

1. Dato il sistema lineare tempo discreto descritto dalle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = 0$$

- (a) Si determini la forma degli stati raggiungibili dall'origine in 1, 2, 3, 4 passi.
- (b) Si determini la forma degli stati indistinguibili dall'origine in 1, 2, 3, 4 passi.
- (c) Si determini la matrice del cambio di base per portare il sistema in forma di Kalman.
- (d) Determinare gli spazi in cui evolve l'evoluzione libera a partire dalle condizioni iniziali: a)  $x_0 = (-1, 0, 1, 0)^T$ ; b)  $x_0 = (1, 1, -1, -1)^T$ , c)  $x_0 = (1, -1, 0, 0)^T$ . Si commentino i risultati ottenuti.

2. Dato il sistema lineare tempo discreto caratterizzato dalle matrici

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \end{pmatrix},$$

- (a) Determinare i modi del sistema.
- (b) Determinare la matrice del cambio di base che porta la matrice  $A$  in forma di Jordan e la corrispondente forma di Jordan determinata.
- (c) Determinare gli autovalori interni al sottospazio di raggiungibilità ed interni al sottospazio di inosservabilità.
- (d) Commentare sulle proprietà di stabilità interna ed esterna del sistema.

3. Data la seguente equazione differenziale di ordine  $n = 4$

$$y^{(4)}(t) + y^{(3)}(t) - \ddot{y}(t) - \dot{y}(t) = \dot{u}(t) - u(t)$$

- (a) Si determini la forma canonica di controllo di un sistema in forma di stato di ordine 4 che rappresenta l'equazione differenziale.
- (b) Si determinino le proprietà di osservabilità del sistema ottenuto commentando i risultati ottenuti.
- (c) Per funzioni  $u(t)$  generiche si commenti se è possibile che nella soluzione dell'equazione differenziale si trovino combinazioni di andamenti del tipo: a)  $\sin(t)$  e 1, b)  $te^{-t}$  e 1, c)  $e^t$  e  $e^{-t}$ .