

Numero di matricola

—	—	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$

1. Si consideri il sistema **tempo discreto** descritto dalle equazioni alle differenze

$$y(k+3) - 3y(k+2) + 2y(k+1) = u(k+2) - u(k+1) - 2u(k)$$

- scrivere una realizzazione del sistema di dimensione  $n = 3$  e studiarne le proprietà di raggiungibilità e osservabilità, studiarne la stabilità interna.
- Commentare per questo sistema le proprietà di controllabilità a zero e di ricostruibilità dello stato.
- Determinare una realizzazione minima del sistema e studiarne la stabilità BIBO.

2. Dato il sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (\gamma + 1)^2 x_1 + x_2 - x_1 (x_1^2 + x_2^2) \\ \dot{x}_2 = -x_1 + (\gamma + 1)^2 x_2 - x_2 (x_1^2 + x_2^2) \end{cases}$$

- si determinino i punti di equilibrio del sistema. Si discuta la stabilità nell'origine con il metodo indiretto di Lyapunov, successivamente determinare una candidata di Lyapunov che confermi quanto ottenuto con il metodo indiretto.
- Data la derivata direzionale ottenuta al punto precedente determinare se esiste un ciclo limite del sistema motivando la risposta e caratterizzarne le proprietà di attrattività o meno.

3. Il candidato consideri un sistema tempo continuo tempo invariante che :

- sia stabilizzabile ma non raggiungibile
- sia non rilevabile e non osservabile
- abbia funzione di trasferimento con denominatore di grado 1

e risponda, motivando la risposta, ai seguenti quesiti:

- quale è la dimensione minima del vettore di stato di un tale sistema?
- è possibile stabilizzare tale sistema tramite retroazione dell'uscita?
- è possibile realizzare un regolatore (come combinazione di un osservatore e di un controllore in retroazione dello stato stimato) per tale sistema che stabilizzi il sistema a ciclo chiuso ?
- è possibile realizzare un controllore a retroazione dello stato (ammesso che sia misurabile) che stabilizzi il sistema a ciclo chiuso ?

Il candidato, scelte a piacere la dinamica a ciclo chiuso desiderata e le matrici  $A, B, C, D$  per un sistema con tali caratteristiche, progetti un sistema di controllo capace di stabilizzare il sistema.

4. Si consideri il sistema lineare tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 2 & \epsilon \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

Il candidato :

- trovi, al variare del parametro  $\epsilon$ , i valori della matrice di guadagno della legge di controllo ottimo nella forma  $u(t) = K(\epsilon)x(t)$  che rende minimo il funzionale di costo:

$$J = \int_0^\infty y^t y + u^t u$$

- analizzi il caso particolare  $\epsilon = 0$  e discuta il risultato ottenuto. Dica inoltre se si sarebbe potuti giungere, per questo valore di  $\epsilon$ , allo stesso risultato con un procedimento diverso e più semplice.