

1. Dato il sistema descritto dalla seguente matrice di trasferimento:

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s-1} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{1}{s^2-1} & \frac{s}{(s+2)(s+1)} \end{pmatrix}$$

- Si determini il grado della forma di Smith-McMillan.
 - Lavorando per colonne si determini la forma di stato minima che rappresenta la matrice di trasferimento.
 - Dato il sistema SISO formato dal primo ingresso e seconda uscita determinare le proprietà di raggiungibilità, osservabilità, stabilità interna e BIBO (possibilmente senza fare conti e commentando le risposte).
2. Dato il sistema dinamico non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1^3 + \frac{1}{2}x_1x_2^4 + u \\ \dot{x}_2 = -x_1^2x_2 \end{cases}$$

- si determinino gli equilibri del sistema per ingresso nullo $u(t) = 0, \forall t \geq 0$ e se ne studi la stabilità.
 - si determini un ingresso che renda l'equilibrio nell'origine stabile.
3. Dato un sistema A, B, C continuo o discreto, completamente raggiungibile ed osservabile, si enunci la proprietà di separazione degli autovalori, e se ne dia una sintetica linea di dimostrazione. Si discutano inoltre le proprietà di raggiungibilità ed osservabilità del sistema di ordine "2n" ottenuto mediante la reazione dello stato stimato.
4. Sia dato il sistema LTI:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \end{cases}$$

e l'indice di costo :

$$J = \int_0^\infty x_1^2 + u^2$$

- si discuta l'esistenza di una soluzione $u(t)$ che minimizzi J
- si determini, se esiste, la soluzione ottima nella forma $u = k_1x_1 + k_2x_2$