Teoria dei Sistemi e del Controllo - 16-11-2021

1. Si consideri il sistema **tempo continuo** descritto dalle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   - Determinare i modi propri, lo spazio di raggiungibilità e inosservabilità, le proprietà di controllabilità a zero e ricostruibilità del sistema. Si commenti infine la stabilità BIBO del sistema.
   - Determinare la matrice del cambio di base per portare il sistema in forma canonica di Kalman.

2. Si consideri il sistema **tempo continuo**

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1^3(t) + x_2(t) + a x_1(t) x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1^3(t) - x_2(t) \end{cases}$$

   - Si determinino al variare di $a \in \mathbb{R}$ i punti di equilibrio del sistema e se ne studi la stabilità con il metodo indiretto per $u(t) = 0$.
   - Per l'equilibrio nell'origine si valuti e commenti sull'esistenza di un controllo lineare nello stato che renda l'origine un punto di equilibrio asintoticamente stabile.
   - Si costruisca un ingresso non lineare nello stato che renda l'origine un punto di equilibrio asintoticamente stabile e si fornisca l'associata candidata di Lyapunov.

3. Dato il sistema SISO tempo continuo

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \end{pmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \end{pmatrix} x(t)$$

   con $\alpha, \beta \in \mathcal{R}$. Si determini, anche avvalendosi del principio di separazione, per quali valori di α e β, è possibile costruire un controllore con retroazione dell'uscita (usando un osservatore) tale che:

   - gli autovalori del sistema a ciclo chiuso si trovino tutti in -2;
   - l'errore di stima dello stato converga a zero velocemente almeno quanto e^{-2t}.

   Infine, per **tutti** i casi ammissibili,

   - si determinino un controllore a retroazione dello stato ed un osservatore asintotico dello stato che soddisfano i requisiti.

4. Il candidato

   - dica se è vera la seguente affermazione: "Sia data la coppia (A, C) osservabile e si indichi con c una riga non nulla della matrice C; allora esiste una matrice H tale che la coppia $(A + HC, c)$ è osservabile"
   - nel caso l'affermazione sia vera la si dimostri e si descriva un metodo per calcolare la matrice H per una specifica riga c.
   - nel caso l'affermazione sia falsa lo si dimostri.