Teoria dei Sistemi e del Controllo
Prova in itinere
12-12-2017

1. Dato il sistema dinamico non lineare tempo discreto

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \frac{x_2(k)}{1+x_2^2(k)} \\ x_2(k+1) = \frac{x_1(k)}{1+x_2^2(k)} \end{cases}$$

   (a) si studino gli equilibri del sistema e se ne studi la stabilità;

   (b) si disegnino nello spazio delle fasi gli andamenti delle traiettorie che partono da punti della forma $(\alpha,\,0)$ o $(0,\,\beta)$.

2. Dato il sistema lineare tempo continuo

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   (a) si determino i modi propri del sistema;

   (b) si calcolino polinomio caratteristico e polinomio minimo della matrice A;

   (c) si determinino la funzione di trasferimento del sistema;

   (d) si caratterizzi la stabilità interna ed esterna del sistema.

3. Si considerino i sistemi caratterizzati dalle equazioni differenziali $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + y(t) = \dot{u}(t) + 2u(t)$ e $\ddot{z}(t) + 3\dot{z}(t) + 2z(t) = w(t)$.

   (a) Nel caso $w(t) = y(t)$, si determini una forma di stato di dimensione 4 del sistema complessivo con ingresso $u(t)$ ed uscita $z(t)$. Si studino le proprietà di raggiungibilità e osservabilità del sistema e si determini la forma minima.

   (b) Nel caso $w(t) = u(t)$, si determini una forma di stato di dimensione 4 del sistema complessivo con ingresso $u(t)$ ed uscita $y(t)+z(t)$. Si studino le proprietà di raggiungibilità e osservabilità del sistema e si determini la forma minima.

4. Dato il sistema tempo continuo

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   si dica se è possibile trovare condizioni iniziali per le quali l'uscita dell'evoluzione libera vale a) $y(t) = \sin(t)$, b) $y(t) = e^{-t}$, c) $y(t) = te^{-t}$, d) $y(t) = 3$. Determinare, se esistono, una matrice di ingressi B e un ingresso $u(t)$ tale per cui l'andamento in uscita dell'evoluzione forzata contenga andamenti della forma: a) e^{-t}, b)2, c) t.