Teoria dei Sistemi e del Controllo - 06-07-2020

Numero di matricola

–	–	α	β	γ	δ

1. Dato $a \in \mathbb{R}$ e il sistema **Tempo Discreto** descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & a \\ 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma+2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   - si studino la stabililtà interna e BIBO del sistema al variare di a;
   - si studino le dimensioni dello spazio di raggiungibilità e di inosservabilità;
   - Dati gli ingressi $u(0) = 1$, $u(1) = 1$ e le uscite $y(0) = 0, y(1) = \beta + 1, y(2) = 2$ si discuta se è possibile determinare lo stato iniziale $x(0)$ al variare di a.

2. Dato il sistema dinamico non lineare tempo discreto

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k)\left((\alpha+2)x_1^2(k) + (\delta+2)x_2^2(k)\right) \\ x_2(k+1) = x_2(k)\left((\alpha+2)x_1^2(k) + (\delta+2)x_2^2(k)\right) \end{cases}$$

   - si determinino tutti gli equilibri del sistema;
   - si studi la stabilità dei punti di equilibrio ottenuti con il metodo indiretto di Lyapunov;
   - per l'equilibrio nell'origine si verifichi, con il metodo diretto di Lyapunov, la proprietà di stabilità ottenuta al punto precedente.

3. Dato il sistema tempo continuo non lineare descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^3 + \alpha x_2 \\ \dot{x}_2 = x_2^2 + u \end{cases}$$

   dove α NON è legato al numero di matricola ma è una variabile da determinare!!!

   - trovare, al variare del parametro α, il punto di equilibrio $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ più vicino all'origine dello spazio di stato;
   - fissato $\alpha = 2$, si progetti un controllore lineare del tipo $u = k_1(x_1 - \bar{x}_1) + k_2(x_2 - \bar{x}_2)$ che stabilizzi il sistema non lineare motivando adeguatamente la procedura progettuale;
   - si determinino per tale controllore i valori di k_1 e k_2 per il quali il sistema è localmente asintoticamente stabile attorno all'equilibrio considerato.

4. Si consideri il sistema dinamico tempo continuo descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & \gamma \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \beta \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}$$

   dove α, β, γ NON sono legate al numero di matricola ma sono variabili da determinare!!!

   - determinare per quali valori di α, β, γ è possibile vedere nell'uscita libera un modo divergente;
   - determinare per quali valori di α, β, γ il sistema è stabilizzabile, ovvero esiste una retroazione statica dello stato stabilizzante;
   - determinare per quali valori di α, β, γ il sistema è BIBO stabile;