Teoria dei Sistemi e del Controllo - 14-01-2019

1. Si consideri il sistema MIMO con seguente matrice di trasferimento

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{s}{(s-1)^2} & \frac{1}{(s-1)} \\ \frac{-2}{(s-1)(s+3)} & \frac{1}{(s+3)} \end{pmatrix}$$

   - Determinare, un sistema in forma di stato che realizzi la matrice di trasferimento $G(s)$. Commentare sul perché risulta meglio lavorare per righe.
   - Considerando il primo ingresso e la seconda uscita commentare sulle proprietà di raggiungibilità e di osservabilità del sistema ottenuto al punto precedente (si prende punteggio pieno se si risponde senza calcolare le matrici di raggiungibilità e osservabilità e senza applicare il lemma P.B.H.).

2. Dato il sistema non lineare tempo continuo della forma

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(k^2 - x_1^2 - x_2^2) + x_2(k^2 + x_1^2 + x_2^2) \\ \dot{x}_2 = -x_1(k^2 + x_1^2 + x_2^2) + x_2(k^2 - x_1^2 - x_2^2) \end{cases}$$

   - Si determinino i punti di equilibrio al variare di $k \in \mathbb{R}$.
   - Si studi la stabilità del punto di equilibrio al variare di $k \in \mathbb{R}$.

3. Dato il sistema:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

   - si determinino i valori di α e β corrispondenti a tutti i punti $x_f = [\alpha \;\; \beta]^T$ dello spazio di stato che sono raggiungibili dallo stato iniziale $x_0 = [0 \;\; 1]^T$ in un certo tempo t_f finito.
   - si scelga uno di tali punti e si calcoli l'ingresso $u(t)$ necessario a portare x_0 a x_f in un tempo $t_f = 2$.

4. Si consideri il sistema SISO tempo discreto e tempo invariante:

$$x_{k+1} = Fx_k + Gu_k$$

   - si dimostri che, condizione necessaria e sufficiente affinchè, tramite una retroazione dello stato del tipo $u_k = Kx_k$ si possano assegnare tutti poli a ciclo chiuso del sistema è che la coppia (F, G) sia completamente raggiungibile.
   - si discuta se l'enunciato di cui sopra rimane valido sostituendo la parola "raggiungibile" con "controllabile".