

1. Dato il sistema dinamico non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = e^{x_2(t)} - (1 - 3u(t)) \\ \dot{x}_2(t) = \sin(x_1(t) + x_2(t)) + 2u^2(t) \end{cases}$$

- si determino gli equilibri del sistema nel caso  $u(t) = 0, \forall t \in \mathbb{R}$  e se ne studi la stabilità.
- Per gli equilibri asintoticamente stabili si determini una candidata di Lyapunov.
- Per gli equilibri instabili si determini, se esiste, una retroazione dello stato che li renda asintoticamente stabili.

2. Dato il sistema lineare rappresentato dalla matrice di trasferimento

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s+1} \\ 0 & \frac{1}{s} \\ 0 & -\frac{1}{s(s+1)} \end{pmatrix}$$

- Determinare il grado di McMillan della matrice di trasferimento.
- Calcolare la forma di stato del sistema lavorando per righe. Commentare, senza fare conti sulle proprietà di raggiungibilità e osservabilità del sistema ottenuto.
- Considerando il sistema in forma di stato con il solo secondo ingresso e la sola prima uscita, si commentino le proprietà di osservabilità e di raggiungibilità del sistema. In seguito, si determinino le dimensioni e le basi degli spazi di inosservabilità e di raggiungibilità del sistema.

3. Sia dato il sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha^2 - 3 & 0 \\ 1 & -2 & \alpha^2 + 3\alpha \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \alpha - 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= [1 \ 0 \ 0] x \end{aligned}$$

si determini :

- i valori di  $\alpha$  per i quali esiste un osservatore asintotico dello stato;
- i valori di  $\alpha$  per i quali il sistema è stabilizzabile tramite retroazione dinamica dell'uscita;
- i valori del parametro  $\alpha$  per i quali è possibile strabilizzare il sistema tramite retroazione dinamica dell'uscita ponendo tutti gli autovalori in -2
- scelto un valore per  $\alpha$  che soddisfi le condizioni trovate al punto precedente, trovare le espressioni di estimatore e controllore relativi al punto precedente.

4. Il candidato enunci e dimostri il principio noto con il nome "Principio di separazione".