Teoria dei Sistemi e del Controllo - 15-01-2018

- Dato il sistema **tempo discreto** rappresentato, in forma di stato, dalle matrici:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

  (a) Determinare i modi associati alla matrice dinamica del sistema.

  (b) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.

  (c) Determinare la dimensioni dello spazio di raggiungibiltà e dello spazio di inosservabilità indicandone anche una base.

1. Si consideri il sistema tempo continuo non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -x_1 - 2x_1x_2^2 \\ \dot{x}_2 &= x_1^2x_2 + u \end{cases}$$

   (a) Data $u = 0$ trovare gli equilibri del sistema e discutere la stabilità dell'origine.

   (b) Determinare una retroazione dello stato $u(x)$ che renda il sistema asintoticamente stabile nell'origine.

2. Dato un sistema A, B, C tempo continuo di ordine n, si dica sotto quali condizioni vale "proprietà di separazione degli autovalori", la si enunci e se ne dia una sintetica linea di dimostrazione. Si discutano inoltre le proprietà di raggiungibilità ed osservabilità del sistema di ordine "2n" ottenuto mediante la reazione dello stato stimato.

3. Dato il sistema dinamico

$$\dot{x} = u$$

   con condizioni iniziali x_0 fissate e note. Si imposti e si risolva analiticamente un problema di controllo ottimo con tempo iniziale e finale fissati, che porti lo stato del sistema il più vicino possibile all'origine limitando al contempo l'azione di controllo. Si utilizzi un unico parametro γ per controllare il trade-off tra azione di controllo e distanza dall'origine all'istante finale. Si calcoli la soluzione in funzione del parametro γ.