Teoria dei Sistemi e del Controllo - 05-02-2018

- Dato il sistema **tempo continuo** rappresentato, in forma di stato, dalle matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Determinare la forma canonica di Kalman. Si determinino i modi e la stabilitá interna del sistema.

(b) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.

(c) Si studi la stabilitá BIBO. Se BIBO stabile motivare, altrimenti si fornisca un ingresso che non ne verifica la definizione.

1. Dato il sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1^2 + x_2 \sin x_1 + u \end{cases}$$

(a) Determinare i punti di equilibrio del sistema per $u = 0$ e discuterne la stabilità con il metodo indiretto di Lyapunov.

(b) Determinare un ingresso u che renda l'origine un punto di equilibrio asintoticamente stabile.

2. Dato il sistema tempo continuo

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} u = Ax + Bu$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 \end{bmatrix} x = Cx$$

si determini :

- se il sistema e' stabilizzabile mediante retroazione dello stato usando un solo ingresso. Se si, si determini per quali ingressi;
- una matrice K di retroazione dello stato in modo che, per qualunque stato iniziale, l'evoluzione libera del sistema tenda a zero piu' velocemente di e^{-2t};

3. Si consideri il problema di raggiungibilità in tempo finito di un punto dello spazio di stato con energia di controllo minima per un sistema lineare tempo continuo;

- Si definisca il Gramiano di Raggiungibilità $\mathcal{G}_R$.
- Si dimostri il ruolo di $\mathcal{G}_R$ nel calcolo dell'azione di controllo $u(t)$ ad energia minima.