

**Teoria dei Sistemi e del Controllo - Prima prova in itinere 21-11-2024 - TESTO 1**

Numero di matricola	—	—	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
---------------------	---	---	----------	---------	----------	----------

1. Dato il sistema

$$\begin{cases} x_1^+ = -\frac{1}{2}x_1 + (\alpha + 1)x_2 \\ x_2^+ = \frac{1}{2}x_2 \end{cases}$$

- (a) Nel caso di sistema tempo discreto, determinare gli equilibri del sistema e se ne studi la stabilità col metodo indiretto. Determinare una candidata di Lyapunov che ne verifica le proprietà di stabilità.
- (b) Nel caso di sistema tempo continuo, determinare gli equilibri del sistema e se ne studi la stabilità col metodo indiretto. Descrivere un metodo per trovare una candidata di Lyapunov che ne verifica le proprietà di stabilità.

2. Dato il sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -k_1 x_1^3(t) - (\beta + 1)x_2^3(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) + k_2 x_2(t) \end{cases}$$

- (a) Si studi la stabilità nell'origine al variare di  $k_1 \geq 0$  e  $k_2 \in \mathbb{R}$ .

3. Dato il sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 1 - \cos x_1 + (1 + ax_2)^2 \\ \dot{x}_2 = (\gamma + 1)x_1 - x_1^3 \end{cases}$$

- (a) Calcolare i punti di equilibrio al variare di  $a \in \mathbb{R}$  e studiarne la stabilità con il metodo indiretto.
- (b) Date opportune coordinate  $z$  studiare la stabilità con candidata  $V(z_1, z_2) = z_1$ .

4. Dato il sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (-1)^\delta x_1^2 - (\alpha + 2)^{-1}x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - (\alpha + 2)^{-1}x_2 \end{cases}$$

- (a) Disegnare nello spazio delle fasi l'andamento delle traiettorie, individuare nel piano i punti di equilibrio e commentare sulle proprietà di stabilità in base agli andamenti ottenuti;