15 Luglio 2025

ESAME DI MECCANICA I - *Corso di Laurea in Ing. Biomedica*

ESAME DI MECCANICA TEORICA ED APPLICATA - *Corso di Laurea in Ing. Robotica e dell'Automazione*

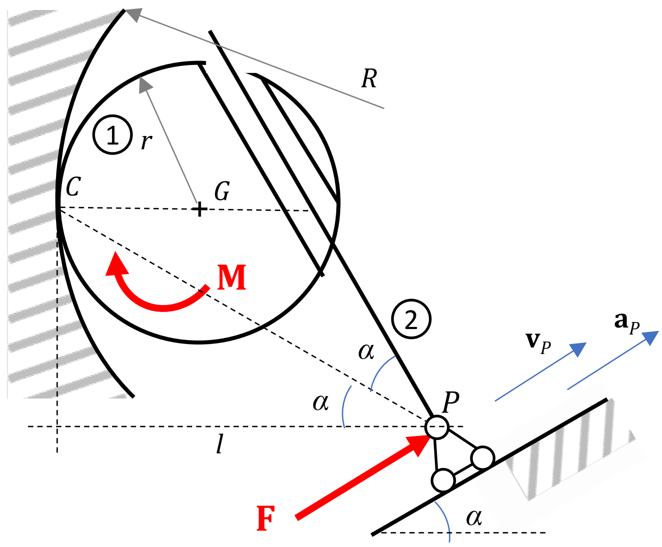
*COGNOME*____________________ *NOME*____________________ *MATRICOLA*______________ *CDL*_____________

Esercizio 1

Si consideri il meccanismo in figura, costituito da 2 corpi. Sia nota la configurazione del meccanismo nell'atto di moto considerato, la velocità e l'accelerazione del punto P, e tutte le grandezze indicate in figura:

1) Fare l'analisi geometrica dei vincoli e valutare il tipo di rotolamento in C affinché il sistema abbia 1 gdl.
2) Scrivere l'eq.ne. di chiusura della velocità in forma vettoriale e scalare (forma parametrica).
3) Risolvere graficamente il problema delle velocità (trovare segno incognite).
4) Risolvere parametricamente il problema delle velocità.
5) Valutare la velocità angolare relativa tra i corpi 1 e 2.
6) Valutare tutti i centri delle velocità assoluti e relativi.
7) Valutare l'accelerazione del punto C.
8) Scrivere l'eq.ne di chiusura delle accelerazioni.

Facoltativo: impostare poligono delle accelerazioni (facendo le dovute ipotesi).



Esercizio 2

Si consideri il meccanismo dell'esercizio 1. Il sistema è in equilibrio sotto l'azione del momento **M** applicato al corpo 1, completamente noto, e una forza **F** applicata al corpo 2, in *P*, parallela al piano inclinato, ma di intensità incognita. Siamo in presenza di gravità: il corpo 1 ha massa *m* e baricentro in *G*, mentre il corpo 2 ha massa trascurabile.

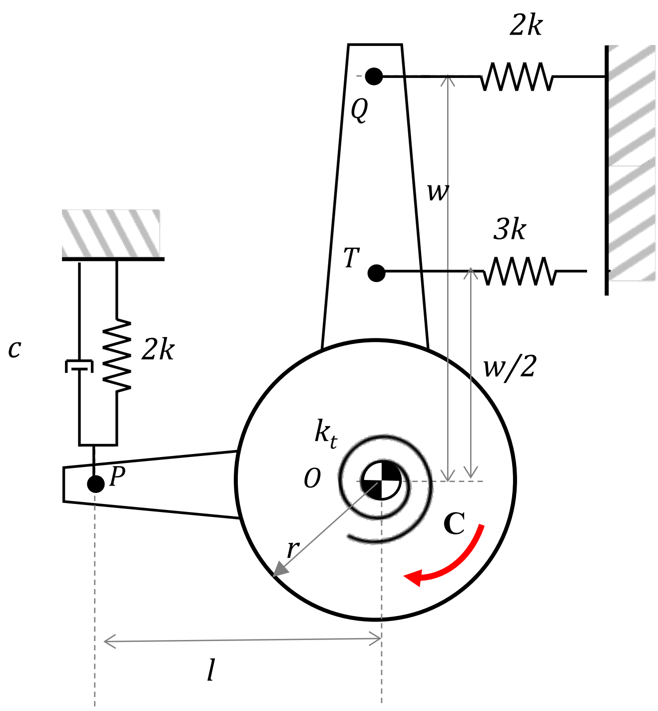
Si considerino tutti i vicoli come bilaterali e lisci.

1) Fare l'analisi fisica dei vincoli e valutare se il sistema è complessivamente isostatico.
2) Valutare la forza **F** e DCL definitivi, applicando il principio di sovrapposizione degli effetti.
3) Valutare l'asse centrale della coppia prismatica tra corpo 1 e 2 nei due sottocasi.
4) Cosa cambierebbe se nel vincolo tra il corpo 2 e il telaio ci fosse attrito di strisciamento?

Esercizio 3

Il disco mostrato in figura, è incernierato al telaio in *O*, e collegato ad esso mediante una molla torsionale (k_t) e molle e smorzatori inseriti nei punti *P* e *Q*. Al disco è applicata una forzante armonica $C=C_0 \cos(\Omega t)$.
Si vuole studiare la dinamica del disco nell'ipotesi di piccole oscillazioni. Siamo in assenza di gravità.

1) Specificare in modo chiaro il sistema di riferimento, la coordinata lagrangiana e le equazioni di congruenza.
2) Rappresentare tutte le forze agenti sul corpo (DCL), in una configurazione generica.
3) Valutare l'equazione del moto in forma canonica.
4) Valutare la pulsazione naturale e il fattore di smorzamento: che tipo di oscillazioni si verificano?
5) Cosa si intende per condizioni di risonanza? Siamo vicini o lontani alla risonanza?

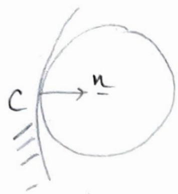


Dati:
m = 4 kg
$r=l/2$; l= 12 cm
w=20 cm, k_t=0.5 N m
k=1.5 N/m
c = 5 N m/s
C_0=0.15 Nm
Ω=12 rad/s

CINEMATICA

⇒ Soluzione analoga a quella dell' Es 1 del compito del 24/06/25

- Unica differenza sta nel centro di curvatura del telaio e quindi nella definizione del termine D dell' $\underline{a}_c$



$$\underline{a}_{cr} = \underline{a}_c = -D\omega^2\underline{n} = -D\omega^2\underline{i}$$

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_m} = \frac{1}{R} - \frac{1}{r} = \frac{r-R}{Rr}$$

$$\underline{a}_{cr} = \frac{R-r}{Rr}\,\omega^2\underline{i}$$

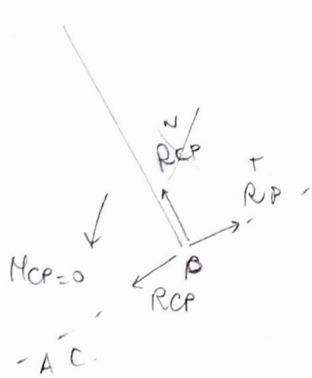
STATICA

⇒ Anche in questo caso la soluzione è in parte uguale a quella del compito del 24/06/25

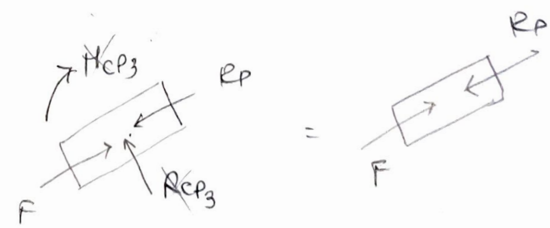
$\boxed{\text{I SOTTOCASO}}$ ⇒ $(\underset{?}{\underline{F}} + m\underline{g})$ → NB (A PAG SUCCESSIVA)

CORPO SCARICO 2 (uguale per caso I e II)

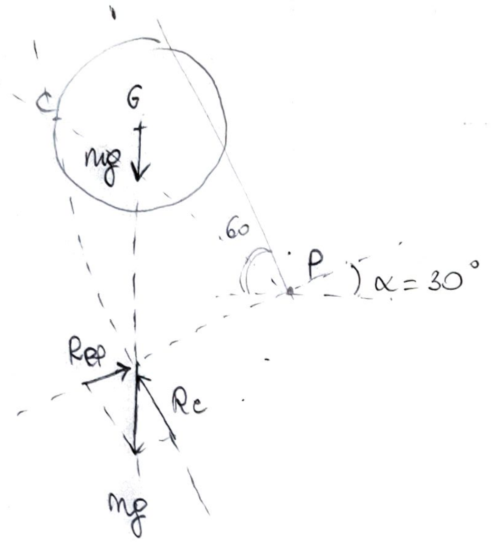
CORPO 3 (uguale a caso II)



⇒



CORPO 1



INCOGNITE R_{cp}, R_{cx}, R_{cy}

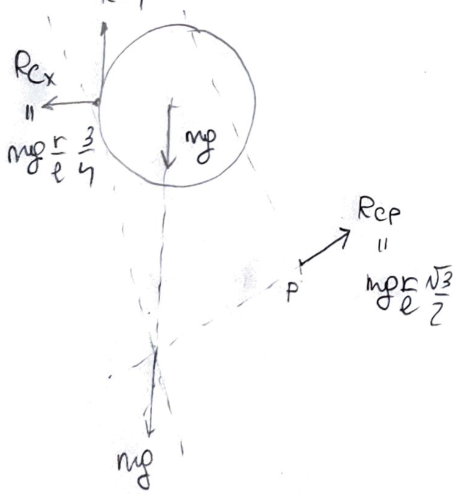
$$\begin{cases} R_{cp}\cos 30 - R_{cx} = 0 \\ R_{cp}\sin 30 + R_{cy} - mg = 0 \\ c)\ -mgr + R_{cp}\dfrac{l}{\cos 30} = 0 \end{cases}$$

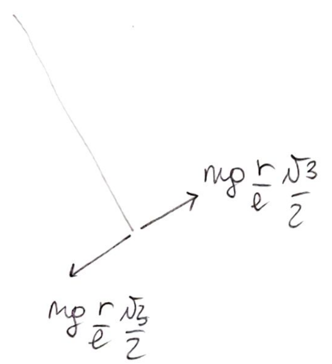
$$\begin{cases} R_{cp} = mg\dfrac{r}{l}\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ R_{cx} = R_{cp}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = mg\dfrac{r}{l}\dfrac{3}{4} \\ R_{cy} = mg - mg\dfrac{r}{l}\dfrac{\sqrt{3}}{2}\dfrac{1}{2} = mg\left(1 - \dfrac{r}{l}\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right) \end{cases}$$

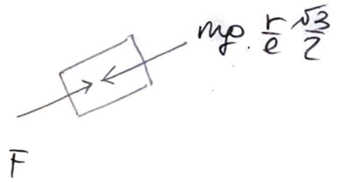
$F = R_{cp} = F_{II}$

DCL DEF

$R_{cy} = mg\left(1 - \frac{r}{l}\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$



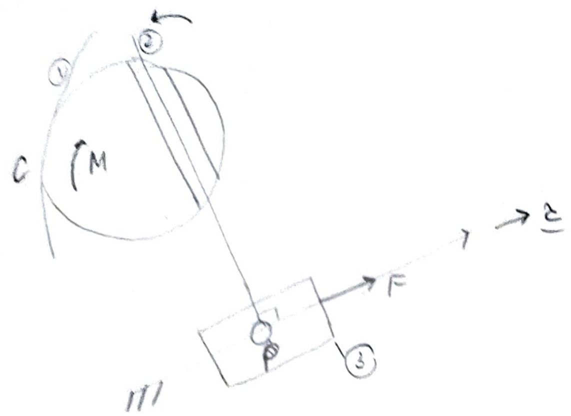




$$F = F_I + F_{II} = -\frac{M}{l} + mg\frac{r}{l}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\underline{F} = F\,\underline{c}$

II SOTTOCASO ⇒ ($\underline{F}$, $\underline{M}$) ?



NB

conviene vedere il carrello come cerniera + coppia pris

↓

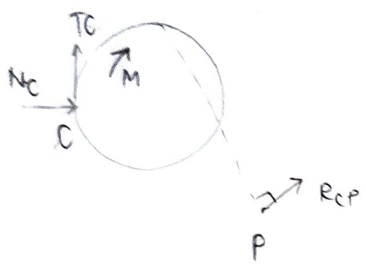
si aggiunge un corpo 3

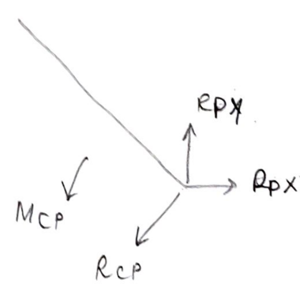
↓

in questo modo 2 diventa scarico

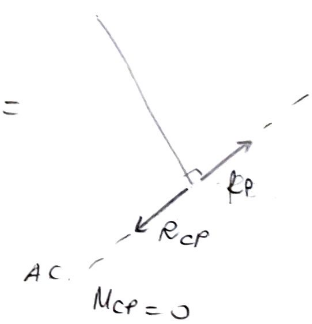
VINCOLI LISCI

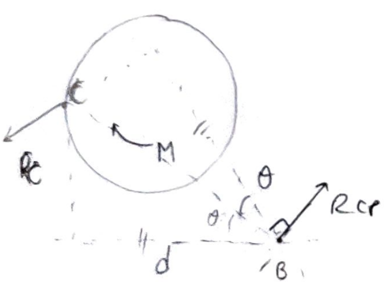
PARTO DAL CORPO SCARICO 2

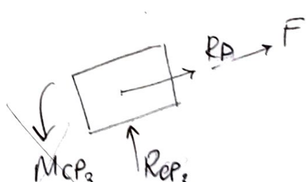




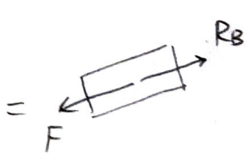
=







=

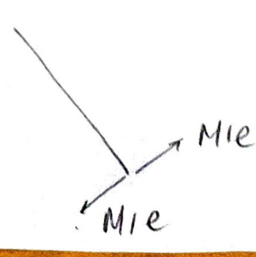


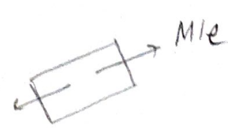
$$M = R_c \, b_c = R_c \, l$$

$$R_c = M/l$$

$$F = R_B = M/d = F_I$$

DCL OFF



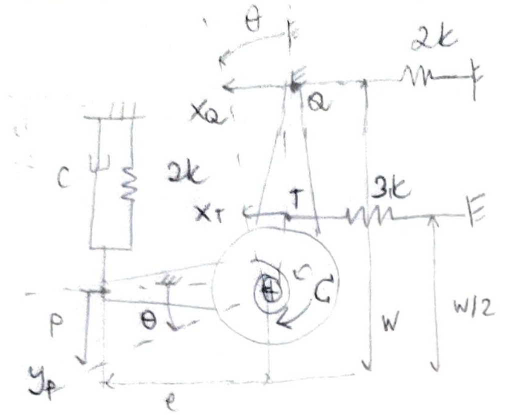


F = M/e

↳ nota F < 0

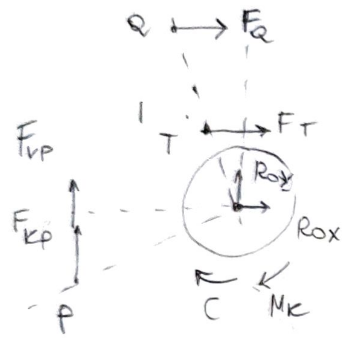
DINAMICA

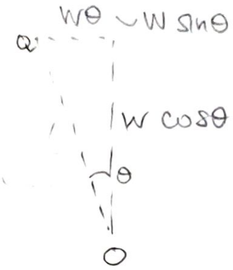
Hp piccole oscillazioni



E_p^{ni} CONGRUENZA

$$\begin{cases} x_Q = w\theta \\ x_T = \frac{w}{2}\theta \\ y_P = l\theta \end{cases}$$





$$O \circlearrowleft \quad -C - \underbrace{M_K}_{k_t\theta} - (\underbrace{F_{KP}}_{\simeq 2kl\theta} + \underbrace{F_{VP}}_{cl\dot\theta})\,l - \underbrace{F_Q}_{\simeq 2kw\theta}\, w - \underbrace{F_T}_{\simeq 3k\frac{w}{2}\theta}\,\frac{w}{2} = J_O\ddot\theta$$

$$\underbrace{J_O}_{J_{eq}}\ddot\theta + \underbrace{cl^2}_{c_{eq}}\dot\theta + \underbrace{\left(2kl^2 + 2kw^2 + 3k\frac{w^2}{2} + k_t\right)}_{k\left(2l^2 + \frac{7}{2}w^2\right) + k_t = k_{eq}}\theta = C_0\cos(\Omega t)$$

$$J_{ep}\ddot\theta + C_{ep}\dot\theta + K_{eq}\theta = C_0\cos(\Omega t)$$

Il resto del problema si risolve come visto in lezione

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{ep}}{J_{ep}}} = 10{,}7 \text{ rad/s}$$

$$\xi = \frac{c_{ep}}{2J_{ep}\omega_n} = 0{,}47 < 1$$ oscillaz. libere sottosmorzate

$$\theta(t) = \theta_m(t) + \theta_p(t)$$

$$\theta_p(t) = \theta_0\cos(\Omega t + \varphi)$$ con $\theta_0 = 9{,}6°$, $\varphi = -22.6°$