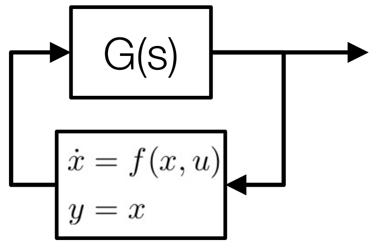
Teoria dei Sistemi e del Controllo - 23-07-2018

1. Si consideri il sistema tempo continuo costituito dallo schema a blocchi riportato in figura,



dove $G(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}$ e $f(x, u) = -x - \sin^2 x + u$.

- Determinare il sistema in forma di stato.
- Determinare gli equilibri del sistema e studiarli con il metodo indiretto.
- Enunciare il Corollario di LaSalle–Krasowskii.

2. Dato il sistema **Tempo Continuo** rappresentato, in forma di stato, dalle matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- Portare il sistema in forma di Kalman.
- Determinare la matrice di trasferimento.
- Commentare sulla stabilità BIBO del sistema.

3. Siano dati i sistemi tempo continui SISO $\Sigma_1 = (A_1, B_1, C_1)$ e $\Sigma_2 = (A_2, B_2, C_2)$, il candidato enunci e dimostri, nello spazio di stato oppure utilizzano le funzioni di trasferimento, le Condizioni Necessarie e Sufficienti affinchè:

- il sistema ottenuto collegando in parallelo i due sistemi Σ_1 e Σ_2 sia raggiungibile;
- il sistema ottenuto collegando in parallelo i due sistemi Σ_1 e Σ_2 sia osservabile;
- il sistema ottenuto collegando in serie, nell'ordine preferito, i due sistemi Σ_1 e Σ_2 sia raggiungibile;
- il sistema ottenuto collegando in serie, nell'ordine preferito, i due sistemi Σ_1 e Σ_2 sia osservabile;

4. Si consideri il problema di controllo ottimo:

$$u^* = \arg\min_u \left[h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt \right]$$

soggetto al vincolo differenziale : $\dot{x} = f(x(t), u(t), t)$ con $x(t_0) = x_0$ ed x_0 noto.

Se ne derivi analiticamente la soluzione giungendo alle equazioni di Eulero e si discutano i 4 casi notevoli che permettono di definire le condizioni al contorno.