Teoria dei Sistemi e del Controllo - 09-06-2022

1. Dato il sistema non lineare tempo continuo in forma di stato:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = 2x_2^2(t) - x_1^3(t) - x_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = -ax_1^3(t)x_2(t) + u(t) \end{cases}$$

   - Per $u(t) = 0$ determinare i punti di equilibrio al variare di $a \in \mathbb{R}$, con $a \geq 0$, e se ne studino le proprietà di stabilità.
   - Si determini per quali valori di k_1 e k_2 l'ingresso $u = k_1x_1 + k_2x_2$ mantenga l'origine un punto di equilibrio asintoticamente stabile.

2. Dato il sistema **tempo discreto** rappresentato, in forma di stato, dalle matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

   - Indicare se il sistema è in forma standard di raggiungibilità o di osservabilità. Determinare se gli spazi di raggiungibilità e di inosservabilità, in un passo, siano o meno A-invarianti. Motivare la risposta.
   - Si determini la matrice del cambio di base per portare il sistema in forma di Kalman.
   - Dati gli ingressi $u(0) = 1$ e $u(1) = 0$ determinare se esistono delle condizioni iniziali $x(0)$ compatibili con le uscite: 1) $y_1(0) = -1$, $y_1(1) = -2$ e $y_1(2) = 0$, 2) $y_2(0) = 0$, $y_2(1) = -2$ e $y_2(2) = 0$, 3) $y_3(0) = -1$, $y_3(1) = -2$ e $y_3(2) = -2$.

3. Si consideri il sistema:

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_k$$

$$y_k = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x_k$$

   - si ricavi l'espressione in forma simbolica della dinamica di uno stimatore di ordine ridotto nel caso tempo discreto,
   - **considerando solo la seconda uscita**, si realizzi, se possibile, uno stimatore asintotico dello stato di ordine ridotto di tipo dead-beat;
   - **considerando entrambe le uscite**, si realizzi, se possibile, uno stimatore asintotico dello stato di ordine ridotto di tipo dead-beat;
   - si commenti il risultato ottenuto in quest'ultimo caso (uso di entrambe le uscite), in particolare per quanto riguarda il ruolo dell'ingresso u_k, anche in relazione al caso precedente (uso della sola seconda uscita)

4. Dato il sistema tempo continuo

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} u(t)$$

   - si determini, se possibile, un controllore stabilizzante che posizioni il maggior numero possibile di autovalori in -2 **utilizzando solamente il primo ingresso**
   - si determini, se possibile, un controllore stabilizzante che posizioni il maggior numero possibile di autovalori in -2 **utilizzando solamente il secondo ingresso**
   - si determini, se possibile, un controllore stabilizzante che posizioni il maggior numero possibile di autovalori in -2 **utilizzando entrambi gli ingressi**