

1. Si consideri il sistema tempo continuo non lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_2^4 + u \\ \dot{x}_2 = -x_2^3 + x_1^3 \end{cases}$$

- Determinare i punti di equilibrio ad ingresso nullo e studiarne le proprietà di stabilità.
- Verificare formalmente che esiste un ingresso **affine** nello stato che rende il punto  $(-1, -1)$  un punto di equilibrio asintoticamente stabile. Dopo averne determinato l'esistenza, trovarlo.

2. Dato il sistema **Tempo Continuo** rappresentato, in forma di stato, dalle matrici:

$$A = \left[ \begin{array}{ccc|cc} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{array} \right] \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ b \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Dato  $b = 0$ , determinare, al variare di  $a \in \mathbb{R}$ , le proprietà strutturali del sistema (stabilità interna e BIBO, raggiungibilità, osservabilità, con le dimensioni dei relativi spazi) **senza utilizzare le matrici di raggiungibilità e osservabilità**.
- Dato  $b \neq 0$ , determinare, al variare di  $a \in \mathbb{R}$ , i sottosistemi e la tipologia di connessione che forniscono un sistema complessivo come quello fornito. Motivare le proprietà di raggiungibilità e di osservabilità del sistema complessivo.

3. Dato il sistema tempo discreto:

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} u_k$$

- si discuta la raggiungibilità del sistema da  $u_k$  e dalle sue componenti prese singolarmente;
- si determini, se possibile, una retroazione dello stato  $u_k = Kx_k$  tale che il sistema a ciclo chiuso abbia il generico polinomio caratteristico  $p(z) = z^4 + \alpha_3 z^3 + \alpha_2 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_0$ .

4. Si consideri il problema del controllo ottimo per sistemi lineari tempo continui e:

- si enuncino, nella loro forma più generale, i due problemi di controllo ottimo: in tempo finito prefissato ed ad orizzonte infinito
- si discutano le differenze principali nelle due formulazioni
- si discutano le differenze principali sui requisiti da imporre perche' i due problemi abbiano soluzione
- si proponga, a grandi linee, la procedura per ottenere la soluzione ai due problemi presi in considerazione