COMPITINO - Teoria dei Sistemi e del Controllo - 05-06-2017

1. Lo studente proponga una dimostrazione per il teorema fondamentale dell'assegnamento poli SISO: Dato il sistema SISO lineare tempoinvariante (A, B), esiste ed e' unico il vettore di guadagni K tale che $A+BK$ abbia tutti gli autovalori desiderati se e solo se la coppia (A, B) e' completamente raggiungibile.

2. Dato il sistema :
$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 1 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} u(t)$$
si faccia variare il parametro α in $[0, 1]$ e si determini:
   - per quali valori del parametro α il sistema e' stabilizzabile con retroazione dello stato.
   - per quali valori del parametro α il sistema non e' stabilizzabile con retroazione dello stato **da un solo ingresso**.

   Inoltre, per una α a propria scelta,
   - si determini, se possibile, una matrice di guadagni K tale che il sistema $A + BK$ abbia tutti gli autovalori in 0.5.

3. Si consideri il sistema non lineare:
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \sin(x_1(t)) - u(t)\cos(x_2(t)) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases}$$
   - se ne calcolino tutti gli equilibri;
   - si scelga il punto di equilibrio piu' vicino all'origine dello spazio di stato e si linearizzi il sistema attorno a tale punto;
   - si costruisca per tale sistema linearizzato, se possibile, uno stimatore asintotico dello stato nel quale l'errore di stima converga piu' velocemente di e^{-2t};
   - si costruisca, se possibile, un controllore con retroazione dello stato stimato che posizioni i poli a ciclo chiuso in $-1, -1$.
   - si discuta la stabilità a ciclo chiuso del sistema non lineare di partenza.

4. Si consideri il sistema lineare tempo invariante $\dot{x} = Ax + Bu$ e l'indice di costo :
$$J = \frac{1}{2}x^T(t_f)S_f x(t_f) + \frac{1}{2}\int_0^{t_f} x^T Q x + u^T R u \, dt$$
con $S_f \geq 0$, $Q \geq 0$ e $R > 0$; lo studente
   - descriva in maniera analitica la procedura che porta all'equazione differenziale di Riccati, alle relative condizioni al contorno e all'espressione del controllo ottimo $u(t)$,
   - dimostri che se S_f, Q ed R sono simmetriche allora anche la soluzione dell'equazione differenziale di Riccati lo è.