Teoria dei Sistemi e del Controllo - 12-01-2023

1. Dato il sistema non lineare tempo continuo in forma di stato:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\sin(x_1(t)) + x_3^3(t) - x_2^2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t)x_2(t) \\ \dot{x}_3(t) = -x_1(t) - x_3^3(t) \end{cases}$$

   - Determinare i punti di equilibrio del sistema e studiarne le proprietà di stabilità.

2. Dato il sistema rappresentato dalla matrice di trasferimento:

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{s^2+2s+2}{s^2+2s+1} & 0 \\ 0 & -\frac{2s+1}{s+1} \\ -\frac{1}{s^2-2s+2} & \frac{s-1}{s^2-2s+2} \end{pmatrix}$$

   - Determinare una forma di stato di dimensione 5 che realizza la matrice di trasferimento riportando le matrici A, B, C, D.
   - A partire dalle matrici ottenute e considerando il sistema SISO dato dal primo ingresso e dalla prima uscita, determinare i modi propri del sistema e discutere la stabilità interna.
   - Sempre considerando il sistema SISO dato dal primo ingresso e dalla prima uscita, determinare la matrice che porta il sistema in forma di Kalman e determinare le matrici $\tilde{A}$, $\tilde{B}$, $\tilde{C}$, $\tilde{D}$ della forma minima del sistema.

3. Si consideri il sistema tempo discreto :

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ \alpha & \alpha & 1 \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha - 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$

   Al variare dei parametri α e β:

   - si studi la stabilizzabilità mediante retroazione dello stato;
   - si studi la possibilità di realizzare un controllore dead-beat, e, ove possibile, lo si progetti.

4. Dato il sistema LTI:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

   si determini, al variare del parametro $\boldsymbol{\rho}$ i controllori ottimi $u(u) = K(\boldsymbol{\rho})x(t)$ che rendono minimo l'indice di costo:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty y(t)^2 + \boldsymbol{\rho} u(t)^2 dt$$