

Riassunto

- Bilancio integrali della meccanica dei fluidi: Bil. di massa, d'aria e moto e dell'energia Totale
- trasporto + trasformazione d'integrali di superficie in volume + legge d'accelerazione



EQUAZIONI DIFFERENZIALI DEL MOTO (eqn d'N-S)

- Sistema non chiuso quindi devo aggiungere le equazioni costitutive che specificano il tipo di fluido
- ogni costitutivo per gas perfetti, non tenendo conto di Stokks e legge di Bernoulli
 - \rightarrow sistema chiuso (estero n° d'eqn e incognite)
 - + condizioni iniziali e al contorno per specificare il tipo di problema

DIFICOLTÀ: le eqn del moto sono un sistema d'eqn occupato dalle derivate parziali, evolutive (dipendenti dal tempo) e non lineari:

- si conoscono poche sol. analitiche per problemi molto semplici
- le sol. numeriche implicano cost. computazionali e tempi d'elaborazione troppo elevati
- \Rightarrow necessita di ipotesi semplificative!!!

1. flusso stazionario: $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ \Rightarrow per cercare la soluzione basta la distribuzione spaziale delle grandezze fluidodinamiche

Quando si può usare? Dipende dal problema e dal sistema d'ipotesi.

2. flusso incompressibile: $\rho = \text{cost.}$ che dipende dal fluido
valide anche per un gas se $M \approx 1$ ($M < 0,3$)
+ si perde un'incognita e si ha il disegno tra le equazioni di bilancio di massa e già di moto ($p = \bar{v}$) da quella dell'energia (T)
- Il sistema d'ogni d'bilancio di massa e già di moto è un sistema occupato dalle der. parziali, evolutive e non lineare (too complex to be used in project)

3. flusso rotazionale: $\bar{w} = 0$
+ completo disaccoppiamento delle equazioni: massa $\Delta \varphi = 0 \rightarrow \varphi \rightarrow \bar{v} = \bar{v}(\varphi)$
(che ora sono molto più semplici)
+ Bernoulli è un'eqn algebrica
+ il bil. d'massa è un'eqn diff. lineare
 \rightarrow sistema d'eqn con molte soluzioni credibili
ma e sol. numeriche con costi computaz. e tempi d'elaborazione molto ridotti

Quando è giustificata una ipotesi?

- una parete solida è una sorgente continua di vorticità a causa della condizione di aderenza.
- + se il num. di Reynolds caratteristico del flusso è basso e il corpo è aerodinamico, allora la vorticità rimane confinata in uno strato sottile intorno al corpo e a volte d'esso.

$$\begin{array}{l} u \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{array} \quad \begin{array}{l} -\bar{w} = 0 \\ \bar{v} \neq 0 \end{array}$$

Vogliamo determinare le forze aerodinamiche agenti sul corpo ($F_x = \tau_{xw}$)

- mi interessa la sol. nella zona in cui $\bar{w} \neq 0$

\rightarrow Soluzione "ingegneristica": si trova la zona in cui c'è vorticità, cioè flusso rotazionale ovunque

$$\begin{cases} \Delta \varphi = 0 \\ \bar{v} \cdot \bar{n} = 0 \rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\text{estero}} = 0 \quad \text{cond. di scorrimento} \\ \nabla \varphi \Big|_{\infty} = 0 \end{cases}$$

$$p + \frac{1}{2} \rho \bar{v}^2 = p_\infty + \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2$$

caso SD
unica soluzione

$$\Rightarrow \bar{F} = 0$$

non risolve d'
d'Orchestr

caso ED
infinte soluzioni

$$\text{prevediamo } \Gamma = \oint \bar{v} \cdot d\bar{l} = \Gamma_0$$

$$\begin{cases} L = -p \Gamma_0 \\ D = 0 \end{cases} \quad \text{FALSO}$$

Per avere una stima accorta di L e D è necessario considerare lo strato di vorticità

\hookrightarrow Teoria dello strato limite di Blasius

Attraverso un'analisi degli ordini di grandezza ho delle eqn semplificate d'strato limite

EQUAZIONI DI STRATO LIMITE SU PARETE PIANA IN FLUSSO INCOMPRESIBILE, $\omega_D = \bar{v} = 0$

$$\bar{v} = (u, v, 0)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 & \text{bil. massa} \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} & \text{bil. già di moto in dir. x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 & \text{bil. già di moto in dir. y} \end{cases}$$

\hookrightarrow risultato fondamentale teoria dello strato limite

Se conosciamo la distribuzione di pressione sul bordo dello strato limite, la condizione doppia + condizione al bordo

$$u(x, 0) = v(x, 0) = 0 \quad \text{condizione d'aderenza}$$

$$\bar{v}(x, \delta(x)) = \bar{U}^*(x) \quad \text{oppure}$$

$$u(x, \delta(x)) = 0 \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\delta(x)} = 0$$

$$\Rightarrow u(x, y) = v(x, y) \text{ nello strato limite}$$

Analisi d'ordini di grandezza $\rightarrow v \ll u$

$$\begin{array}{c} \bar{v}(x) \\ \downarrow \\ \bar{U}^*(x) = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \end{array} \quad \begin{array}{l} + \text{eqn d' strato limite sono più semplici e meno costose} \\ \text{delle eqn d' N-S} \end{array}$$

$$\bar{U}^*(x) = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad \leftarrow \text{modello d' fluido newtoniano}$$

$$\rightarrow \bar{U}(x, 0) = \bar{U}^*(x)$$

$$U(x, 0) = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad \begin{array}{l} \text{affatto visto alle pareti} \\ \downarrow \\ \text{pendente della tangente al profilo di velocità alle pareti} \end{array}$$

Spessore d' strato limite**Spessore d' strato limite**

$$s(x) \rightarrow \text{distanza alla parete a cui } |\bar{v}(x, \delta(x))| = A \% \bar{U}^*(x)$$

$$\uparrow 30/35\%$$

distanza alla parete in cui è contenuta il $A\%$ della vorticità

Spessore d' spostamento

$$\delta^*(x) = \int_0^{s(x)} \left(1 - \frac{u(x, y)}{\bar{U}^*(x)} \right) dy$$

Significato fisico: lo spessore che devo aggiungere alla parete per avere stessa portata d'massa che ho nello strato limite con velocità costante pari a $\bar{U}^*(x)$

$$\begin{array}{c} \bar{U}^*(x) \\ \downarrow \\ \delta^*(x) \end{array}$$

Spessore d' già di moto

$$\theta(x) = \int_0^{s(x)} \frac{u(x, y)}{\bar{U}^*(x)} \left(1 - \frac{u(x, y)}{\bar{U}^*(x)} \right) dy \rightarrow \text{legato alle forze aerodinamiche (in particolare resistenza)}$$

Strato limite su lontana piena e incidente nulla

$$\begin{array}{c} U, p_\infty \\ \uparrow \\ \bar{v} \\ \downarrow \\ \theta(x) \end{array} \quad \begin{array}{c} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{array}$$

NOT.

corpo + strato limite \rightarrow spessore totale
 $\Rightarrow \bar{U}^*(x) \approx \bar{U}$

$$\rightarrow p^*(x) + \frac{1}{2} \rho \bar{U}^*(x)^2 = p_\infty + \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2 \Rightarrow p^*(x) \approx cte$$

\rightarrow profili di velocità ottenibili: profili non uguali a varie distanze, ma se ricavati posteriormente collidono su un profilo unico

\Rightarrow Soluzione analitica di Blasius

$$s(x), \delta^*(x), \theta(x) \propto \sqrt{x}$$

$$c_0(x) = \frac{1}{2} \rho U^2 \propto \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (\text{ultima loc.})$$

$$D = D_{\text{att}} = 2 \int_0^\infty \tau_w(x) dx = \dots = 2 \rho U^2 \theta(L)$$

PROSSIMAMENTE

\rightarrow Strato limite su corpo con spessore

• Meccanismi che portano alla separazione delle s.l.

\hookrightarrow corpi aerodinamici e torri

Strato limite su un corpo con spessore (parte curva)



- esp. d'NS per flujo incompressibile e $\dot{g} = 0$
- pressione su S(x) con esse x tangente alla sup. del corpo e y normale (da variabile)

• onde ordini di grandezza

↳ ogni verso le stesse forme da per un termine d'accelerazione contraria nell'equazione di bilancio ed è solo in direzione y

• la parte piana l'ordine di grandezza di termini dell'equazione d'accl. è quello di moto in direz. y e' :

$$\rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} > 0 \quad \begin{array}{l} \text{addegr. term.} \\ \text{ordine nella dir. x} \end{array} \quad \begin{array}{l} U: \text{vel. costit. in dir. x} \\ L: \text{lung. costit. in dir. x} \\ S: \text{lung. costit. in dir. y} \end{array}$$

• le equazioni di strato limite e i risultati trovati per piani piani controllano se c'è l'ord. di grandezza del termine aggiuntivo

d'accl. contrapposta è $\sim \frac{U^2}{L} \frac{S}{L}$

→ ord. di grandezza contrapposta : $\frac{U^2}{R_c} \leq \frac{U^2}{L} \frac{S}{L}$

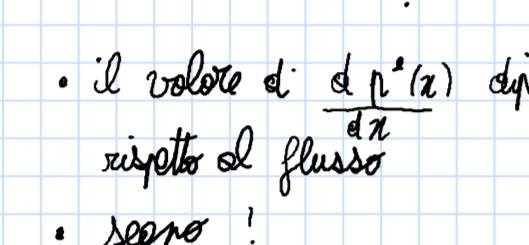
$$R_c \geq \frac{U^2 L}{S^2} = \frac{L^2}{S} \gg 1 \quad \begin{array}{l} \text{raggio d'incidenza locale} \\ \text{alla superficie} \end{array}$$

• risultati ad equazioni di strato limite controllano se volare su una parte curva se R_c è abbastanza grande \Rightarrow la superficie non deve essere localmente troppo curva

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{d p'(x)}{dx} + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad u = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{array} \right.$$

\Rightarrow Se si considera un corpo con spessore come quello rispetto a C'è la piana o incidenza nulla?

Ese: Corpo simmetrico



• per la piana : $\frac{du}{dy} = 0$ perché $v(x) \approx 0$

$$\rightarrow u'(x) \approx p_\infty$$

• Corpo con spessore : il flujo per girare intorno al

corpo subisce variazioni d'elastica $\rightarrow v(x)$ variabile $\neq 0$

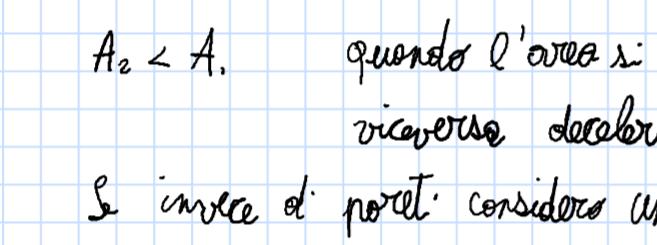
per teorema di Bernoulli $\rightarrow p'(x)$ variabile $\neq p_\infty$

$$\boxed{\frac{du}{dx} \neq 0}$$

COSA CAMBIA?

• Il valore d' $\frac{du}{dx}$ dipende da geometria e posizione del corpo rispetto al flujo

• Segno!



Bernoulli :

$$\frac{1}{2} \rho [u'(x)^2 + p'(x)] = \frac{1}{2} \rho U^2 + p_\infty$$

$$\text{Se } \frac{du}{dx} > 0 \rightarrow \frac{du}{dx} < 0$$

$$\left(\frac{1}{2} \rho [u'(x)^2 - p_\infty] = p_1 - p_2 \right)$$

$$\text{Se } \frac{du}{dx} < 0 \rightarrow \frac{du}{dx} > 0$$

- Flusso incompressibile e stazionario \rightarrow bil. d' moto forza integrale (in dL)

$$\int_{(E)} \frac{\partial U}{\partial t} dV + \int_{(F)} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0$$

$$\rightarrow \int_{(E)} \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0$$

$$\int_{(E)} \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0$$

$$- \int_{A_1} u dS + \int_{A_2} u dS = 0$$

$$\int_{A_1} u dS = \int_{A_2} u dS = U_A$$

$$A_2 < A_1 \quad \text{quando l'area A_2: restrige il flujo e adatta incidenza dorsale}$$

S'invoca d' port: considera una linea di corrente molto lontana dal corpo e distante x verso

forze le stesse considerazioni

con A_1 area linea di corrente anche

in flujo aperto.

linea di corrente

A_1 A_2

$A_1 > A_2$

zona 0 : $\frac{du}{dx} > 0 \rightarrow \frac{du}{dx} < 0$

zona ② : $\frac{du}{dx} < 0 \rightarrow \frac{du}{dx} > 0$

• Il corpo non è simmetrico, ha sempre una zona ① e una zona ② con le stesse caratteristiche, con transizione graduale tra le zone a sinistra.

Qual è l'effetto delle zon. d' p' e u' sul comportamento del strato limite ??

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{d p'(x)}{dx} + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{array} \right.$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\int_0^{y(x)} dy = - \int_0^{y(x)} \frac{\partial u}{\partial x} dy$$

$$v(y(x)) - v(0) = - \int_0^{y(x)} \frac{\partial u}{\partial x} dy$$

• per la stessa componente

$$\frac{du}{dx} \neq 0$$

• Corpo con spessore, zona ① : $\frac{du}{dx} > 0$, $\frac{du}{dx} < 0 \rightarrow \frac{du}{dx} < 0$

$$\rightarrow v(y(x)) = \int_0^{y(x)} \frac{\partial u}{\partial x} dy < 0$$

• Corpo con spessore, zona ② : $\frac{du}{dx} < 0$, $\frac{du}{dx} > 0 \rightarrow \frac{du}{dx} > 0$

$$\rightarrow v(y(x)) = - \int_0^{y(x)} \frac{\partial u}{\partial x} dy > 0$$

• nel caso di lastra piana ($v(y(x)) = 0$)

$$v(y(x)) = 0, \delta^*(x), \theta(x) \propto \frac{1}{x}$$

• la stessa tendenza a crescere più rapidamente rispetto alla lastra piana

• zona ② ($v(y(x)) > 0$)

la stessa tendenza a crescere più rapidamente rispetto alla lastra piana

• 1° effetto d' $\frac{du}{dx} \neq 0 \rightarrow$ cambiare la velocità d' crescita dello spessore del strato limite

Effetto d' $\frac{du}{dx}$ sulla forma del profilo d' velocità

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{d p}{dx} + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

la risolvo per $y=0$ $u(x,0) = v(x,0) = 0$ cond. aderente

$$\gamma \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = - \frac{1}{\rho} \frac{d p}{dx}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{1}{\rho} \frac{d p}{dx}$$

• lastra piana :

$$\frac{du}{dx} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = 0$$

• profilo d' vel. da curvatura nella lastra piana

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} < 0 \rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} < 0$$

• profilo d' vel. che cresce meno rispetto alla lastra piana

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} > 0 \rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} > 0$$

• concavo verso l'alto

• la velocità nella parte vicina alla piana è più bassa rispetto alla lastra piana

• effetto :

→ gradiente di pressione influenza la separazione dello strato limite

cond. necessario per evitare la separazione dello strato limite è

$$\frac{dp}{dx} > 0 \quad (\text{gradiente di pressione positivo})$$

Mecanismo fisico d' separazione dello strato limite

Muovendo verso destra lungo il bordo dello strato limite, la

pressione aumenta

rispetto fondamentale a 0.

→ le particelle fluido dentro lo strato limite restano

dello stesso segnale d' avanzata

→ la velocità tende a diminuire, con un effetto più importante

per le particelle che sono più vicine alla piana

mecanismo di separazione

naturale dello strato limite

per effetto dell' avanzata di pressione le particelle dentro lo strato limite rallentano progressivamente fino a invertire il loro moto

→ separazione dello strato limite → vertice non è più contenuto in uno strato sottile, ma rivolto nel corpo di moto

Quindi: quando se fa: gradiente di pressione ancora modesto

applicato per un tratto sufficientemente lungo:

• Punto d' separazione dello strato limite è il punto in cui $\frac{dp}{dx} \Big|_{x=0} = 0$

separazione immediata dello strato limite

↔ grad. d' pressione orario molto elevato che provoca

un immediato separazione dello strato limite

↔ brusche variazioni della direzione del flujo

angolo $\frac{dp}{dx} > 1 \rightarrow$ separazione immediata dello strato limite

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} > 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ orario $\frac{dp}{dx} < 1 \rightarrow$ separazione

angolo $\frac{$

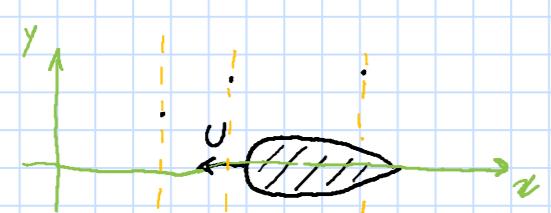
8/03/2021

CORPI AERODINAMICI: strato limite attaccato \rightarrow scia sottile \rightarrow basso E_0 .
 // TOZZI: separazione strato limite \rightarrow scia spessa

Differenza di resistenza

Interpretazione energetica della resistenza

Sf B solido al fluido



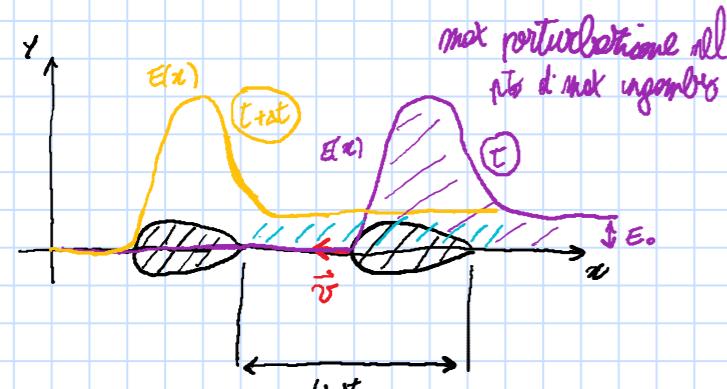
$$E(x,y) = \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)$$

$$\vec{v} = (u(x,y,t), v(x,y,t), 0)$$

$$E(x,t) = \frac{1}{2} \rho \int_{-\infty}^{+\infty} (u^2 + v^2) dy$$

minima integrale
dell'energia in
della p. perturbaz.
non sezione

Andamento qualitativo a una certa t



Variazione d'ord. dell'energia mass. del sist. fluido:

la variazione d'energia mecc. del sistema
al tempo è uguale al lavoro fatto dalle forze agenti sul sistema

Energia del sist. fluido a t

$$E(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(x,t) dx$$

$$\text{al istante } t+dt : E(t+dt) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(x,t+dt) dx$$

Variazione d'energia nel sist. fluido nell'intervalllo dt

$$\Delta E = E(t+dt) - E(t) = E_0 U dt$$

$\overbrace{\quad}$
durata a un percorso d'
scia in più

Forze agenti



L'unica forma di forza che non è la resistenza
perché la portante è ⊥ alla spinta

$$D = + U A t \quad \text{resistenza agente
sul corpo}$$

$$\Delta E = E$$

$$\rightarrow E_0 U A t = U A t D \quad D = E_0 \quad \text{La resistenza è uguale alla qta
d'energia cin. contenuta nella scia
della scia}$$

La resistenza è tanto maggiore quanto è maggiore E_0

$$E_0 = \int_y^y e dy$$

Ciò gli estremi sono bordi inf. e supr. della scia

E_0 aumenta con

- spessore della scia
- valore di e dentro la scia

CORPI TOZZI: che hanno scia più spessa hanno una resistenza maggiore



Scia di alcuni corpi tozzi: caratteristiche:
da rotoli caratteristici (scia di un toro)
come ad es. il cilindro circolare, altro a
essere spessa è anche molto energetica
 \rightarrow resistenza molto elevata

~~CORPI TOZZI~~

CORPI AERODINAMICI

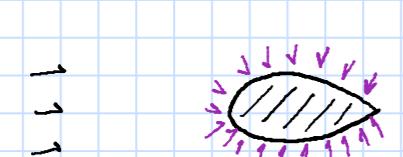
Con p. d'flusso rotazionale doppietto (non considero lo strato limite)

$$\rightarrow D = 0 \quad (\text{D} = \text{dopp}) \quad \text{FALSO}$$

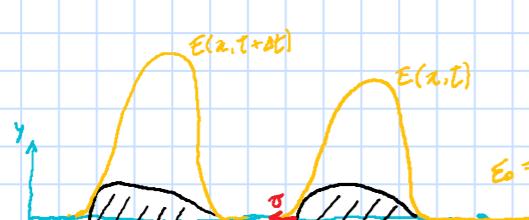
$$D = - \int_S p \hat{n} \cdot \hat{e}_u ds + \int_S \hat{v}_{\infty} \cdot \hat{e}_u ds$$

rel. di pressione

$\hat{e}_u \rightarrow$ circolare non costante
 $\Rightarrow \hat{v}_{\infty} = 0$



Interpretazione energetica della resistenza per flusso rotazionale



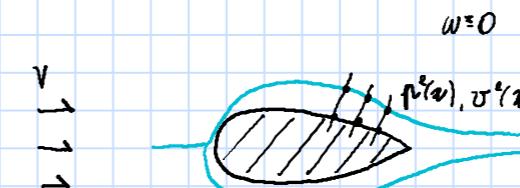
$$\Delta E = E(t+dt) - E(t) = 0$$

$$\Rightarrow D = 0$$

CORPI AERODINAMICI

strato limite sottile e attaccato su tutta la superficie e scia sottile (unione del due strati limiti)

Calcolo di L e D sui corpi aerodinamici:



$$\begin{aligned} & \text{risultato fondamentale} \rightarrow p_{\text{risult}}(x) - p^*(x) \\ & \text{d'altro viscole} \quad \tau_{xy}(x,0) = \mu \frac{du}{dy} \Big|_{y=0} \rightarrow u(x,y) \\ & \text{d'eqn. d'}\\ & \text{strato limite} \end{aligned}$$

occorreva tra eqn. d'flusso rotazionale e eqn. d'strato limite per avere
di conoscere la pos. del bordo dello strato limite

dipende da forma del corpo, da \vec{U}
quindi non nota

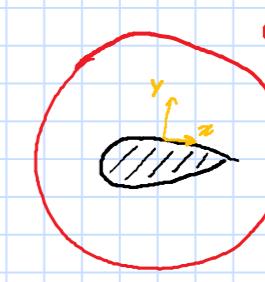
Calcolo delle forze aerodinamiche agenti sui corpi aerodinamici tramite procedura
iterativa di approssimato ogni d'strato limite e flusso rotazionale

• passo (0)

flusso isotropico
doppietto

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta p = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_{\text{corpo}} = 0 \\ \nabla p \Big|_{\infty} = \vec{U} \\ \Gamma = \Gamma_0 \end{array} \right.$$

cond. d'
scorrev.
risult. p, \vec{v}



$$p + \frac{1}{2} \rho U^2 = p_{\infty} + \frac{1}{2} \rho U^2 \rightarrow p$$

$$\rightarrow p^{(0)}(x,y), \vec{v}^{(0)}(x,y) \quad \text{risult. approssimati}$$

$$\rightarrow D^{(0)} = 0, L^{(0)} = - \rho U \Gamma_0$$

• passo 1: risolvo eqn d'strato limite

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \frac{u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + r \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u(x,0) = v(x,0) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad y = \delta(x) \end{array} \right.$$

approssimato con il calcolo del passo precedente

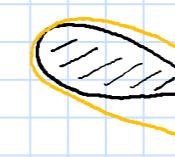
$$p^*(x) = p^{(0)}(x,0)$$

$$\begin{aligned} & \text{risolvo le eqn d'strato limite} \rightarrow u^{(1)}(x,y), v^{(1)}(x,y) \\ & \rightarrow \delta^{(1)}(x), \delta^{*(1)}(x), \theta^{(1)}(x) \end{aligned}$$

• passo 2: flusso isot. intorno al corpo + $\delta^{*(1)}(x)$

spessore d'espansione,
conserva le portate
di massa
 \rightarrow cond. d' massa

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta p = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_{\text{corpo}} + \delta^{*(1)}(x) \\ \nabla p \Big|_{\infty} = \vec{U} \\ \Gamma = \Gamma_0 \end{array} \right.$$



$$\text{Bernoulli:} \rightarrow p^{(1)}(x,y), \vec{v}^{(1)}(x,y)$$

• passo 3: eqn d'strato limite con $p^*(x) = p^{(1)}(x, \delta^{*(1)}(x))$

$$\rightarrow \text{nuovo stmo } u^{(2)}(x,y), v^{(2)}(x,y) \rightarrow \delta^{(2)}(x), \delta^{*(2)}(x), \theta^{(2)}(x)$$

finora a che

$$\left| \frac{p^{(2n)}(x,y) - p^{(2n+1)}(x,y)}{p^*(x)} \right| < \varepsilon$$

toleranza

$$|\delta^{*(2n+1)}(x) - \delta^{*(2n+2)}(x)| < \varepsilon$$

$$|u^{(2n+1)}(x,y) - u^{(2n+2)}(x,y)| < \varepsilon$$

Soluzione reale e minore di un errore minore d' ε

\rightarrow stima forze aerodinamiche è accorta o meno d' ε
cio per D, L

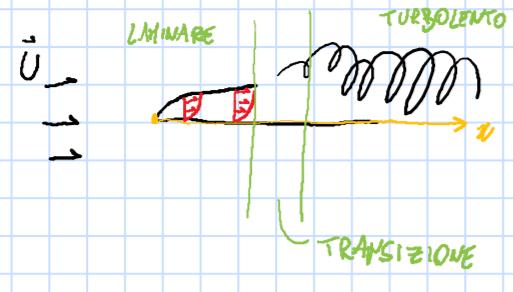
• Un numero n facile elencato d' calcol d' flusso isot.
e strato limite approssimato è sempre molto minore costo di calcolo
le eqn d' N-S complete

• ~~1~~ la procedura dà risultati validi solo se lo strato limite
non si separa (corpi aerodinamici)

9/3/2021

Strato limite \rightarrow strato limite laminare
In cui c'è interesse pratico (flusso su lastre piane ad incidenza nulla)

comincia "regime"



Quando si ha transizione da strato limite laminare a quello turbolento ???

Lastre piane: la transizione dipende dal valore del Reynolds locale (notoriamente)

Punto di transizione che avviene a x_T

$$\text{Re}_{x_T} = \frac{U x_T}{\nu} = \text{Re}_c = 4,5 \cdot 10^5$$

influenzato dalla turbolenza
del flusso orizzontale e delle
regole superficiali

Ha transizione quando $\text{Re} = \frac{U L}{\nu} > \text{Re}_c$

Per $\text{Re} < \text{Re}_c$ lo strato limite è tutto laminare

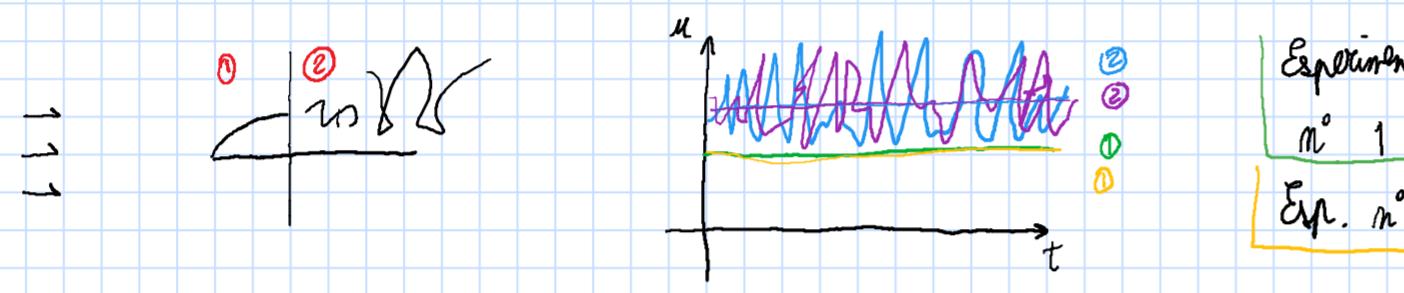
Corpo con spessore (profilo liscio):

$$\text{Re}_{x_T} = \frac{U x_T}{\nu} = \text{Re}_c \quad \neq \text{Re}_c \text{ piane}$$

Il valore di Re_{x_T} dipende dal $\frac{d U}{d x}$ $\frac{d U}{d x} < 0 \rightarrow$ aumentare il valore di Re_{x_T} rispetto a lastre piane $\frac{d U}{d x} > 0 \rightarrow$ diminuire " " "

Il valore del Re_{x_T} dipende anche da forma del corpo incidente, non c'è un concetto da info spaziale o posso utilizzare il valore della lastre piana in prima approssimazione (esigenza della lastre piana)

Flusso turbolento: flusso in cui le variabili fluidodinamiche variano nello spazio e nel tempo in modo aleatorio (imprevedibile)

Vortici \neq turbolenza perché può essere anche laminare

Flusso turbolento è aleatorio ed estremamente sensibile alle cond. iniziali, con variazioni significative per particolarissimi infinitesimali iniziali.

Del punto di vista ingegneristico ci si interessa al valore medio nel tempo

$$u(x,y,z,t) = \bar{u}(x,y) + u'(x,y,z,t)$$

$$v(x,y,z,t) = \bar{v}(x,y) + v'(x,y,z,t)$$

$$w(x,y,z,t) = 0 + w'(x,y,z,t)$$

$$\rho(x,y,z,t) = \bar{\rho}(x,y) + \rho'(x,y,z,t)$$

fluttuazioni turbolente

$$\bar{u}(x,y) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u dt$$

alle stesse
lamine su lastre
piane

il flusso medio è 2D e stationario

$$\bar{v}(x,y) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v dt \quad \bar{w}(x,y) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T w dt$$

fluttuazioni turbolente sono aleatorie (2D e non statio-

nezza)

Flusso medio è "simile" al flusso laminare nello strato limite

→ ricopre le eqn. di strato limite per il flusso medio

• vale il rul. fond. della teoria dello strato limite: $\frac{du}{dy} \approx 0$

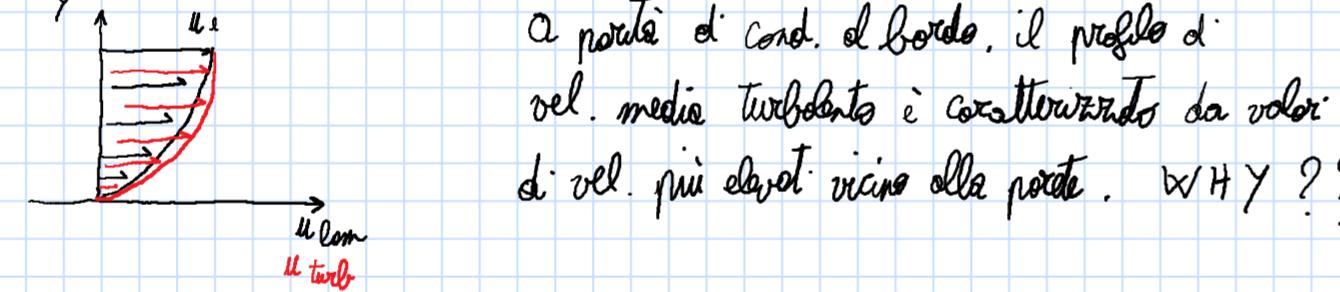
$$\Rightarrow \bar{u}'(x,y) = \bar{u}'(x,0) = \bar{u}'(x)$$

• velocità media: $\bar{u} \gg \bar{v}$

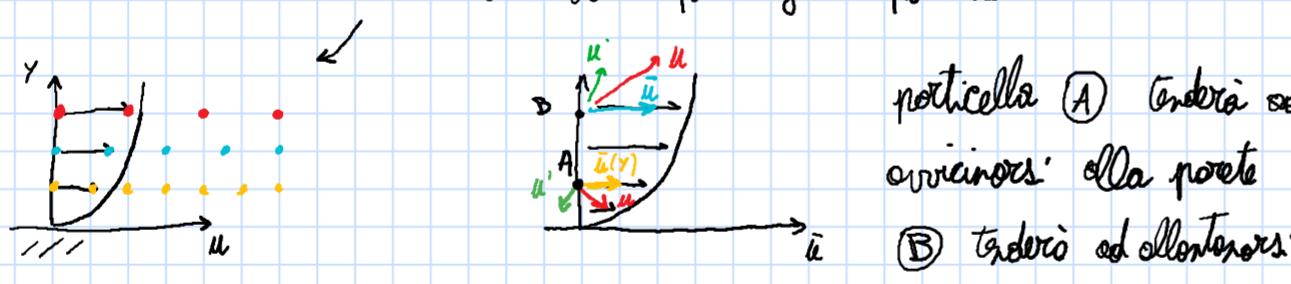
il profilo di vel. media dello strato limite turbolento è

quasi esattamente simile a quello nello strato limite laminare,

ma non quantitativamente.

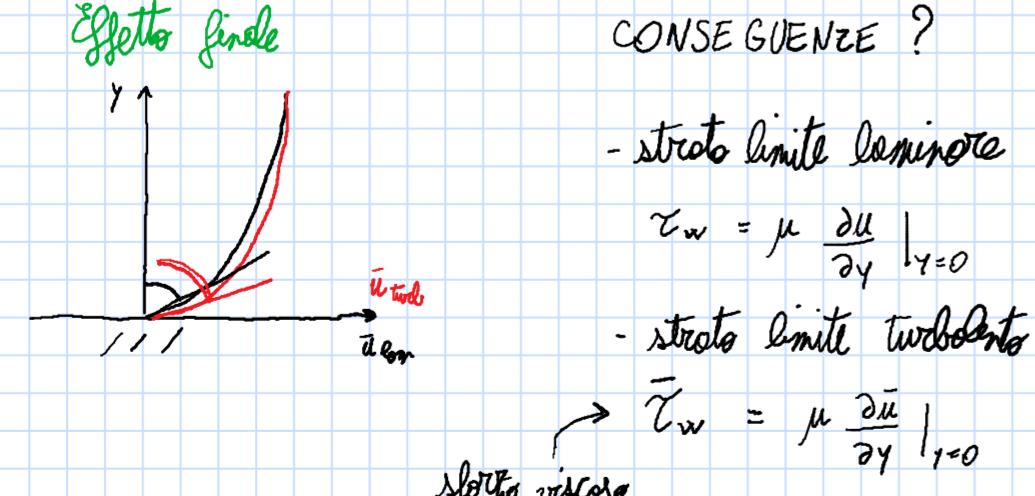


Nello strato limite laminare il moto avviene per "foglie parallele"



- ⇒ 1. per effetto delle fluttuazioni turbolente le particelle fluide vicine alla parete sentono della forza attrattiva della parete → non ha più moto per foglie parallele, ma "rincorrezzato"
- 2. le particelle che dagli strati più distanti alla parete passano agli strati più vicini, tendono ad aumentare la vel. media degli strati inferiori e viceversa
- ricomb. di moto tra strati di fluido a livello macroscopico a causa delle fluttuazioni turbolente
- effetto finale sulla vel. media dipende statisticamente da quante particelle compongono strati → vicino alla parete sono più numerose le particelle che passano da strati più lontani a strati più vicini
- ⇒ aumento della vel. media alla parete risp. al caso laminare

Effetto finale



$$(\bar{u}_w)_{turb} > (\bar{u}_w)_{lam} \quad (\text{perché grafico } \bar{u} \text{ in funzione di } y)$$

per. d'effetto negativo effetti positivi

1. lo strato limite turbolento è più resistente alla separazione rispetto allo strato limite laminare → riesce a sopportare $\frac{du}{dx} > 0$ maggiore prima di separarsi

- PERCHÉ?
- Il meccanismo di separazione è il progressivo rallentamento delle particelle, lo strato limite turbolento ha particelle vicine alla parete $v_{el.}$ molto più elevate, quindi riesce a sopportare gradienti orari di pressione più elevati e applicati per tratti più lunghi del laminare
2. contiene incremento dovuto alle fluttuazioni → incremento le particelle più vicine alla parete sottoposte a $\frac{du}{dx} > 0$

Lastre piane a incidenza nulla

caso laminare

→ sol. ordinaria di Béziers

$$\delta(x), \delta'(x), \theta(x)$$

$$C_f(x), C_F$$

$$\delta(x) = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}}$$

$$\delta'(x) = \frac{1,72 x}{\sqrt{Re_x}}$$

$$\theta(x) = \frac{0,664 x}{\sqrt{Re_x}}$$

$$\frac{1}{2} \frac{d \theta}{dx} = x^{0,5}$$

caso turbolento

→ formula semi empirica

(da interpolazione di dati sperimentali)

$$\text{Re}_x = \frac{U x}{\nu}$$

$$\bar{\delta}(x) = \frac{0,37 x}{(\text{Re}_x)^{0,2}}$$

$$\bar{\delta}'(x) = \frac{0,046 x}{(\text{Re}_x)^{0,2}}$$

$$\bar{\theta}(x) = \frac{0,036 x}{(\text{Re}_x)^{0,2}}$$

⇒ lo spessore dello strato limite turbolento cresce più rapidamente del laminare.

$$C_f(x) = \frac{\bar{\tau}_w(x)}{\frac{1}{2} \rho U^2}$$

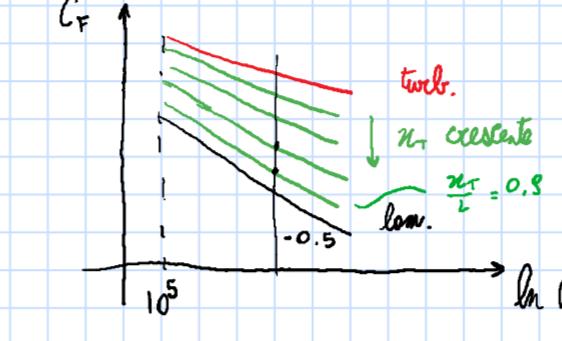
$$C_F = \frac{1}{L} \int_0^L C_f(x) dx = \frac{1,328}{L}$$

$$\bar{C}_f(x) = \frac{0,036}{(\text{Re}_x)^{0,2}}$$

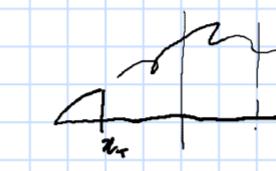
$$C_F = \frac{0,072}{L}$$

$$D_{turb} = D = 2 \int_0^L \bar{\tau}_w(x) dx = 2 \int_0^L C_f(x) \frac{1}{2} \rho U^2 dx =$$

$$= \rho U^2 \int_0^L C_f(x) dx = \rho U^2 L C_F$$



la resistenza d'attrito dello strato limite turbolento è maggiore di quella laminare e lo è tanto più all'aumentare del num. di Reynolds

Nella realtà lo strato limite parte laminare e lo trasforma a una certa x_T quando raggiunge $\text{Re}_{x_T} = \text{Re}_c$ 

Ex. IMPORTANTE: da ergo

lastre piane ad incidenza nulla investite da aria standard a $L = 0,2m$ a $U = 30 m/s$

$$L = 1 \text{ m}$$

$$D = ?$$

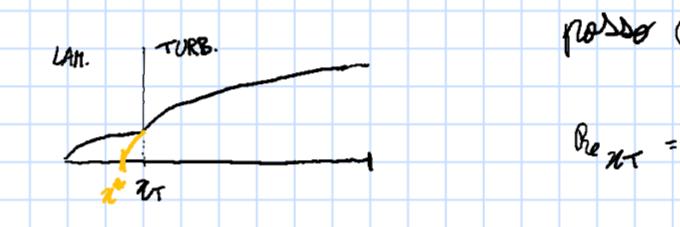


Primo caso: lo strato limite a turbolenta?

Re rispetto a Re_c

$$\text{Re} = \rho \frac{U L}{\nu} = 1,225 \frac{30 \cdot 1}{1,78 \cdot 10^{-5}} \approx 2 \cdot 10^6 > \text{Re}_c = 45.000$$

⇒ lo strato limite turbolento

però ②: x_T

$$\text{Re}_{x_T} = \rho \frac{U x_T}{\nu} = \text{Re}_c = 4,5 \cdot 10^5$$

$$\rightarrow x_T = 0,218 \text{ m}$$

da Béziers
per. estens. fine

$$D = \rho \rho U^2 \theta(L)$$

dice che lo strato limite turbolento ha un origine "fissata" x^*

$$\theta(L) = \theta_{in}(L - x^*) = \frac{0,036(L - x^*)}{(\frac{U(L-x^*)}{\nu})^{0,2}}$$

Mi serveva però trovare D

$$\theta_L(x_T) = \theta_{in}(x_T - x^*) \quad \leftarrow \text{nel pto di transizione i due strati hanno lo stesso spessore di gte d'attrito}$$

semplicità

strato

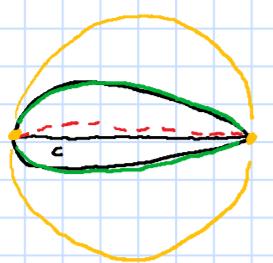
laminare

turbolento

turbol.

Profil' aero = sezione d'un'ala d'allungamento infinito

Caratteristiche geometriche



Corda: segmento che unisce il bordo d'attacco e quello d'uscita

Bordo d'uscita: spigolo posteriore

Bordo d'attacco ed attacco sono i punti di tangenza del profilo delle circonferenze circoscritte al profilo (diametro = corda)

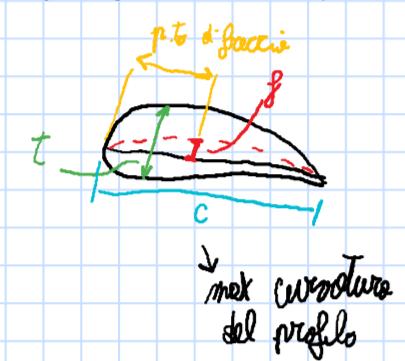
Quarto: la parte di superficie superiore che va da bordo d'attacco a bordo d'uscita

Ventre: // // // inferiore // // //

Profilo simmetrico: la corda è equidistante da dorso e ventre in ogni suo punto

Profilo curvo: linea media è la linea equidistante in ogni suo punto da dorso e ventre

Frecce: massima distanza tra corda e linea media (g)



Punto di freccia: posizione lungo la corda a metà del bordo d'attacco del punto di maggiore distanza tra linea media e corda
→ dove si ha la maggiore curvatura del profilo

Profili NACA (sezione americana): usati da molti decenni e montati sui Boeing
→ si ha una caratterizzazione sperimentale completa delle loro corse aerodinamiche (Abbott, "Theory of wing sections")

Tipi di profili, identificati dalle sigle NACA xxxx

I più semplici sono i profili a 4 cifre



- NACA 2410

profilo curvo con

$f = 0,02 c$ $\% \text{ di freccia} = 0,4 c$
 $t = 0,1 c$

- NACA 0016 profilo simmetrico
 $t = 0,16 c$

Sigle → caratteristiche geometriche principali del profilo

Caratteristiche aerodinamiche dei profili

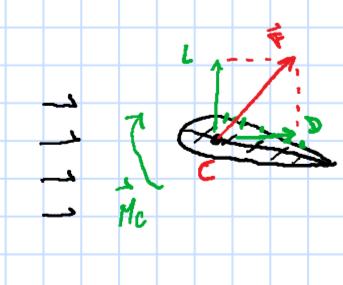
→ forze aerodinamiche in funzione delle corse geometriche e dell'incidente

Incidenza geometrica: angolo formato fra la direzione della corda e quella del flusso incidente



→ mi dice come è messo il profilo rispetto al flusso incidente

Sist. di forze aerodinamiche



$$(P, d\vec{F}) = (P, (-\rho \vec{u} + \vec{v}_n) dS)$$

sist. di forze di controllo

equivalente a: $(O, \vec{F}), \vec{M}_c$ → mom. ris. rispetto a 0
ris. forza aerodin.

$O = C \leftarrow \rho u$ sulla corda e una distanza dal bordo d'attacco pari

$\alpha = \frac{C}{4} \rightarrow$ centro aerodinamico

$\Rightarrow (C, L), (C, D), \vec{M}_c$ $M_c > 0 \rightarrow$ momento sollevante (fa sollevare il muro del profilo)
 $M_c < 0 \rightarrow$ momento picchiante (fa abbassare il muro del profilo)

→ determinare come L, D, M_c dipendono dalle corse geometriche e dall'incidente → si: regione in termini di coeff. aerodinamici di forze e di momento

→ Coefficienti aerodinamici

$$\text{coeff. di portanza: } C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U^2 c} \xrightarrow{\substack{\text{forza per unità} \\ \text{di lunghezza}}} \text{coeff. aerodinamico}$$

$$\text{coeff. di resistenza: } C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U^2 c}$$

$$\text{coeff. di momento: } C_M = \frac{M_c}{\frac{1}{2} \rho U^2 c^2} \xrightarrow{\substack{\text{forza per unità} \\ \text{di lunghezza} \times \text{lunghezza}}}$$

Perché si usano i coeff. aerodinamici invece di forze e momenti?

1. (importante) le forze e i momenti aerodinamici dipendono dalle dimensioni del profilo
→ problema negli esperimenti

$C_L, C_D, C_M = f(x, \text{forma}, Re, \dots)$ non dipendono dalle dimensioni
solo in caso incompressibile

→ esperimenti o simulazioni numeriche in scala, in cui mantengono forma, incidenza e Re
dep. in scala $C_{\text{adattato}} = \frac{C}{x} \rightarrow U_{\text{adattato}} = x U$

quindi confrontare e confrontare ad esempio la temperatura

$$\rightarrow L = C_{L, \text{adattato}} \frac{1}{2} \rho U^2 c \quad D = C_{D, \text{adattato}} \frac{1}{2} \rho U^2 c \quad M_c = C_{M, \text{adattato}} \frac{1}{2} \rho U^2 c^2$$

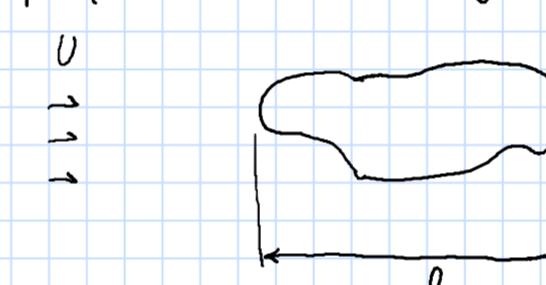
2. (meno importante) mi libera dalle unità di misura

Da dove viene fuori la similitudine aerodinamica?

c'è un'applicazione del Teorema di Buckingham

Teorema di Buckingham: dato un problema in cui sono presenti n variabili fisiche dimensionate, se le dim. fisiche fondamentali di queste variabili sono z, allora il problema può essere completamente descritto da $(n-z)$ variabili adimensionate

corpo qualiasi è infatti da fluire uniforme



forza aerodin. agente sul corpo, oltre che della forma: $F = f(U, l, \mu, \rho)$
tipo di fluido

num. var. dimensionali: $n = 5$

$$\begin{aligned} \text{dim. fis. fondamentali: } [F] &= [MLT^{-2}] & [l] &= [L] & [\rho] &= [ML^{-3}] \\ [\mu] &= [\rho][U][L] = [ML^{-1}T^{-1}] & [U] &= [LT^{-1}] \end{aligned}$$

$$\rightarrow M, L, T \rightarrow X = 3$$

Teorema di Buckingham: il problema può essere descritto da 2 parametri dimensionali
→ devo usare 3 var. dim. per adimensionizzare le altre 2

COME SCEGLIO?

! Tenere la concordanza fisica del problema!

→ La forza F lo scelgo come var. da adimess. perché è quella che mi serve

→ scelgo come seconda $\frac{1}{\mu}$ perché io che voglio studiare è Re

per adimensionizzarlo: L, U, ρ

$$\Pi_1 = F U^a L^b \rho^c \rightarrow a, b, c$$
 li ottengo imponendo Π_1 adimensionale

$$[\Pi_1] = [MLT^{-2} L^a T^b L^b M^{-1} L^{-3}]$$

$$\begin{cases} 1 + a - 3 = 0 & a = -2 \\ 1 + b - 3c = 0 & b = -2 \\ -2 - c = 0 & c = -2 \end{cases} \Rightarrow \Pi_1 = F U^{-2} L^{-2} \rho^{-1} = \frac{F}{U^2 L^2}$$

$$\Pi_2 = \mu^{-1} U^a L^b \rho^c \quad [\Pi_2] = [MLT^{-2} L^a T^b L^b M^{-1} L^{-3}]$$

$$\begin{cases} -1 + a = 0 & a = 1 \\ 1 + b - 3c = 0 & b = 1 \\ 1 - c = 0 & c = 1 \end{cases} \Rightarrow \Pi_2 = \frac{\rho U L}{\mu} = Re$$

$$\Rightarrow \frac{F}{U^2 L^2} = f(Re)$$

SIMILITUDINE AERODINAMICA

Perché nasce la potenza???

Copp. aerodinamici \leftrightarrow similitudine aerodinamica

Gliecante di pressione

$$\frac{U_{\infty}^2}{2} \rightarrow C_p = \frac{p(x,y) - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho U^2}$$

$C_p > 0 \rightarrow$ pressione locale > p_{∞}

$C_p < 0 \rightarrow$ " " < p_{∞}

In flusso irrotazionale (esterno allo strato limite) solo il teo. di Bernoulli:

$$p + \frac{1}{2} \rho U^2 = p_{\infty} + \frac{1}{2} \rho U^2$$

$$p - p_{\infty} = \frac{1}{2} \rho (U^2 - U^2)$$

$$\Rightarrow C_p = \frac{1}{2} \rho (U^2 - U^2) = 1 - \frac{U^2}{U^2}$$

Centro lo strato limite solo il risultato fondamentale dello strato limite

$$p(x,y) = p^*(x)$$

$$\rightarrow C_p(x,y) = 1 - \frac{U^2(x)}{U^2}$$

strato limite $\rightarrow C_p$ sul corpo

$$\Rightarrow |C_p|_{\text{max}} = 1 \quad \text{nei punti in cui la vel. locale vale } 0$$

(PUNTI DI RISISTOVA)

I valori negativi non hanno un limite $v > U$

Pontanza di profilo

Come misurare ???

profilo simmetrico a incidenza nulla

1. la portanza è data quasi interamente dal contributo delle forze di pressione (forze verso dritto) che danno un contributo trascurabile $F_n \cdot \vec{e}_n \approx 0$)

2. le pressioni sul dorso generano una forza di portanza diretta verso il basso, mentre quelle sul ventre \rightarrow per avere una portanza positiva le pressioni sul dorso devono essere minori di quelle sul ventre

↓

• profilo simmetrico a incidenza nulla \rightarrow per simmetrie le pressioni sul dorso e sul ventre sono uguali $\rightarrow L = 0$

• profilo simmetrico a $x > 0$ \rightarrow osservare che $L > 0$



=> pressioni sul dorso sono globalmente minori di quelle sul ventre, $W \neq Y$?

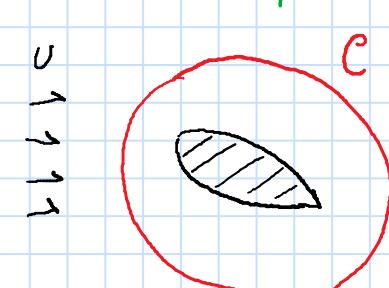
$$p_{\text{corpo}} = p^*(x) \quad p_{\text{dors}} < p_{\text{ventr}} \Leftrightarrow p^*(x)_{\text{dors}} < p^*(x)_{\text{ventr}}$$

$$\rightarrow \text{teo. di Bernoulli: } U^*(x)_{\text{dors}} > U^*(x)_{\text{ventr}}$$

WHY?

⚠️ SPIEGAZIONI FALSE o VAGHE su intento

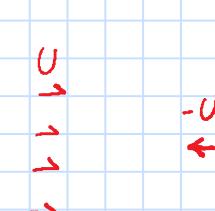
Misura della portanza su un profilo ad incidenza



se schiaccio a zero lo spessore dello strato limite $L = -\rho U \Gamma$
il vortice circolazione
è il vortice circolazione
che genera portanza
sulla coda del profilo

$L > 0 \Leftrightarrow \Gamma < 0$,
circolazione negativa

Portanza impulsiva del profilo



$t=0 \quad \vec{v} = 0 \quad \vec{\omega} = 0$
 $t \neq t_0$ profilo invertito da flusso a vel. U

\rightarrow portanza dopo la portanza
 $t=t_0$ flusso irrotazionale ovunque ($\Gamma = 0$) intorno al corpo

toro Stokes

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int \vec{w} \cdot \vec{n} ds$$

\Rightarrow SOLVENDO le condizioni ad e di questo tipo

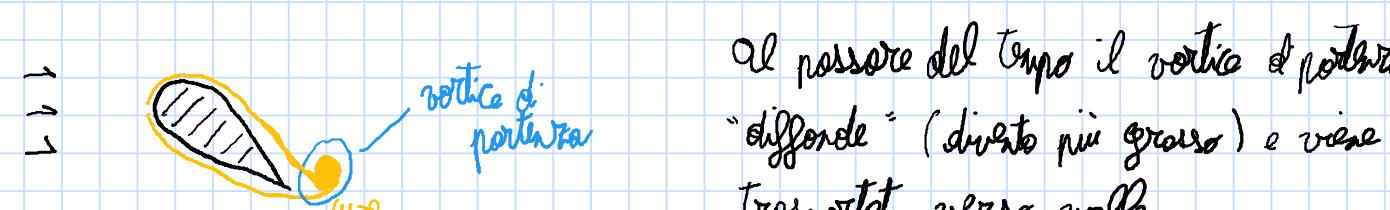
No di vortice anteriore sul ventre
del profilo (A)
No di vortice posteriore sul dorso
del profilo (B)

SHIKASHI!

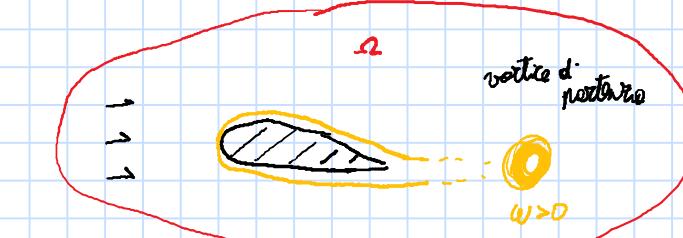
Questi simultaneamente, però, dà forma vorticosa alla parte
di strato limite sul dorso e sul ventre del profilo

Anche questa soluzione non è reale perché lo strato limite sul ventre non può ruotare intorno allo spigolo del bordo d'uscita senza separarsi.

\rightarrow lo strato limite quando arriva allo spigolo posteriore si separa e la vorticosa posta contenuta in esso viene rilasciata nel campo sotto forma di un vortice concentrato di segno positivo



\rightarrow dopo un certo tempo il flusso diventa irrotazionale



Per giustificare uno $L > 0$ dobbiamo giustificare $\Gamma_c < 0$

Vorticosa nel corpo è presente nello strato limite sul corpo, nella scia e nel ventre di portanza.

Onde globale d'onda nel corpo d'onda ??? per lec di conservazione della vorticosa

$$\frac{d}{dt} \int_a w_z dz = 0 \rightarrow \int_a w_z dz = c \text{te} \quad \text{ma il flusso in quale non ha vorticosa}$$

$$\Rightarrow \int_a w_z(x,y,t) dz = 0 + t$$

$$\text{uso Stokes} \rightarrow \Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_a w_z dz = 0$$

$$\text{su } C \text{ di delimita } a \quad \Gamma = \int_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_{C_c} \vec{v} \cdot d\vec{l} + \int_{C_s} \vec{v} \cdot d\vec{l} + \int_{C_v} \vec{v} \cdot d\vec{l} = 0$$

Γ_c : circolazione di vel. su una linea chiusa contenente il corpo (e lo strato limite)

Γ_s : " " " " " " " " la scia

Γ_v : " " " " " " " " il ventre di portanza

$$\Gamma = \Gamma_c + \Gamma_s + \Gamma_v = 0$$

$$L = -\rho U \Gamma_c \rightarrow vogli dimostrare \Gamma_c < 0$$

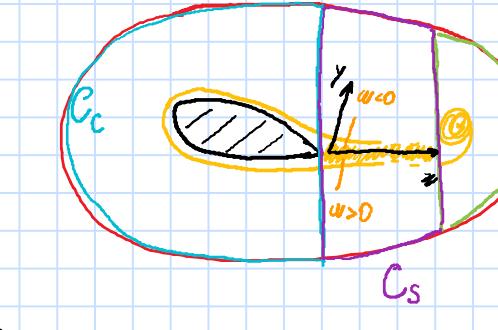
• $\Gamma_v > 0$ ventre di portanza contiene solo vorticosa positive

• Se dimostri che $\Gamma_s = 0 \rightarrow \Gamma_c = -\frac{\Gamma_v}{>0} < 0 \rightarrow L = -\rho U \Gamma_c > 0$

Dimostrazione che $\Gamma_s = 0$

$$\Gamma_s = \int_{C_s} w_z dz$$

vertice globale contenuto
nella scia



Onde di vorticosa contenute in ogni sezione della scia

$$\int_{y_{(x)}}^{y_{(x)}} w_z dy \quad w_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

le scia è l'unione di due strati limiti attivi (corpo accanto)

\rightarrow nella scia valgono le stesse semplificazioni dello strato limite

$$\frac{\partial v}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial y} \rightarrow w_z \approx -\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$-\int_{y_{(x)}}^{y_{(x)}} \frac{\partial u}{\partial y} dy = (U(x) - U(x)) \quad \text{al bordo sup. e inf della scia il flusso è irrotazionale} \rightarrow \text{teo. Bernoulli.}$$

$$U^+(x) + \frac{1}{2} \rho U^+(x)^2 = p_w + \frac{1}{2} \rho U^2$$

$$p^*(x) + \frac{1}{2} \rho U^*(x)^2 = p_w + \frac{1}{2} \rho U^2$$

$$\rightarrow p^*(x) + \frac{1}{2} \rho U^*(x)^2 = p^*(x) + \frac{1}{2} \rho U^2$$

$$BUT \quad \text{ris. fond. teorema dello strato limite} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

$$\Rightarrow p^*(x) = p^*(x) + x$$

$$\Rightarrow U^*(x) = U^*(x) + x$$

Ora dimostrare che

$$\int_{y_{(x)}}^{y_{(x)}} w_z dy = U(x) - U(x) = 0 \quad + x$$

quindi + sezione della scia, la qd globale d'onda è nulla

RIS. GENERALE anche per corpi non simm. o a incidenza

\rightarrow è nulla la qd globale d'onda contenuta nella scia

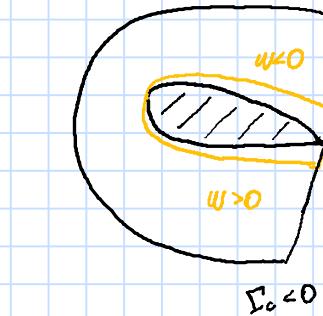
\rightarrow per il teo. Strokes $\Gamma_s = 0$

$$\rightarrow \Gamma_c = -\Gamma_v < 0$$

$$\Rightarrow L = -\rho U \Gamma_c > 0$$

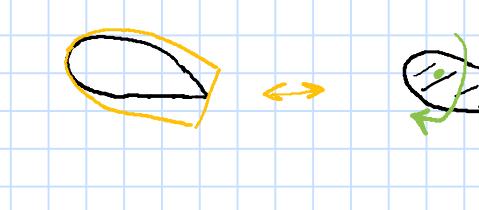
Ho una portanza
maggiore di zero !!!

Un altro modo per spiegare $L > 0$, $U^*(x) > U^*(x)$



qd d'ond. globale presente nello strato limite sul corpo è negativa \rightarrow ha un surplus d'ond. rispetto nello strato limite sul dorso rispetto a quello sul ventre

Il sistema d'onda nello strato limite è equivalente a un vortice concentrato (vortice di Bernoulli) applicato nel bordo d'uscita della circonferenza d'onda



sistema d'onda (vortice equivalente) induce una velocità che si va ad aggiungere a quella che aveva senza la vorticosa (flusso irrotazionale)

• velocità indotta da un vortice concentrato:

- perpendicolare alla tangente fra la pos. del vortice che lo produce
- verso concorde al verso del vortice
- intensità proporzionale all'inverso della distanza fra il punto e la posizione del vortice

velocità netta del vel. d'onda contenuto nello strato limite al bordo

- sul dorso va ad aumentare la vel. del flusso irrotazionale

- sul centro va a diminuire

$$U^*(x) > U^*(x) \Rightarrow p^*(x) < p^*(x)$$

$$\rightarrow p_{\text{dors}} < p_{\text{ventr}}$$

$$L > 0$$

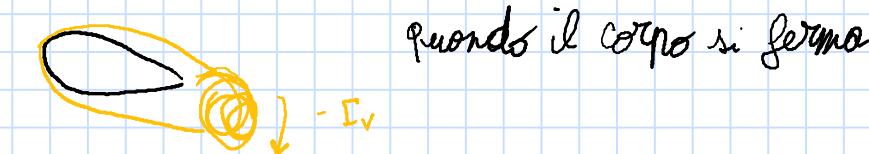
MECCANISMO di generazione della portanza

1. Importanza dello strato limite e della separazione del bordo d'uscita (de dove nasce uno spigolo) \rightarrow creare vortice di portanza

2. Intensità della portanza $L = -\rho U \Gamma_c = \rho U \Gamma_v$

dipende dall'intensità del vortice di portanza.

Effetto d'onda portante sulla portanza (ad esempio incidenza) \Leftrightarrow effetto sul Γ_v



quando il corpo si ferma

Flusso irrotazionale ovunque (schiaffo e zero lo strato limite)

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \phi = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \\ \nabla \phi \mid_{\text{ext}} = 0 \\ \Gamma = \Gamma_0 \quad \text{cir. intorno al profilo} \\ p + \frac{1}{2} \rho U^2 = p_w + \frac{1}{2} \rho U^2 \end{array} \right.$$

Con una buona stima di $\Gamma_0 \rightarrow$ buona stima di L

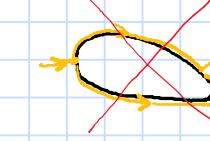
!!! Il valore di Γ_0 dipende dalla sol. (incognita)

\rightarrow Come usare il meccanismo di generazione della portanza per scegliere la migliore delle infinite soluzioni del problema irrotazionale PORCO DIO ???

SCHIAFFO e zero lo spessore
degli strati limiti
bordo del corpo durante linea d'onda

3) per egualitivo: lo strato limite si separa per forza del bordo d'uscita
 \rightarrow una linea d'onda deve essere la linea d'onda del bordo d'uscita (condizione di Kutta)

\hookrightarrow salta d'una fra le infinite sol., quella che meglio approssima la sol. reale



in B lo zeta del che sul dorso
è $\frac{1}{2} \pi$ del dorso, sul ventre è 0 , per Kutta deve essere
eguale linea d'onda del dorso $\rightarrow \Gamma_{B,0} = 0$



il bordo d'uscita è il pto d'
ristagno posteriore

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \phi = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \\ \nabla \phi \mid_{\text{ext}} = 0 \\ \text{condizione di Kutta} \\ + \text{BERNOULLI} \end{array} \right.$$

Mecanismo generazione portante intorno a un profiloolare

- Condizione di Kutta (scelta migliore fra le infinite sol. del flusso circolare intorno al profilo)
 - una linea di corrente si stacca dal bordo d'uscita

$$\Rightarrow \vec{v}_{\infty} = \vec{0}$$

⇒ la cond. di Kutta si usa anche nella procedura iterativa:

passo ①: flusso circol. intorno al profilo

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \varphi = 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} |_{\text{corpo}} = 0 \\ \nabla \varphi |_{\infty} = \vec{U} \\ \vec{v}_{\infty} = \vec{0} \\ + \text{BERNOULLI} \end{array} \right\} \rightarrow p^*(x, y), \vec{v}^*(x, y)$$

• passo ①: stadio limite → $p^*(x) = p^*(x, 0)$

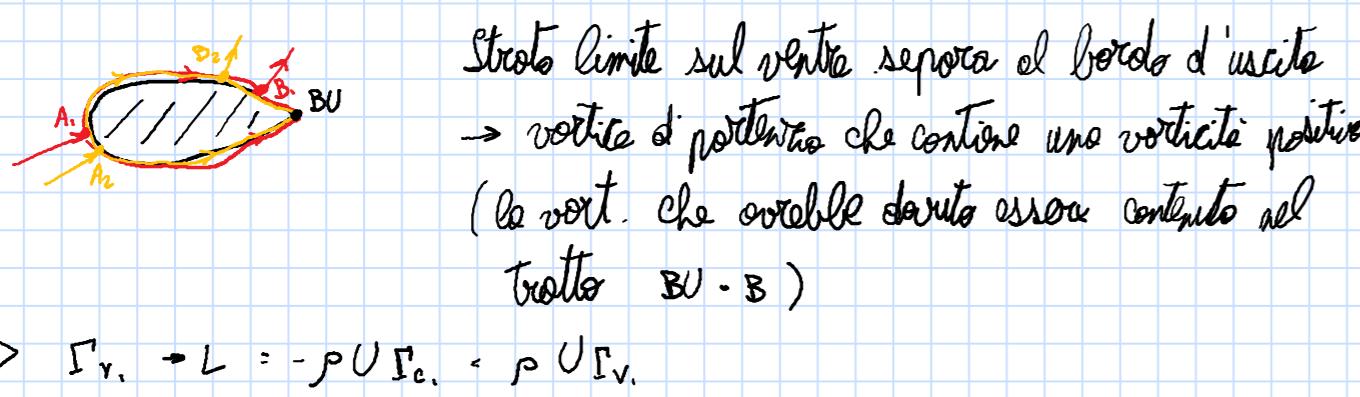
$$\Rightarrow U(x, y), v^*(x, y), \delta^*(x, y), \zeta^*(x, y), \theta^*(x, y)$$

• passo ②: flusso circolazionale + $\delta^*(x)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \varphi = 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} |_{\text{corpo}} = \delta^*(x) \\ \nabla \varphi |_{\infty} = \vec{U} \\ \text{cond. di Kutta} \rightarrow \vec{v}_A = \vec{v}_{\infty} \text{ perché è l'inizio della curva} \\ \text{e possibile per imposta} \\ \text{Nella } \vec{v} = \vec{U} - \vec{U} \\ \text{and so on iterativamente} \end{array} \right.$$

Caratteristiche della portante con l'incidente

- Zone in cui C_L diminuisce con α (per incidente non troppo debole)
- Spiegazione qualitativa tramite meccanismo di nascita della portante



$$\Rightarrow \Gamma_v + L = -\rho U \Gamma_c < \rho U \Gamma_v$$

$\alpha_2 > \alpha_1$

- Il pt. al rettangolo ostacolatore è spostato sul ventre più verso il bordo d'uscita
- la soluzione di flusso circolazionale con $\Gamma=0$ è caratterizzata da un pt. d'istagnazione posteriore più e molto rispetto ad α_1 .
- Si stacca un vortice di portante che contiene la vort. poster. del tratto BU-B.

$$\Rightarrow \Gamma_{v_2} > \Gamma_{v_1} \Rightarrow L_2 = \rho U \Gamma_{v_2} > L_1 = \rho U \Gamma_{v_1}$$

Teoria semplificata → Teoria del profilo sottili

Teoria semplificata

- flusso circolazionale: schiaccia a zero la spessore dello stadio limite (solo info sulla portante, non sulla resistenza)
- piccolo spessore, piccola incidenza e piccola curvatura: la presenza del profilo genera piccole perturbazioni rispetto al flusso circolazionale

$$\vec{v}(x, y) = \vec{U} + \vec{v}_p(x, y)$$

$\vec{v}_p = (U_p, v_p)$ vel. di perturbazione dovuta alla presenza del corpo
 $\vec{U} = (U_{\text{circol}}, U_{\text{wind}})$

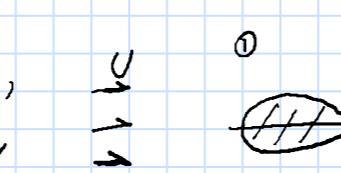
piccole perturbazioni:

$$\frac{|u|}{U} \ll 1 ; \frac{|v|}{U} \ll 1 \rightarrow \text{piccola incidenza, piccolo spessore e piccola curvatura perché sia vero}$$

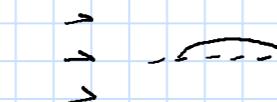
⇒ SCOPO FINALE

$$L = L^0 + L^\theta + L^\circ$$

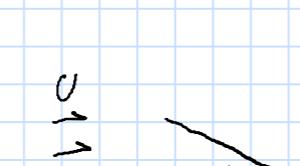
Sottoproblema ①: flusso intorno ad un profilo a $\alpha=0$, simmetrico, ovvero lo stesso spessore del profilo e portante



Sottoproblema ②: flusso intorno alla linea media (profilo di spessore nullo) ad $\alpha=0$



Sottoproblema ③: flusso intorno alla corda (spessore e curvatura nulli) posto allo stesso incidenza del profilo di portante



Vantaggi:
ogni sottoproblema "isola" l'effetto di un singolo parametro.
I sottoproblemi sono ulteriormente semplificati rispetto al flusso circolazionale intorno al profilo di portante → sol. analitica
In particolare $L^0 = 0$ per simmetria

Per poter scomporre $L = L^0 + L^\theta + L^\circ$, oltre all'ip. di flusso circolazionale devono fare anche l'ipotesi di piccole perturbazioni. WHY? BOH... schizzo, soluzio-

$$\vec{v} = \vec{U} + \vec{v}_p$$

$$\vec{U} = (U_{\text{circol}}, U_{\text{wind}}) \quad v_p = (u, v)$$

$$y_p(x) \text{ e } x_p(x) \neq x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \varphi = 0 \\ \nabla \cdot \vec{n} |_{\text{corpo}} = 0 \\ \nabla \varphi |_{\infty} = \vec{U} \\ \vec{v}_{\infty} = \vec{0} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{mi risolve il problema in termini di velocità} \\ \text{di perturbazione} \end{array}$$

$$\varphi = \varphi_{\infty} + \varphi_p \quad \text{potenziale di perturbazione} \quad \nabla \varphi_p = \vec{v}_p$$

$$u = \frac{\partial \varphi_p}{\partial x} ; \quad v = \frac{\partial \varphi_p}{\partial y} \quad U_{\text{circol}} = \frac{\partial \varphi_{\infty}}{\partial x} ; \quad U_{\text{wind}} = \frac{\partial \varphi_{\infty}}{\partial y}$$

$$\Delta \varphi = \Delta(\varphi_{\infty} + \varphi_p) = 0 \quad \Delta \varphi_{\infty} + \Delta \varphi_p = \Delta \varphi$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta \varphi_p = 0} \quad \text{eqne bil. di massa}$$

• cond. al contorno

$$\nabla \varphi_p |_{\infty} = \vec{U} \rightarrow \nabla(\varphi_{\infty} + \varphi_p) |_{\infty} = \vec{U}$$

$$\Rightarrow \boxed{\nabla \varphi_p |_{\infty} = \vec{0}} \quad \Rightarrow \boxed{\nabla \varphi_p |_{\infty} = \vec{0}}$$

• cond. di accorciamento sul corpo:

$$\vec{v} \cdot \vec{n} |_{\text{corpo}} = \vec{0} \rightarrow (\vec{U} + \vec{v}_p) \cdot \vec{n} = \vec{0} \quad \vec{n} = (n_x, n_y)$$

$$(U_{\text{circol}} + u) n_x + (U_{\text{wind}} + v) n_y = 0$$

$$v = -\frac{n_x}{n_y} (U_{\text{circol}} + u) - U_{\text{wind}} \quad \text{vel. al punto sul profilo}$$

$$v(x, y_p^*(x)) = -\frac{n_x(x, y_p^*(x))}{n_y(x, y_p^*(x))} (U_{\text{circol}} + u(x, y_p^*(x))) - U_{\text{wind}} \quad \text{①}$$

SCRIVERE le coordinate di \vec{n} !

$$\vec{n} = y_p^*(x) \quad \text{note da geometria del profilo}$$

$$d\vec{x} = (dx, dy) \quad \vec{t} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right) \quad \text{def. versore tangente}$$

$$\vec{t} \cdot \vec{n} = 0 \quad \vec{n} \text{ orientato verso l'esterno} \quad \text{se } t_x > 0, t_y > 0 \Rightarrow n_x < 0, n_y > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t_x n_x + t_y n_y = 0 \\ n_x = -t_y = -\frac{dy}{dx} \\ n_y = t_x = \frac{dx}{dt} \end{array} \right. \quad \text{sostituendo in ①}$$

$$v(x, y_p^*(x)) = \frac{dy_p^*(x)}{dx} \frac{dx}{dt} (U_{\text{circol}} + u) - U_{\text{wind}}$$

⇒ cond. al contorno sul corpo

$$v(x, y_p^*(x)) = \frac{dy_p^*(x)}{dx} [U_{\text{circol}} + u(x, y_p^*(x))] - U_{\text{wind}}$$

eqne di bil. di massa + cond. al contorno

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \varphi_p = 0 \\ v(x, y_p^*(x)) = \frac{dy_p^*(x)}{dx} [U_{\text{circol}} + u(x, y_p^*(x))] - U_{\text{wind}} |_{\text{corpo}} \\ \nabla \varphi_p |_{\infty} = 0 \\ \vec{v}_{\infty} = \vec{0} \rightarrow (U + \vec{v}_p) |_{\infty} = \vec{0} \end{array} \right.$$

$$\rho + \frac{1}{2} \rho U + v_p = \rho u^2 + \frac{1}{2} \rho U^2$$

↳ ip. di flusso circol. intorno al profilo verso l'ipotesi di piccole perturbazioni (solo scomposto in v orizzontale e v di perturbazione)

$$\Rightarrow \text{SCOPO finale} \quad L = L^0 + L^\theta + L^\circ$$

$$\text{retta ipotet. di piccole perturb.} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_p^2 v_p^0 + v_p^0 v_p^\theta + v_p^\theta v_p^\circ \\ v_p^2 = p^0 + p^\theta + p^\circ \end{array} \right.$$

Ma si:

- $v_p \neq v_p^0 + \dots$
perché non linearezza della cond. sul corpo

- anche se $v_p = v_p^0 + \dots$
perché Bernoulli è non lineare in \vec{v}

Ip. piccole perturb. → linearizzazione della cond. al cont. sul corpo
per la vel. e dell'eqne di Bernoulli

Teoria profili sottili

1. flusso incidente

2. piccole perturbazioni: $\vec{v}_p = (u, v)$

$$\Rightarrow \frac{|u|}{U} \ll 1, \quad \frac{|v|}{U} \ll 1$$

→ piccolo spessore, corretto e incidenza

Problema di flusso int. in term. d'el. d'perturbazione

$$\vec{v} = \vec{U} + \vec{v}_p \rightarrow \psi = \psi_u + \psi_v$$

$$\text{con } \vec{U} = \vec{\nabla} \psi_u \quad \& \quad \vec{v}_p = \vec{\nabla} \psi_v$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \psi^0 = 0 \\ v(x, y_s^0(x)) = \frac{d y_s^0(x)}{dx} (U \cos \alpha + u(x, y_s^0(x))) - U \sin \alpha \end{array} \right. \quad \boxed{\text{cond. 1}}$$

$$v_p^0 |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{v(x, y_s^0) = U}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{U = U}$$

$$p + \frac{1}{2} \rho (U + v_p^0) \cdot (U + v_p^0) = p_\infty + \frac{1}{2} \rho U^2 \quad \rightarrow \quad \text{BERNOULLI}$$

$$\text{Scopo finale: } L = L^0 + L^\theta + L^\alpha$$

$$\Leftrightarrow v_p^0 = v_p^0 + v_p^\theta + v_p^\alpha \quad \& \quad p = p^0 + p^\theta + p^\alpha$$

Se non fanno l'ip. d'piccole perturbazioni:

1. anche se è valida $v_p = v_p^0 + \dots$ non vale per la pressione

per le non lineari

2. $v_p \neq v_p^0 + \dots$ per la cond. al contorno sul corpo**Problema ①:**

flusso intorno a un profilo simm. con stesso spessore del profilo d'perturbazione a incidenza nulla

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \psi^0 = 0 \quad y_s^0(x) = y_s(x) \\ v_p^0(x, y_s^0(x)) = \frac{d y_s^0(x)}{dx} (U \cos \alpha + u(x, y_s^0(x))) \end{array} \right. \quad \boxed{\text{cond. 2}}$$

$$v_p^0 |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Nel caso di perturbazione}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{L'angolo radice}}$$

$$y_s^0(x) = y_{un}(x) + y_s(x)$$

$$y_s(x) = y_{un}(x) - y_s(x)$$

$$y_p^0(x) = y_{un}(x) \quad \rightarrow \quad \boxed{y_p^0(x)}$$

$$y_p^0(x) = y_{un}(x) + y_s(x) \quad \rightarrow \quad \boxed{y_p^0(x)}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{v_p^0 = 0}$$

$$v_p^0 |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. B}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. C}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. D}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. E}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. F}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. G}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. H}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. I}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. J}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. K}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. L}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. M}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. N}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. O}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. P}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. Q}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. R}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. S}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. T}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. U}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. V}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. W}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. X}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. Y}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. Z}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. AA}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. BB}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. CC}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. DD}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. EE}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. FF}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. GG}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. HH}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. II}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. JJ}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. KK}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. LL}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. MM}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. NN}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. OO}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. PP}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. QQ}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. RR}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. SS}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. TT}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. UU}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. VV}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. WW}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. XX}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. YY}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. ZZ}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. AA}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. BB}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. CC}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. DD}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. EE}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. FF}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. GG}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. HH}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. II}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. JJ}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. KK}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. MM}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. NN}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. OO}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. QQ}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. RR}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. SS}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. TT}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. UU}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. VV}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. WW}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. XX}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. YY}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. ZZ}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. AA}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. BB}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. CC}}$$

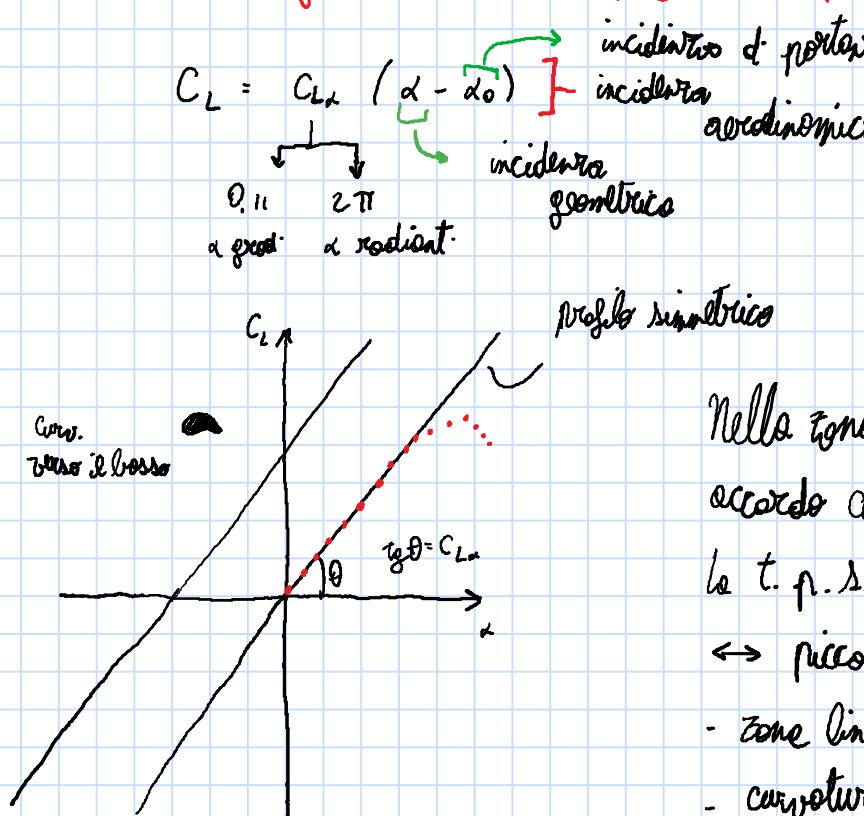
$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. DD}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_p^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. EE}}$$

$$(U + v_p^0) |_{y_s^0} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\text{Cond. FF}}$$

$$(U + v_p^0) |_{$$

Risultati fond. della teoria profil. sott. per portante



Nelle zone in cui la curva $C_L(x)$ è lineare si ha accordo con la teoria del profil. sott.

la t.p.s. fa notare al piccolo perturbazione:

\leftrightarrow piccole incidenze, curvatura e spessore

- zone lin. i.e. piccole \checkmark

- curvatura per i profili duri qualche % della corda \checkmark

- spessore può essere anche non piccolo (fino a 20%), però nella pratica anche spessori non piccoli nella zona lin. hanno un buon accordo con la teoria \leftrightarrow tutte le curve $C_L(x)$ collorano ind. dello spessore

\Rightarrow nella teoria si trascurano due effetti che nella realtà esistono, ma si compensano

Teoria profil. sottile

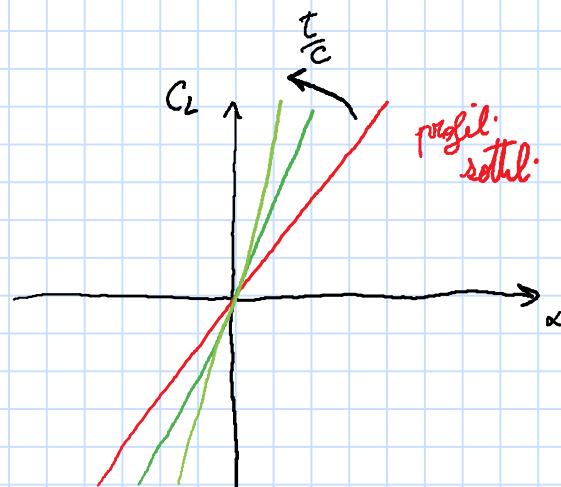
1. flusso rotazionale: trascurare lo strato limite
2. piccole perturbazioni: spacciare l'effetto dello spessore

Se non faccio l'ip. ② \rightarrow flusso rotazionale normale (senza picc. perturb.)

\Rightarrow sol. enotica del problema:

$$C_L = C_{L0}(\alpha - \delta_0)$$

con $C_{L0} = C_{L0} \left(1 + \frac{t}{c}\right)$ spessore



Nella realtà c'è anche lo strato limite: (ip. ② senza la ①) le corr. dello strato limite sul profilo dipendono dalla distribuzione di pressione \rightarrow dist. di C_p sul un profilo d'incidenza

Prop. c_p : lung. flusso proporzionale al modulo e diretto verso il corpo se press. rispetto ag.

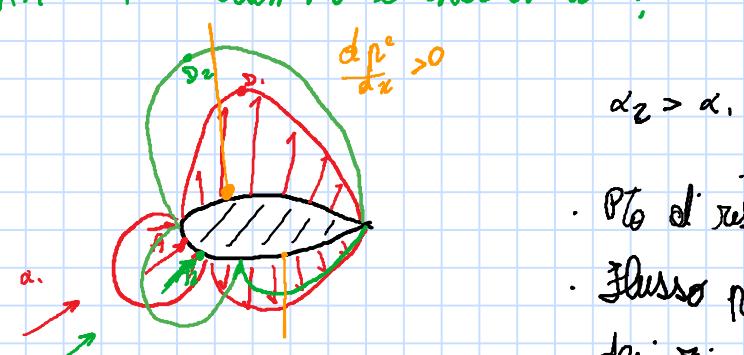
Dopo ①, il flusso sul dorso e sul ventre al bordo dello strato limite inizialmente accelera $\rightarrow c_p$ diminuisce fino a diventare negativo (aspirazione) ed ha un picco nel punto di massimo ingombro (picco d'aspirazione).

Dopo c_p aumenta, ma rimane negativo fino al bordo d'uscita in cui $c_p \approx 0$
Il picco d'aspirazione in valore assoluto è più elevato sul dorso perché il profilo è a incidenza \rightarrow risulta d'1.
Del picco d'aspirazione al bordo d'uscita ha un gradiente orverso di pressione $\frac{dc_p}{dx} > 0$
 \rightarrow il gradiente orverso di pressione sarà maggiore sul dorso
 \rightarrow lo strato limite sul dorso è più spesso di quello sul ventre

Il flusso rotazionale vede il corpo più lo strato limite \rightarrow nuova corda ruotata verso il basso rispetto al profilo d'portante, quindi ha un'incidenza più piccola rispetto al profilo nominale

\rightarrow questo effetto tende a diminuire il c_p rispetto alla previsione d'flusso rotazionale

WHAT IF aumenta l'incidenza?



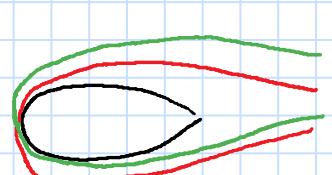
$$\alpha_2 > \alpha.$$

- . Pz d'ostacolo anteriore si sposta sul ventre
- . Flusso per ruotare sul dorso deve fare una deviazione maggiore \rightarrow occ. maggiore

\Rightarrow picco d'aspirazione sul dorso aumenta in val. ass. e si sposta verso il bordo d'attacco, sul ventre si ha il comportamento opposto

Il gradiente di pressione orverso sul dorso aumenta d'intensità ed è applicato su un tratto più lungo, sul ventre si ha il comportamento opposto

. all'aumentare dell'incidenza la crescita dello strato limite diventa sempre più simmetrica



Effetto di diminuzione del c_p dorso all'asimmetria della crescita dello strato limite è più importante all'aumentare dell'incidenza

Effetto dello spessore: conclusioni

La crescita asimmetrica dello strato limite sarà più importante per profili più spessi, perché è portato da il profilo spesso corrente un C_p maggiore, (aspirazione più importante sul dorso e $\frac{dc_p}{dx}$ maggiore)

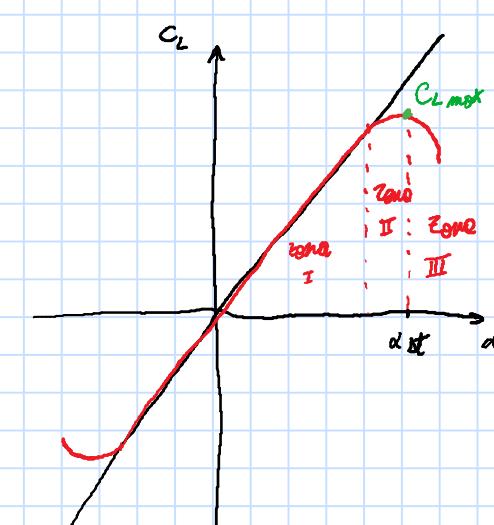
\rightarrow si oppone all'effetto dello spessore verso strato limite \Rightarrow effetto spessore verso s.l. e effetto s.l. si compensano e si annullano

\Rightarrow Teoria del profil. sottile da risultati ottimi per spessori relativamente grandi (effetto fortunato)

\Rightarrow lo spessore nella zona lineare della curva $C_L(x)$ NON conta

Effetto incidente

Profilo simmetrico



- zona I: andamento del C_p con α lineare e si ha ottimo accordo con la teoria del profil. sott.
 - zona II: il C_p cresce con α ma in modo non lineare e più lontana dalla previsione della teoria fino a un valore noto C_{pmax} che si ha per α ist. in cui si ha (x_{st}, C_{pmax}) condizione d'istallo
 - zona III: C_p diminuisce con l'incidenza
- Se il profilo è simm. il comportamento ad α negativi è speculare

WHY TDO tale comportamento in zone II e III

SEPARAZIONE dello STRATO LIMITE. WHY TDO?

All'aumentare dell'incidenza il gradiente orverso di pressione sul dorso aumenta d'intensità ed è applicato in un tratto più lungo \rightarrow si raggiungono le cond. d'分离 dello strato limite sul dorso ($\frac{dp}{dx} > 0$ grande acc.) e si entra nella zona II

\rightarrow dall'interno lo s.l. è separato se una piccola parte del dorso

\rightarrow il C_p continua ad aumentare con l'incidenza anche se più lontano che nella zona lineare

Continuando ad aumentare l'incidenza la zona di separazione diventa sempre più estesa fino a che non è estesa a tutto il dorso del profilo

Il profilo è diventato un corpo toro

\rightarrow diminuzione di C_p con α



Effetti di var. portante (spessore, curvatura e se) sul comportamento nelle zone II e III

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W

X

Y

Z

A'

B'

C'

D'

E'

F'

G'

H'

I'

J'

K'

L'

M'

N'

O'

P'

Q'

R'

S'

T'

U'

V'

W'

X'

Y'

Z'

A''

B''

C''

D''

E''

F''

G''

H''

I''

J''

K''

L''

M''

N''

O''

P''

Q''

R''

S''

T''

U''

V''

W''

X''

Y''

Z''

A'''

B'''

C'''

D'''

E'''

F'''

G'''

H'''

I'''

J'''

K'''

L'''

M'''

N'''

O'''

P'''

Q'''

R'''

S'''

T'''

U'''

V'''

W'''

X'''

Y'''

Z'''

A''''

B''''

C''''

D''''

E''''

F''''

G''''

Effetto di var. portante sul comportamento del $C_{L, \infty}$ in zone II e III

→ effetto portante sulla separazione dello strato limite

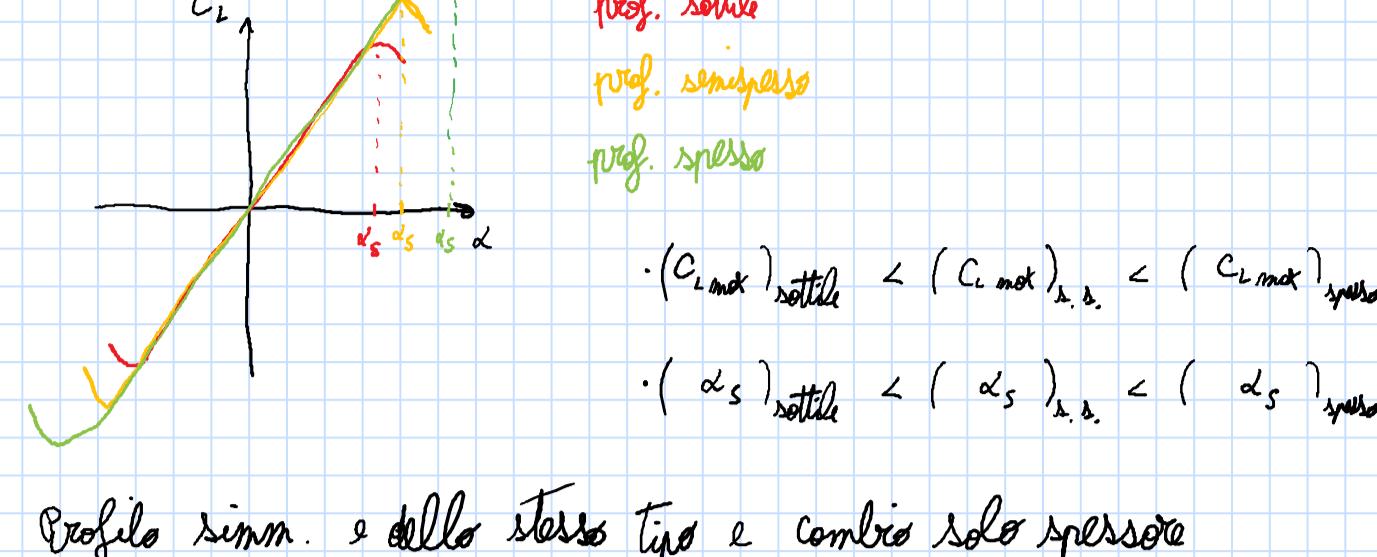
Spessore → effetto anche sul tipo di stallo e separazione

profil. sottile: $\delta_s \leq 6\%$

profil. semipesante: $6 < \delta_s \leq 12\%$

profil. spesso: $\delta_s > 12\%$

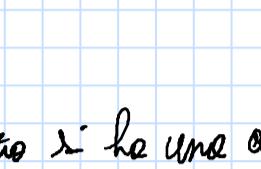
PROF. SIMM.



Profile simm. e dello stesso tipo e cambia solo spessore

→ cambia raggio d'curvatura al bordo d'attacco

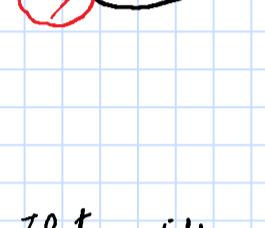
- profil. sott. ha raggio d'curv. al bordo d'attacco più piccolo (più curvo)



- il flusso che dal pto d'attacco scorre verso l'alto deve restituire intorno, quindi a partita d'incidente si ha una deviazione maggiore del flusso per il profilo sott. rispetto allo spesso

→ LOCALMENTE ha un'accelerazione maggiore del flusso al bordo dello strato limite $(u'(x))_{\text{sott}} > (u'(x))_{\text{spes}}$

⇒ per il profilo sott. ha un bordo d'aspirazione molto aguzzo e vicino al B.A., mentre per lo spesso è più graduale e volte.



- il prof. spesso ha un $d_p > 0$ meno intenso di quello sottile e applicato per un tratto più corto ⇒ il profilo sott. ha separazione dello strato limite ad α_s minore di quello spesso (zona II), perché ha lo stallo ad incidenza minore

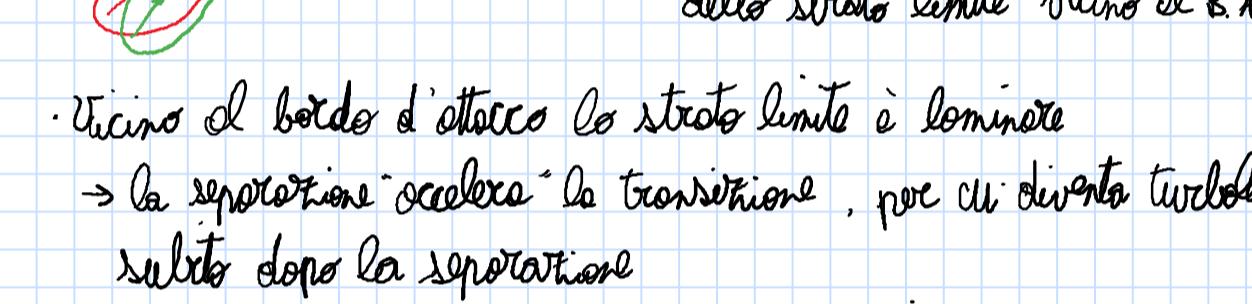
And that, kids, is how I met the

$$(\alpha_s)_{\text{sott}} < (\alpha_s)_{\text{sem}} < (\alpha_s)_{\text{spes}}$$

che spiega anche il $C_{L,\infty}$ →

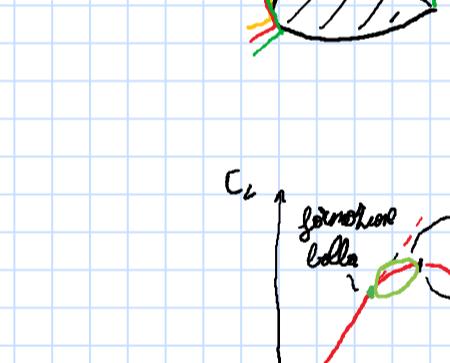
Tipologie di separazione e stallo diverso

PROF. SOTT.



- vicino al bordo d'attacco lo strato limite è laminare
- la separazione accelerà la transizione, per cui diventa turbolento
- salvo dopo la separazione
- lo strato limite turbolento, però, riesce a resistere a gradienti di press.
- ovvero raggiunge prima di separarsi rispetto allo s.l. laminare
- ⇒ se l'incidenza non è troppo elevata $\leftrightarrow d_p$ non è troppo elevato
- lo strato limite turbolento riesce a sopportarlo e si RIATTACCA!!! OMG!

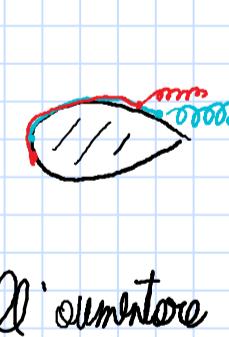
→ bolla d'aspirazione



Q' incidenza non troppo elevata la bolla è piccola (zona II)
se aumenta l'incidenza la bolla cerca d'dimensioni
giro ed ovviamente ad un valore per cui la bolla occupa tutto il dorso (condizione d' stallo) → aumentando ancora l'incidenza, la bolla "scoppia" e si ha separazione su tutto il dorso ⇒ C_L diminuisce



• PROF. SPESO

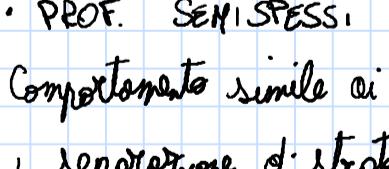


picco d'aspirazione dolce $\rightarrow d_p$ minore risp. al profil. sott.

lo non si: la separazione immediata dello s.l. ma **separazione naturale**: ovvero quando il grad. d' ascesione curv. è applicato per un tratto sufficientemente lungo → separazione inizia vicino al bordo d'uscita.
⇒ niente bolla d'aspirazione perché lo s.l. vicino al bordo d'uscita è già turbolento.

All'aumentare dell'incidenza il pto d' separazione si sposta verso m. fine o che la zona separata non occupa tutto il dorso del profilo
↔ come d' stallo

Anche qua il meccanismo d' stallo è graduale ma è opposto rispetto ai profil. sottili



• PROF. SEMI-SPESI:

comportamento simile ai profil. sottili:

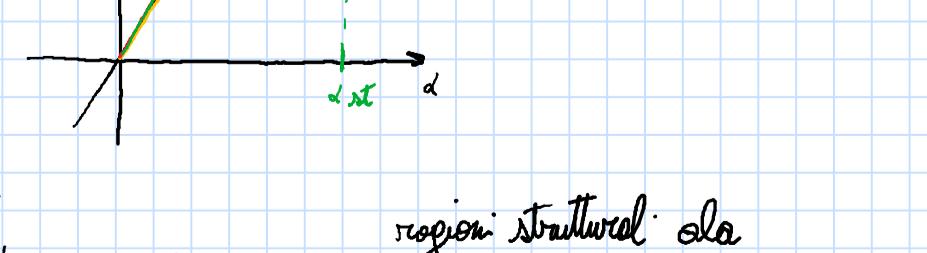
1. separazione d' strato limite laminare vicino al s.a.
2. transizione a turbolento
3. formazione bolla d' separazione

All'aumentare dell'incidenza:



finché c'è una certa incidenza la bolla d' separazione non cresce (antistitutivo ma sperimentale LOI)

- a un certo valore d' incidenza la bolla "scoppia"
→ stallo → meccanismo d' stallo brusco



regioni strutturali da

momento d'attacco alla radice

→ per bilanciare momento d'attacco

a punto d'pico: prof. speso hanno

più mom. d'attacco

→ prof. speso vicino alla radice

→ prof. sott. non sono solt. per regioni strutturali

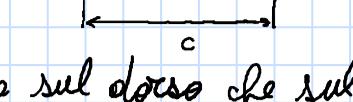
Effetto del n° di Reynolds

• zona lineare non ha nessun effetto

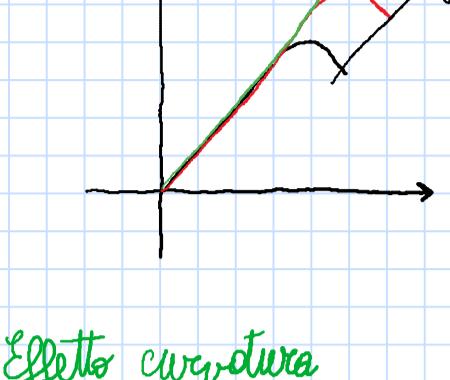
• zona II e III: ha effetto su dove avviene la transizione

$$\frac{\tau_x}{C} = \frac{U_{\infty} x}{\nu} = \frac{Re_{\infty} x}{C} = \frac{Re_x}{Re}$$

45-50 endogia estensione



All'aumentare d' Re, la transizione sia sul dorso che sul ventre avviene più e meno → il profilo riesce ad evitare a incidenza più elevata prima d' avere separazione a stallo.



$C_{L,\infty}$ e α_s aumentano fino a rotolarsi

(quando la transizione avviene molto vicino a B.A.)

Due profili con lo stesso R_e e α_s , ma diverse curvaturze

$(C_{L,\infty})_{\text{curvo}} > (C_{L,\infty})_{\text{rinn.}}$

$(\alpha_s)_{\text{curvo}} < (\alpha_s)_{\text{rinn.}}$ } WHY THO?

Incidenza negativa:

- profil. simm. $|C_{L,\min}| = |C_{L,\infty}|$

- profil. curvo $|C_{L,\min}| < |C_{L,\infty}|$ quindi l'evitano

• Proiezione a partita d' α_s :

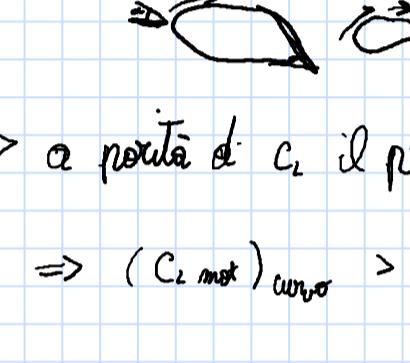
$$(C_L)_{\text{curvo}} > (C_L)_{\text{rinn.}}$$

→ punto di aspirazione sul dorso prof. curvo > punto di aspirazione prof. rinn.

→ gradiente orverso " " " > grad. orverso " "

→ il profilo è meno raggio in quanto a separazione $(\alpha_s)_{\text{curvo}} < (\alpha_s)_{\text{rinn.}}$

• Proiezione a partita d' C_L :



I prof. curvo lavora ad un'incidenza geometrica minore, pur cu. i: le deviazioni più graduali per il flusso sul dorso → punto d' aspirazione minore e spostato più a valle

⇒ a partita d' C_L il prof. curvo sta "meglio" a separazione

$$(C_{L,\infty})_{\text{curvo}} > (C_{L,\infty})_{\text{rinn.}}$$

megior comportamento prof. curvo
alle alte incidenze

PORTANZA ← INTE

NEXT EPISODE : RESISTENZA

[GUARDA I TITOLI DI CODA]

[▶ PROSSIMO EPISODIO]