

FORMULARIO ESERCIZI:

Matrici: partendo dall'ultimo elemento riga colonna, studio i subset se ai lati (riga o colonna) ho solo zeri (es $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$) elemento 33 ha solo zeri a sx quindi prendo subset solo il 2, poi il subset 2x2 di sopra)

- 1) Moltiplicare una riga per k diventa $\det(A) \cdot k$
- 2) Se triangolare allora $\det(A) = \text{traccia} = \text{somma elementi diagonale}$
- 3) Se una linea nulla o cl di altre, allora $\det(A) = 0$
- 4) Se sposto due linee tra loro $-\det(A)$ (fare spostamenti pari lascia invariato il determinante)

Autovettori: $[A - \lambda I]X = 0$ con $X = [x \ y \ z]^T$ trovo $\frac{x}{m(a_{11})} = \frac{-y}{m(a_{12})} = \frac{z}{m(a_{13})}$ con $m(a_{ij})$ minore ovvero taglio riga- i colonna- j e faccio determinante. Così trovo che vettore $v = (m(a_{11}) \ m(a_{12}) \ m(a_{13}))^T$. Se uno dei minori è zero, impongo la condizione tale per cui ottengo combinazioni lineari tra le colonne o righe.

Determinanti:

- 1) $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = d(a) \ d(d - ca^{-1}b)$: Caso polinomio caratteristico: $d(A - \lambda I) \rightarrow \lambda^2 - \lambda(a + d) + \det(A)$, ricavo i λ_i .
- 2) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \text{Sarrus: riscrivo a dx le prime due colonne, poi sommo i 3 prodotti diagonali verso destra e sottraggo i 3 prodotti diagonali verso sinistra}$
 $d(A - \lambda I)$: in diagonale metto $-\lambda$, Sarrus, poi raccolgo poli, ricavo i λ_i oppure $\lambda^3 - (\text{traccia})\lambda^2 + (S)\lambda - \det(A)$ con S somma minori della diagonale di A : $S = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$
- 3) 4x4: Raggruppo 4 blocchi in modo da calcolarla come $\det(2 \times 2)$
- 4) Superiori a 4x4: scelgo per riga o per colonna, elementi (pre-moltiplicati per $(-1)^{i+j}$) moltiplicano subset matrici 3x3. itero in funzione della dimensione matriciale

Inversa:

- 1) $2 \times 2: (ad - bc)^{-1} \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$
- 2) 3×3 : 1) riscrivo a destra le prime 2 colonne e poi sotto le nuove prime 2 righe, cancello 1 riga e 1 colonna, faccio i determinanti 2×2 (1 colonna a scendere, elementi prima riga adj) così trovo adj_{ij} , matrice adj() diviso $\det()$.
2) Gauss: aggiungo identità a destra, devo ottenerla a sinistra spostando, sommando e moltiplicando le righe tra loro. Riordino righe in modo che abbiano gli elementi sulla diagonale diversi da zero, poi dalla prima riga a scendere la trasformo in triangolare superiore, infine dalla terza riga a salire la porto in forma identità.
- 3) Maggiori 3×3 : 1) $\det(A)^{-1} (\text{Coef})^T$ con $C_{ij} = -1^{i+j} * \det(A_{ij})$ con A_{ij} sub-matrice ottenuta cancellando riga e colonna rispetto all'elemento ij 2) Gauss
Se matrice a blocchi risulta separazione in forma di sottosistemi in parallelo, posso fare le sottomatrici inverse nei sub-set.