Teoria dei Sistemi e del Controllo Prova in itinere 16-12-2019

Numero di matricola						
	–	–	$\alpha - 1$	$\beta - 1$	$\gamma - 1$	$\delta - 1$

1. Dato il sistema lineare tempo discreto descritto dalle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad D = 0$$

   (a) Si determinino tutte le condizioni iniziali compatibili con una uscita pari a $y(0) = \gamma$, $y(1) = 2$, $y(2) = \beta + \gamma$ a fronte di un ingresso pari a $u(0) = \beta$ e $u(1) = \alpha$.

   (b) Determinare, se esistono, gli ingressi che a partire da $x(0) = [0\,1\,1]^T$ forniscono una uscita pari a $y(0) = 1$, $y(1) = 1$, $y(2) = 2$. Si determini anche lo stato raggiunto dal sistema. Motivare le risposte.

2. Dato il sistema lineare tempo continuo caratterizzato dalle matrici

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

   (a) Determinare quali autovalori sono interni al sottospazio di raggiungibilità e quali sono esterni al sottospazio di inosservabilità;

   (b) Caratterizzare la stabilità interna e la stabilità esterna del sistema;

   (c) Determinare la matrice di cambio di base T che porti il sistema in forma di Kalman;

3. Data la seguente equazione differenziale di ordine $n = 3$

$$y(k+3) + y(k+2) - y(k+1) - y(k) = u(k+2) - u(k+1)$$

   (a) Si determini una realizzazione del sistema di ordine n che sia completamente raggiungibile e una che sia completamente osservabile;

   (b) Si discuta l'esistenza di un cambio di variabili che trasformi uno nell'altro i sistemi ottenuti ai punti precedenti.