Teoria dei Sistemi e del Controllo
Prova in itinere
19-12-2016

1. Dato il sistema dinamico non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = kx_1 + x_1x_2^2 + u \\ \dot{x}_2 = -x_2^3 - x_1^2x_2 \end{cases}$$

   (a) per $u = 0$, si studino gli equilibri al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$;

   (b) per $u = 0$, si studi la stabilità dell'equilibrio nell'origine al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$;

   (c) Confermare i risultati ottenuti al punto precedente determinando opportune funzioni $V(x)$.

   (d) Progettare un controllo $u(x_1, x_2)$ che renda l'origine un punto di equilibrio globalmente asintoticamente stabile per $k \geq 0$.

2. Dato il sistema lineare tempo continuo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   (a) si determini la matrice di trasformazione per ottenere la decomposizione canonica di Kalman;

   (b) Si calcolino polinomio caratteristico e polinomio minimo della matrice A;

   (c) Si determinino i modi propri e la funzione di trasferimento del sistema;

   (d) Si caratterizzi la stabilità interna ed esterna del sistema.

3. Si consideri il sistema MIMO rappresentanto dalla matrice di trasferimento

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 & \frac{s-1}{(s+1)(s+2)} \\ -\frac{1}{s-1} & \frac{1}{s+2} & \frac{1}{s+2} \end{pmatrix}$$

   (a) Si determinino poli e zeri della matrice di trasferimento e grado di McMillan.

   (b) Si determini una rappresentazione di stato in forma minima del sistema MIMO rappresentato dalla $G(s)$.