Teoria dei Sistemi e del Controllo - 25-09-2020

Numero di matricola

–	–	α	β	γ	δ

1. Dato il sistema Tempo Continuo descritto dalla seguente matrice di trasferimento:

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s-\alpha-1} & \frac{s}{(s-\alpha-1)^2} \\ -\frac{\beta+1}{(s-\alpha-1)(s+\gamma+1)} & \frac{1}{(s+\gamma+1)} \end{pmatrix}$$

- si trovi una realizzazione in forma di stato lavorando per righe;
- si consideri il sistema ottenuto al punto precedente considerando solo il primo ingresso e la seconda uscita, si studino i modi del sistema e la matrice di cambio di base per portare il sistema in forma canonica di Kalman.

2. Dato il sistema dinamico non lineare tempo discreto

$$\begin{cases} x_1(k+1) = -x_1(k)u(k) + (\gamma+1)x_1^2(k) \\ x_2(k+1) = x_2(k)u(k) + x_1(k)x_2(k) \end{cases}$$

- si determinino tutti gli equilibri del sistema per un generico ingresso costante $u = \bar{u} \geq 0$;
- si studi la stabilità dei punti di equilibrio ottenuti con il metodo indiretto di Lyapunov per $\bar{u} = 2$;
- nei casi instabili trovati al punto precedente si verifichino le condizioni di esistenza di un controllo affine (lineare per il sistema linearizzato) che stabilizzi il punto di equilibrio in esame.

3. Dato il sistema lineare tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$

si ponga la condizione iniziale $x(0) = x_0 = [1, 1, \mu]^T$ (con μ parametro libero) e si assuma di poter liberamente applicare un ingresso $u(t)$ qualsiasi nell'intervallo temporale $t \in [0, 1]$ e di lasciar evolvere liberamente il sistema per $t > 1$.

Si determini:

- per quali valori di μ è possibile raggiungere al tempo $t = 1$ uno stato $x(1)$ tale che per ogni $t > 1$ lo stato $x(t)$ appartenga al sottospazio generato da $x(1)$.
- l'insieme degli stati $x(1)$ relativi al punto precedente.
- per quali valori di μ è possibile raggiungere al tempo $t = 1$ uno stato $x(1)$ tale che per ogni $t > 1$ valga $x(t) = x(1)$.
- l'insieme degli stati $x(1)$ relativi al punto precedente.

4. Si consideri la dinamica della posizione x di un punto materiale soggetto ad una accelerazione a:

$$\ddot{x} = \dot{v} = a$$

dove v è la velocità del punto, con x, v, a grandezze scalari.

Si determini la legge di controllo ottima $a^*(t)$ che renda minimo l'indice di costo:

$$J = \frac{1}{2}x(t_f)^2 + \frac{1}{2}\int_0^{t_f} a(t)^2 dt$$

con il tempo finale fissato a $t_f = 2$ secondi e le condizioni iniziali: $x = 1[m]$ e $v = 2[m/s]$.