

## FORMULARIO ESERCIZI:

**Matrici:** partendo dall'ultimo elemento riga colonna, studio i subset se ai lati (riga o colonna) ho solo zeri (es  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  elemnto 33 ha solo zeri a sx quindi prendo subset solo il 2, poi il subset 2x2 di sopra)

- 1) Moltiplicare una riga per  $k$  diventa  $\det(A) \cdot k$
- 2) Se triangolare allora  $\det(A) = \text{traccia} = \text{somma elementi diagonale}$
- 3) Se una linea nulla o ci di altre, allora  $\det(A) = 0$
- 4) Se sposto due linee tra loro  $-\det(A)$  (fare spostamenti pari lascia invariato il determinante)

**Autovettori:**  $[A - \lambda I]X = 0$  con  $X = [x \ y \ z]^T$  trovo  $\frac{x}{m(a_{11})} = \frac{-y}{m(a_{12})} = \frac{z}{m(a_{13})}$  con  $m(a_{ij})$  minore ovvero taglio riga  $-i$  colonna  $-j$  e faccio determinante. Così trovo che vettore  $v = (m(a_{11}) \ m(a_{12}) \ m(a_{13}))^T$ .  
Se uno dei minori è zero, impongo la condizione tale per cui ottengo combinazioni lineari tra le colonne o righe.

**Determinanti:**

- 1)  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = d(a) \ d(d - ca^{-1}b)$ : Caso polinomio caratteristico:  $d(A - \lambda I) \rightarrow \lambda^2 - \lambda(a + d) + \det(A)$ , ricavo i  $\lambda_i$ .
- 2)  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \text{Sarrus}$ : riscivo a dx le prime due colonne, poi sommo i 3 prodotti diagonali verso destra e sottraggo i 3 prodotti diagonali verso sinistra  
 $d(A - \lambda I)$ : in diagonale metto  $-\lambda$ , Sarrus, poi raccolgo poli, ricavo i  $\lambda_i$  oppure  $\lambda^3 - (\text{traccia})\lambda^2 + (S)\lambda - \det(A)$  con  $S$  somma minori della diagonale di  $A$ :  $S = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$
- 3) 4x4: Raggruppo 4 blocchi in modo da calcolarla come  $\det 2x2$
- 4) Superiori a 4x4: scelgo per riga o per colonna, elementi (pre-moltiplicati per  $(-1)^{i+j}$ ) moltiplicano subset matrici 3x3. itero in funzione della dimensione matriciale

**Inversa:**

- 1) 2x2:  $(ad - bc)^{-1} \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$
- 2) 3x3: 1) riscivo a destra le prime 2 colonne e poi sotto le nuove prime 2 righe, cancello 1 riga e 1 colonna, faccio i determinanti 2x2 (1 colonna a scendere, elementi prima riga adj) così trovo  $adj_{ij}$ , matrice  $adj(I)$  diviso  $\det(I)$ .  
2) Gauss: aggiungo identità a destra, devo ottenerla a sinistra spostando, sommando e moltiplicando le righe tra loro. Riordino righe in modo che abbiano gli elementi sulla diagonale diversi da zero, poi dalla prima riga a scendere la trasformo in triangolare superiore, infine dalla terza riga a salire la porto in forma identità.
- 3) Maggiori 3x3: 1)  $d(A)^{-1}(\text{Coef})^T$  con  $C_{ij} = -1^{i+j} * d(A_{ij})$  con  $A_{ij}$  sub-matrice ottenuta cancellando riga e colonna rispetto all'elemento  $ij$  2) Gauss
- 4) Se matrice a blocchi risulta separazione in forma di sottosistemi in parallelo, posso fare le sottomatrici inverse nei sub-set.