

1. Dato il sistema dinamico descritto dalle equazioni differenziali:

$$\begin{cases} \ddot{y}_1(t) + 2\dot{y}_1(t) + y_1(t) = u_1 + \ddot{u}_2 + 4\dot{u}_2 + u_2 \\ \ddot{y}_2(t) + 2\dot{y}_2(t) + y_2(t) = \dot{u}_1 + u_1 + \dot{u}_2 - u_2 \end{cases}$$

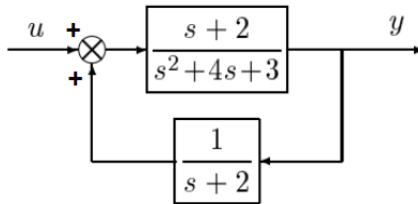
- si determini la matrice di trasferimento e si calcoli il grado della forma di Smith-McMillan.
- Si determini una realizzazione minima in forma di stato del sistema.

2. Dato il sistema dinamico non lineare descritto da

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^2 + x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1^2 + x_2 + u \end{cases}$$

- Si determinino gli equilibri al variare dell'ingresso costante $u(t) = k \in \mathbb{R}$ e se ne determinino le proprietà di stabilità.
- Si determini se esiste un ingresso affine negli stati che renda gli equilibri asintoticamente stabili. In caso affermativo si determinino delle condizioni (in funzione di k) sui coefficienti dell'ingresso affinché gli equilibri siano asintoticamente stabili riportando l'espressione esplicita dell'ingresso nelle variabili (x_1, x_2) .

3. Sia dato il sistema in figura:



- si determini una realizzazione in variabili di stato dell'intero sistema ottenuto dalla chiusura dell'anello
- si determini se il sistema ottenuto e' raggiungibile e/o osservabile
- si discuta stabilità interna e BIBO del sistema

4. Dato il sistema :

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$

$$y_k = [0 \quad 1 \quad 0] x_k$$

- Se possibile determinare la piu' breve (di minor durata temporale) sequenza di ingresso che porta il sistema dallo stato iniziale $x_0 = [2, 0, 1]^T$ allo stato finale $x_f = [4, 0, 0]^T$.
- Calcolare l'insieme di tutti gli stati iniziali x_0 che sono compatibili con la sequenza di uscita libera: $y(0) = 2, y(1) = 2, y(2) = 4$.