

**Teoria dei Sistemi e del Controllo - Prima Parte Prova in itinere 01-12-2020**

Numero di matricola	—	—	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
---------------------	---	---	----------	---------	----------	----------

1. Determinare se le seguenti funzioni sono definite in segno e indicare se sono positive o negative definite (o semidefinite) in un intorno dell'origine **motivando la risposta fornita**:

- (a)  $V(x_1, x_2) = x_1^4 - \delta x_1^2 - x_2^2$ ;
- (b)  $V(x_1, x_2) = (4 - \beta)x_1^2 - (6 - \gamma)x_2^4$ ;
- (c)  $V(x_1, x_2, x_3) = x_2^4 + x_3^2$ .

2. Dato il sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -(\alpha + 1)x_1 - (\beta + 1)x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2^3 \end{cases}$$

- (a) Determinare gli equilibri del sistema;
- (b) Dimostrare che l'equilibrio nell'origine è globalmente asintoticamente stabile.

3. Dato un sistema dinamico non lineare con equilibrio nell'origine, disegnare degli opportuni insiemi  $W$  intorno dell'origine e  $U$  aperto che soddisfano le ipotesi del Teorema di Cetaev nel caso in cui  $V(x_1, x_2) = x_2 - |x_1|$  e  $L_f V = x_2$ .

**Teoria dei Sistemi e del Controllo - Seconda Parte Prova in itinere 01-12-2020**

Numero di matricola	—	—	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
---------------------	---	---	----------	---------	----------	----------

1. Studiare la stabilità dei punti di equilibrio del sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1x_2^3 \\ \dot{x}_2 = 2x_1^2 - x_2^3 - (\beta + 1)x_2 \end{cases}$$

2. Dato il sistema non lineare **tempo discreto**

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \frac{1}{\gamma+1}x_1(k) - x_1^3(k) \\ x_2(k+1) = -(\delta + 1)x_1^3(k) - x_2^3(k) \end{cases}$$

Studiare i punti di equilibrio e la loro stabilità con il metodo indiretto di Lyapunov.