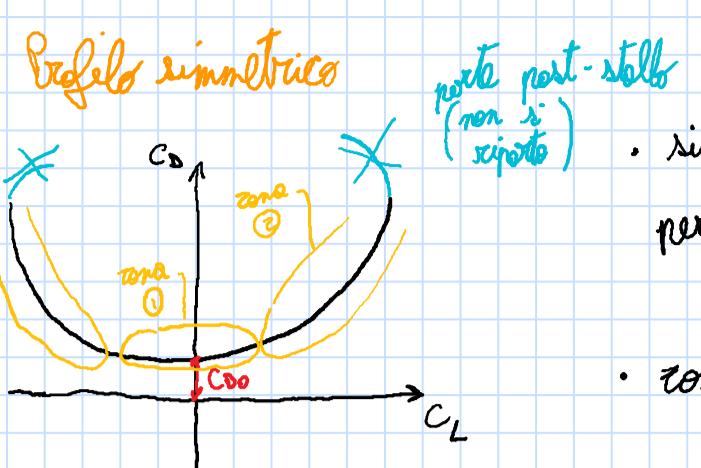


Riassunto di profili pluri:

NON esistono teorie semplificate, per cui si usano curve sperimentali:
 o numeriche $C_D = f(C_L)$. Scrivendo la curva $C_L = f(x)$ ottengo $C_D = f(x)$
 → curva polare



è Sperimentale!

- simmetrica rispetto all'asse $C_L = 0$
 per prof. simm. (lavoro alla stessa modo e incidenza pos. e neg.)
- zona ①: piccoli valori di $C_L \rightarrow$ il C_D varia poco con C_L
- zona ②: grandi valori di C_L (assoluti) \rightarrow il C_D varia significativamente con $|C_L|$

Allora, la polare è usata insieme alla curva $C_L - x$

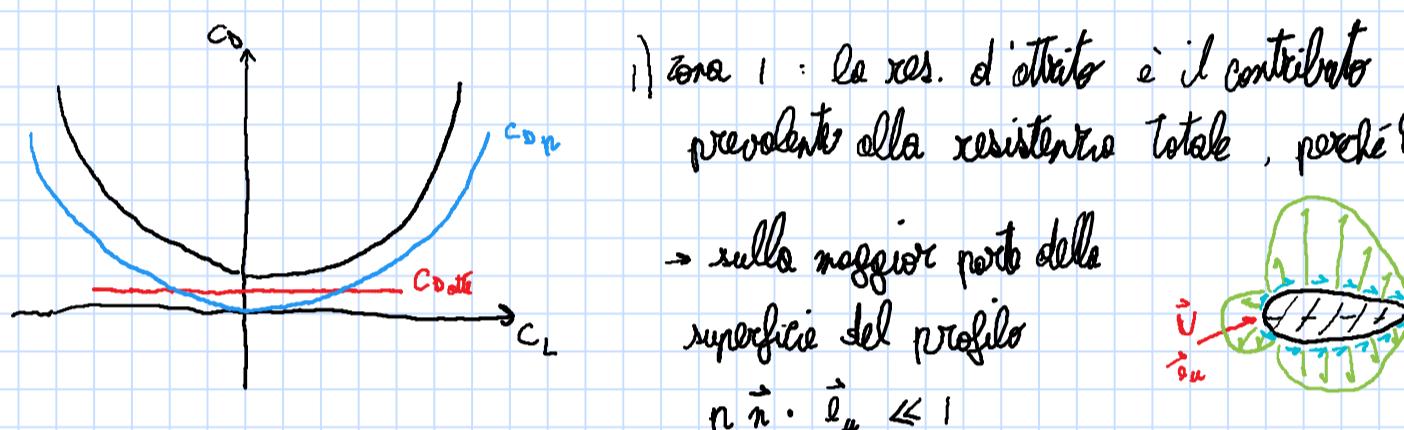


PERCHÉ la polare ha questo comportamento (risultato sperimentale)?
 (non ci sono formal dimostrative, quindi: cerchiamo di capire il significato fisico)

Nel flusso ed: $D = - \int_S p \vec{n} \cdot \vec{v}_u dS + \int_S \vec{\tau}_n \cdot \vec{v}_u dS$

risultato di pressione rez. di effetto
= d'forma

$\rightarrow C_D = C_{D, \text{pres}} + C_{D, \text{att}}$ guardando nel grafico sperimentale



la curva invece non tangerebbe la superficie per cui lungo una proiezione di \vec{v}_u importante, inoltre il contributo sul dorso e ventre si somma

$\Rightarrow C_{D, \text{att}} \gg C_{D, \text{pres}}$ in zona I

2) il $C_{D, \text{att}}$ è circa costante con C_L (e con x) PERCHÉ?



$$\tau_m = \mu \frac{du}{dy}|_{y=0}$$



L'intensità di τ_m aumenta all'aumentare dell'angolo tra la tangente alla parte e l'asse y (β)
 OK THM \rightarrow analizziamo la distribuzione di τ_m sul profilo e come varia con l'incidenza

a) Distribuzione di τ_m sulla superficie del profilo:

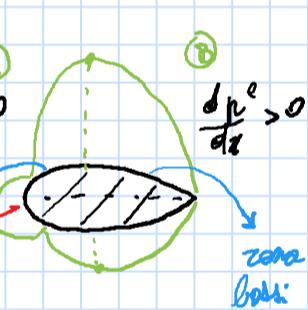
comportamento dello strato limite dipende da $\frac{dU}{dx}$, legato a $\frac{dU}{dx}$ da Bernoulli.

Nella zona 1 $\frac{dU}{dx} > 0$ e lo s.l. è "sottile" (crece però rapido)

Nella zona 3 $\frac{dU}{dx} < 0$ e lo spessore dello s.l. cresce rapidamente

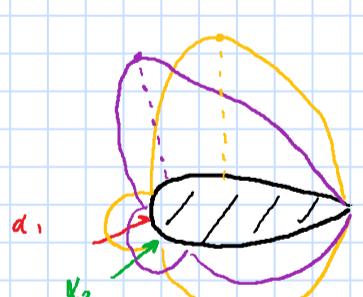
zona ①

zona ③



$$\beta|_① > \beta|_③ \Rightarrow \tau_m|_① > \tau_m|_③ \quad (\text{in generale})$$

CHE cosa succede se cambio x ?



se x aumenta, sul dorso:

- la zone ③ si riduce di lunghezza
- aumenta $|\frac{dU}{dx}| = \frac{dU}{dx} \rightarrow$ lo s.l. è più sottile

è ancora più schiacciato e quindi:

$$\tau_m|_{x_2} > \tau_m|_{x_1} \quad (\text{vedi disegno prima})$$

- la zona ③ si allunga, $\frac{dU}{dx}$ aumenta e $\frac{dU}{dx}$ è sempre più negativo quindi lo strato limite è sempre più spesso, quindi situazione opposta e

$$\tau_m|_{x_2} < \tau_m|_{x_1}$$

risulta \Rightarrow aumentando x , nella zone ① le τ_m aumentano ma su una lunghezza che diminuisce, viceversa nella zona ③

$$\Rightarrow \int_{\text{zone } ①} \tau_m \cdot \vec{v}_u + \int_{\text{zone } ③} \tau_m \cdot \vec{v}_u$$

Quest'effetto si compone! Andrea Gugli dice: "Ma guarda un po' che nelle singole zone!"

Sul vertice il comportamento delle due zone si sovrappone, quindi la ugualmente contributo $C_{D, \text{att}} \approx C_D$ con x

$$\Rightarrow C_{D, \text{att}} \approx \text{costante con } x$$

C_D varia poco con x nella zona ① dove il $C_{D, \text{att}}$ è il contributo preponderante di C_D totale

3) Perché alle alte incidenze il C_D cresce significativamente con C_L (x)?

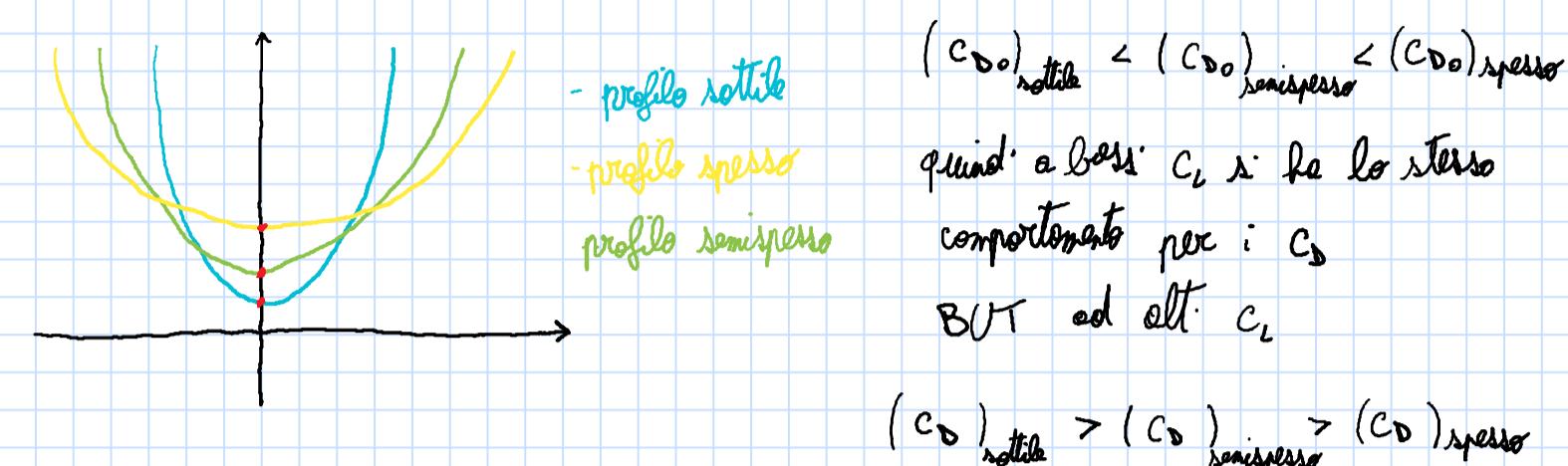
- C_D diventa più importante del $C_{D, \text{att}}$

All'aumentare dell'incidenza il $dU/dx > 0$ (crece) sul dorso del profilo diventa d'interesse ed è applicato per un tratto più lungo \rightarrow lo spessore dello strato limite sul dorso cresce con $x \rightarrow$ spessore della scia cresce con x . FERMI TUTTI, l'interpretazione energetica della resistenza ci dice che $D = E_g$ potere d'energia cinetica
contratto nella scia

\Rightarrow più la scia è spessa, più la resistenza è elevata

\Rightarrow visto che se $a = c = b - c$ allora $a = 0$, abbiamo che in zona II il C_D cresce con x

Effetto spessore: profili simmetrici di diverso spessore



WHY $T \neq 0$? 2 modi per spiegare

1) zone a bassi C_L (bassi incidenze):

1. s.l. sul ventre e sul dorso è sottile



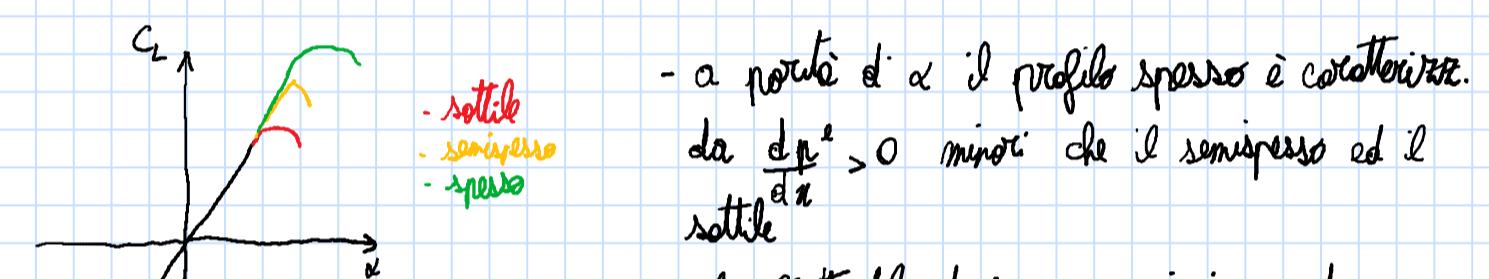
lo spessore della scia è spessore del profilo + spessore strato limite (piccolo)

quindi il sottile ha uno spessore della scia minore

\rightarrow per l'energia si recuperi: ciò di conseguenza

2) ai bassi C_L il contributo preponderante di C_D è il $C_{D, \text{att}}$ che è più proporzionale alla "superficie bisognata" (superficie del profilo area d'impiego) quindi il profilo spesso ha un C_D maggiore

• zone ad alti C_L : effetto spessore sulle curve $C_L - x$



- gli effetti del $\frac{dU}{dx} > 0$ cominciano ad essere importanti per i sottili a C_L più bassi

Orche again ottiene la magia interpretazione energetica:

il C_D aumenta per i sottili a C_L più bassi che per semispessi e spessi

SO qual è la scia migliore da un punto di vista aerodinamico dello spessore di un profilo?

• profilo SPESO

+ miglior comportamento dello strato (C_D, att)

+ miglior resistenza ad alti C_L

+ miglior resistenza momenti flettenti

- C_D maggiore a bassi C_L

• profilo SOTTILE

- peggiore comportamento strato

- maggiore C_D ad alti C_L

- peggiore resistenza di momento flettente

+ C_D minore a bassi C_L

Quando volo in crociera (maggior parte del tempo) sto in condizioni d'alto C_L e quindi il basso C_D volando in zone I

\rightarrow Mr. Bogliolo ribatte il risultato e scrivono i profili spessi

Tutti gli altri problemi mi portano a scartare i sottili: OMEGA LOL

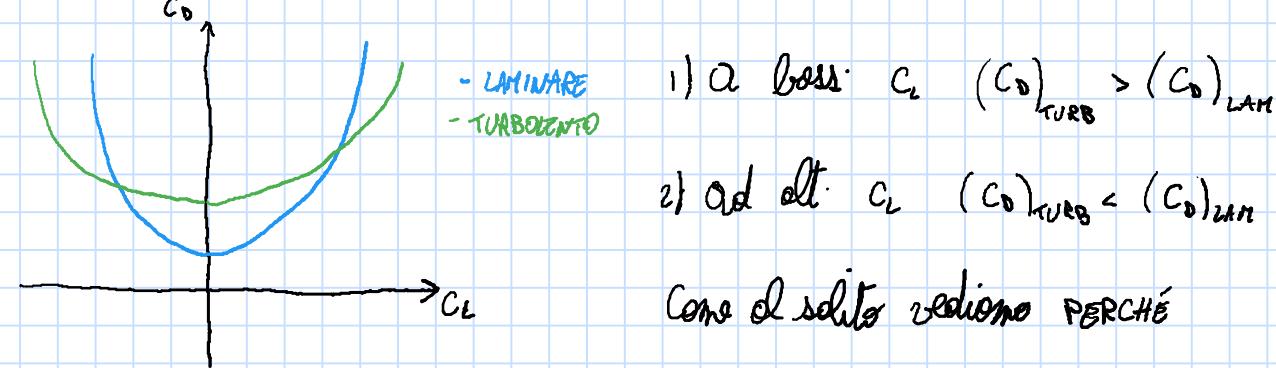
\rightarrow L'uso delle forme di profili SEMISPESI ($6\% < \delta_x < 12\%$) e il limite inferiore dei profili spessi ($\delta_x \sim 12-16\%$)

next: strato limite laminare e turbolento

Polo de profilolar (resistenza)

Effetto dello stato dello strato limite (turbolento/ laminare)

Profilo simmetrico e veloce s.l. tutto d'un tipo nello stesso profilo



- 1) a bassi C_L : $(C_L)_{\text{turbo}} > (C_L)_{\text{laminare}}$
- 2) ad alt. C_L : $(C_L)_{\text{turbo}} < (C_L)_{\text{laminare}}$

Cosa è il salto resistivo perché

- 1) a bassi C_L , la resistenza d'attrito è il contributo dominante e cioè dipende da x_0 . Qual è l'effetto della turbolenta su x_0 e punto d'condizione s.l. s.l.

$$\text{Laminare } x_0 = \frac{\mu_{\text{turb}}}{2} \frac{x_0}{U_0} \quad \text{Turbolento } x_0 = \frac{\mu_{\text{turb}}}{2} \frac{x_0}{U_0}$$

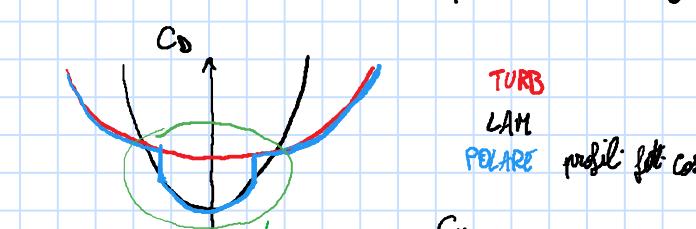
Abbiamo già visto che x_0 turbolento è maggiore per le fluctuation ecco perché $(C_L)_{\text{turbo}} > (C_L)_{\text{laminare}}$ è visto che a bassi valori di C_L è predominante sì lo strato compatente per il C_D totale

- 2) Ad alt. C_L la resistenza è data dal legame tra il comportamento dello strato d'attrito e a. (Perché il turb. resiste meglio alla separazione dello s.l.) L'aumento di C_D è legato all'aumento d' spessore della scia davanti alla separazione dello s.l.

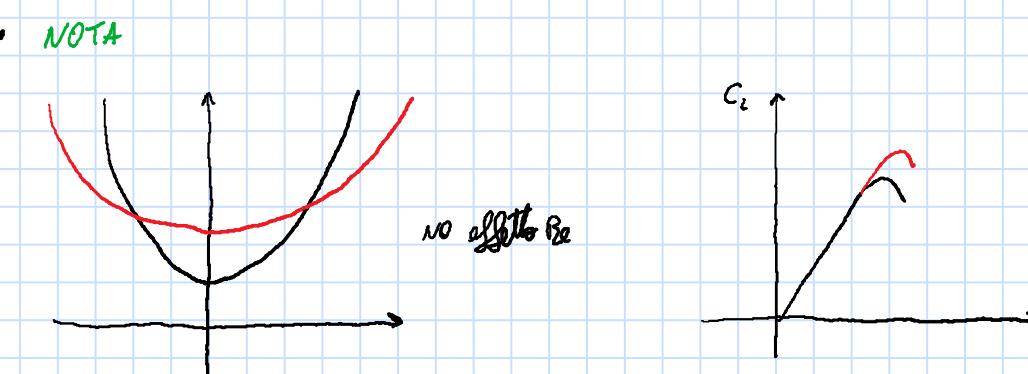
$$\rightarrow \text{ad alt. } C_L: (C_D)_{\text{tot}} < (C_D)_{\text{laminare}}$$

- Da un punto d' vista progettuale preferire un profilo attacco lento e bassi C_L con s.l. più lento possibile e ad alt. valori di C_L con s.l. più lento possibile

ATTENZIONE esistono profili progettati in questo modo (NACA 64...)



• NOTA



Per le curve $C_L - x$, l'effetto dello s.l. (lamin. o turb.) è effetto del Reynolds, il cui unico effetto è quello d' cambiare il p.t. et transizioni.

Nel caso delle polari, l'effetto dello s.l. non coincide con l'effetto del Re. WHY?

Nel caso del CL il Reynolds ha due effetti contrarianti a bassi valori di C_L

1. aumento di Re \rightarrow spostamento verso destra della transizione, quindi a bassi C_L ha un aumento di C_D

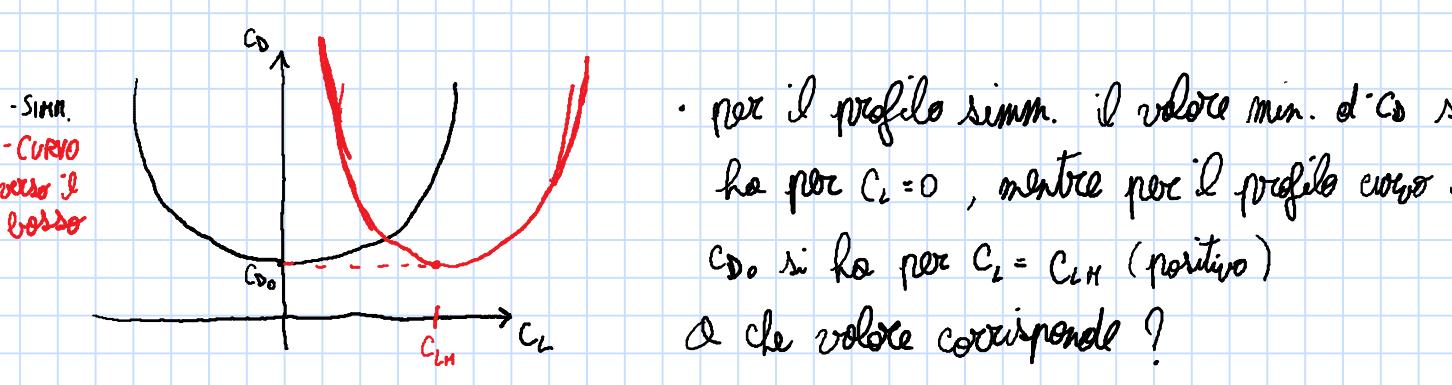
- 2 a bassi C_L il contributo predominante al C_D è l'attrito. ALL' aumentare di Re il C_D diminuisce, infatti nella lezione precedente: $C_D = \frac{1}{Re} \cdot \frac{1}{Re}$

Anche: profili deieri hanno un comportamento analogo.

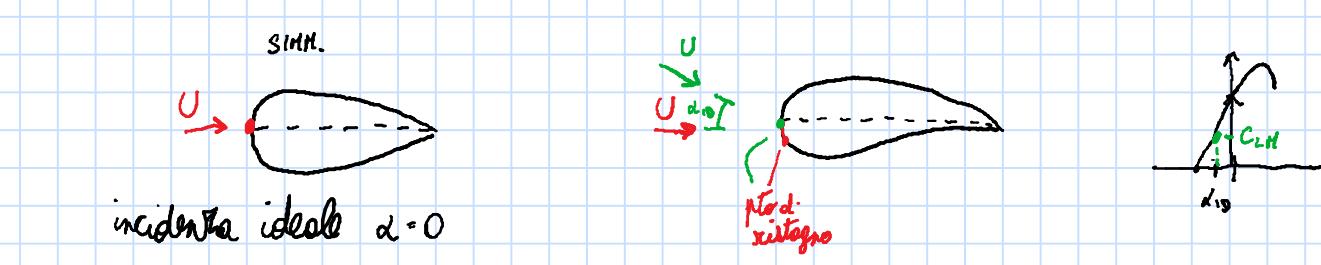
Effetto del Reynolds sul C_D : ① + ② \rightarrow difficile da prevedere

Effetto curvatura sulla curva polare (l' consideriamo solo con curvatura verso l'alto)

Stesso profilo (spessore), stesse condizioni di flusso



È un risultato sperimentale, ma si buona approssimazione corrisponde a quella della linea **incidenza ideale**: velocità dell'incidenza geometrica per cui il p.t. d'attacco coincide con il bordo d'attacco.



$$\therefore \delta(C_D)_{\text{simm}} \approx (C_D)_{\text{simm}} \quad \text{HARD TO EXPLAIN, prendiamo come ottima (x, matematico)}$$

Le curve polare per il prof. simmetrico sono simmetriche rispetto all'asse $C_L = 0$ \rightarrow stessa comportamento per $x \geq 0$

mentre il prof. ha $|C_{L_{\text{simm}}}| < C_{L_{\text{curvo}}} \text{ e } |x| > |x_{\text{simm}}|$

e le curve polare non sono simmetrice rispetto

a $C_L = C_{L_{\text{simm}}}$ con un aumento di C_D con C_L più

rapido per $C_L < C_{L_{\text{simm}}}$

I profili curvi sono "MEJO" perché hanno C_D bassi per valori di C_L positivi, mentre quelli simmetrici li fanno per C_L vicino a 0

=> per le ali a solido profilo: curvi con curvatura verso il bordo

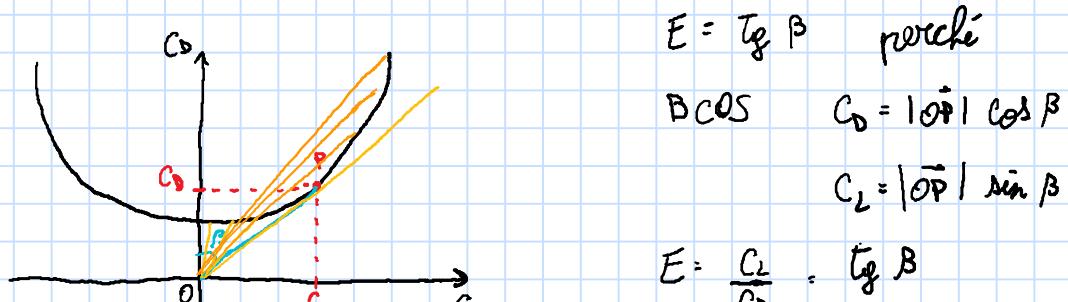
Quanto "MEJO"?

Efficienza aerodinamica

$$E = \frac{1}{D} = \frac{\frac{1}{2} \rho U^2 C_L}{\frac{1}{2} \rho U^2 C_D} \cdot \frac{C_L}{C_D}$$

in aerodinamica è la p.t. che si cerca di massimizzare (quanto "meglio")

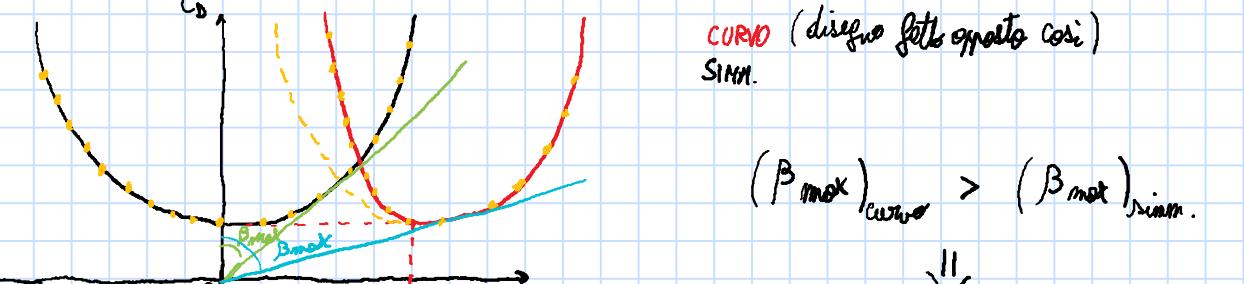
Ex: profilo simm.



quindi: E cresce con β \rightarrow efficienza max quando $\beta = \beta_{\text{max}}$, cioè quando β è tangente alla curva polo

$$C_D = C_{D0} + K(C_L - C_{L0})^2$$

E_{max} è un profilo simmetrico VS curvo



Curva polo: ottenuta sperimentalmente, vengono interpolare tramite una funzione analitica:

• profilo simm. trionta una parabola con vertice sull'asse $C_L = 0$

$$C_L = C_{L0} + K C_{L0}^2$$

stretto della curva sperimentale

• profilo curvo: ignora la parte di $C_L < C_{L0}$ e rimodella la curva usando la parte a destra per interpolare tramite una parabola con vertice in (C_{L0}, C_{D0})

$$C_L = C_{L0} + K(C_L - C_{L0})^2$$

stretto della interpolazione di curva sperimentale o numerica

$E = \frac{C_L}{C_D} \rightarrow$ attraverso le espressioni ricavate sperimentalmente o numericamente

$$\rightarrow E = f(C_L)$$

$$\text{quindi: } E = \frac{C_L}{C_{D0} + K(C_L - C_{L0})^2} \quad \text{prof. simm. e simm. con } C_{L0}=0$$

Condizioni d'efficienza massima

$$\frac{dE}{dC_L} \Big|_{E_{\text{max}}} = 0$$

$$\frac{dE}{dC_L} \Big|_{E_{\text{max}}} = \frac{C_{D0} + K(C_L - C_{L0})^2 - C_L(2K(C_L - C_{L0}))}{(C_{D0} + K(C_L - C_{L0})^2)^2} = 0$$

$$C_{D0} + K(C_L - C_{L0})^2 - 2KC_L(C_L - C_{L0}) = 0$$

$$C_{D0} + K C_{L0}^2 + K C_{L0}^2 - 2KC_{L0}C_{L0} - 2KC_{L0}^2 + 2KC_{L0}C_{L0} = 0$$

$$-KC_{L0}^2 + KC_{L0}^2 + C_{D0} = 0$$

$$C_{L_{\text{max}}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K} + C_{L0}^2}$$

$$C_{L_{\text{max}}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$E_{\text{max}} = \frac{C_{L_{\text{max}}}}{C_{D0} + K(C_{L_{\text{max}}} - C_{L0})^2}$$

$$E_{\text{max}} = \frac{C_{L_{\text{max}}}}{C_{D0} + K(C_{L_{\text{max}}} - C_{L0})^2} = \frac{\sqrt{\frac{C_{D0}}{K} + C_{L0}^2}}{C_{D0} + K(\frac{C_{D0}}{K} + C_{L0}^2 - C_{L0})^2}$$

$$E_{\text{max}} = \frac{\sqrt{\frac{C_{D0}}{K} + C_{L0}^2}}{2C_{D0}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$C_{L_{\text{max}}} = 2C_{D0}$$

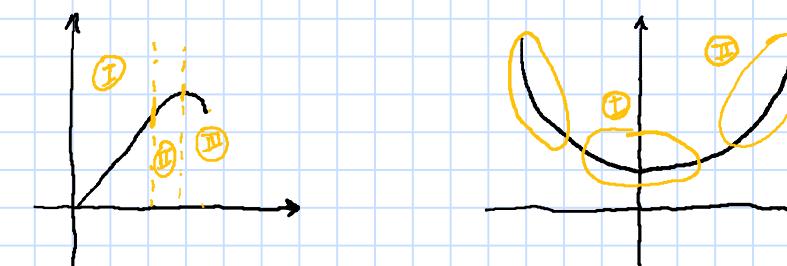
Aò $C_{L_{\text{max}}} \neq C_{L_{\text{simm}}}$ sono due valori molto diversi

E_{max} dipende da geometria profilo (spessore e curvatura) e condizioni d'flusso (turbolenta)

Ordine d' grandezza E_{max}

$$E_{\text{max}} \approx 80 - 120 \quad \sigma(100)$$

Come si costruisce misurando la curva $C_L - x$ e la polare?



• curva $C_L - x$ zone I : \leftarrow [DA ESAME]

teoria de profil. simm. $C_L = C_{L0}(x-x_0)$

• curva $C_L - x$ zone II e III :

non posso usare la procedura iterativa perché ho separazione dello strato limite \rightarrow devo usare codice numerico che discretizza le eqn: N-S (in realtà è ovvio con le belle molte piccole s.p.)

• polare zone I :

procedura iterativa perché ho strato limite per avere C_L ed è attaccato

• polare zone II :

once ogni simulazione numerica con N-S complete

Stima del C_D con analogia della lezione piana

profilo simmetrico $\rightarrow C_{D0} \approx 0$ poiché $C_L = 0$ $\Rightarrow C_D = 0$

→ Stima il C_D del profilo ad $x=0$ $\rightarrow C_D = \frac{C_L}{x}$

Se so stima il C_D di una lezione piana e incidente nulla

$$\begin{aligned} \text{Laminare} &\rightarrow C_D = \frac{C_L}{x} \\ \text{Turbolento} &\rightarrow C_D = \frac{C_L}{x} \approx \frac{C_L}{x_{\text{cav}} \frac{x_{\text{cav}}}{x}} \end{aligned}$$

L'analogia consiste nello stimare l'analogia del mio profilo confrontandolo con le sue corde \rightarrow la lezione piana è incidente nulla

Approssimazioni connesse

1) $C_D = \text{lunghezza d'arco} = l_r = \text{lunghezza vertice}$

$$l_r = l_r \approx C \approx \frac{C}{C_D}$$

occhio abbastanza piccolo perché $\frac{1}{C}$ piccolo

es. NACA 0012

$$\frac{l_r}{C} \approx 1.01 \text{ errore } 1\%$$

2) learde piana ad incidente nulla

$$C_D = C_{D0} + C_{D0} \approx C_{D0}$$

nel caso del profilo $C_{D0} \ll C_{D0}$ MA non zero

Tuttavia corso ma è piccolo tanto

3) le x_r sul profilo è influenzata dal $\frac{dx}{dz} \Rightarrow (Re_{x_r})_{\text{piano}} \neq (Re_{x_r})_{\text{lezione}}$

$$\text{effetto de quantificazione}$$

→ NEXT: ex di stima del C_D di un profilo simmetrico a $Re = 3 \cdot 10^6$ (NACA 0012)

→ —

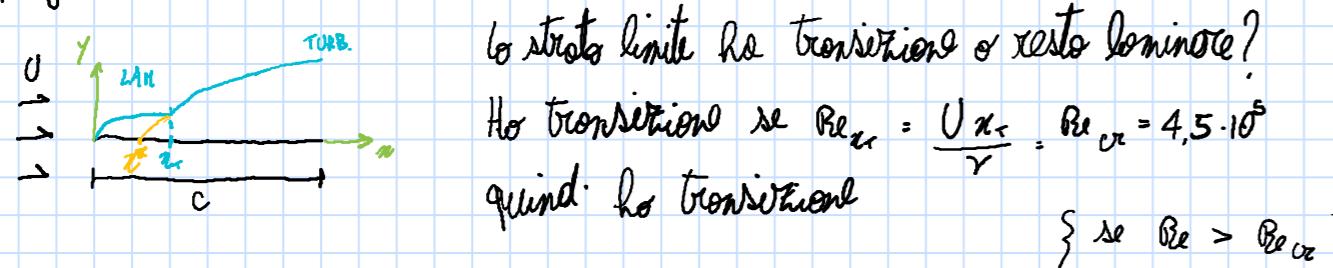
simmetrico

simmetrico</p

19/04/2021

Stime del C_D di un profilo simm. con analogia lastre piane
 $\alpha = 0$ es. NACA 0012 a $Re \cdot \frac{U_c}{\gamma} = 3 \cdot 10^6$

Troviamo il profilo come una lastre piana che coincide con la corda del profilo ad incidenza nulla.



$$D = D_{air} = 2\rho U^2 \theta(c)$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U^2 c} = \frac{2 \rho U^2 \theta(c)}{\frac{1}{2} \rho U^2 c} = 4 \frac{\theta(c)}{c}$$

- formula di Blasius danno $\theta_L(x)$ per lo s.l. laminare
- formula empirica danno $\theta_L(x)$ per lo s.l. turbolento

$$\rightarrow \theta(c) = \theta_L(c - x^*)$$

origin virtuale della s.l. turbolento

La troviamo impostando $\theta_L(x_1) = \theta_L(x_1 - x^*)$

1) Determinazione di x_1 :

$$\frac{U_{x_1}}{\gamma} = Re_{cr} = 4,5 \cdot 10^6 \rightarrow \frac{x_1}{c} = \frac{Re_{cr} \gamma}{U} \cdot \frac{1}{c} = \frac{Re_{cr}}{Re} \cdot \frac{4,5 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^6} \cdot 0,15$$

2) Determinazione x^* :

$$\theta_L(x_1) = \theta_L(x_1 - x^*)$$

$$\frac{0,664 x_1}{(U/c)^{0,5}} = \frac{0,036 (x_1 - x^*)}{(U/c)^{0,2}} \quad \frac{0,664 x_1^{0,5}}{c \cdot (U/c)^{0,6}} = \frac{0,036 (x_1 - x^*)^{0,8}}{(U/c)^{0,2} \cdot c}$$

$$\frac{0,664 \left(\frac{x_1}{c}\right)^{0,5}}{Re^{0,5}} = \frac{0,036 \left(\frac{x_1}{c} - \frac{x^*}{c}\right)^{0,8}}{Re^{0,2}}$$

$$\rightarrow \frac{x_1}{c} - \frac{x^*}{c} = \left(\frac{0,664 \left(\frac{x_1}{c}\right)^{0,5}}{Re^{0,2} \cdot 0,036} \right)^{1/0,8} = \left(\frac{0,664 \cdot (0,15)^{0,5}}{(3 \cdot 10^6)^{0,2} \cdot 0,036} \right)^{1/0,8} = 0,043$$

$$\frac{x^*}{c} = \frac{x_1}{c} - 0,043 = 0,107$$

$$3) Determino \frac{C_D}{c} (c - x^*) = \frac{0,036 \cdot (c - x^*)^{0,8}}{(U/c)^{0,2}} \cdot \frac{1}{c} = \frac{0,036 \left(1 - \frac{x^*}{c}\right)^{0,8}}{Re^{0,2}} = 1,66 \cdot 10^{-3}$$

$$4) Calcolo C_D = 4 \frac{\theta(c - x^*)}{c} = 6,64 \cdot 10^{-3}$$

Qual è l'accortezza di questa stima?

Dalle curve sperimentali per il NACA 0012 a $Re = 3 \cdot 10^6$ (alldt)

$$C_D \approx 6 \cdot 10^{-3} \quad (\text{Stime con analogia})$$

lastra piana
è BLOOMA

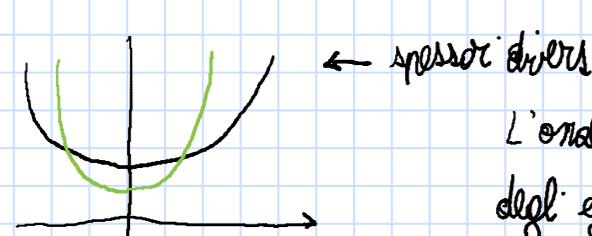
Ordine di grandezza del C_D per profili: $5 \cdot 10^{-3} \div 1 \cdot 10^{-2}$

La stima funziona per profili curvi?

NACA 2412 $Re = 3 \cdot 10^6$

$$(C_D)_{\text{curvo}} \underset{\text{NACA 2412}}{\approx} (C_D)_{\text{simmetrico}} \underset{\text{NACA 0012}}{\approx}$$

Allora la stima con l'analogia della lastre piane vale ugualmente



L'analogia delle lastre piane non più tener conto degli effetti dello spessore sul C_D → fornisce una stima migliore per profili sottili: $l_s = l_r \approx c$

FINE RESISTENZA!

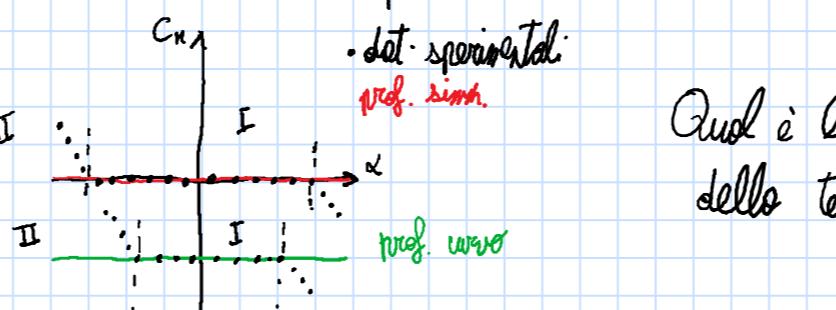
Momento aerodinamico dei profili: clora

La Teoria dei profili sottili (LUDWIG) funziona per calcolare i momenti:

1) Il punto sulla corda (c) a distanza $\frac{x}{c}$ dal bordo d'uscita è il centro aerodinamico $\leftrightarrow M_C$ è cost. con l'incidente

$$M_C = \begin{cases} 0 & \text{per profili simm.} \\ < 0 & \text{per profili con curvatura verso il basso (corda dipende solo dalla curvatura)} \end{cases}$$

$$C_M = \frac{M_C}{\frac{1}{2} \rho U^2 c^2}$$



Quale è l'accortezza reale del risultato delle teorie dei profili sottili?

• zona I a bassa incidenza in cui lo teorema dei risultati in accordo con i dati sperimentali (corrisponde alla zona lineare della curva $C_L - \alpha$ ≡ s.l. sottili e attaccati). La teor. dei prof. sottili fa buona approssimazione di L , ma $D=0$, allora perché il trascurare D non genera errori importanti sul momento?



$$\begin{aligned} &\text{- simmetrico } \bar{M}_C = 0 \\ &\text{- curvo } \bar{M}_C < 0 \end{aligned}$$

perché il braccio della resistenza < d'attacco della portanza

=> per prevedere il mom. aerodinamico è importante prevedere come varia la retta d'applicazione della portanza (teorema profili sottili OK)

• zona II per $\alpha > 0$ elevata il valore reale di C_M a distanza del risultato della teoria dei profili sottili, why? Perché è la zona di corrispondenza della parte non lineare della curva $C_L - \alpha$ in cui la separazione dello s.l. e in cui la teoria prof. sottili non funziona.

Nella zona II per $\alpha > 0$ elevata il C_M tende a diventare più negativo e quindi più piccante, sia per simmetrico che per curvo. Why THO?

C_M che diventa più negativo \leftrightarrow per α elevato la retta d'applicazione della portanza tende a spostarsi verso il SU

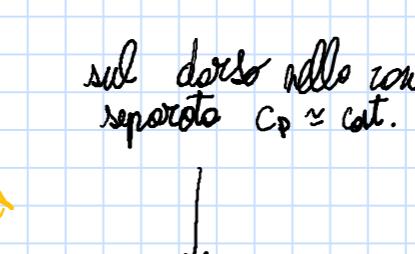
La retta d'applicazione della portanza dipende dalla distribuzione di pressione (C_p) sul profilo

bassa α (zona I)



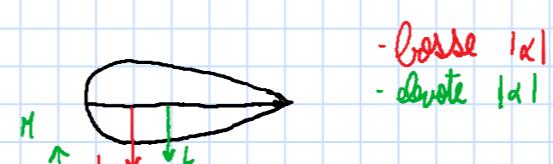
distrib. C_p con s.l. attaccato
 retta d'app. portanza è prevista dalla teoria prof. sottili

alta α (zona II)



La retta d'applicazione di L si sposta verso il bordo d'uscita $\rightarrow C_M$ diventa più negativo

• ad α negativi nella zona II C_M tende a diventare più positivo perché la separazione dello s.l. sul ventre e questo fa sì che la retta d'applicazione di L si sposta verso il bordo d'uscita



CONCLUSIONE:

I profili curvi con curvatura verso il basso sono vantaggiosi da un po' di vista aerodinamico:

+ hanno bassi valori di C_D a $C_L > 0 \rightarrow E_{max}$ migliore di quello dei profili simmetrici

+ hanno un C_{max} maggiore di simmetrici

- hanno un $C_M < 0$ anche alle basse incidenze → problema per la stabilità dell'aereo (meccanica del volo → necessità della coda per generare un momento rispetto al horizontale)

NEXT: ipercostanziazione

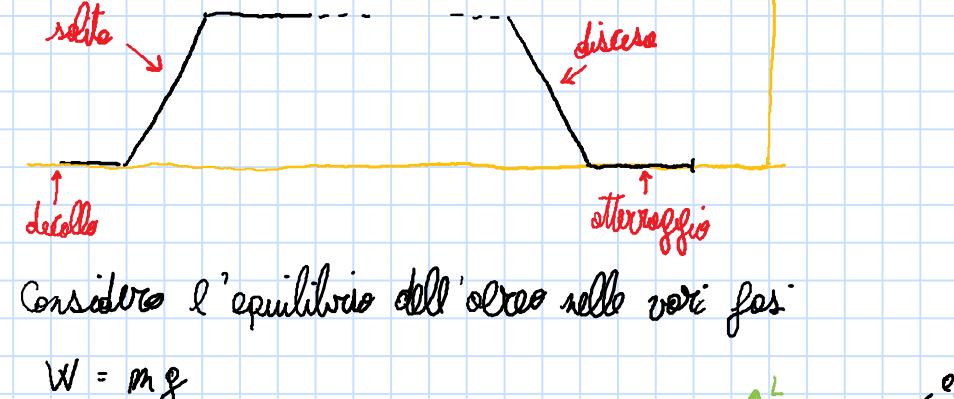
$$\frac{C_D}{c} = \frac{0,032 \cdot \alpha}{\sqrt{Re}}$$

$$\theta(\alpha) = \frac{0,664 \cdot \alpha}{\sqrt{Re}}$$

Inerzientotazione

Cos'è e perché si fa? Vediamo il perché prima

- Misura tipica di un aereo da trasporto (passeggeri o merci)



Considere l'equilibrio dell'aereo nelle varie fasi

$$W = m \cdot g$$



- In condizioni di decollo

$$L_0 = W + M C_{L0}$$

minima resistenza aerodinamica e massimo alzante nella traiettoria di decollo

$$\frac{1}{2} \rho U_0^2 (S C_{L0})_0 = W + M C_{L0}$$

potenziale di cui fluido intorno

$$(S C_{L0})_0 = \frac{W + M C_{L0}}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} = \frac{1.2 W}{\frac{1}{2} \rho U_0^2}$$

faccio lo stesso ragionamento
nelle altre fasi

- Zona di crociera (velo lineare)

$$L_c = W \quad (\text{per } W \approx c_L)$$

$$(S C_{Lc}) = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho U_c^2}$$

- Zona d'atterraggio (velo zero $c_L = 0$)

$$L_A = W$$

$$(S C_{LA}) = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho U_A^2}$$

$$(S C_{Lc})_0 < (S C_{Lc})_0 \quad \text{perché?}$$

$$(S C_{Lc})_0 < (S C_{Lc})_A \quad \text{perché?}$$

$$\rightarrow p_A \approx p_0 \quad (\text{quanto zero}) > p_c$$

$U_c \gg U_0, U_A$ perché in decollo l'aereo vola da fermo ($v=0$) fino a U_0 in una lunghezza di pista data, quindi U_0 è limitata dalla lunghezza della pista e dalla potenza dei motori; in fase d'atterraggio è l'opposto, ma in frenate. Non mi sembra spiegabile?

La velocità in ①, ② e ③ oppone al quadrato quando viene sull'altro effetto

1° veloce: diminuisce l'alzante per le condizioni di decollo e atterraggio → resiste (C_L)_{0,0} alto e conseguente sollevo S.

O questo punto ha uno spazio oltre "grande"

→ dalla ② ricevo (C_L)_{0,0}

$$\Rightarrow \text{debole resistenza } D = \frac{1}{2} \rho U_c^2 S C_{Dc} \leftarrow \text{legato ad } (C_L)_0$$

grande sup. aerodinamica → debole resistenza d'altro che è basso C_D è il contributo principale la crociera è molto più lunga di decollo e atterraggio → elicottero, moto, portat

→ curvatura di costante, quindi non si usa la veloce

2° veloce: si dimensiona l'alzante per le condizioni di crociera

→ resiste un (C_L)_c $\approx (C_L)_{max}$ e prende

S di conseguenza

Se uso questa S ottima nella ① e nella ②

$$\text{stesso } (C_L)_A, (C_L)_0 > (C_L)_{max}$$

$$\begin{bmatrix} \text{ord di grandezza: } C_{Lmax} \sim 1 \div 1.8 \\ (C_L)_A, (C_L)_0 \sim 3.5 \div 4 \end{bmatrix}$$

=> **inerzientotazione**: modifica del profilo al fine di aumentare C_{Lmax} fino ai valori necessari in decollo e atterraggio.

HOW IS MADE?

Classificazione dei dispositivi di iperesistenzazione

1) Dispositivi che non modificano la geometria del profilo

2) Dispositivi che modificano la geometria del profilo



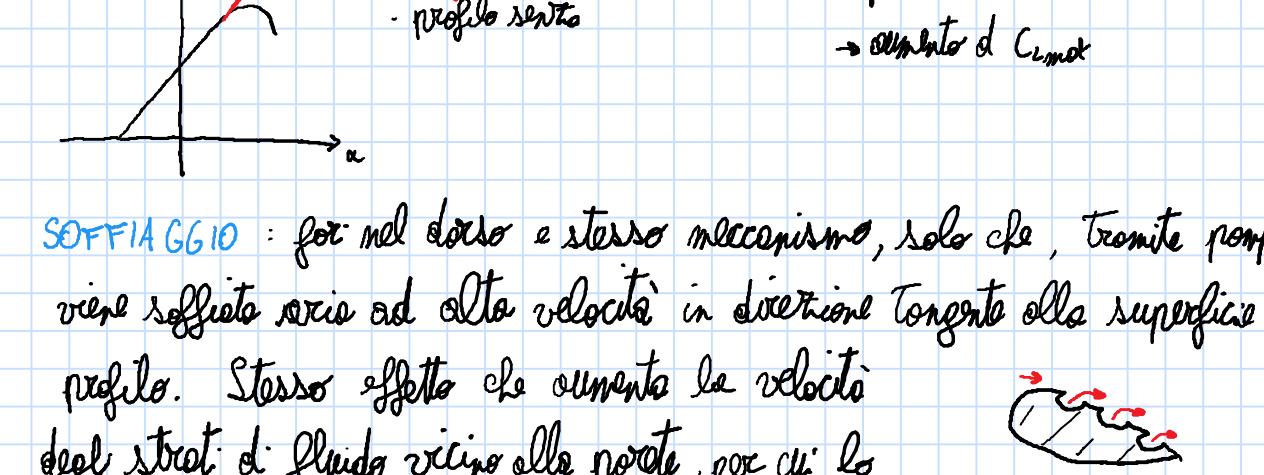
Dispositivi che non modificano la geometria del profilo

Per aumentare il C_{Lmax} si contrasta la separazione dello strato limite sul dorso.

ASPIRAZIONE: for sul dorso del profilo nella parte sottoposta a gradiente inverso al percorso e tramite pompe si aspirano gli strati di fluido più vicini alla parete.

La separazione dello strato limite per il raffreddamento delle particelle fluido nel strato più vicino alla parete.

L'aspirazione elimina quest'effetto più lontano che venga sostituito da quelli più lontani (velocità più alta), per cui lo strato limite è costretto a gradiente di più elevato prima di separarsi:



SOTTOFLAGGIO: for sul dorso e stesso meccanismo, solo che, tramite pompe, viene rifatto verso ad alta velocità in direzione tangente alla superficie del profilo. Stesso effetto che aumenta la velocità degli strati di fluido vicini alle pareti, per cui lo strato limite è costretto a gradiente di pressione ormai maggiore.

→ curvatura di cst → aumento di C_{Lmax} nel lo stesso modo dell'aspirazione.

Le aspirazioni e sottraggi sono progettati opportunamente avendo in vista di C_{Lmax} richiesti in decollo e atterraggio.

SHIMASHI questi due effetti non si usano su aerei di trasporto, ma solo su militari e dimostratori. PERCHÉ?

Svantaggi:

- i feri richiedono una manutenzione molto accurata e possono sfuggire in volo (gelo) e quindi hanno bisogno di sistemi appositi.

- sistema di pompaggio da costruire nell'aereo che occupa spazio, impiego però in più ed è costoso dal punto di vista energetico.

=> costi aggiuntivi notevoli, perciò utilizzati solo dove il costo non è un problema (sviluppi militari e prototipi)

Dispositivi che modificano la geometria del profilo

Bordo d'uscita

FLAP: rotazione delle porte posteriori del profilo.

L'effetto è quello di aumentare la curvatura del profilo.

→ traslazione verso dx della curva C_{Lmax} .

L'aumento della curvatura vicino al bordo d'uscita è efficace nel trasferire la curva C_{Lmax} (dalla teoria di profili solli).

$$C_L = C_{Lmax} (x - x_0)$$

$$\Delta x = \frac{1}{\pi} \int_0^{\delta x} \frac{dy}{dx} (1 - \cos \theta) d\theta$$

grado residuo δx max (curvatura)

\rightarrow i flap sono messi vicino al B.U.

per maximizzare l'effetto se x0

$$(C_{Lmax})_{flap} < (C_{Lmax})_{nflap}$$

$$(C_{Lmax})_{flap} > (C_{Lmax})_{nflap}$$

profilo con flap

profilo nudo

ax cst

Il vantaggio in termini di C_{Lmax} è limitato dal fatto che si diminuisce, oltre col flap, da solo non rischia di arrivare in volo di C_{Lmax} necessario in decollo e atterraggio → si deve far qualcosa per migliorare il comportamento allo stall.

- la diminuzione di cst che fa ruotare il flap è anche negativa d'acqua che lo aumenta la curvatura "normale", perché è una curvatura brusca

o curva delle rotelle brusca, ha un picco di resistenza locale ed ha subito dopo un grande onda di pressione nello stesso

→ la superficie del flap è facilmente rottata o

separazione dello strato limite

Per ridurre la separazione locale sulla sup. del flap:

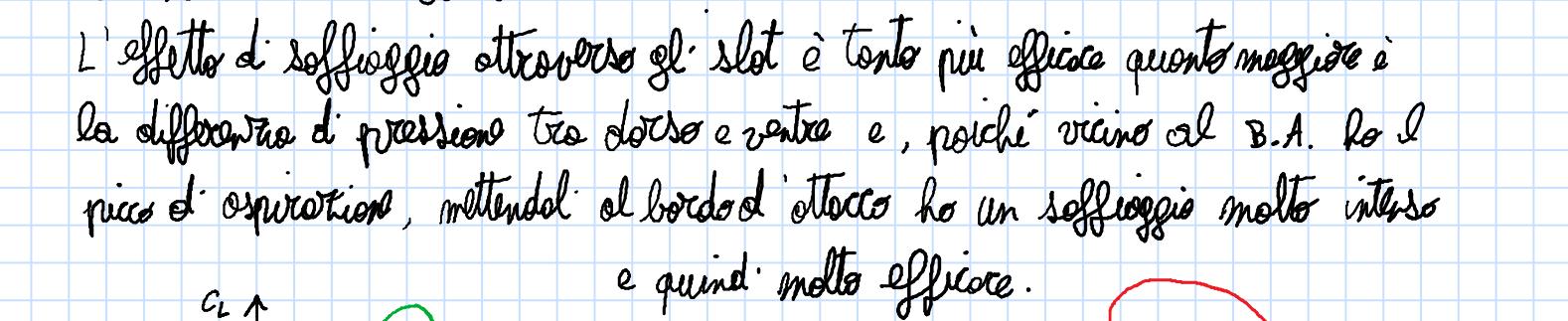
1. si crea una fessura tra flap e nudo, quando la gomma viene rotata.

La pressione sul dorso in prossimità della fessura è minore

d'acqua sul ventre → il flusso passa dal ventre al dorso e si ha un effetto di soffaggio locale che mi provoca

un miglioramento del comportamento alla separazione sulla superficie del flap.

Possibile di creare più di una fessura → effetto di soffaggio multiplo



→ il problema del gelo mi fa?

SLOT: la parte anteriore del profilo viene estratta e ruotata verso il basso

1. tramite la fessura si crea effetto di soffaggio come

per lo slot.

2. rotazione delle porte anteriori del profilo verso il basso

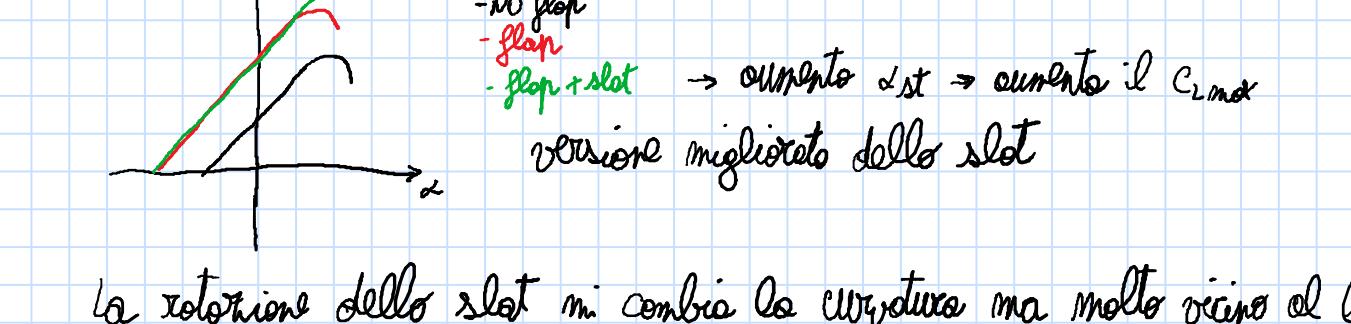
che ruota verso il flusso orario → il flusso può passare sul dorso

una direzione meno brusca → accelerazione locale meno intensa che mi

addolcisce il picco di resistenza → gradiente orario meno intenso e conseguente

miglioramento del comportamento alla separazione.

e quindi molto efficace.



La rotazione dello slot mi cambia la curvatura ma molto vicino al bordo d'uscita. Allora ho un picchissimo effetto ma lo per via del traino (1-cos)

Quindi: flap + slot (o slot) mi permette di estrarre a C_{Lmax} richiesti per atterraggio e decollo.

Hanno bisogno solo di dispositivi meccanici che permettano la rotazione e la creazione di fessure → poco pesanti e poco costosi → usati su aerei di trasporto.

Svantaggio per tutti i dispositivi di iperesistenzazione:

- aumentano la resistenza, TUTTI VEDI solo per decollo e atterraggio che durano poco

- SOLO per i flap: aumentando la curvatura aumenta il momento ricettivo

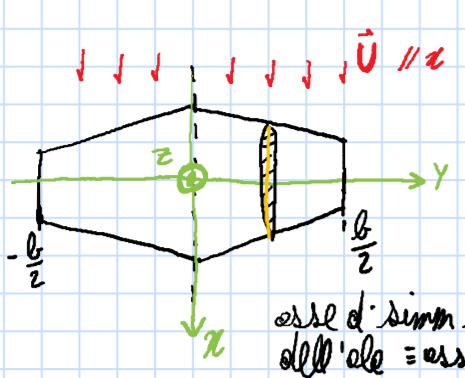
(problema per la stabilità dell'aereo)

FINE PROFILI ALARI (considerazioni 2D con aero infinito)

NEXT: cosa succede in 3D con apertura delle gomme

Ali di apertura finita

Definizione geometrica e sistema di riferimento (solide all'ala)



Nel centro c'è la fusoliera ma noi facciamo l'considerazione global come se fosse un corpo unico.
asse y : lungo l'apertura aliore
asse z : diretto verso l'alto (a quota $\frac{L}{2} - \frac{b}{2}$)
 b : apertura aliore

La sezione aliore è una data y coincide con il profilo aliore (giace in (x, z)).Il profilo in flusso è corrispondente a $b \rightarrow \infty$.

- Le corde dei profili $c(y)$ dipendono dalla forma in punto dell'ala: forma della proiezione dell'ala nel piano (x, y)
- es: forma in punto rettangolare $c(y) = c_0$
- " " " trapezio: distribuzione lineare di corde in gomito

Superficie dell'ala: area delle forme in punto dell'ala

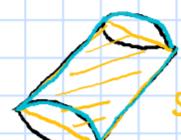
$$S = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} c(y) dy \quad \text{ala rettangolare: } S = b \cdot c$$

 S non coincide con la superficie bagnata

di dorso e ventre, però è usato nella definizione di coeff. aerodinamici.

$$C_L = \frac{1}{2} \rho U^2 S$$

S viene usato per i coeff. aerodinamici
di tutto l'aereo (perché l'ala è la principale
superficie portante)

**Ollungamento aliore**

$AR = \frac{b^2}{S}$ è un indice di quanto è allungato l'ala
dimensionale

ala rettangolare: $S = b \cdot c \rightarrow AR = \frac{b}{c}$ ala di forma in punto generico $c(y) \neq c_0$
allora definisco **corda media geometrico**: media della distribuzione di corde
in apertura $\bar{c} = \frac{1}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} c(y) dy = \frac{S}{b} \rightarrow S = b \cdot \bar{c}$
 $\Rightarrow AR = \frac{b}{\bar{c}}$ più AR è elevato, più l'ala è allungata nella direzione
dell'aperturaprofilo in flusso 2D $\Leftrightarrow AR \rightarrow \infty$ **Rapporto di rottoramento**

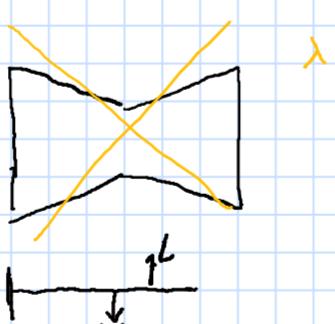
$$\lambda = \frac{c_0}{\bar{c}_0} \quad \begin{array}{l} \text{corda all'estremo aliore } c_0 (\pm \frac{b}{2}) \\ \text{corda alla radice } \bar{c}_0 \end{array}$$

ala rettangolare: $C_L = C_R = c$

$$\lambda = \frac{c_0}{\bar{c}_0} = 1$$

ala trapeziale (ala rottorata)

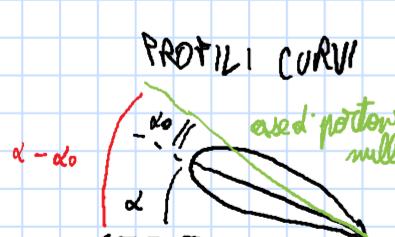
$$\lambda = \frac{c_0}{\bar{c}_0} < 1$$

 $\lambda = 0 \rightarrow$ ala triangolare

L'ala può schematicamente essere vista come una trave incostituita sottoposta a momento flettente,
quindi per motivi strutturali non si usa
 \Rightarrow ala rottorata $\lambda < 1$

Svegolamento

S 41:00

I singoli profili sono sezioni dell'ala o fissati $\rightarrow c(y)$ 

$$\text{PROFILI CURVI}$$

$$\alpha = \text{inc. portante nulla}$$

$$\text{in 2D: } C_L = C_w (\alpha - \alpha_0)$$

$$\alpha = \text{inc. geometrica}$$

$$\alpha - \alpha_0 = \text{inc. aerodinamico}$$

$$\alpha_0 = \text{inc. di portante nulla}$$

 \Leftrightarrow Cambio di notazione $\lambda(y)$ inc. aerodinamico del singolo profilocioè angolo formato tra il flusso orizzontale e l'asse di portante nulla
del profilo.

Perché l'incidenza del singolo profilo può cambiare?

- I profili sono eletti in modo diverso \rightarrow le corde dei vari profili non sono parallele (nessuno gli assi di portante nulla) \rightarrow SVEGOLAMENTO

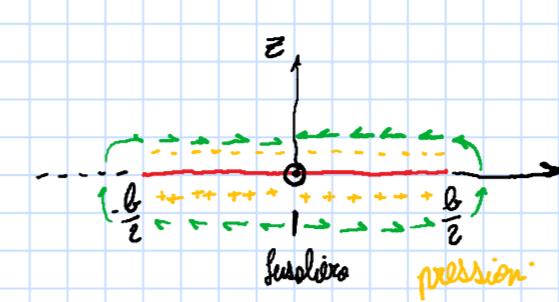
- In caso di svegolamento nullo (corde parallele), cambia la curvatura dei profili \rightarrow cambia $\alpha_0 \rightarrow$ cambia $\lambda(y)$.

Quando nessuna di queste due condizioni è verificata ha $\lambda(y) = \text{cost.}$

Come cambia nel comportamento aerodinamico rispetto al caso 2D?

Uguali da le mie da abbia $L > 0 \rightarrow$ pressione più bassa sul dorso dell'ala
di quella sul ventre.

- Ala vista dal bordo d'uscita



all'estremità aliore, per la diff. di p. il

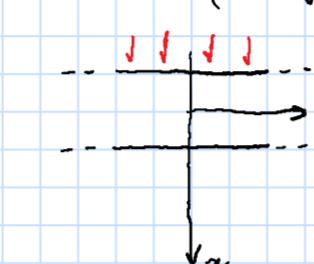
flusso andrà da ventre a dorso

 \Rightarrow flusso trasversale che sul ventre ne
delle radice dell'estremità e sul dorso ne
dell'estremità alla radice

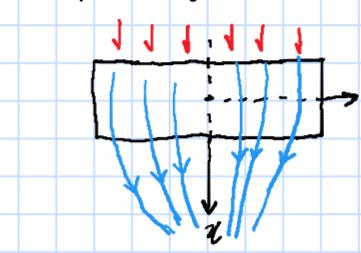
\rightarrow il flusso trasversale si sovrappone al flusso nel piano (x, z)
(flusso intorno a ogni profilo)

- Ala vista dall'alto (dorso)

corda 2D (da infinto)



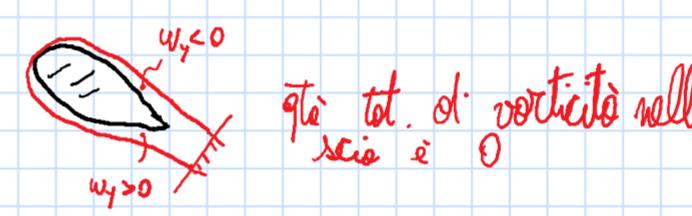
apertura finita

flusso orizzontale combinato
col flusso trasversale \rightarrow sul dorso ha una deviazione
della linea di corrente verso la
radice dell'ala \rightarrow vicino sul ventre ha una deviazione
verso l'estremità \Rightarrow tradimensionalizzazione del flusso \rightarrow profili sviluppati
forche aerodinamiche diverse a seconda della posizione in
apertura \leftarrow flusso trasversale non è uniforme in apertura

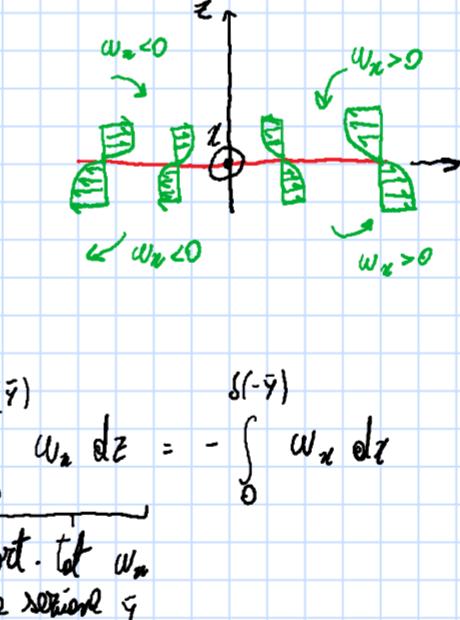
flusso laterale è più intenso vicino all'estremità
 \hookrightarrow somministrazione del campo di velocità
 \rightarrow somministrazione del campo di velocità!

AVVTO

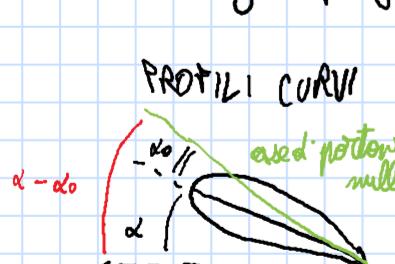
1. Flusso intorno al profilo

2. Flusso trasversale \rightarrow cond. d'aderenza alla parete \rightarrow formazione di uno s.l.

trasversale

In questo s.l. trasversale è contenuto
una vorticità diretta lungo $x \rightarrow w_x$ Nella semiresta di dx ($y=0$) $w_x > 0$ Nella semiresta di dx $w_x < 0$ Per simmetria $w_x(\bar{y}, z) = -w_x(-\bar{y}, z)$ conservazione della vorticità totale
è soddisfattoATTENZIONE! per ogni sezione, lo vort. w_x sul dorso e ventre ha lo stesso segno \Rightarrow conseguente importante quando schizzo a zero la spessa dello s.l.
in teoria segnificate per il calcolo delle tensioni aerodinamiche

S 41:00

I singoli profili sono sezioni dell'ala o fissati $\rightarrow c(y)$ 

$$\text{PROFILI CURVI}$$

$$\alpha = \text{inc. portante nulla}$$

$$\text{in 2D: } C_L = C_w (\alpha - \alpha_0)$$

$$\alpha = \text{inc. geometrica}$$

$$\alpha - \alpha_0 = \text{inc. aerodinamico}$$

$$\alpha_0 = \text{inc. di portante nulla}$$

 \Leftrightarrow Cambio di notazione $\lambda(y)$ inc. aerodinamico del singolo profilocioè angolo formato tra il flusso orizzontale e l'asse di portante nulla
del profilo.

Perché l'incidenza del singolo profilo può cambiare?

- I profili sono eletti in modo diverso \rightarrow le corde dei vari profili non sono parallele (nessuno gli assi di portante nulla) \rightarrow SVEGOLAMENTO

- In caso di svegolamento nullo (corde parallele), cambia la curvatura dei profili \rightarrow cambia $\alpha_0 \rightarrow$ cambia $\lambda(y)$.

Quando nessuna di queste due condizioni è verificata ha $\lambda(y) = \text{cost.}$

Al di fuori della scia

La differenza di p. tra dorso e ventre ($\Delta p > 0$) crea un flusso laterale da circa $w_x \approx 0$. Traversale in cui c'è contenuta una vorticità w_z di segno uguale sul dorso e ventre e segno opposto sulle due semire.

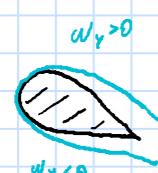


(segni di w_z opposti rispetto al caso $w_0 = 0$)
per via dell'orientazione dell'ala y

In ogni sezione della scia ho una g. globale d. vorticità $w_z > 0$ uguale e opposta alla g. $w_z < 0$

WHAT IF schiaccio a zero lo spessore dello s.l.

- $w_y \approx 0$
→ otengo flusso irrotazionale d'appalto e butto via anche la scia



→ il corpo diventa linea di corrente.

Perché posso buttar via anche la scia?

Schiacciando lo spessore

della scia, i due vortici puntiformi di intensità uguale e opposta si ranno e sovrappone e si cancellano anche in termini di velocità indotta, quindi posso buttar via anche la scia.

- $w_z \approx 0$
 $w_x > 0$

Schiacciando a zero lo spessore dello s.l.
Traversale, la vorticità presente in una sezione sul dorso e ventre si riduce a due nuclei vorticosi concentrati de \approx sommo. AFRMATH

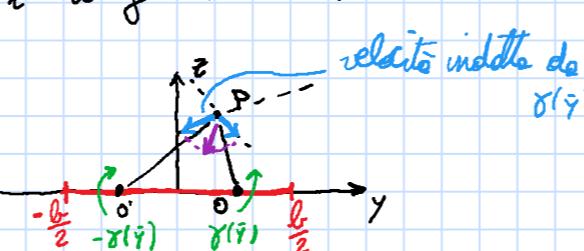


- filament vorticosi // e concordi all'asse x sulla semireale d. e d'intensità $\gamma(y)$
- L'intensità $\gamma(y)$ è variabile in apertura e sarà maggiore all'estremità dove il flusso laterale è più intenso
- Sulla semireale s. per simm. e cons. delle rot. globali $\gamma(-y) = -\gamma(y) + \bar{\gamma}$

Posso buttar via il sistema di vort. w_z schiacciando a zero lo s.l.?

Vediamo qual è l'effetto del sistema di vort. w_z sul flusso in termini di velocità indotta!

- Velocità indotta da $\gamma(y)$: diretta ortogonale alle congiugate \vec{OP} e verso concorde al verso del vortice, intensità proporzionale a $\gamma(y)$ e inversamente proporzionale alla distanza $|OP|$
- Velocità indotta da $\gamma(-y)$: \perp a \vec{OP} , verso concorde al vortice e intensità proporzionale a $\gamma(-y) \approx 10^{-3} \text{ m/s}$



- => ogni coppia di filamenti vorticosi $\gamma(y) \pm \gamma(-y)$ induce una velocità non trascurabile
- Anche nei modelli semplificati con s.l. schiacciato a zero, non posso trascurare la vorticità $w_z \Rightarrow$ flusso irrotazionale RIP

Notare che la componente principale delle velocità indotta dai filamenti vorticosi è diretta come $-z$

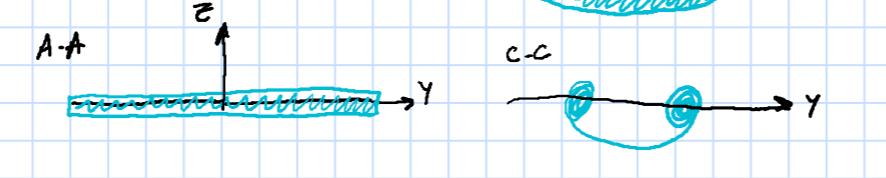
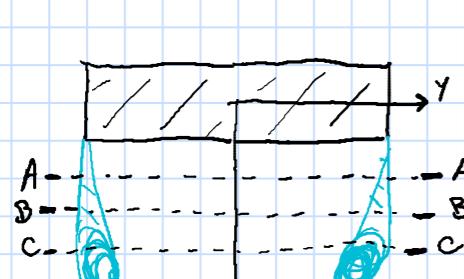
Fenomeni fisici oggettivi (non considerati nei modelli semplificati)



Nel passaggio dal ventre a dorso lo s.l. dovrebbe ruotare intorno all'estremità alare \rightarrow separazione locale dello s.l. traversale all'estremità alare:

- al di sotto AR
la separazione dello s.l. occupa una piccola parte dell'ala
=> piccolo effetto sulla forza aerodin., quindi possibilità di trascurare la separazione dello s.l. in modelli semplificati \Rightarrow consideriamo solo al di sotto AR
- al di sopra AR
la separazione dello s.l. occupa una parte importante dell'ala
=> effetto significativo sulla forza aerea,

Evoluzione della scia



Vicino all'ala lo spessore della scia è piccolo e la scia tende ad avere lo stesso giacitura del piano $x-y$

Il sistema di vorticità w_z induce anche sui punti della scia una velocità principalmente diretta verso il basso \rightarrow la scia si inclina e si arrotola formando vortici all'estremità della scia.

La dinamica della scia è complessa e 3D \rightarrow l'approssimazione di scia piatta $\parallel z$ (w_z parallelo a z quando schiaccio lo spessore della scia) è accettabile solo per le parti di scia vicine all'ala.

FORTUNATAMENTE se io voglio calcolare le forze aerodinamiche sull'ala devo tener conto della vel. indotta dalle vort. w_z e, perché la vel. indotta è inversamente prop. alla distanza, la parte di scia lontana dall'ala "conta meno" di quella vicina.

\Rightarrow approssimazione di scia piatta è accettabile per un modello semplificato limitato alla stima delle forze aerodinamiche sull'ala

Software per disegnare i profili e condizionare i profili

Cp sia sul dorso che sul ventre

CFLR 5

Teoria della linea portante (Brandell)

Le informazioni importanti sui corichi aerodinamici agenti sulla s.l. d'apertura finta.

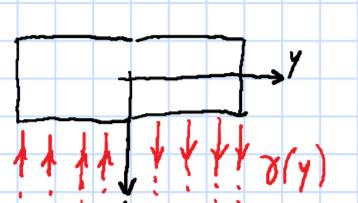
Limite di validità: se: d' elevato allungamento $AR = \frac{L^2}{S} \geq 7$ (limite ingranatico)

Vediamo le ip. semplificative e poi i passi di modellizzazione

1) Scegliere a zero lo spessore degli strati limiti

→ posso trascurare la w_z , ma devo tener conto della w_x

2) Ipotesi: s.sia piana



- filamenti vorticosi semi-infiniti // asse z (rettificati)
- scia piana giace nel piano (x, y)
- $\gamma(x, y) = -\gamma(y)$

Nella realtà la scia ondonda verso l'alto diverso da 0, quindi il modello è accorto solo vicino all'ala (de è la parte che induce velocità maggiori e ha più effetto sui corichi aerodinamici). Però è un'ipotesi accettabile per stimare i corichi.

3) Possono trascurare la w_x , ma dobbiamo inserire un valore di circolazione intorno a ogni sezione dell'ala.

Per introdurre la $\Gamma(y)$, Brandell ha usato dei vortici a ferro di cavallo, cioè ha usato un prolungamento in direzione //y di ogni coppia di filamenti vorticosi $\gamma(y)$ simmetrici.

$$\Gamma(y) \leftrightarrow w_x \quad (\text{per Stone})$$

è l'integrale di tutti i filamenti vorticosi $\gamma(\eta)$ presenti nella sezione $\rightarrow \Gamma(y)$ vorticoso in apertura perché è secondo della sezione ha un numero diverso di filamenti

4) Scegliere a zero lo corde dei profili → l'ala diventa un segmento con circolazione $\Gamma(y)$. Questa semplificazione è giustificata solo per al. d'apertura allungato (AR)

5) ogni sezione dell'ala lavora come fosse in flusso 2D e irrotazionale, ma la vel. osintetica si combina con la vel. indotta dal sistema di filamenti vorticosi $\gamma(y)$

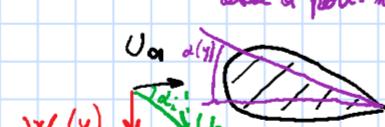
Poiché AR è elevato, i meccanismi di generazione di corichi aerodinamici sono qualitativamente gli stessi del caso 2

• trascurare la vorticità w_z , ma tengo conto solo della sua velocità indotta sul profilo

$$\rightarrow \text{in ogni pt. del profilo devo calcolare la vel. indotta dai filamenti vorticosi } \gamma(y).$$

• si assume che la vel. indotta dai filamenti vorticosi $\gamma(y)$ sia \approx cte per tutti i punti del profilo che è consistente con il passo 4 (elevato AR)

• assumere che la vel. indotta dai filamenti vorticosi $\gamma(y)$ abbia componenti solo lungo z (si trascurano le altre componenti) (flusso 2D irrotazionale)



\Rightarrow ogni sez. dell'ala lavora in flusso 2D irr. vel. indotta dai filamenti vorticosi $\gamma(y)$ ma invertito da un flusso U_R . Combinazione rett. di U_∞ e $w(y)$ (vor. in apertura)

- U_R è rotolato verso il basso rispetto a U_∞ di un angolo α_+ : incidente indotta.

Nel modello di linea portante, ogni sez. dell'ala lavora ad un'incidente modificata

$$\alpha_+(y) = \alpha(y) - \alpha_-(y)$$

incidente aerodinamico
del profilo

$$\cdot \text{Ipotesi: } \frac{w}{U_\infty} \ll 1 \quad \Rightarrow \alpha_+ \text{ piccolo}$$

$$U_R = U_\infty \cos \alpha_+$$

$$W = U_R \sin \alpha_+ \quad \tan \alpha_+ = \frac{W}{U_R}$$

$$\Rightarrow U_R \approx U_\infty \quad e \quad \alpha_+(y) = \frac{W(y)}{U_\infty}$$

$$\text{per AR} \rightarrow 0 \quad \alpha_+(y) \rightarrow 0$$

(flusso 2D irr.)

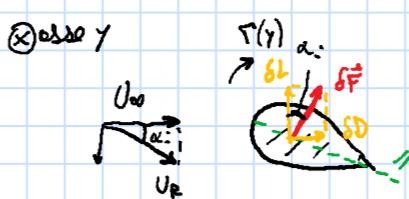
allora l'unico effetto delle ost.

w_x è quello di ruotare verso il basso

la vel. a cui lavora il profilo

→ diminuzione dell'incidente

THEN qual è l'effetto sui corichi aerodinamici ???



$SF(y)$ forza aerodin. agente sul profilo \perp a \vec{U}_∞
per il teor. di Kutta-Jukowski $SF(y) = \rho U_\infty \Gamma(y)$
(il segno + perché l'asse y entra nel piano)

$$1. SL \text{ è la proiezione di } SF \text{ in dir. } \perp \vec{U}_\infty \quad SL(y) = SF(y) \cos \alpha_+ \approx SF(y) =$$

$$= \rho U_\infty \Gamma(y) \approx \rho U_\infty \Gamma(y)$$

$$\Rightarrow SL(y) = \rho U_\infty \Gamma(y) \quad \textcircled{1}$$

$$2. \text{ comp. di resistenza } SD(y) = SF(y) \sin \alpha_+(y) \approx SF(y) \alpha_+(y) = \rho U_\infty \Gamma(y) \alpha_+(y)$$

$$\Rightarrow SD(y) = \rho U_\infty \Gamma(y) \alpha_+(y) \quad \textcircled{2}$$

Nel caso di s.sia riconoscendo lo spessore dello s.l., si ottiene $D = 0$, mentre con la s.l. $D = D_{\text{att}} + D_p$

Nel caso d'al d'apertura finta riconoscendo lo spessore dello s.l. ho una resistenza indotta, dovuta all'incidente indotta sul profilo, dovuta al sist. di filamenti vorticosi $\gamma(y)$, dovuta al flusso laterale.

\Rightarrow 1° risultato fondamentale della teoria della linea portante: esistenza di un contributo aggiuntivo alla resistenza totale \rightarrow res. indotta

↳ stima quantitativa della portante e resistenza indotta agenti sull'ala

Sulle singole sezioni: $SL(y) = \rho U_\infty \Gamma(y)$

$$SD(y) = \rho U_\infty \Gamma(y) \alpha_+(y)$$

$$L = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} SL(y) dy = \rho U_\infty \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \Gamma(y) dy$$

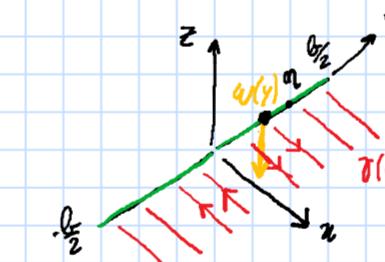
$$D = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} SD(y) dy = \rho U_\infty \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \Gamma(y) \alpha_+(y) dy = \rho \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \Gamma(y) w(y) dy$$

$$\alpha_+(y) = \frac{w(y)}{U_\infty}$$

$$\text{incognite } \Gamma(y), w(y)$$

Per trovarle, Brandell ha cercato un legame tra le due incognite per ridurle ad una sola.

$w(y)$ è la vel. indotta in una sezione di coordinate y del sist. di filamenti vorticosi semi-infiniti //z e d'intensità $\gamma(y)$ con cui è stata modellizzata la vort. w_x



vel. indotta da un singolo filamento vorticoso $\gamma(y)$ sul pto a coordinate y ← legge di induzione Biot-Savart

$$\delta w(y) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma(y)}{y-y}$$

perché il filamento è semi-infinito

la vel. indotta da tutto il sist. di filamenti vorticosi sulla sezione e coordinate y:

$$w(y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\gamma(y)}{y-y} dy$$

NEXT: ora scrivere un legame tra $\Gamma(y)$ e $\gamma(y)$ perché ho scritto $w(y)$ in funz. di $\gamma(y)$

Teoria linea portante

- l'area è data da
- ogni sezione dell'ala lavora come un profilo in flusso 2D invertito di un flusso modulato della velocità intorno alla vettore w_s

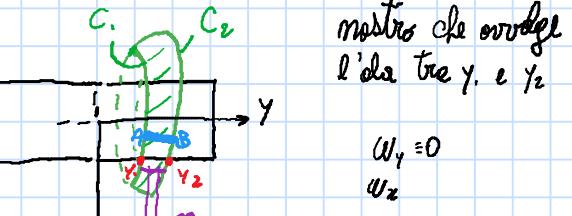
$$\text{Stokes's law} \quad \frac{\partial U_s}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} \quad \text{con } \alpha(y) = \frac{w(y)}{U_s}$$

$$L = \rho U_s \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(y) dy \quad D_i = \rho U_s \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(y) \alpha(y) dy = \rho \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(y) w(y) dy$$

$$\text{Esprimendo } w(y) \text{ tramite la legge di Biot-Savart}$$

$$w(y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{\gamma(\eta)}{y-\eta} d\eta \quad \text{per cui ora devo legare } \gamma(y) \text{ a } \Gamma(y)$$

→ Gesù! Stokes al dominio in figura



Il dominio rettangolare non è semplicemente convesso → per renderlo semplicemente convesso un taglio lungo un segmento AB

$$\text{applico il teorema di Stokes}$$

$$\oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{w} \cdot \vec{n} dS \quad \text{perché ho solo la rot. } w$$

$$\rightarrow \Gamma'(y_1) - \Gamma(y_2) = \int_{y_1}^{y_2} \vec{w} \cdot \vec{n} dS = \int_{y_1}^{y_2} \gamma(\eta) d\eta \quad \text{perché ho solo la rot. } w$$

$$\rightarrow \int_{y_1}^{y_2} \gamma(\eta) d\eta = \Gamma(y_2) - \Gamma(y_1) \quad \text{vale } \forall y_1, y_2$$

→ considero due sezioni infinitamente vicine $y_2 = y_1 + dy$

Sviluppo in serie di Taylor di $\Gamma(y_2)$ intorno a $\Gamma(y_1)$ troncato

$$\text{al primo ordine: } \Gamma(y_2) = \Gamma(y_1 + dy) \approx \Gamma(y_1) + \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \Big|_{y_1} dy + \dots$$

$$\rightarrow \Gamma(y_2) - \Gamma(y_1) = \Gamma(y_1) - \Gamma(y_1) - \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \Big|_{y_1} dy = \int_{y_1}^{y_2} \gamma(\eta) d\eta \approx \gamma(y_1) dy$$

$$- \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \Big|_{y_1} dy = \gamma(y_1) dy \quad \text{vale } \forall y_1, \text{ quindi:}$$

$$\boxed{- \frac{\partial \Gamma}{\partial y} = \gamma(y)} \quad \text{legge tra } \gamma \text{ e } \Gamma !!!$$

$$\Rightarrow |w(y)| = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{\gamma(\eta)}{y-\eta} d\eta = \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{d\Gamma(\eta)}{dy} \cdot \frac{1}{y-\eta} d\eta$$

$$\rightarrow D_i = \rho \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(\eta) w(\eta) d\eta = \rho \left[\Gamma(\eta) \left[\frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{d\Gamma(\eta)}{dy} d\eta \right] \right] d\eta \quad \text{BRUTTA, solo a piccole incidenze} \quad \text{ma finita, solo di } \Gamma$$

$$L = \rho U_s \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(\eta) d\eta \quad \text{l'unica incognita è } \Gamma(y), \text{ come lo trovo?}$$

Considero le portanze agenti su una sezione di corda y

(1) $\delta L(y) = \rho U_s \Gamma(y)$ considerando il profilo in flusso irrotazionale 2D:

$$\rightarrow \delta L(y) = \frac{1}{2} \rho U_s^2 c(y) C_L(y) \quad \text{poiché ho schierato a zero la s.l.,} \quad \text{la teoria delle linee portanti è valida}$$

in fondo $c(y) \approx U_\infty$ → la teoria delle linee portanti è valida → sono linee delle curve C_L

$$\rightarrow C_L(y) = \frac{C_{L,0}}{2} \left(\alpha(y) - \alpha_s(y) \right) \quad \text{inc. nulla} \quad \text{tutto contro delle vol. indotto che induce il flusso}$$

$$\Rightarrow \delta L(y) = \frac{1}{2} \rho U_s^2 c(y) C_{L,0} (\alpha(y) - \alpha_s(y)) \quad \text{uguagliando le due formule}$$

$$\Gamma(y) = \frac{1}{2} \rho U_s^2 c(y) C_{L,0} (\alpha(y) - \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{d\Gamma(\eta)}{y-\eta} d\eta)$$

è pure integro-differenziabile della linea portante

la formula non è così banale come sembra, delle ris. d' (5) al Teorema $\Gamma(y)$ che mi permette di Trovare $\alpha_s(y) = w(y) \rightarrow \delta L(y) = \delta D_i(y) \rightarrow L = D$

Idee per la risoluzione analitica (sono ragionate di cont. quindi solo in linea generale):

• Cambio di variabile

$$y = -\frac{c}{2} \cos \theta \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

$$\rightarrow \Gamma(\theta) ?$$

• sviluppo in serie trigonometrica $\Gamma(\theta)$ (serie di seni)

$$\Gamma(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(n\theta) \quad \text{sostituendo in (5) si ottengono integrali funz. trigonometriche calcolabili in forma analitica o semi-analitica (anche senza computer now!)}$$

Indiciamo solo i risultati fondamentali (delle teorie delle linee portanti):

1. Esistenza della resistenza indotta.

Domanda: qual è la distribuzione di $\Gamma(y)$ che a parte di portanza minima ha la resistenza indotta?

$$L = \rho U_s \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(y) dy \quad \text{dipende dalla area sotto alla curva } \Gamma(y), \text{ ma non dalla forma}$$

$$D_i = \rho \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(y) \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{d\Gamma(\eta)}{y-\eta} d\eta dy \quad \text{dipende anche dalla forma della dist. d' } \Gamma(y)$$

→ cambiando la forma a parte di area, posso diminuire D_i → si risolve analiticamente l'eqn (5) e si è fatto de la dist. d' $\Gamma(y)$ che a parte di portanza minima la resistenza indotta è quella ellittica ← 2° ris. fond. della teoria delle linee portanti

NOTA: $\delta L(y) = \rho U_s \Gamma(y)$ per cui la dist. d' portanza in apertura è uguale, e meno di una ste, e quella di circolazione → si può perdere indipendentemente di dist. d' portanza ed circolazione in apertura

• calcolo di L e D_i : per una dist. d' circ. o portanza ellittica in apertura

not: $\Gamma(y)$ è ellittica
 $y = -\frac{c}{2} \cos \theta \rightarrow \Gamma(\theta) = \Gamma_0 \sin \theta \quad \text{dove } \Gamma_0 = \Gamma_0 \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$
 $\leftrightarrow \Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y}{\frac{c}{2}}\right)^2} \quad \text{ellisse di semiassi } \Gamma_0 \text{ e } \frac{c}{2}$

→ calcolo L e D_i :

$$L = \rho U_s \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(y) dy \quad y = -\frac{c}{2} \cos \theta \rightarrow dy = \frac{c}{2} \sin \theta d\theta$$

$$\leftrightarrow L = \rho U_s \int_0^{\pi} \Gamma_0 \sin \theta \frac{c}{2} \sin \theta d\theta = \rho U_s \Gamma_0 \frac{c}{2} \int_0^{\pi} \sin^2 \theta d\theta = \rho U_s \Gamma_0 \frac{\pi c}{4} \quad \text{area sottile } \left(\frac{\pi c}{4}\right)$$

$$\boxed{C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_s^2 S}} = \frac{\rho U_s \Gamma_0 \pi c}{8 \pi U_s^2 S} \cdot \boxed{\frac{\Gamma_0 \pi c}{4}}$$

$D_i = \rho U_s \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(y) \alpha_s(y) dy \quad \text{incidente indotta per una distribuzione d' circolazione ellittica in apertura}$

$$\rightarrow \alpha_s(y) = \frac{w(y)}{U_\infty} = \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{d\Gamma(\eta)}{y-\eta} d\eta \quad y = -\frac{c}{2} \cos \theta \quad \eta = -\frac{c}{2} \cos \theta$$

$$\frac{d\Gamma}{dy} \Big|_{y=\eta} \cdot \frac{d\Gamma}{d\eta} = \frac{d\Gamma}{d\theta} \frac{d\theta}{d\eta} = \frac{1}{2} \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\Rightarrow \alpha_s(\theta) = \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_0^\pi \frac{\Gamma_0 \cos \theta \sin \theta}{\frac{c}{2} \sin \theta - (-\frac{c}{2} \cos \theta + \frac{c}{2} \cos \theta)} d\theta = \frac{\Gamma_0}{2\pi U_\infty \frac{c}{2}} \int_0^\pi \frac{\cos \theta}{-c \cos \theta + c \cos \theta} d\theta = \frac{\Gamma_0 \pi}{4\pi U_\infty \frac{c}{2}}$$

$$\boxed{\alpha_s(\theta) = \frac{\Gamma_0}{2 U_\infty \frac{c}{2}}} \quad \text{3° ris. fond. della teoria delle linee portanti}$$

→ per una distribuzione d' circolazione (o d' portanza) ellittica in apertura, α_s è costante (EWAH!)

$$D_i = \rho U_s \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(y) \alpha_s(y) dy = \frac{1}{2} \rho U_s \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \Gamma(y) dy = \alpha_s L$$

$$\rightarrow D_i = \frac{\Gamma_0}{2 U_\infty \frac{c}{2}} \cdot \frac{\Gamma_0 \pi c}{4} = \rho \frac{\Gamma_0^2 \pi}{8}$$

da qui il coefficiente di resistenza indotta $C_{D,i} = \frac{D_i}{\frac{1}{2} \rho U_s^2 S} = \frac{\rho \frac{\Gamma_0^2 \pi}{8}}{\frac{1}{2} \rho U_s^2 S} = \frac{\pi \frac{\Gamma_0^2}{8}}{\frac{1}{2} U_s^2 S} = \frac{\pi \Gamma_0^2}{4 U_s^2 S}$

$$\text{Quindi il legame tra } C_D \text{ e } C_L \text{ è: } \rightarrow C_D = f(C_L)$$

$$C_L = \frac{\Gamma_0 \pi c}{2 U_\infty S} \rightarrow C_D = K C_L^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{come mai non in modo lineare?} \\ \text{modo lineare?} \end{array} \right\}$$

$$\frac{\pi}{4} \frac{\Gamma_0^2}{U_\infty S} = K \frac{\pi^2}{4} \frac{\Gamma_0^2}{U_\infty^2 S^2} \rightarrow K = \frac{S}{\pi U_\infty^2} = \frac{1}{\pi R^2}$$

$$\rightarrow \boxed{C_D = \frac{C_L^2}{\pi R^2}} \quad \text{4° ris. fond. della teoria delle linee portanti}$$

(min. resistenza indotta) (max. dato C_L) [da sapere a memoria]

- legge min. res. indotta dipende da C_L^2
+ C_L min. è inversamente prop. all' allungamento eli. da un punto d' vista aerodin. è benefico avere AR più elevato possibile

$$(AR \rightarrow \infty \rightarrow C_L \rightarrow 0 \quad \text{quindi profilo in flusso 2D: } w(y), \alpha_s(y), D_i = 0)$$

- limite ad AR per ragioni strutturali e pratiche d' ingegneria
valori tipici per aerei da trasporto: $AR = 8 \div 8$

altri: $AR \sim 20 \div 22$

Si vede sperimentalmente che per dist. d' portanza/circol. non ellittico, si ha

$$C_D = \frac{C_L^2}{\pi AR} (1 + \delta) \quad \delta > 0 \text{ per dist. d' circ. ellittica}$$

$$\delta > 0 \quad \text{per dist. d' circ. non ellittica}$$

quindi le considerazioni sono analoghe

Dipendenza del C_D dall' incidenza → curva $C_D = \alpha_{inc}$ dell' ala

Definizione incidenza aerodinamica dell' ala α_{inc}

α_{inc} è l'inc. angol. del singol. profil (sezione dell' ala alla corda y)

- α_{inc} : angolo formato fra il flusso estremo e l' asse portante nella dell' ala
- esse di portante nella dell' ala: la direz. del flusso estremo per cui $L = 0$
legge tra α_{inc} e $\alpha_s(y)$?

- Nel' ala non rovesciata con profili tutti uguali (stesse curvature) → tutti gli assi d' portante nulle dei profili sono orizzontali $\leftrightarrow \alpha_s(y) = \text{cost.}$

Oltre l'asse di portante nulla dell' ala ha le stesse direzioni degli assi d' port. nulla dei profili

$\rightarrow \alpha_{inc} = \alpha$

- alle rovesciate o profili diversi → $\alpha_s(y) \neq \text{cost.}$ e quindi $\alpha_{inc} \neq \alpha_s(y)$

Condizioni di portante nulla ($\alpha_{inc} = 0$)

con area totale poi a zero $L = \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \delta L(y) dy = 0$

profili rego l' istante ruota vorto il verso

Informazioni sulla curva $C_D = \alpha_{inc}$ da Teoria linea portante

Ipotesi:

1. dist. d' portante ellittica in apertura

2. rovesciata nulla e profili tutti uguali $\rightarrow \alpha_s(y) = \text{cost.}$

Considerazioni:

- Nella teoria delle linee portanti ho schierato a zero gli spessori degli s.l., quindi la teoria mi dà informazioni accurate solo in zone d' bassa incidenza

- Per le alte incidenze nel caso ed ho legge lineare tra C_D e α_{inc} (teoria prof. s.t.) e dicono: meccanismo di generazione della portante sono qualitativamente gli stessi

→ abbiamo che c'è sia una dipendenza lineare tra C_D e α_{inc}

$$C_D = C_{D,0} + C_{D,w} \alpha_{inc}$$

$$C_{D,w} = \frac{d C_D}{d \alpha_{inc}}$$

nel caso 2D: $C_{D,w} = \begin{cases} 2\pi & \alpha_{inc} < 0.11 \text{ a grad} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

NEXT: → lo calcoliamo da Teoria linea portante

$C_{D,w}$ è legata con $C_{L,w}$

Curva C_L - da dell'ala

- La teoria della linea portante dà info solo nelle zone di bassa incidenza (lo schiaccito è zero lo spessore degli s.l.)
- I meccanismi di generazione della portante sono gli stessi del corso \rightarrow a bassa incidenza dipende la linea tra C_L e C_{Lw} .

Spieghi:

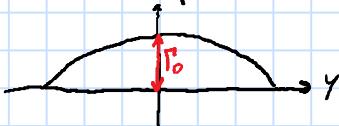
- distr. di portante/circ. ellittica in apertura

- avvolgimento nullo e profili tutti uguali $\rightarrow \alpha(y) = C_L \cdot c_w = c_w$

Per ip. ① utilizzo l'espressione di C_L per distr. di portante/circ. ellittica in apertura

$$C_L = \frac{\Gamma_0 \pi b}{2 S U_\infty}$$

$$C_{Lw} = \frac{d}{d c_w} C_L \quad \text{ogni con } C_{Lw} \xrightarrow{z=0} 0.$$



$$C_{Lw} = \frac{d}{d c_w} \left(\frac{\Gamma_0 \pi b}{2 S U_\infty} \right) = \frac{\pi b}{2 S U_\infty} \frac{d \Gamma_0}{d c_w} \quad ②$$

per risolvere trovo un'altra espressione di C_L per i singoli profili e aggiungo

$$\delta L(y) = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 c(y) C_L(y) = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 c(y) C_{Lw}(y) (\alpha(y) - \alpha_c(y))$$

$$\begin{aligned} L &= \int_{-\frac{c_w}{2}}^{\frac{c_w}{2}} \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 c(y) C_{Lw}(y) (\alpha(y) - \alpha_c(y)) dy = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 C_{Lw} \int c(y) (\alpha(y) - \alpha_c(y)) dy \\ &= \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 C_{Lw} \left(c_w - \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty} \right) \int_{-\frac{c_w}{2}}^{\frac{c_w}{2}} c(y) dy \end{aligned}$$

$$| L = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 C_{Lw} \left(c_w - \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty} \right) S \quad ! \text{ valido solo sotto le due ipotesi:}$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} = C_{Lw} \left(c_w - \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty} \right)$$

$$C_{Lw} = \frac{d}{d c_w} \left[C_{Lw} \left(c_w - \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty} \right) \right] = C_{Lw} \left(1 - \frac{1}{2 S U_\infty} \frac{d \Gamma_0}{d c_w} \right) \quad ①$$

① + ② : due eqn in due incognite, $C_{Lw} = \frac{d \Gamma_0}{d c_w}$ ricavo dalla ②

$$\frac{d \Gamma_0}{d c_w} = C_{Lw} \frac{2 S U_\infty S}{\pi b} \quad \text{sostituisco in ①}$$

$$C_{Lw} = C_{Lw} \left(1 - \frac{1}{2 S U_\infty} C_{Lw} \frac{2 S U_\infty S}{\pi b} \right) = C_{Lw} \left(1 - \frac{C_{Lw} S}{\pi b} \right) = C_{Lw} \left(1 - \frac{C_{Lw}}{\pi AR} \right)$$

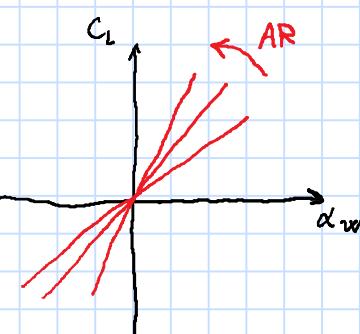
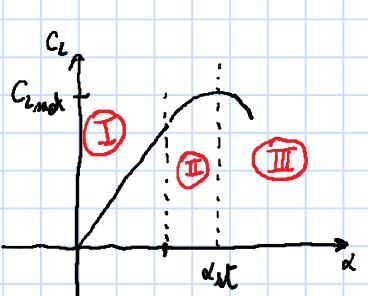
$$C_{Lw} \left(1 + \frac{C_{Lw}}{\pi AR} \right) = C_{Lw} \Rightarrow C_{Lw} = C_{Lw} \frac{\pi AR}{\pi AR + C_{Lw}} \xrightarrow{\pi AR \gg C_{Lw}} \text{risultato:}$$

$$\boxed{C_{Lw} = C_{Lw} \frac{AR}{AR + 2}} \quad \text{ONCE AGAIN xs. fond. teori. linea portante}$$

per distr. ellittica di circ. in apertura, profili tutti uguali e avvolgimento nullo

Considerazioni:

- $C_{Lw} < C_{Lw}$
- $C_{Lw} \rightarrow C_{Lw}$ quando $AR \rightarrow \infty$
- Qui aumenta AR , più C_{Lw} cresce e tende a C_{Lw}
- L'effetto di AR su C_{Lw} vale qualitativamente anche per distribuzioni di circ. in apertura non ellittiche, per profili diversi e/o avvolgimento non nullo.

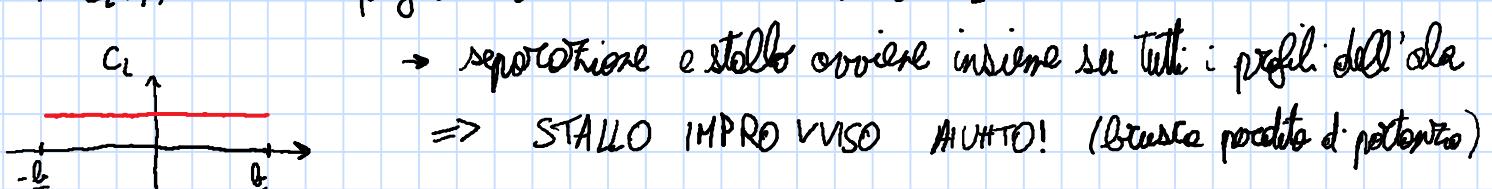
**Curva $C_L - c_w$ ad incidenza più elevata (separazione e stallo)**Con α elevato il comportamento qualitativo è lo stesso del caso 2)zona I : zone vicine con pendenza C_{Lw} , s.l. attaccatozona II : C_L saluta con c_w meno ripida, separazione dello s.l.zona III : C_L diminuisce all'apertura di c_w , separazione massiccia del flusso sul dorso del profilo.I meccanismi di separazione dello s.l. e quindi i comportamenti in II e III dipendono dal tipo di profili che costituiscono la sezione (spessore, curvatura, R_e)

Come ovviamente la separazione e lo stallo in apertura ??

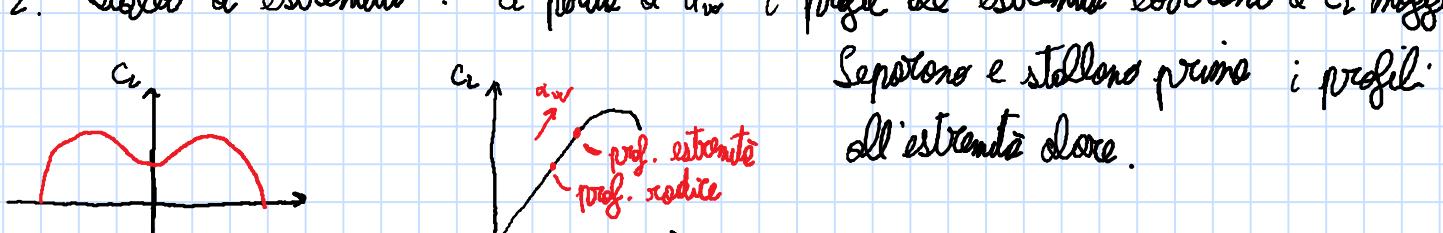
$$C_L(y) = C_{Lw}(\alpha(y) - \alpha_c(y)) \quad \text{a parte di } c_w \text{ le sezioni dell'ala possono lavorare con } C_L \text{ diversi.}$$

3 tipologie di comportamento per quanto riguarda lo stallo in apertura in base a $C_L(y)$:

- $C_L(y) = cte \rightarrow$ profili lavorano tutti allo stesso C_L

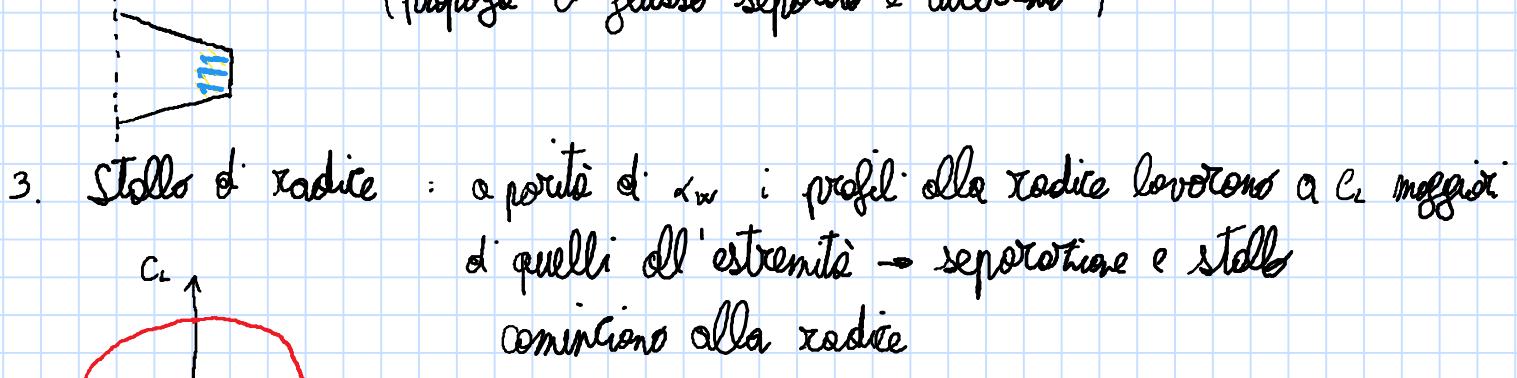
 \rightarrow separazione e stallo avviene insieme su tutti i profili dell'ala \Rightarrow STALLO IMPROVVISO MUTO! (Brusca perdita di portanza)

- Stallo di estremità : a parte di c_w i profili all'estremità lavorano a C_L maggiore.



Separano e stallano prima i profili all'estremità dove.

- + migliore di quella a $C_L = cte$ (lo stallo non avviene tutto insieme)
- alle estremità ci sono le superfici di controllo (alberelli), quindi perdono il controllo degli alberelli e la manovrabilità
- il flusso laterale contro la propagazione dello stallo verso la radice (proposta il flusso separato e turbolento)



- Stallo di radice : a parte di c_w i profili alla radice lavorano a C_L maggiore di quelli all'estremità \rightarrow separazione e stallo cominciano alla radice

- + stallo "graduale"
- + non ha sup. di controllo alla radice
- + flusso laterale si oppone alla propagazione dello stallo

Portanza ridotta in apertura finta

Come si minimizza a parità di portanza?

Da teoria linea portante, con distribuz. di portanza/circ. ellittica in apertura.

→ Come si disegna l'ala per avere ciò ???

$$\text{distr. } \delta L(y) = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 c(y) C_L(y) = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 c(y) C_{Lw}(y) (\alpha(y) - \alpha_c(y))$$

sime in punto
rotolamento/
curvatura profil.
 $\alpha = cte = \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty}$
 $c(y) = C_L$

Per ottenere una distr. di portanza ellittica in apertura

possiamo agire solo sul

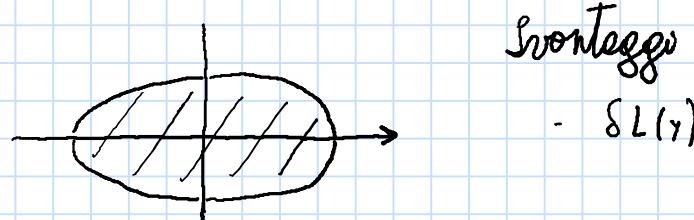
 $C(y) \rightarrow$ forma in piena $\alpha(y) \rightarrow$ avvolgimento o curvatura di profili.

$$C(y) \left(\alpha(y) - \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty} \right) \rightarrow$$

infinita soluzioni costruttive possibili, ma

2 sol. "estreme" o "bordi"

- $\alpha(y) = \text{cost.} \Leftrightarrow$ ala con avvolgimento nullo e profili tutti uguali.
- $\Rightarrow C(y)$ deve essere una funz. ellittica di $y \rightarrow$ ala ha forma ellittica



svantaggio :

$$- \delta L(y) = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 c(y) C_{Lw} \left(\alpha(y) - \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty} \right)$$

$c(y) = C_L$

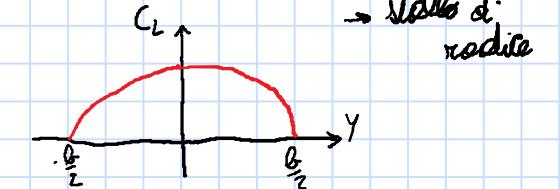
distr. di C_L cte in apertura

per cui stallo simultaneo di tutta l'ala (pericoloso)

- ala più complicata da costruire \rightarrow cost. di produzione alto: \Rightarrow NON SI USA

- 2) fisso $C(y) = cte \rightarrow$ ala rettangolare

$$\delta L(y) = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 c \frac{C_{Lw}(\alpha(y) - \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty})}{c(y)}$$

fond. ellittica \rightarrow avvolgimentodi y BUT uno avvolgimento che mi garantisce una distr. ellittica di portanza per una certa c_w , non me lo garantisce più se vario l'incidenza

WHY?

$$\delta L(y) = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 c C_{Lw}(\alpha(y) - \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty})$$

$$\underbrace{\rho U_\infty \Gamma_0 \sin \theta}_{SL(\theta)} = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 c C_{Lw}(\alpha(\theta) - \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty})$$

$$\rightarrow \alpha(\theta) = \frac{\Gamma_0}{2 S U_\infty} + \frac{2 \Gamma_0 \sin \theta}{U_\infty c C_{Lw}}$$

. Io corrisponde a una certa c_w . se cambio c_w ho $\alpha \rightarrow \Gamma_0$ \hookrightarrow cambio $\alpha(\theta)$ che mi fornisce una distr. di portanza ellittica in apertura \Rightarrow LA SOLUZIONE più utile in pratica è quella delle al. RASTREMMATE

NEXT: vediamo il perché

approfondire organo classico da scrivere sui libri ma che è stato solo accennato durante il corso:

min - lettura di 30 minuti sull'organismo alle prof come se fosse uno studente di fluidodinamica (dim. lasciate al lettore)

L'esame comprende anche l'organizzazione dell'organismo e l'esecuzione con possibilità di domande.

Tutto classico preso totalmente come se fosse GCFV

Scorsa volta abbiamo visto come si disegna l'ala per una dist. d' portanza ellittica in apertura.

Quei sei bend:

- alle forme in pianta ellittica con svolgimento nullo e profil' tutt'ugual
- alle forme in pianta rettangolare con svolgimento opportuno

Entrambe hanno vantaggi di cui le fanno scorrere.

→ Soluzione: al rottemento (più usata)

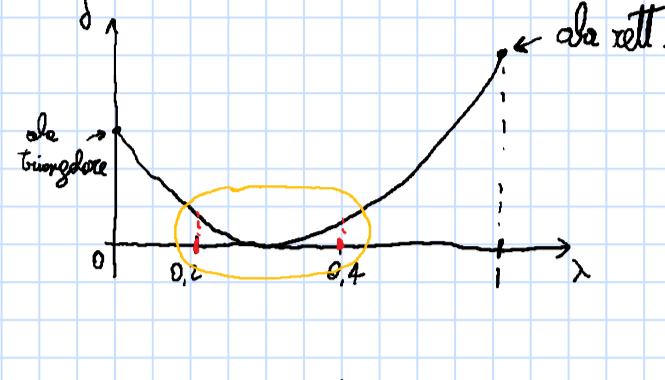
$$\text{rapporto di rottemento } \lambda = \frac{C_L}{C_D} < 1$$

- corso d' svolgimento nullo e profil' tutt'ugual
- → disegnare l'ala rottemata per avere un'appr. delle dist. d' port. ellittica

In generale $C_D = \frac{C_L^2}{\pi AR} (1 + \delta)$ $\delta \begin{cases} > 0 & \text{dist. port. ellitt.} \\ < 0 & \text{"non ellitt.} \end{cases}$

δ piccolo → sta approssimando bene una dist. ellittica

Sperimentalmente:



(sempre con svolg. nullo e profil' tutt'ugual)

per $0.2 \leq \lambda \leq 0.4$ $\delta \ll 1$
→ dist. che approssima bene quella ellittica

WHTY THO?

- diminuisco λ e porto d' S:

c'è uscita alla radice e diminuisce all'estremità

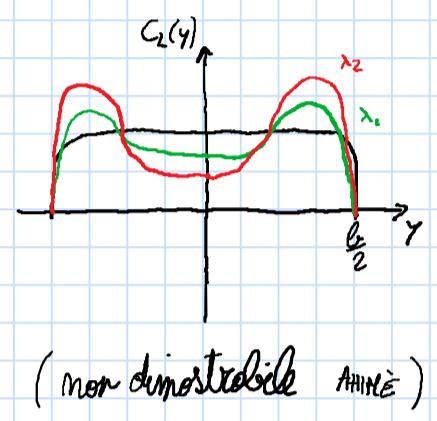
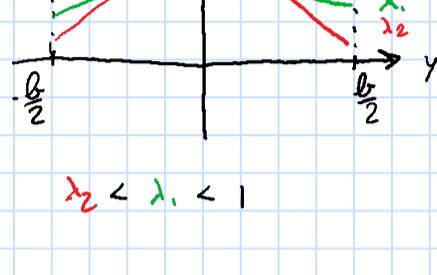
- comportamento $C_L(y)$ al centro d' λ (ris. sperimentali)

al diminuire d' λ , aumenta il C_L del profil'

vicino all'estremità e diminuisce il C_L del profil' vicino alla radice

$SL(y) \sim C_L(y) C_L(y)$

↓ diminuisce c' è uscita all'estremità e dim. alla radice



→ nell'intervallo $\lambda = 0.2 - 0.4$ è prevalente l'effetto d' variazione d' corda
che mi dà una buona approssimazione d' portanza ellittica

Vantaggi:

1. forma in pianta ellittica, quindi semplice → cost. d' produzione contenuti
2. buona approssimazione d' dist. d' portanza ellittica per diversi valori d' λ

Svantaggi:

- stallo d' estremità, perché ormai se la dist. d' L è ellittica, quella d' C_L è più elevata vicino allo estremo ed è ciò che mi provoca lo stallo.

② migliore dello stallo
dell'ala ellittica

③ stallo non attivale
→ svolgimento verso il basso del profil'
all'estremità (contrattura l'angolo d' C_L)
davanti alla rottizzazione

→ combie la dist. d' $C_L(y)$ e quindi combie il veloce d' 2 per cui la dist. d' portanza che approssime quella ellittica

→ si procede per iterazioni per far varcare la caratteristica fino ad arrivare a convergenza con un complesso utili allo scopo.

- Quindi: come si minimizza lo res. indotto a porto d' portanza?

- 1) Con una dist. d' portanza ellittica in apertura

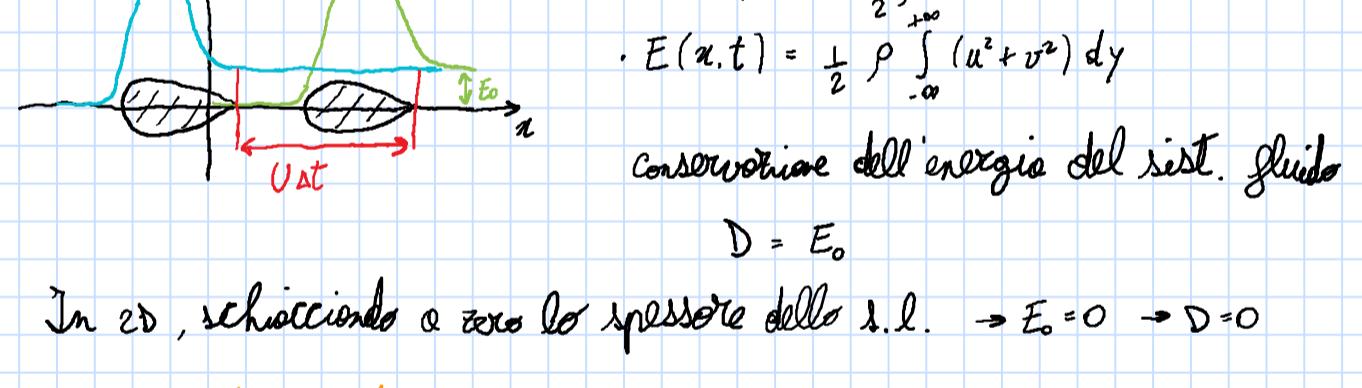
Altri modi?

La res. indotta nasce per effetto della vorticità w_z , dovuta al flusso laterale che passa dal ventre al dorso

IDEA! Indebolire la w_z e il flusso laterale

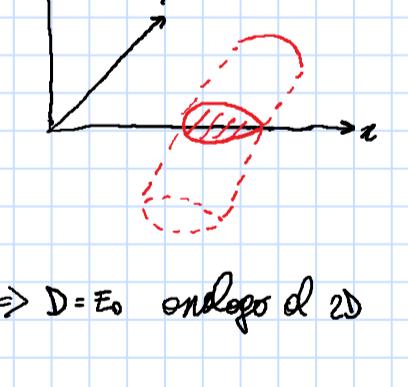
CHIARI! Interpretazione energetica (maggior rapido)

Profilo scorso in flusso es.



In es., schiacciando a zero l'apporto dell' s.l. → $E_0 = 0 \rightarrow D = 0$

Ala d' apertura finita



Se d' R solido d' fluido

$$e(x, y, t) = \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)$$

$$E(x, t) = \frac{1}{2} \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (u^2 + v^2) dy dz$$

conservazione dell'energia del sist. fluido:

$$D = E_0$$

In es., schiacciando a zero l'apporto dell' s.l. → $E_0 = 0 \rightarrow D = 0$

Ma d' apertura finita

Se d' R solido d' fluido

$$e(x, y, z, t) = \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2)$$

$$E(x, t) = \frac{1}{2} \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (u^2 + v^2 + w^2) dy dz$$

$\Rightarrow D = E_0$ analogo d' 20

BUT

Nel caso dell'ala d' apertura finita, se schiaccio a zero lo spessore degli s.l. posso trascurare la vort. w_z , ma non w_x .

→ Resta una scia costituita da vort. w_z , quindi mi rimane un'energia d' rotolamento dentro la scia $E_r < E_0$

Riapplico la cond. d' esigenza del sist. fluido e d' nuovo ho

$$D \cdot U_{\infty} t = E_0 \cdot U_{\infty} t \rightarrow D = E_0 \quad \text{energia critica contenuta nella scia davanti alle rot. } w_z$$

$\Rightarrow D$ è più elevato più w_z è intenso, ovvero quando il flusso trasversale è più intenso

THEIN per ridurre lo res. indotto posso indebolire la w_z e quindi il flusso laterale (WINGlets)

Butto parte alle estremità ala

② vantaggio: le winglets indeboliscono il flusso laterale per cui diminuisce la resistenza indotta

③ svantaggio: le winglets fanno la propria resistenza (pressione e di sforzo)

Perché sono efficaci le res. opposte dove essere minore della diminuzione d' quella indotta → progetto aerodinamico accurato (non eccessivo né dettagli) perché sono indotte in

Potere d' un'ala d' apertura finita

$$C_D = C_{D0} + C_{Dp} + C_{D\text{eff}} = \frac{C_L^2}{\pi AR} (1 + \delta) + \underbrace{C_{Dp} + C_{D\text{eff}}}_{\substack{\text{eff. d' res.} \\ \text{profil' }}} \quad \text{quello che conta in es.}$$

ATTENZIONE! $C_{Dp} + C_{D\text{eff}} \neq C_D(y)$

i singoli profil' lavorano in modo diverso (hanno un C_L diverso)

Disegniamo la polare dell'ala.

$C_{Dp} + C_{D\text{eff}} \rightarrow$ pochi qualitativamente i meccanismi d' generazione d' corda-

aerodinamico (e quindi anche res.) sono gli stessi del caso 20;

si vede lo stesso dipendenza de C_L del corso ed' corso quadratica

$$C_D = \frac{C_L^2}{\pi AR} (1 + \delta) + \underbrace{C_{Dp} + C_{D\text{eff}}}_{\sim C_L} \rightarrow \text{polare approssimabile da una parabola}$$

la cui forma cambia con AR per le res. indotte

Anche qui vedi come le cond. d' efficientza met

$$E_{\text{ind}} \leq E_{\text{ind}} | \text{profil'}$$

$$E_{\text{ind}} | \text{ala} < E_{\text{ind}} | \text{profil'}$$

FINE TEORIA!
NOW ESERCIZI!

Esercizi su ala d' apertura finita (con rifer. delle teorie lineari anteriori) (da esere)

- Ala con svolg. nullo e profil' tutt'ugual d' forme in pianta ellittica invertita da un flusso d'aria standard a $R = 0$ m a $U_{\infty} = 50$ m/s

$AR = 8$ $C_L = 2$ m $\alpha = 0$ → res. indotta una misura $H = 2$ m

- 1) Validare la res. indotta

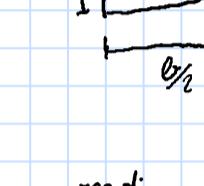
- 2) a che inc. angolari, res. l'ala?

Ottieni dist. d' L in apertura ellittica

$$D = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 S C_D$$

$$C_D = \frac{C_L^2}{\pi AR}$$

$$L = W \rightarrow \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 S C_L = Mg \Rightarrow C_L = \frac{Mg}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 S}$$



$$S = \pi C_L \frac{R}{2}$$

$$AR = \frac{R}{S}$$

$$\Rightarrow \frac{C_L^2}{AR} = \frac{C_L^2}{4} \quad G = \frac{\pi}{4} C_L AR = \pi \cdot 4.5 = 14.14 \text{ m}$$

$$S = \frac{\pi}{4} \cdot 14.14 = 22.2 \text{ m}^2$$

$$C_L = \frac{Mg}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 S} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 9.81}{0.5 \cdot 1.225 \cdot 50^2 \cdot 22.2} = 0.58$$

$$C_{D0} = \frac{C_L^2}{\pi AR} = 0.012 \quad D = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 S C_D = 0.5 \cdot 1.225 \cdot 50^2 \cdot 0.012 = 408 \text{ N}$$

- 2) α ? posso dire che sono nelle porte lineare delle curve $C_L - \alpha$

$$C_L = C_{L\text{aw}} \alpha \quad \alpha_w = \frac{C_L}{C_{L\text{aw}}} \quad \text{poiché ho una dist. d' L ellittica, l'ala è non svolgente e i profil' sono tutt'uguali}$$

$$\Rightarrow C_{L\text{aw}} = C_{L\text{aw}} \frac{AR}{AR+2} = 0.11 \cdot \frac{8}{11} = 0.08$$

$$\alpha_w = \frac{0.58}{0.08} = 6.4^\circ \quad \text{Sembra che siano ad un'incidente bassa}$$

EX 2

Ala rottemata con svolg. nullo e profil' tutt'ugual

$$\lambda = 0.25 \quad AR = 8 \quad \alpha_w = 5^\circ \quad U_{\infty} = 50 \text{ m/s} \quad h = 5000 \text{ m} \rightarrow \rho = 0.734 \text{ kg/m}^3$$

$$C_L = 2 \text{ m}$$

Calcolo L e D:

$$d' \text{ basso quindi porto lineare } C_L - \alpha$$

$$C_L = C_{L\text{aw}} \alpha_w$$

Aò il rapporto d' rottemazione è nell'intervalle buono

→ dist. d' portanza ellittica in apertura + svolg. nullo e profil' tutt'ugual

$$\Rightarrow C_{L\text{aw}} = C_{L\text{aw}} \frac{AR}{AR+2} = 0.11 \cdot \frac{8}{10} = 0.088$$

$$C_L = C_{L\text{aw}} \cdot 0.44 = 0.44$$

$$L = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 S C_L \quad S = 2 \cdot \frac{(C_L + G)}{2} \cdot \frac{h}{2} \quad \lambda = \frac{C_L}{C_R}$$

$$= (1 + \lambda) C_L \frac{h}{2} \quad AR = \frac{R^2}{S}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{2} = (1 + \lambda) C_L \frac{h}{2} = 10 \text{ m} \quad S = (1 + \lambda) C_L \frac{h}{2} = 12.5 \text{ m}^2$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot 0.7364 \cdot 50^2 \cdot 12.5 \cdot 0.44 = 5063 \text{ N}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 S C_D \quad C_D = \frac{C_L^2}{\pi AR} = \frac{0.44^2}{$$

Propagazione di una perturbazione infinitesima di pressione nei vari regimi di flusso

Perturbazione di pressione legate a deviazioni del flusso (variazioni di velocità)]
 ↪ presenta di corpi che si muovono nel fluido

- Sorgente di disturbo infinitesimo di pressione → il disturbo si propaga con la velocità del suono e prima dell'onda e in modo isotropo

1) Sorgente fissa

Il disturbo è messo a $t=0$

$t=0$, posizione del disturbo $-3=0$

$t=1t$, " " " $-2=0$

$t=2t$, $-1=0$

$t=3t$, $0=0$

Dove si è propagato il disturbo dopo $3t$.

Si propaga all'circonferenza (σ sfera) d'onda

σ è raggio pari a at , tempo trascorso da quando il disturbo è stato messo

Se aspetti un tempo sufficientemente lungo il disturbo si è propagato in tutto il campo

2) Sorgente del disturbo infinitesimo si muove con velocità v

Dove si è propagato a $t=3t$

2a) $v < a$ → regime subsonico

Regione in giallo: regione in cui si è propagato il disturbo messo a $t=0$ (sorgente in posizione -3)

Analogamente a altre regioni.

- Il disturbo si propaga più velocemente verso volte che verso monte, però, anche se più lentamente, il disturbo si propaga anche verso monte, quindi se aspetti un tempo sufficientemente lungo, il disturbo verrà risentito in tutto il campo di moto.

1. caso incompressibile $a \rightarrow \infty$ (perché $M \rightarrow 0$) un disturbo infinitesimo di pressione si riflette immediatamente in tutto il campo di moto

2b) $v = a$ → condizioni soniche

Regione in cui si è propagato il disturbo quando la sorgente è in 0 (a $t=3t$)

Il disturbo non si propaga a monte della posizione della sorgente

2c) $v > a$ → flusso supersonico

Dove si è propagato il disturbo quando la sorgente nel punto 0

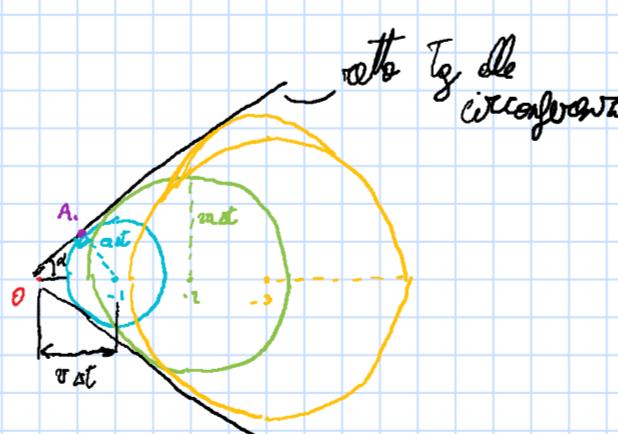
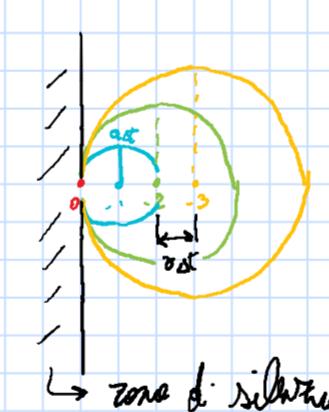
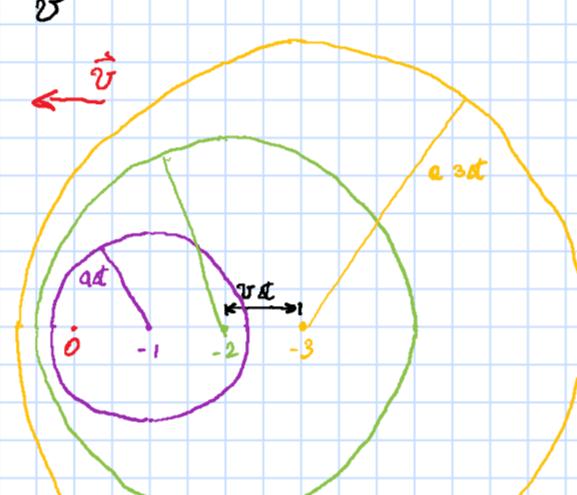
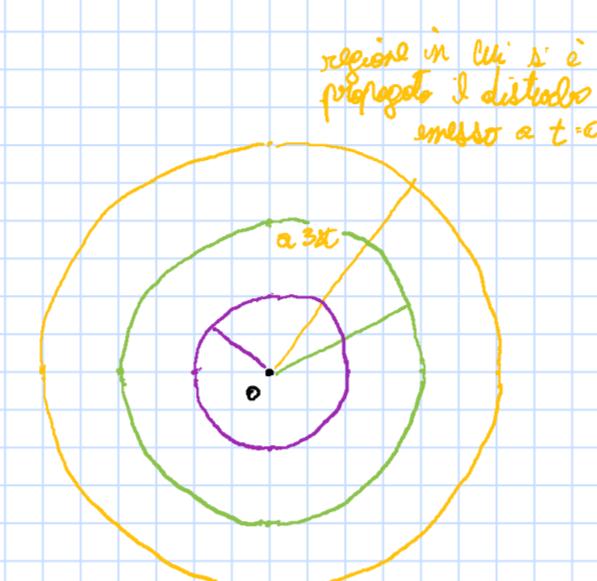
- Il disturbo non si propaga a monte della sorgente, non contiene la pos. della sorgente e si propaga in una zona limitata del campo che coincide con l'involucro delle circonference su cui si è propagato il disturbo ai vari istanti.

L'involucro è un cono con vertice 0, poiché le tangenti alle circonference parallele per 0 stanno tutte sulla stessa retta.

Angolo di sem'apertura $\sin \alpha = \frac{a}{v} = \frac{1}{M}$ Cond. Mach

In regime supersonico un disturbo infinitesimo di pressione si risente all'interno del cono d' Mach. (Quindi a monte non ci si accorge dell'esistenza della sorgente)

Caso sonico: $M=1 \rightarrow \sin \alpha = 1 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$ piano



$$a = v \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{a}{v}$$

$$a = v \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{a}{v}$$

$$\Rightarrow \alpha = \alpha_{\text{ex}}$$

Caso incompressibile → p. d'flusso rotazionale (+ flusso stazionario)

⇒ equazioni semplificate del moto

$$\Delta p = 0 \quad \vec{v} = \nabla \phi$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{cte} \quad (\vec{g} = \vec{0})$$

$$T = \text{cte} \quad (\text{bil. d'energia disoccupata o poco interessante})$$

Sopra: ricavare delle equazioni "semplicate" nel caso Compressibile

Si parte dalle equazioni di Navier-Stokes e si fanno le ipotesi semplificative

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad \text{bil. d'massa}$$

$$\rho \frac{D \vec{v}}{D t} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \text{div} \vec{\tau}_{\text{int}} \quad \text{bil. pte d'moto (forma non can.)}$$

$$\vec{v} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \phi \right)$$

$$\rho \frac{D h}{D t} = \frac{D p}{D t} + \phi \cdot \text{div} \vec{\tau}_{\text{int}} \quad \text{bil. d'entropia}$$

Ipotesi semplificative:

$$1) \text{flusso stazionario} \rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

$$2) \vec{g} = \vec{0}$$

↓

$$\rho \text{div} \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} p = 0$$

$$\vec{v} \cdot \nabla \phi = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \frac{1}{\rho} \text{div} \vec{\tau}_{\text{int}}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} h = \frac{1}{\rho} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} p + \frac{1}{\rho} (\phi \cdot \text{div} \vec{\tau}_{\text{int}})$$

Nel caso incompressibile

$$1. \text{div} \vec{\tau}_{\text{int}} = \mu \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} = -\mu \text{rot}(\vec{w})$$

il termine viscoso nell'equazione di bilancio di moto si annullerà per $\vec{w} = \vec{0}$

2. l'equazione di bilancio dell'energia era disoccupata dalle altre due

⇒ per eliminare i termini viscosi dovrà farlo l'ipotesi di fluido ideale

→ 3) fluido ideale: fluido non viscoso e non conduttore

in compressibile non succede niente di tutto questo: T varia significativamente $\rightarrow \mu(T) \neq \text{cte}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \text{div} \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} p = 0 \\ \vec{v} \cdot \nabla \phi = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p \end{array} \right.$$

risolvendo

$$\vec{v} \cdot \nabla \phi = \vec{w} \cdot \vec{v} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \text{div} \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} p = 0 \\ \vec{w} \cdot \vec{v} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p = 0 \end{array} \right.$$

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} h - \frac{1}{\rho} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} p = 0$$

→ ricavo $-\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p$ dal bilancio di moto: $-\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p = \vec{w} \cdot \vec{v} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right)$
 e sostituisco

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} h + \vec{v} \cdot \left(\underbrace{\vec{w} \cdot \vec{v}}_{\vec{v} \cdot \vec{v}} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) \right) = 0$$

$$\rightarrow \vec{v} \cdot \left(\vec{v} \cdot \vec{\nabla} h + \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) \right) = 0 \quad \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \left(h + \frac{p}{\rho} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{\nabla} (h_t) = 0$$

$$\downarrow \vec{v} \cdot \vec{v} = 0 \quad \vec{v} \perp \vec{\nabla} h_t$$

↳ l'entropia totale si conserva sulla linea d'onda

4) flusso orizzontale uniforme

$$\left\{ \begin{array}{l} h_t = h_{\infty} \\ h_{\infty} = h_{\infty} \end{array} \right.$$

quindi h_{∞} uguale per tutte le linee d'onda

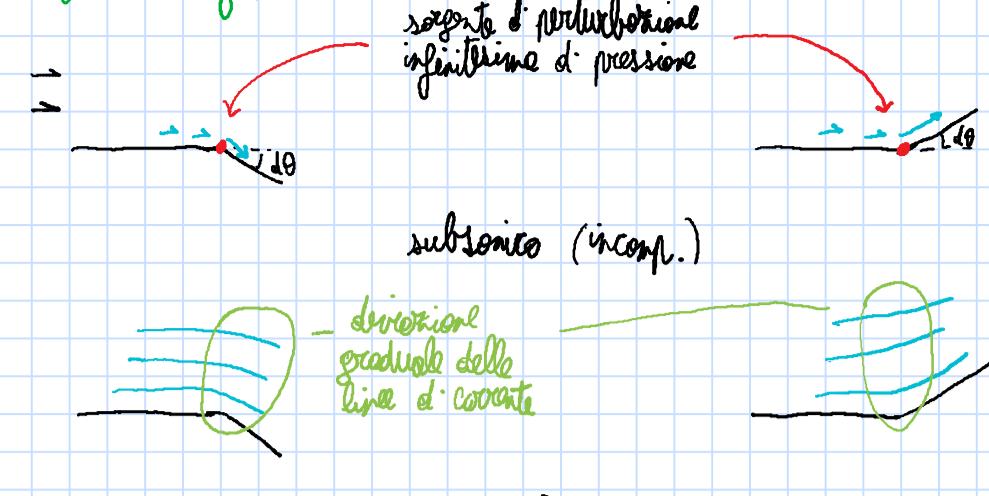
$$\rightarrow h_t = c_t = h_{\infty}$$

↳ l'entropia totale si conserva in tutto il campo

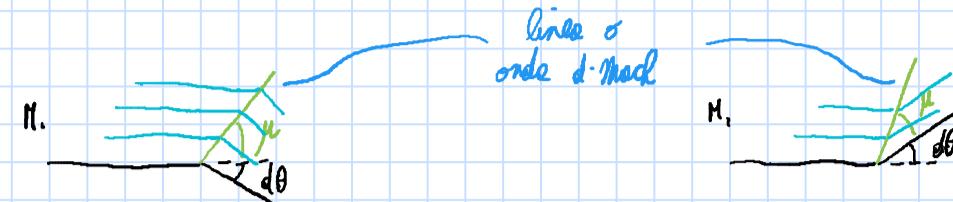
24/05/2021

Deviazioni del flusso in regime supersonico

Deviazioni infinitesime



la perturbazione è risata dall'interno del cono di Mach



$$\mu = \operatorname{arcsin} \left(\frac{1}{M_1} \right)$$

Il flusso varia la sua direzione quando varia la linea di Mach, quindi ha una deviazione brusca delle linee di corrente (flusso).

$$M_1, \rho_1, T_1 \\ \rightarrow P_1, \alpha_1 \\ \rightarrow \theta_0$$

$$M_2, \rho_2, T_2 \\ \alpha_2, P_2, \bar{\rho}_2 \\ ?$$

Esplorazione
 $v_2 > v_1$
 $P_2 < P_1$
 $T_2 < T_1 \rightarrow \alpha_2 < \alpha_1$
 $\bar{\rho}_2 < \bar{\rho}_1$
 $\rightarrow M_2 > M_1$
 (in incomp. ecco l'inverso perché controlla della portata)

Compressione
 $v_2 < v_1$
 $P_2 > P_1$
 $T_2 > T_1 \rightarrow \alpha_2 > \alpha_1$
 $\bar{\rho}_2 > \bar{\rho}_1$
 $\rightarrow M_2 < M_1$

Deviazione su una porata curva (dove non flusso supersonico)

Esplorazione

$$M_0, T_0, P_0, \rho_0 \\ \rightarrow \theta_0$$

la deviazione non è più un disturbo infinitesimo.
 Approssima la porata curva con una poligona di segmenti.
 → spieghi la deviazione in tante deviazioni che emergono ai vertici dei segmenti e, se il numero di segmenti è chiuso, l'angolo d'arco tra un segmento e l'altro diventa molto piccolo

→ dev. infinitesima attraverso un'onda di Mach

$$\theta_0, P_0$$

al primo segmento ha una dev. d'espansione attraverso una linea di Mach inclinato di $\mu_0 = \operatorname{arcsin} \left(\frac{1}{M_0} \right)$

Dopo questa deviazione, le nuove variabili del flusso avranno valori:

$$v_2 > v_1, \alpha_2 < \alpha_1, T_2 < T_1, P_2 < P_1, \bar{\rho}_2 < \bar{\rho}_1, M_2 > M_1$$

al secondo vertice P_1 , avrà una seconda deviazione d'espansione infinitesima attraverso un'onda di Mach inclinata di un angolo $\mu_1 = \operatorname{arcsin} \left(\frac{1}{M_1} \right)$

$$\text{ma se } M_1 > M_0 \rightarrow \mu_1 < \mu_0$$

Dopo aver varcato $M_1 > M_0$, quindi al vertice P_1 , avrà un'onda di Mach inclinato di $\mu_2 < \mu_1$.

$$\Rightarrow \mu_1 < \mu_2 \quad \text{l'angolo di inclinazione delle onde di Mach diminuisce a ogni stadio infinitesimo}$$

→ la varia linea di Mach tende a divergere e quindi non si incarna mai

L'espansione di un angolo finito è attraverso una porata curva attraverso infinite espansioni infinitesimali, per cui l'espansione avviene in modo graduale

Espansione di un angolo θ in corrispondenza di un diebro

$$\text{raggio di curvatura} \\ \text{onda di Mach}$$

Caso limite di una porata curva che ha lunghezza nulla, cioè approssimazione con infinite deviazioni infinitesimali di tutte le spigole

$$P_0 = P_1 = \dots = P_n = C \rightarrow \text{le onde di Mach partono da } C$$

⇒ **vertiglio d'espansione** → deviazione graduale senza discontinuità nel flusso

Compressione

$$\text{raggio di curvatura} \\ \text{onda di Mach}$$

Approssima la porata curva con una poligona di tanti segmenti

$$P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow \dots \rightarrow P_n \quad i = 0, \dots, n$$

Se n è abbastanza grande, l'angolo fra ogni segmento e il successivo è infinitesimo e le varie ondate attraversano un'onda di Mach.

Al primo segmento l'onda è inclinata di un angolo $\mu_0 = \operatorname{arcsin} \left(\frac{1}{M_0} \right)$

Dopo la prima onda: $M_1 < M_0$, quindi $\mu_1 = \operatorname{arcsin} \left(\frac{1}{M_1} \right) > \mu_0$

per cui in generale $\mu_i > \mu_{i-1}$.

→ Le onde di Mach tendono a convergere

Si crea una superficie di discontinuità attraverso cui il flusso subisce una compressione finita ⇒ **ONDA D'URTO !!!**

Svolta di compressione di un angolo finito tramite uno spigolo

$$\text{onda d'urto che} \\ \text{attraversa} \\ \text{spigolo}$$

L'urto onda d'urto

1. le onde d'urto esistono solo in regime supersonico

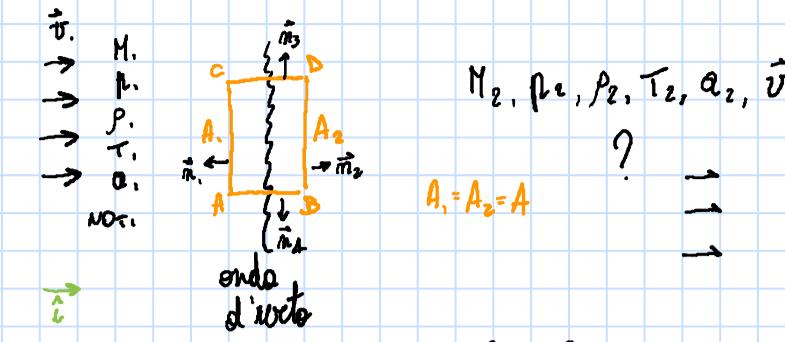
2. Per flusso supersonico esistono solo svolte di compressione

NEXT: come calcolare il flusso a valle di un'onda d'urto

onda d'urto normale

Notes:

- 1) Flusso uniforme a monte dell'onda d'urto
- 2) Presenza di un'onda d'urto normale al flusso



Calcolare le condizioni a valle dell'onda rispetto a monte.

attraverso l'onda d'urto posso applicare solo i bilanci integrali (in forma cont.) ma non le leggi del moto.

Utilizzo i bilanci integrali sul volumetto in figura:

• Bil. d'area (forma E)

$$\int \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + d\vec{V}(\vec{v}) \right] dV = 0 \quad \xrightarrow{\text{teorema}} \int \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0 \\ \text{flusso stazionario}$$

$$\rightarrow -\rho_1 U_1 A_1 + \rho_2 U_2 A_2 = 0$$

la portata è conservata

attraverso l'urto

• Bil. qte d'moto

3) ipotesi di fluido ideale: non viscoso e non conduttore (studiamo la complessità come generatore di svolte)

4) $\vec{F} = 0$

$$\int \left[\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + d\vec{V}(\rho \vec{v}) \right] dV = - \int \rho \vec{v} dS + \int \vec{v} d\rho \quad \xrightarrow{\text{teorema}}$$

$$\rightarrow \int \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = - \int \rho \vec{v} dS \quad \text{proietto in direzione} \hat{i}$$

$$\int \rho \vec{v} \cdot \hat{i} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = - \int \rho \vec{v} \cdot \hat{i} dS \quad \xrightarrow{\text{teorema}}$$

$$-\int \rho_1 U_1^2 dS + \int \rho_2 U_2^2 dS = \int \rho dS - \int \rho_2 dS$$

$$-\rho_1 U_1^2 A_1 + \rho_2 U_2^2 A_2 = \rho A - \rho_2 A$$

$$\boxed{\rho_1 + \rho_2 U_1^2 = \rho_2 + \rho_2 U_2^2}$$

2° imp. per urto

IMPLUSO

{ è Bernoulli }

• Bil. energia totale

$$\int \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + d\vec{V}(\rho) \right] dV = - \int \rho \vec{v} \cdot \vec{v} dS$$

$$\rightarrow \int \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) dS = - \int \rho \vec{v} \cdot \vec{v} dS$$

$$\int_{\text{urto}} \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad \rightarrow -\rho_1 U_1 h_{T_1} A_1 + \rho_2 U_2 h_{T_2} A_2 = 0$$

$$\rho_1 U_1 h_{T_1} = \rho_2 U_2 h_{T_2}$$

dal bil. d'area ho $\rho_1 U_1 = \rho_2 U_2$

$$\Rightarrow h_{T_1} = h_{T_2} \quad \text{conservazione entalpia totale}$$

Quindi dai bilanci integrali attraverso l'onda d'urto

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 U_1 = \rho_2 U_2 \\ \rho_1 U_1^2 + \rho_1 = \rho_2 U_2^2 + \rho_2 \\ h_{T_1} = h_{T_2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{invarianti per urto} \\ \sigma \\ \text{relazioni d' Bernoulli - Hugoniot} \end{array}$$

elaborando queste relazioni e usando σ , otengo (NON si fanno i paralleli per mancanza di tempo)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = f(M_1), \quad \frac{P_2}{P_1} = g(M_1), \quad \frac{T_2}{T_1} = h(M_1)$$

$$\frac{U_2}{U_1} = g(M_1), \quad \frac{h_{T_2}}{h_{T_1}} = f(M_1)$$

si ricavano dalle tabelline dell'onda normale

c'sono 2 soluzioni:

$$M_1 > 1 \rightarrow M_2 < 1$$

OK perché c'è una compressione in supersonico

$$M_1 < 1 \rightarrow M_2 > 1$$

onde d'urto esistono solo in supersonico

$$\Delta S > 0$$

Approssimazione di una porata curva con una poligona di tanti segmenti

$$P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow \dots \rightarrow P_n \quad i = 0, \dots, n$$

Se n è abbastanza grande, l'angolo fra ogni segmento e il successivo è infinitesimo e le varie ondate attraversano un'onda d'urto.

Al primo segmento l'onda è inclinata di un angolo $\mu_0 = \operatorname{arcsin} \left(\frac{1}{M_0} \right)$

Dopo la prima onda: $M_1 < M_0$, quindi $\mu_1 = \operatorname{arcsin} \left(\frac{1}{M_1} \right) > \mu_0$

per cui in generale $\mu_i > \mu_{i-1}$.

→ Le onde di Mach tendono a convergere

Si crea una superficie di discontinuità attraverso cui il flusso subisce una compressione finita ⇒ **ONDA D'URTO !!!**

Svolta di compressione di un angolo finito tramite uno spigolo

$$\text{onda d'urto che} \\ \text{attraversa} \\ \text{spigolo}$$

L'urto onda d'urto

1. le onde d'urto esistono solo in regime supersonico

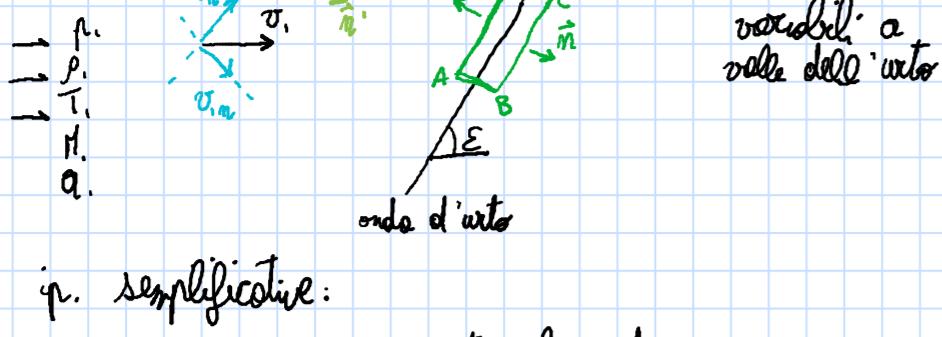
2. Per flusso supersonico esistono solo svolte di compressione

NEXT: come calcolare il flusso a valle di un'onda d'urto

25/05/2021

- attraverso l'onda d'urto normale ha una compressione \rightarrow diminuzione di velocità, ma aumenta di pressione, densità, temperatura e velocità del flusso.
- attraverso l'onda d'urto normale non ha deviazione di flusso, che si può avere solo attraverso un'onda d'urto obliqua.

Onda d'urto obliqua



p. semplificata:

1. flusso uniforme e manto dell'onda
 2. flusso stazionario
 3. $\dot{f} = 0$
 4. fluido ideale (non viscoso e non condensante)
- \rightarrow bilanci integrali attraverso l'onda definiscono un volume di integrazione
- $$\Delta S = \Delta C = A \quad \text{e} \quad \Delta B = \Delta E \rightarrow 0$$

Ril. di massa

$$\int \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} dV + \int \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0$$

per istante

$$\int -\rho_1 U_{in} dS + \int \rho_2 U_{in} dS = 0 \rightarrow -\rho_1 U_{in} \cancel{A} + \rho_2 U_{in} \cancel{A} = 0$$

$$\boxed{\rho_1 U_{in} = \rho_2 U_{in}}$$

1° imponente per urto
per onda d'urto obliqua

Ril. di p.t. di moto

$$\int \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} dV + \int \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = - \int \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS$$

per istante

\rightarrow proiezione in dir. normale all'onda d'urto (\vec{n})

$$\int \rho \vec{v} (\vec{n} \cdot \vec{n}) dS = - \int \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS$$

percezione: su AD: $\vec{v} \cdot \vec{n} = -U_{in}$ e $\vec{v} \cdot \vec{n} = U_{in}$

su BC: $\vec{v} \cdot \vec{n} = U_{in}$

$$-\rho_1 U_{in}^2 \cancel{A} + \rho_2 U_{in}^2 \cancel{A} = \rho_1 \cancel{A} - \rho_2 \cancel{A}$$

$$\boxed{\rho_1 + \rho_2 U_{in}^2 = \rho_2 + \rho_1 U_{in}^2}$$

2° impon. per urto obliqua

\rightarrow proiezione in direz. // all'onda d'urto

$$\int \rho \vec{v} \cdot \vec{t} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = - \int \rho \vec{v} \cdot \vec{t} \cdot \vec{t} dS \quad \text{AD: } \vec{v} \cdot \vec{t} = -U_{in} \quad \vec{v} \cdot \vec{t} = U_{in}$$

$$\text{BC: } \vec{v} \cdot \vec{t} = U_{in} \quad \vec{v} \cdot \vec{t} = U_{in}$$

$$-\rho_1 U_{in} U_{it} \cancel{A} + \rho_2 U_{in} U_{it} \cancel{A} = 0$$

$$\boxed{\rho_1 U_{in} U_{it} = \rho_2 U_{in} U_{it}} \Rightarrow \boxed{U_{in} = U_{it}}$$

per bil. d'urto

Ril. energia totale

$$\rightarrow h_{it} = h_{in}$$

Risultato: bilancio attraverso l'onda d'urto obliqua

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 U_{in} = \rho_2 U_{in} \\ \rho_1 U_{in}^2 + p_1 = \rho_2 U_{in}^2 + p_2 \\ U_{it} = U_{in} \\ L_{it} = L_{in} \\ \text{totale} \end{array} \right. \quad \boxed{\text{stesse relazioni del calore dell'onda d'urto normale dove ho } U_{in} \text{ e } U_{it} \text{ al posto di } U_{in} \text{ e } U_{it}}$$

l'onda d'urto obliqua può essere vista come un'onda d'urto normale e avrà sempre una componente di vel. // onda d'urto che possa iniettare attraverso l'onda \rightarrow posso sfruttare la formula e la tabella dell'onda d'urto normale per ottenere le variazioni dopo l'urto basate su M_{in} e E

$$M_{it} = \frac{U_{in}}{U_{it}} = \frac{U_{in}}{U_{in} \sin \theta}$$

STICKASI!

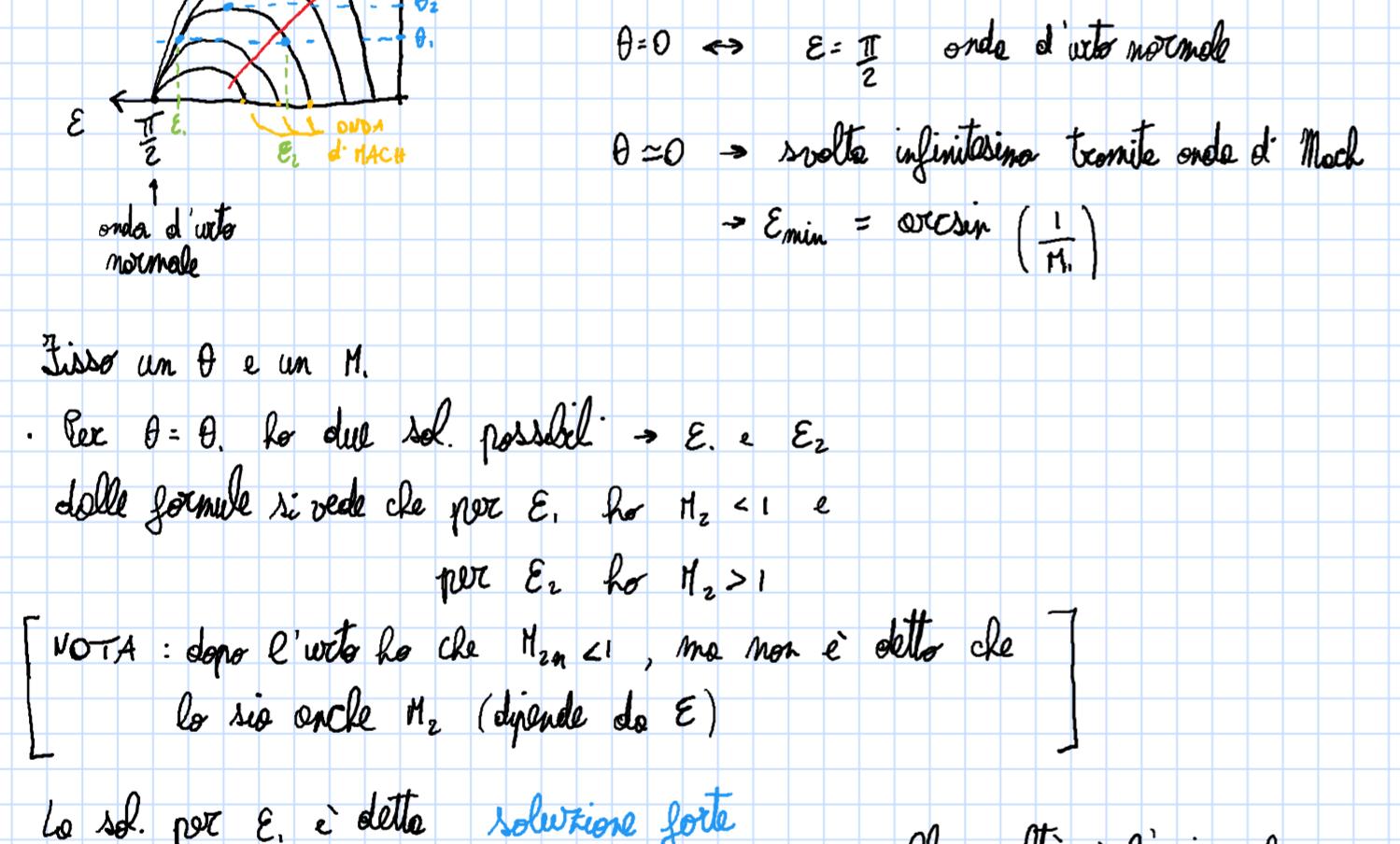
E è incognita! AIUTATO \rightarrow $v_1, \alpha, \dots, v_2?$

Problema: noto il cond. e manto dell'urto,

noto θ \rightarrow determinare E

osservazione: che non faccio ciò potendo a una relazione fra E, θ e M_{in} .

\Rightarrow diagramma dell'onda d'urto obliqua (da seguire)



Fixo un θ e un M_{in} .

Per $\theta = \theta_c$, ho due sol. possibili $\rightarrow E_1 < E_2$

delle formule si vede che per E_1 ho $M_2 < 1$ e

per E_2 ho $M_2 > 1$

[NOTA: dopo l'urto ho che $M_{2n} < 1$, ma non è detto che lo sia anche M_2 (dipende da E)]

Le sol. per E è detta soluzione forte
" " E_1 // " soluzione debole] \rightarrow nella realtà è l'unica che

\Rightarrow l'onda d'urto obliqua è meno intensa di quella normale

Per $\theta = \theta_c$ ho una sola soluzione che corrisponde al massimo angolo di rotta che riesce ad avere con un'onda d'urto obliqua, fissato M_{in} se $\theta < \theta_{max} = \theta_c$

Per $\theta > \theta_{max}$ ad es. θ_c non ci sono soluzioni, quindi: come corrisponde la sol.?

Con urto d'urto rotolante

Dopo l'onda d'urto il flusso viene alle portate diverse subsoniche e quindi la deviazione delle linee di flusso avviene progressivamente

θ_{max} aumenta all'aumentare di M_{in}

NEXT implicazioni sui profili in transonico e supersonico

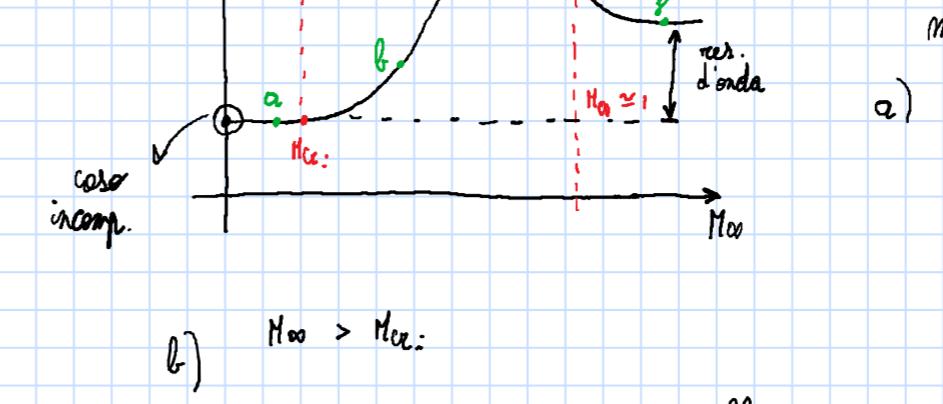
profilo in regime transonico e supersonico

- profilo dato (preso e curvatura fissa) per flusso subsonico

- Incidenza fissata

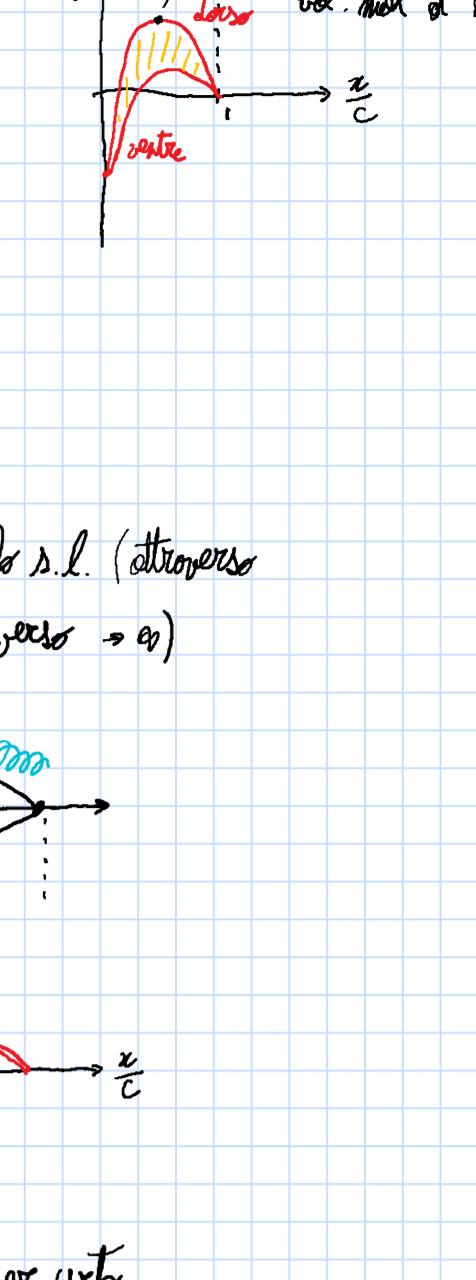
- vediamo il num. di Mach per flusso orizzontale

\rightarrow curva spianabile (C_s, M_{in})

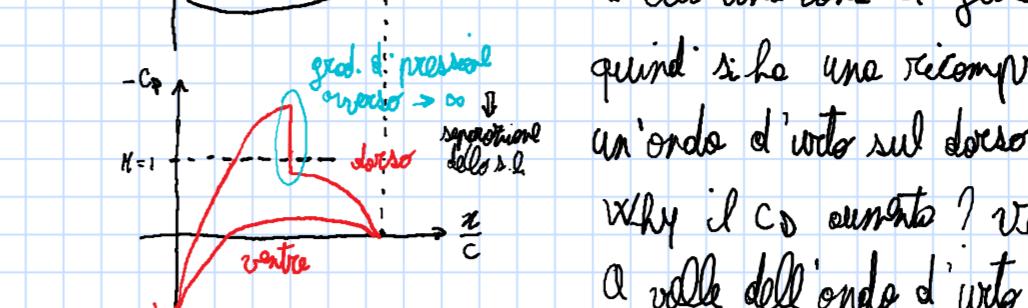


in flusso subsonico il C_s varia molto poco rispetto al valore per flusso incomp.

a) $M_{in} < M_{in,0} \Rightarrow$ flusso subsonico



b) $M_{in} > M_{in,0}$:



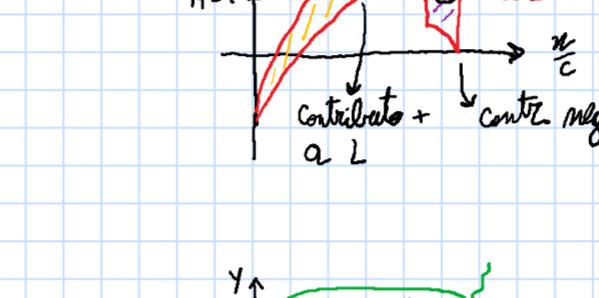
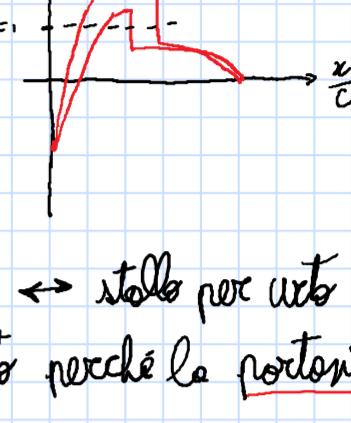
Nelle zone d'ond. non espansione sul dorso, c'è una zona di flusso supersonico, quindi si ha una ricompressione attraverso un'onda d'urto sul dorso.

Why il C_s costante? vediamo dopo.

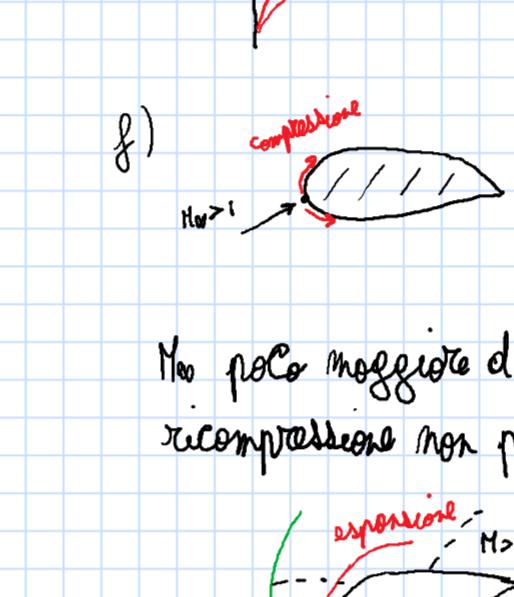
A volte dell'onda d'urto fa separazione dell's.l. (attraverso l'onda d'urto si ha un gradiente di pressione costante \Rightarrow a)

c) $M_{in,0} > M_{in}$ { analogie uguali convergente-disconvergente }

Sul dorso l'onda d'urto si sposta verso il bordo d'uscita e diventa più intensa, inoltre oppone un'onda d'urto anche sul ventre.



molti della curva $C_s \Rightarrow$ stallo per urto. Condizion d'urto per urto perché la portanza è diminuita



le onde d'urto sul dorso e sul ventre sono orrette al bordo d'uscita

• res. d'urto

• no separazione s.l.

il flusso nello spazio esterno subisce una rotta di compressione sia sul dorso che sul ventre \rightarrow onda d'urto

il poco maggiore d'1, angolo d'urto è molto grande, quindi la ricompressione non può avvenire con un'onda obliqua

Ho un'onda d'urto curva davanti al profilo, localmente normale al flusso s.t. \rightarrow dopo l'urto $M < 1$ quindi c'è una rotta graduale intorno al profilo perché c'è subito e ho due onde d'urto attaccate sul su

Per $M_{in} > M_{in,0}$: ho formazione d'onda d'urto sul profilo

\Rightarrow l'onda d'urto fa aumentare il C_s . perché?

l'onda d'urto fa separare le portate

\rightarrow c'è un nuovo contributo alla resistenza \rightarrow resistenza d'urto

In incomp. e subsonico $C_s = C_{0,0} + C_{0,p}$

In trans. e super. $C_s = C_{0,0} + C_{0,p} + C_{0,ord}$

WTY?

al di fuori interazione energetica resistenza:

l'onda d'urto si propaga fino all'infinito e poi crea una perturbazione nel flusso. qui schiacciando a zero la pressione dell's.l.

$E(z)$ \rightarrow Durezza = Entro

Durezza è tanto maggiore quanto l'onda d'urto è intensa

• Mach d'urto risce il valore di M_{in} e da cui: \rightarrow ha un significato inverso di C_s

• M_{in} : dipende dal tipo di profilo e dall'incidenza

VALORI TECNI: $M_{in} \sim 0.6 - 0.7$

• all'aumentare dell'incidenza il M_{in} : diminuire

il M_{in} è poco maggiore d' $M_{in,0}$: ed ha un comportamento analogo $M_{in} \sim 0.6 - 0.7$

gli aerei da trasporti grossi volano a $M_{in} \sim 0.8 - 0.9 > M_{in,0}$ come passo entro il campo del C_s ?

1. si modifica il tipo di profilo \rightarrow prof. supersonico

2. modificare l'ala \rightarrow ala a freccia

profilo supersonico:

a fissato, $M_{in} > M_{in,0}$ prof. classico

prof. supersonico dorso puro

• dorso piatto: blocco l'espansione sul dorso

• curvatura intorno al dorso \Rightarrow onde d'urto vicino al dorso e meno intesa del prof. normale

• diminuire il $C_{0,ord}$ e anche il $C_{0,p}$ perché ha zone di separazione più piccole

$C_{0,prof. sup.} < C_{0,prof. class.}$

• riduzione d'urto perché ha ridotto la aspirazione sul dorso \rightarrow disegno particolare sul ventre tale da causare una ricompressione sul ventre per dare un contributo positivo a L e compattare quello che ha perso sul dorso $\rightarrow C_{0,urto} \approx C_{0,dors}$

• soluz. prof. a freccia

nelle ali a freccia nelle ali di prof. sono allontanate con l'asse \rightarrow profili: sono allontanati con l'asse di prof.

le ali di prof. non sono più parallele all'asse \rightarrow angolo d'freccia: angolo formato tra asse e linea del prof.

la sezione dell'ala lavorano come se fossero invertiti dalla proiezione di V_∞ nel piano del profilo: \rightarrow effetto

$V_{eff} = V_\infty \cos \alpha$

$M_{eff} = \frac{V_{eff}}{V_\infty} = M_{in} \cos \alpha$

\Rightarrow il $M_{in} > M_{in,0}$ poter raggiungere \sim t.c.

\Rightarrow $M_{eff} = M_{in} \cos \alpha < M_{in}$

$\Delta_1 > \Delta_2$ più grande l'angolo d'freccia più grande il $C_{0,ord}$

</div

Domande di esame

- Mac: $\alpha \propto C_L$
- onde d'urto normale \rightarrow bilancio integrali
possono avere 2 sol. possibili: ma solo una funziona per una variazione di entropia
- profili: sottili - semipelli - spessi e polari
- distr. d' L ellittico $\rightarrow L, D:$

$$L = \rho U_\infty \int_{-\frac{b_0}{2}}^{\frac{b_0}{2}} \Gamma(y) dy$$

$$D := \rho U_\infty \int_{-\frac{b_0}{2}}^{\frac{b_0}{2}} \Gamma(y) \left[\int_{-\frac{b_0}{2}}^y \frac{d\Gamma(\eta)}{d\eta} \frac{dy}{y-\eta} d\eta \right] dy$$

$$\rightarrow L = \rho U_\infty \Gamma_0 \frac{b_0}{2} \frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow D := \alpha L$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} = \frac{\Gamma_0 b_0 \pi}{2 S U}$$

$$w(y) = \frac{\Gamma_0}{2 b_0} \rightarrow \alpha = \frac{\Gamma_0}{2 b_0 U}$$

$$\rightarrow D := \frac{1}{8} \rho \pi \Gamma_0^2$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S} = \frac{\pi \Gamma_0^2}{4 U_\infty^2 S}$$

$$C_D = K C_L^2$$

$$\frac{\pi}{4} \frac{\Gamma_0^2}{U_\infty^2 S} = K \frac{\Gamma_0^2 B^2 \pi^2}{U_\infty^2 S^2}$$

$$K = \left(\frac{S}{B^2} \right) \pi = \frac{1}{AB \pi}$$

$$\rightarrow C_D = \frac{1}{\pi AB} C_L^2 (1 + \delta)$$

$\delta = 0$ se ellittica

$\delta \neq 0$ se non ell.

- disegnare l'ala per avere L ellittico

$$SL(y) = \frac{1}{2} \rho U^2 C(y) \underline{C_L(y)}$$

\rightarrow 2 sol. fond:

$C(y)$ cte σ $C_L(y)$ cte

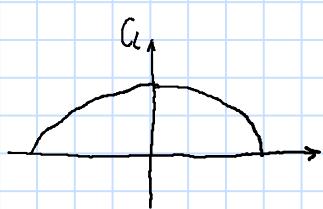
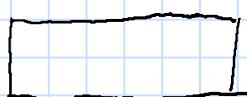
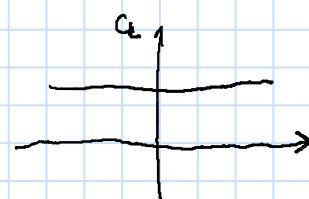


grafico 5-2



perché stelle
tutta insieme?

per il C_L cost. \rightarrow profili
che lavorano tutt'insieme