Teoria dei Sistemi e del Controllo - 21-02-2018

1. Dato il sistema **tempo continuo** rappresentato, in forma di stato, dalle matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

   (a) Determinare i modi propri del sistema e commentare sulla stabilitá interna del sistema.

   (b) Determinare tutte le condizioni iniziali da cui lo stato evolve in uno spazio vettoriare di dimensione 1, per ingresso nullo.

   (c) Si studi la stabilitá BIBO.

   (d) Si fornisca una realizzazione minima del sistema in forma canonica di controllo.

2. Si consideri il sistema tempo continuo non lineare

$$\begin{cases} \dot{x} &= (y+3)^3 \\ \dot{y} &= -ax \end{cases}$$

   (a) Determinare gli stati di equilibrio del sistema al variare di $a \in \mathbb{R}$.

   (b) Descrivere gli andamenti delle traiettorie nello spazio delle fasi per $a \leq 0$.

   (c) Discutere la stabilità degli equilibri al variare di a.

3. Sia dato il sistema tempo discreto :

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k = Ax_k + Bu_k$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_k = Cx_k$$

   si dica se :

   - E' possibile costruire uno stimatore dead-beat (tutti i poli in 0);
   - E' possibile costruire un controllore che, retroazionando lo stato stimato, annulli l'evoluzione libera dello stato in un numero finito di passi.

   In tal caso si costruisca uno stimatore ed un controllore adeguati.

4. Si formuli il problema di controllo ottimo in tempo infinito per sistemi lineari tempo invarianti tempo continui (o LQR) e:

   - si specifichino le condizioni necessarie e sufficienti perche' il problema ammetta soluzione
   - si fornisca una dimostrazione dell'enunciato al punto precedente
   - si fornisca un'espressione analitica per la soluzione del problema, ovvero per il guadagno ottimo.