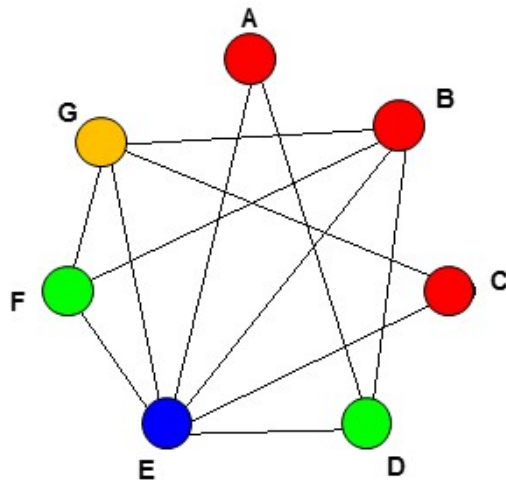


Optimisation Numérique

Graphes : Travaux Dirigés

Eric Pinson



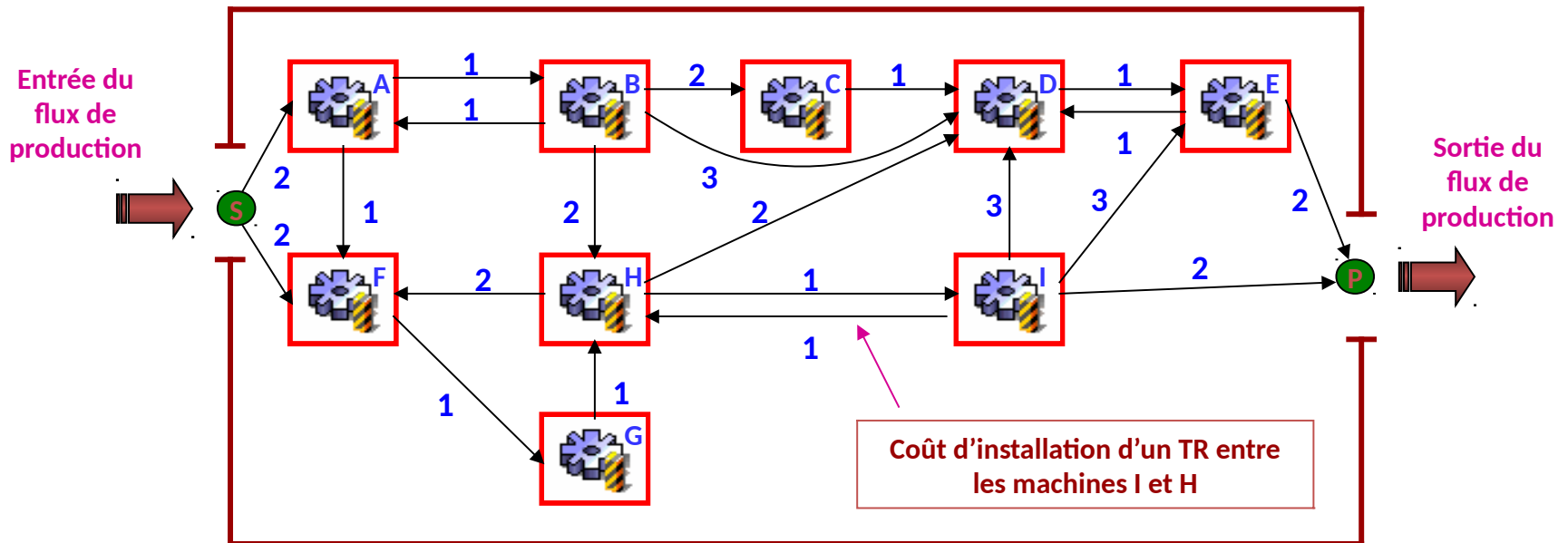
Institut de Mathématiques Appliquées
Université Catholique de l'Ouest
Angers - France

Graphes : Travaux dirigés

Graphes : Exploration

Une étude de cas :

- Unité de production → 9 machines : A, B, C, D, E, F, G, H, I
- → : Possibilité d'installation d'un tapis roulant + coût associé
- Objectif : agencement de coût minimal respectant les flux produits

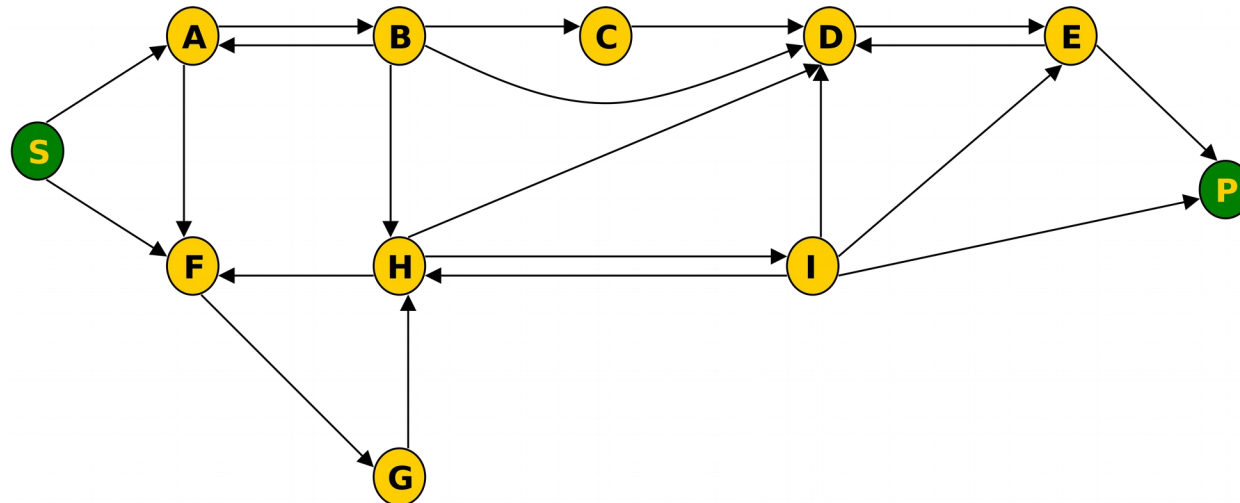


Graphes : Travaux dirigés

Graphes : Exploration

Méthodologie :

Etape 1 : Construction du graphe d'agencement G



Graphes : Travaux dirigés

Graphes : Exploration

Méthodologie :

Etape 2 : Recherche des Composantes Fortement Connexes (CFC) du graphe d'agencement G

2 sommets i et j appartiennent à la même CFC s'il existe dans G un chemin joignant i et j et un chemin joignant j à i .
CFC = sous-groupe de sommets (machines) 2 à 2 connectées par une chemin

Recherche des CFC :

Principe :

- Considérons un sommet quelconque s de G
- Recherchons D_s et A_s définis par :
 D_s = ensemble des descendants de s dans G , i.e. ensemble des sommets i de G pour lesquels il existe un chemin dans G joignant s à i
 A_s = ensemble des ancêtres de s dans G , i.e. ensemble des sommets pour lesquels il existe un chemin dans G joignant i à s
- La CFC associée au sommet s est alors le sous-ensemble $C_s = \{s\} \cup (D_s \cap A_s)$

Graphes : Travaux dirigés

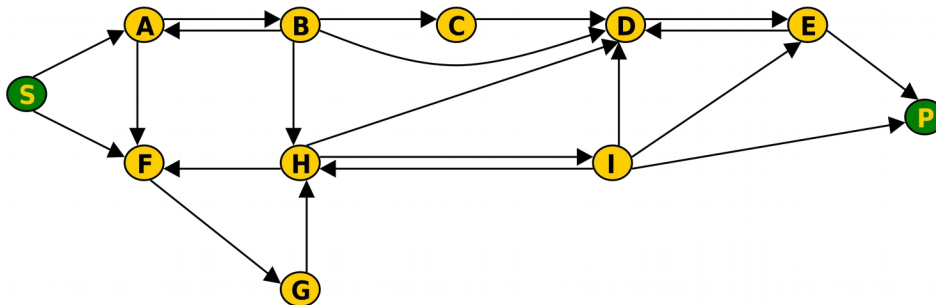
Graphes : Exploration

Méthodologie :

Etape 2 : Recherche des Composantes Fortement Connexes (CFC) du graphe d'agencement G

Algorithme de Recherche des CFC :

- On part d'un sommet quelconque s de G
- On recherche D_s et A_s puis la CFC associée au sommet s : $C_s = \{s\} \cup (D_s \cap A_s)$
- On sélectionne alors un nouveau sommet non encore intégré à une CFC et on itère jusqu'à ce que tous les sommets de G aient été intégrés dans une CFC.



$D_s = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, p\}$ $A_s = \{\}$ $C_s = \{s\}$

Graphes : Travaux dirigés

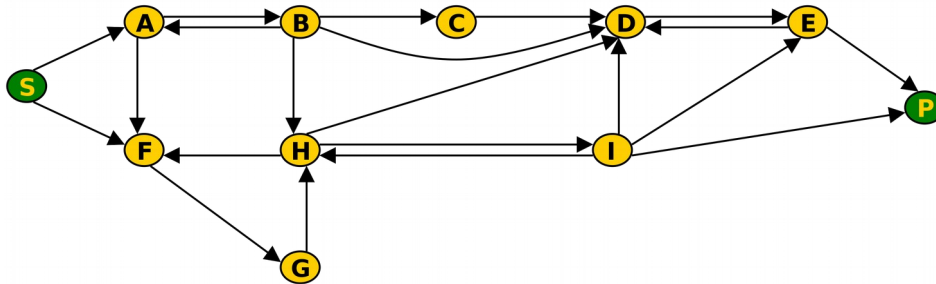
Graphes : Exploration

Méthodologie :

Etape 2 : Recherche des Composantes Fortement Connexes (CFC) du graphe d'agencement G

Algorithme de Recherche des CFC :

- On part d'un sommet quelconque s de G
- On recherche D_s et A_s puis la CFC associée au sommet s : $C_s = \{s\} \cup (D_s \cap A_s)$
- On sélectionne alors un nouveau sommet non encore intégré à une CFC et on itère jusqu'à ce que tous les sommets de G aient été intégrés dans une CFC.



$D_s = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, p\}$ $A_s = \{\}$ $C_s = \{s\}$
 $D_a = \{b, c, d, e, f, g, h, i, p\}$ $A_a = \{s, b\}$ $C_a = \{a, b\}$
 $D_c = \{d, e, p\}$ $A_c = \{a, b, s\}$ $C_c = \{c\}$
 $D_d = \{e, p\}$ $A_d = \{s, a, b, c, e, f, g, h, i\}$ $C_d = \{d, e\}$
 $D_f = \{g, h, i, p\}$ $A_f = \{s, a, b, g, h, i\}$ $C_f = \{f, g, h, i\}$

Graphes : Travaux dirigés

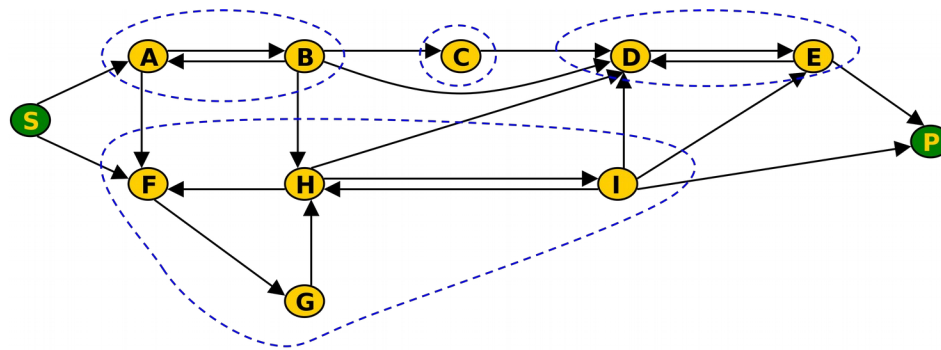
Graphes : Exploration

Méthodologie :

Etape 3 : Construction du Graphe Réduit GR associé au graphe d'agencement G

Graphe Réduit GR :

- Les sommets sont les CFC de G
- Les arcs de GR sont ceux de G à l'exception des arcs joignant des sommets appartenant à une même CFC



CFC1={a,b} CFC2={c}
CFC3={d,e} CFC4={f,g,h,i}

Graphe Réduit

CFC1

CFC2

CFC3

CFC4

s

p

Graphes : Travaux dirigés

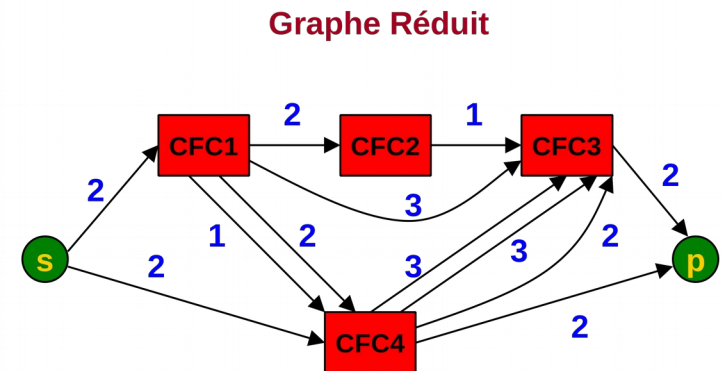
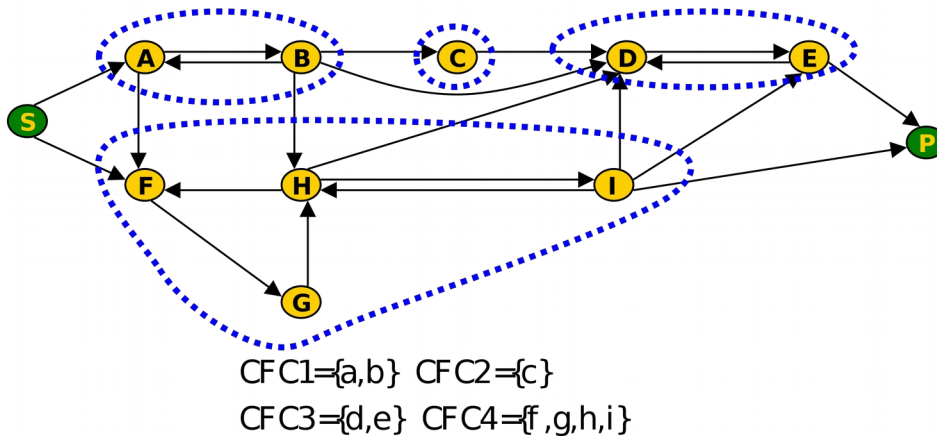
Graphes : Exploration

Méthodologie :

Etape 3 : Construction du Graphe Réduit GR associé au graphe d'agencement G

Graphe Réduit GR :

- Les sommets sont les CFC de G
- Les arcs de GR sont ceux de G à l'exception des arcs joignant des sommets appartenant à une même CFC



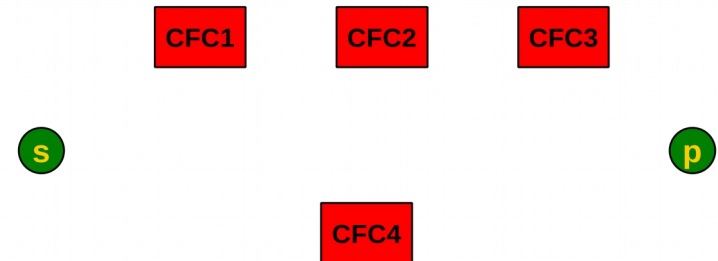
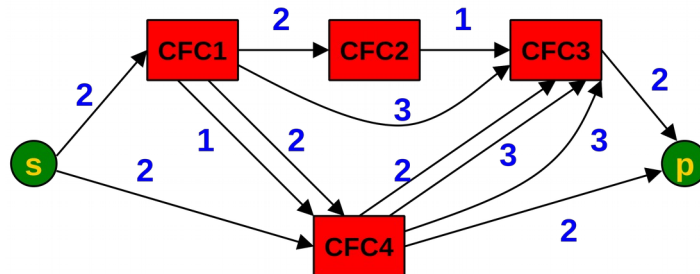
Graphes : Travaux dirigés

Graphes : Exploration

Méthodologie :

Etape 4 : Un peu de bon sens...

- Les arcs joignant les sommets d'une même CFC doivent être conservés (sauf doublons)
- On peut supprimer du Graphe Réduit tous les arcs doublons (on ne conserve alors que les liaisons de coût minimal)



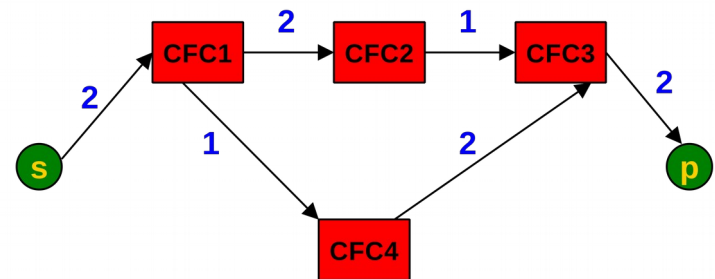
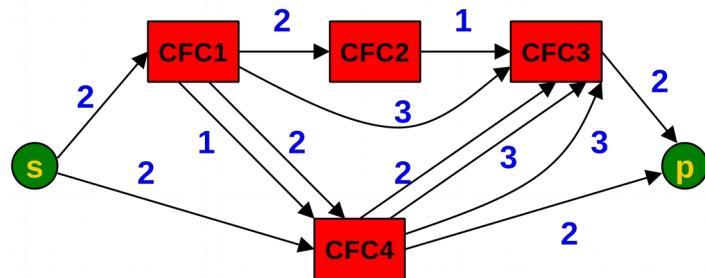
Graphes : Travaux dirigés

Graphes : Exploration

Méthodologie :

Etape 4 : Un peu de bon sens...

- Les arcs joignant les sommets d'une même CFC doivent être conservés (sauf doublons)
- On peut supprimer du Graphe Réduit tous les arcs doublons (on ne conserve alors que les liaisons de coût minimal)



Graphes : Travaux dirigés

Graphes : Exploration

Solution :

