Teoria dei Sistemi e del Controllo - Prima prova in itinere 28-11-2022

Numero di matricola						
	–	–	α	β	γ	δ

1. Determinare se la seguenti funzioni sono definite in segno e indicare se sono positive o negative definite (o semidefinite) in un intorno dell'origine **motivando la risposta fornita**: $V_1(x_1, x_2) = x^T P x$ con $P = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ o con $P = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$; $V_2(x_1, x_2) = x_1^4 - (\gamma+1)x_1^2 + (\delta+1)x_1^2 x_2^2$; $V_3(x_1, x_2) = x_1 \sin x_1 + (\gamma+1)\cos x_2$;

2. Dato il sistema non lineare tempo continuo
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - (\alpha+1)x_1^3 x_2^2 \\ \dot{x}_2 = r x_2 + x_1^2 x_2 + u \end{cases}$$
   (a) Determinare gli equilibri del sistema al variare di $r \in \mathbb{R}$;
   (b) Studiare gli equilibri ottenuti al punto precedente con il metodo indiretto di Lyapunov al variare di $r \in \mathbb{R}$;
   (c) Per gli equilibri per cui non è stato possibile concludere al punto precedente, determinare la proprietà di stabilità con in metodo diretto di Lyapunov.

3. Dato il sistema non lineare tempo continuo
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (-1)^{(\alpha+1)} x_2 (1 - x_1^2 - x_2^2) \\ \dot{x}_2 = -x_1 (1 - x_1^2 - x_2^2) \end{cases}$$
   (a) Si disegnino gli andamenti delle traiettorie nello spazio delle fasi.

4. Dato il sistema non lineare tempo discreto
$$x(k+1) = ax\,(1 - (\gamma+1)x)$$
   (a) Si determinino gli equilibri del sistema al variare di $a \in \mathbb{R}$;
   (b) Si studi la stabilità dei punti di equilibrio con il metodo indiretto di Lyapunov.
   (c) Per $a = 1$ si studi la stabilità degli equilibri ottenuti con la candidata $V(x) = -x$, si commentino i risultati ottenuti.

5. Enunciare il metodo indiretto di Lyapunov per un sistema tempo discreto.