

Teoria dei Sistemi e del Controllo - Prima Parte Prova in itinere 02-12-2021

Numero di matricola	—	—	α	β	γ	δ
---------------------	---	---	----------	---------	----------	----------

1. Determinare se la seguente funzione è definita in segno e indicare se è positiva o negativa definita (o semidefinita) in un intorno dell'origine **motivando la risposta fornita**: $V(x_1, x_2) = x_1^2 - (\delta + 1)x_1^4 + x_2^2$;
2. Dato un sistema lineare con matrice dinamica A , riportare l'equazione algebrica di Lyapunov (TC oppure TD) indicando le condizioni di esistenza di una P definita positiva che la risolve data $Q = I$.
3. Dato il sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -(\alpha + 1)x_1x_2^3 \\ \dot{x}_2 = 4x_1^2 - px_2^3 - x_2 \end{cases}$$

- (a) Determinare gli equilibri del sistema al variare di $p \in \mathbb{R}$;
- (b) Studiare gli equilibri ottenuti al punto precedente con il metodo indiretto di Lyapunov;
- (c) Per gli equilibri per cui non è stato possibile concludere al punto precedente, determinare la proprietà di stabilità con il metodo diretto di Lyapunov.

Teoria dei Sistemi e del Controllo - Seconda Parte Prova in itinere 02-12-2021

Numero di matricola	—	—	α	β	γ	δ
---------------------	---	---	----------	---------	----------	----------

4. Dato il sistema non lineare tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - x_1^2 \\ \dot{x}_2 = x_2 - x_1 \end{cases}$$

- (a) Disegnare nello spazio delle fasi (x_1, x_2) l'andamento delle traiettorie;
- (b) Discutere la stabilità dei punti di equilibrio con il metodo indiretto;

5. Dato il sistema non lineare **tempo discreto**

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k)u(k) + (\alpha + 1)x_1(k)x_2(k) \\ x_2(k+1) = -x_2(k)u(k) + 3x_2^2(k) \\ y(k) = x_1(k) \end{cases}$$

- (a) Studiare i punti di equilibrio al variare di un ingresso $u(k) = \bar{u}$ costante;
- (b) Per $\bar{u} = 2$ scrivere le matrici del sistema linearizzato intorno al punto di equilibrio $(0, 1)$ specificando la relazione tra le variabili (di stato, ingresso e uscita) del linearizzato e le variabili del sistema non lineare;
- (c) Commentare sulla stabilità del punto di equilibrio della domanda precedente.