Teoria dei Sistemi e del Controllo - 13-11-2017

1. Si consideri il sistema lineare **tempo continuo** descritto dalle matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = 0$$

   (a) Si studino i modi del sistema e la stabilitá interna.

   (b) Studiare le proprietà di raggiungibilitá e osservabilitá del sistema e determinarne i poli.

   (c) Si fornisca la definizione di stabilità BIBO. Si studi la stabilitá BIBO del sistema e si giustifichi la risposta in modo esaustivo.

2. Dato il sistema

$$\dot{x_1} = 2x_2^2 - x_1^3 - x_1$$
$$\dot{x_2} = -2x_1^3 x_2 + u$$

   (a) Per $u = 0$, si determinino gli equilibri e se ne studino le proprietà di stabilità;

   (b) Si determinino tutti i coefficienti k_1, k_2 di un ingresso $u(x) = k_1x_1 + k_2x_2$ che renda l'origine equilibrio asintoticamente stabile anche per il sistema linearizzato.

   (c) Si fornisca l'enunciato del teorema utilizzato per determinare la proprietá di stabilitá dell'origine al primo punto.

3. Dato un sistema A, B, C continuo o discreto, completamente raggiungibile ed osservabile, si enunci la proprietà di separazione degli autovalori, e se ne dia una sintetica linea di dimostrazione. Si discutano inoltre le proprietà di raggiungibilità ed osservabilità del sistema di ordine "2n" ottenuto mediante la reazione dello stato stimato.

4. Dato il sistema dinamico

$$\dot{x} = u$$

   con condizioni iniziali x_0 fissate e note. Si imposti e si risolva analiticamente un problema di controllo ottimo con tempo iniziale e finale fissati, che porti lo stato del sistema il più vicino possibile all'origine limitando il consumo. Si utilizzi un unico parametro p per controllare il trade-off tra consumo e distanza dall'origine all'istante finale. Si calcoli la soluzione in funzione del parametro p.