Teoria dei Sistemi e del Controllo - 01-02-2021

Numero di matricola						
	–	–	α	β	γ	δ

1. Si consideri lo schema riportato in figura

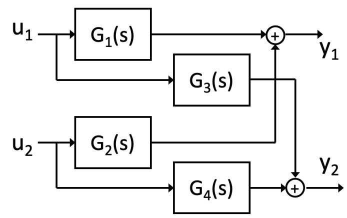

Figura 1: Schema esercizio 1

dove $G_1(s) = \frac{s-1}{s^2-1}$, $G_2(s) = \frac{s+1}{s^2-1}$, $G_3(s) = \frac{1}{s^2-1}$, $G_4(s) = \frac{s}{s^2-1}$.

- scrivere la matrice di trasferimento del sistema dinamico e lavorando per colonne determinare una forma di stato che realizza la matrice di trasferimento trovata.
- Si studi stabilità interna, la stabilità BIBO, le proprietà di raggiungibilità del sistema trovato al punto precedente considerando un solo ingresso e una sola uscita (commentando sul fatto che i risultati sono indipendenti dalla scelta effettuata).

2. Dato il sistema non lineare tempo discreto

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + 2x_1(k)\,(1 - x_1(k)) - x_1(k)x_2(k) \\ x_2(k+1) = x_2(k) + 2x_2(k)\,(1 - x_2(k)) - x_1(k)x_2(k) \end{cases}$$

- si determinino i punti di equilibrio del sistema e se ne discutano le proprietà di stabilità con il metodo indiretto di Lyapunov;
- supponendo di poter agire su una o sull'altra equazione alle differenze attraverso un ingresso additivo u determinare se esiste un ingresso lineare (o affine) nello stato che renda gli equilibri asintoticamente stabili e nel caso in quale delle due equazioni dinamiche deve intervenire.

3. Si consideri il sistema lineare tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} u(t)$$

- si dica se il sistema e' stabilizzabile con retroazione dello stato tramite uno solo degli ingressi
- si dica se il sistema è stabilizzabile con entrambi gli ingressi.
- Utilizzando il lemma di Heymann applicato al primo ingresso, si calcoli, se e' possibile, una retroazione dello stato $u(t) = Kx(t)$ che posizioni tutti gli autovalori del sistema retroazionato in -1.

4. Il candidato :

- formuli il problema di controllo ottimo lineare quadratico in tempo finito con peso sullo stato finale
- assumendo che lo stato finale sia libero ed il tempo finale fissato, formuli le equazioni di Eulero-Lagrange e le condizioni al contorno necessarie
- ricavi la soluzione in forma chiusa dell'evoluzione ottima dello stato, dell'ingresso e del costato in funzione del tempo, del tempo iniziale, del tempo finale e dello stato iniziale: $x^*(t), u^*(t), \lambda^*(t) = f(t, t_0, t_f, x(t_0)))$