Teoria dei Sistemi e del Controllo - Prima prova in itinere 21-11-2023

Numero di matricola						
	–	–	α	β	γ	δ

1. Determinare se la seguenti funzioni sono definite in segno e indicare se sono positive o negative definite (o semidefinite) in un intorno dell'origine **motivando la risposta fornita**: $V(x_1,\,x_2) = x^T P_i x$ con $P_1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $P_2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; $V_2(x_1,\,x_2,\,x_3) = x_2^2 + (\gamma+1)x_3^2$; $V_3(x_1,\,x_2) = x_1 \sin x_1 + (\gamma-5)x_2^2$;

2. Dato il sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -(k-\beta-1)(x_1-\alpha-1) + x_2^2 \\ \dot{x}_2 = -(x_1-\alpha-1)x_2 - x_2^3 \end{cases}$$

   (a) Determinare gli equilibri del sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$ con $k \neq \beta$;

   (b) Studiare gli equilibri ottenuti al punto precedente con il metodo indiretto di Lyapunov al variare di $k \in \mathbb{R}$ con $k \neq \beta$;

   (c) Per gli equilibri per cui non è stato possibile concludere al punto precedente, determinare la proprietà di stabilità con in metodo diretto di Lyapunov.

3. Dato il sistema non lineare tempo discreto

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \frac{1}{2}x_1(k) + x_2^2(k) \\ x_2(k+1) = (\gamma+1)x_1(k) - \frac{1}{2}x_2(k) \end{cases}$$

   (a) Si studi la stabilità nell'origine e si determini una candidata di Lyapunov che ne verifichi le proprietà di stabilità.

4. Dato il sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2^2 - x_1 \\ \dot{x}_2 = x_1^3 - x_2 \end{cases}$$

   (a) Disegnare nello spazio delle fasi l'andamento delle traiettorie, individuare nel piano i punti di equilibrio e commentare sulle proprietà di stabilità in base agli andamenti ottenuti;