'apparitions du côté FACE est compris entre 3 et 6 inclus ».
3. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire discrète X par une loi normale de paramètres m et σ.

   3.1 Déterminer les valeurs appropriées de m et σ.
   3.2 En utilisant l'approximation, calculer de nouveau la probabilité $P(E)$.

Exemple

On jette dix fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le nombre d'apparitions du côté « face » obtenu.

1. Justifier que la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité de l'événement E : « Le nombre d'apparitions du côté FACE est compris entre 3 et 6 inclus ».
3. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire discrète X par une loi normale de paramètres m et σ.

   3.1 Déterminer les valeurs appropriées de m et σ.
   3.2 En utilisant l'approximation, calculer de nouveau la probabilité $P(E)$.

Exemple

On jette dix fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le nombre d'apparitions du côté « face » obtenu.

1. Justifier que la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité de l'événement E : « Le nombre d'apparitions du côté FACE est compris entre 3 et 6 inclus ».
3. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire discrète X par une loi normale de paramètres m et σ.
   3.1 Déterminer les valeurs appropriées de m et σ.
   3.2 En utilisant l'approximation, calculer de nouveau la probabilité $P(E)$.
4. 4.1 Tracer le diagramme en bâtons de la fonction qui à t associe $P(X = t)$ en utilisant une échelle convenable.

Exemple

On jette dix fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le nombre d'apparitions du côté « face » obtenu.

1. Justifier que la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité de l'événement E : « Le nombre d'apparitions du côté FACE est compris entre 3 et 6 inclus ».
3. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire discrète X par une loi normale de paramètres m et σ.
   3.1 Déterminer les valeurs appropriées de m et σ.
   3.2 En utilisant l'approximation, calculer de nouveau la probabilité $P(E)$.
4. 4.1 Tracer le diagramme en bâtons de la fonction qui à t associe $P(X = t)$ en utilisant une échelle convenable.
   4.2 Sur le graphique précédent, représenter la densité de probabilité de la loi normale $N(m; \sigma)$. Que constate-t-on ?