Teoria dei Sistemi e del Controllo
Prova in itinere
18-12-2018

1. Dato il sistema dinamico non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1^2(t)x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = 2x_1^5(t) + x_2^2(t) + u(t) \end{cases}$$

   (a) si determinino gli equilibri del sistema per $u(t) = 0$ e se ne studi la stabilità eventualmente utilizzando la funzione $V(x_1,\, x_2) = -x_1^4 + x_2^2$;

   (b) si determini un ingresso $u(t)$ che renda l'origine un punto di equilibrio asintoticamente stabile.

2. Dato il sistema lineare **tempo discreto**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinare gli ingressi (e il numero minimo di passi) che a partire da $x(0)^T = (1\ 0\ -1)^T$ consentano di raggiungere i seguenti stati: a) $x_a^T = (3\ 2\ -1)^T$, b) $x_b^T = (2\ 0\ 0)^T$, c) $x_c^T = (9\ -1\ -1)^T$.

   (b) Determinare gli stati iniziali compatibili con ingressi $u(0) = -1$, $u(1) = 0$ e le seguenti uscite: a) $y_a(0) = 2$, $y_a(1) = 0$, $y_a(2) = 1$, b) $y_b(0) = 1$, $y_b(1) = 2$, $y_b(2) = 0$, c) $y_c(0) = 0$, $y_c(1) = 4$, $y_c(2) = 4$.

3. Dato il sistema lineare **tempo continuo**

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

   (a) si determino i modi propri del sistema e si caratterizzi la stabilità interna;

   (b) Si calcolino polinomio caratteristico e polinomio minimo della matrice A;

   (c) Si determini la funzione di trasferimento del sistema e si discuta la stabilità esterna (BIBO).

4. Si descrivano e dimostrino le proprietà di raggiungibilità e osservabilità di due sistemi in forma minima connessi in parallelo.