Teoria dei Sistemi e del Controllo - 15-06-2020

1. Dato il sistema Tempo Continuo descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   - si studino i modi del sistema e la stabilità interna;
   - si determini la matrice che porta il sistema nella forma canonica di Kalman e la funzione di trasferimento del sistema.
   - si fornisca la condizione di controllabilità a zero di un sistema lineare tempo discreto, tempo invariante e se ne discuta le implicazioni con la proprietà di raggiungibilità.

2. Dato il sistema dinamico non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1^3 + x_2 + u \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - x_2 \end{cases}$$

   - si determinino gli equilibri del sistema per ingresso nullo, si disegni l'andamento delle traiettorie nello spazio delle fasi.
   - si studi la stabilità dei punti di equilibrio ottenuti e si commentino i risultati ottenuti in relazione agli andamenti trovati al punto precedente.
   - per l'equilibrio nell'origine si determini un ingresso u che renda l'origine asintoticamente stabile.

3. Dato il sistema descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \begin{pmatrix} 3/2 & 1/2 \\ 2 & 1/2 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} u_k \\ y_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} x_k \end{cases}$$

   si ipotizzi una legge di controllo in reatroazione statica dello stato del tipo:

$$u_k = Kx_k + \alpha r_k$$

   - trovare, se possibile, la matrice K che pone gli autovalori a ciclo chiuso in 0.5 e -0.5,
   - si determini l'insieme delle condizioni iniziali del sistema retroazionato che producono una risposta libera dello stato senza oscillazioni.
   - posto $\alpha = 0$, si determini l'insieme delle condizioni iniziali del sistema retroazionato che producono una uscita y_k senza oscillazioni.
   - si assuma $r_k = R$ (r_k costante) e si ricavi il valore α per cui l'uscita y_k del sistema converge a regime ad R.

4. Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$$

   - determinare l'osservabilità del sistema al variare del parametro α
   - scelto un valore di α appropriato, progettare uno stimatore asintotico dello stato tale che la dinamica dell'errore di stima abbia i poli in $(-1, -2, -3)$
   - si dica se esiste e nel caso si trovi un valore iniziale non nullo dell'errore di stima ϵ_0 per cui l'errore di stima $\epsilon(t)$ converge a zero non più lentamente di e^{-3t}.