

**Teoria dei Sistemi e del Controllo**  
**Prova in itinere 16-12-2022**

1. Dato un sistema lineare tempo discreto di dimensione 3 caratterizzato dal vettore degli ingressi

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Determinare, se esiste, una matrice dinamica  $A$  per cui il sistema sia completamente controllabile a zero in 1 passo. Commentare e motivare sulla possibilità che il sistema sia completamente raggiungibile con la matrice determinata.
- (b) Determinare, se esiste, una matrice dinamica  $A$  che abbia autovalore  $-1$  con molteplicità algebrica 3 e molteplicità geometrica 2 per cui il sistema sia completamente raggiungibile.
- (c) Determinare, se esiste, una matrice dinamica  $A$  che abbia autovalore  $-1$  con molteplicità algebrica 3 e molteplicità geometrica 2 per cui il sistema abbia spazio di raggiungibilità a dimensione 1.
- (d) Data la matrice dinamica

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

determinare tutte le condizioni iniziali per cui sia possibile raggiungere in  $k$  passi lo stato  $x(k)^T = (5, 2, 3)$  con  $k \geq 2$  anche più grande della dimensione del sistema.

- (e) Date le basi di spazi di raggiungibilità e di inosservabilità

$$T_R = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, T_O = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

usare la procedura vista a lezione per calcolare una base della intersezione dei due spazi.

2. Data la matrice dinamica di un sistema tempo continuo

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Determinare i modi del sistema e la matrice del cambio di base che porta  $A$  in forma di Jordan.
- (b) Date le matrici  $B^T = (1 \ 1 \ 0 \ 0)$  e  $C = (1 \ 1 \ 1 \ 1)$  si studino gli spazi di raggiungibilità e di inosservabilità individuandone dimensioni, basi e autovalori interni.
- (c) Si porti il sistema in forma di Kalman e si trovi il sistema in forma minima che realizza la stessa funzione di trasferimento.
- (d) Si determinino gli andamenti che si possono vedere nell'evoluzione libera dell'uscita e quelli visibili nell'evoluzione forzata dell'uscita motivando la risposta data.