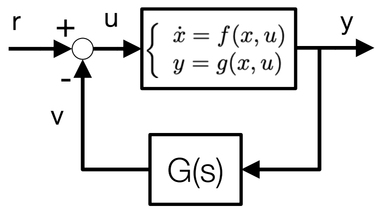
Teoria dei Sistemi e del Controllo - 4-2-2019

1. Si consideri il sistema tempo continuo costituito dallo schema a blocchi riportato in figura,



dove $G(s) = \frac{s+4}{s^2+3s+4}$ e $\dot{x} = f(x,u)$ è: $\dot{x}_1 = -x_1 - x_2$, $\dot{x}_2 = x_1 - x_2 - (x_1 - x_2)^2 + u^2$. La funzione di uscita è $y = g(x,u) = x_1 - x_2$.

(a) Determinare la forma di stato del sistema tra il riferimento r e l'uscita y.

(b) Determinare gli equilibri del sistema per $r = \bar{r}$ costante, discutendone l'esistenza, e studiare la stabilità dell'equilibrio per $\bar{r} = 0$.

(c) Enunciare il Teorema del metodo indiretto di Lyapunov.

2. Si consideri il sistema lineare **tempo discreto** descritto dalle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Si determino i modi del sistema e si discuta la stabilità interna.

(b) Si studino la raggiungibilità e l'osservabilità del sistema e la stabilità BIBO della funzione di trasferimento tra il secondo ingresso e l'uscita (il tutto senza effettuare conti).

(c) Si determini la matrice del cambio di base per portare il sistema in forma di Kalman.

3. Si consideri il sistema SISO tempo continuo non lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \alpha \sin x_1 - \alpha\beta u \cos x_1 \\ y &= x_1 \end{cases}$$

con le costanti $\alpha, \beta > 0$, y l'uscita ed u l'ingresso.

(a) Si determini il punto di equilibrio del sistema più vicino all'origine.

(b) Si linearizzi la dinamica del sistema attorno a tale punto di equilibrio e si studino le proprietà strutturali del sistema lineare risultante: osservabilità, controllabilità e stabilità al variare di α e β.

(c) Determinare:

- uno stimatore asintotico dello stato con dinamica dell'errore di stima $e^{-\lambda t}$, con $\lambda > 0$ costante non specificata,
- ed un controllore che retroazionando lo stato stimato renda il sistema asintoticamente stabile con poli $-\lambda_1$ e $-\lambda_2$.

.

4. Dato il sistema dinamico:

$$\dot{x} = Ax + Bu = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

si calcoli l'ingresso di controllo ottimo $u(t)$ che porta lo stato dal punto $x(t_0 = 0) = [0, 0]$ al punto $x(t_f) = [.25, 0]$ nel tempo $t_f = 1$ minimizzando l'indice di costo:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u^2(\tau) d\tau$$