



Atzeni, Ceri, Fraternali, Paraboschi, Torlone Basi di dati Quarta edizione

Quarta edizione McGraw-Hill, 2013

Capitolo 3:

ALGEBRA E CALCOLO RELAZIONALE



Linguaggi per basi di dati



- operazioni sullo schema
 - DDL: data definition language
- operazioni sui dati
 - DML: data manipulation language
 - interrogazione ("query")
 - aggiornamento



Linguaggi di interrogazione per basi di dati relazionali



- Dichiarativi
 - specificano le proprietà del risultato ("che cosa")
- Procedurali
 - specificano le modalità di generazione del risultato ("come")



Linguaggi di interrogazione



- Algebra relazionale: procedurale
- Calcolo relazionale:
 dichiarativo (teorico)
 SQL (Structured Query Language):
 - parzialmente dichiarativo (reale)
- QBE (Query by Example): dichiarativo (reale)



Algebra relazionale



- Insieme di operatori
 - su relazioni
 - che producono relazioni
 - e possono essere composti



Operatori dell'algebra relazionale



- unione, intersezione, differenza
- ridenominazione
- selezione
- proiezione
- join (join naturale, prodotto cartesiano, theta-join)







- le relazioni sono insiemi
- i risultati debbono essere relazioni
- è possibile applicare unione, intersezione, differenza solo a relazioni definite sugli stessi attributi



Unione



Laureati

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Specialisti

Matricola	Nome	Età
9297	Neri	33
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Laureati ∪ Specialisti

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45
9297	Neri	33







Laureati

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Specialisti

Matricola	Nome	Età
9297	Neri	33
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Laureati ∩ Specialisti

Matricola	Nome	Età
7432	Neri	54
9824	Verdi	45



Differenza



Laureati

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Specialisti

Matricola	Nome	Età
9297	Neri	33
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Laureati - Specialisti

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42



Un'unione sensata ma impossibile



Paternità

Padre	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

Maternità

Madre	Figlio
Eva	Abele
Eva	Set
Sara	Isacco

Paternità U Maternità

??



Ridenominazione



- operatore monadico (con un argomento)
- "modifica lo schema" lasciando inalterata l'istanza dell'operando





Paternità

Padre	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

REN_{Genitore ← Padre} (Paternità)

_		
(Genitore	Figlio
	Adamo	Abele
	Adamo	Caino
	Abramo	Isacco





Paternità

Padre	Figlio	
Adamo	Abele	
Adamo	Caino	
Abramo	Isacco	

Maternità

Madre	Figlio
Eva	Abele
Eva	Set
Sara	Isacco

REN_{Genitore ← Padre} (Paternità)

Genitore	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

REN_{Genitore ← Madre} (Maternità)

Genitore	Figlio
Eva	Abele
Eva	Set
Sara	Isacco





REN_{Genitore ← Padre} (Paternità)

Genitore	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

UREN_{Genitore ← Madre} (Maternità)

REN_{Genitore ← Madre} (Maternità)

Genitore	Figlio
Eva	Abele
Eva	Set
Sara	Isacco

Genitore	Figlio	
Adamo	Abele	
Adamo	Caino	
Abramo	Isacco	
Eva	Abele	
Eva	Set	
Sara	Isacco	



Impiegati

Cognome	Ufficio	Stipendio
Rossi	Roma	55
Neri	Milano	64



Operai

Cognome	Fabbrica	Salario
Bruni	Monza	45
Verdi	Latina	55

REN Sede, Retribuzione ← Ufficio, Stipendio (Impiegati)

Sede, Retribuzione ← Fabbrica, Salario (Operai)

Cognome	Sede	Retribuzione
Rossi	Roma	55
Neri	Milano	64
Bruni	Monza	45
Verdi	Latina	55







- operatore monadico
- produce un risultato che
 - ha lo stesso schema dell'operando
 - contiene un sottoinsieme delle ennuple dell'operando,
 - quelle che soddisfano una condizione





Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
7309	Rossi	Roma	55
5998	Neri	Milano	64
9553	Milano	Milano	44
5698	Neri	Napoli	64



- impiegati che
 - guadagnano più di 50
 - guadagnano più di 50 e lavorano a Milano
 - hanno lo stesso nome della filiale presso cui lavorano





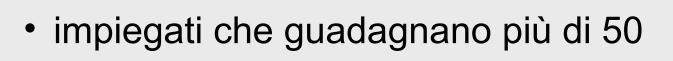


sintassi

SEL Condizione (Operando)

- Condizione: espressione booleana (come quelle dei vincoli di ennupla)
- semantica
 - il risultato contiene le ennuple dell'operando che soddisfano la condizione







Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
7309	Rossi	Roma	55
5998	Neri	Milano	64
5698	Neri	Napoli	64





impiegati che guadagnano più di 50 e lavorano a Milano

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
5998	Neri	Milano	64





 impiegati che hanno lo stesso nome della filiale presso cui lavorano

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
9553	Milano	Milano	44



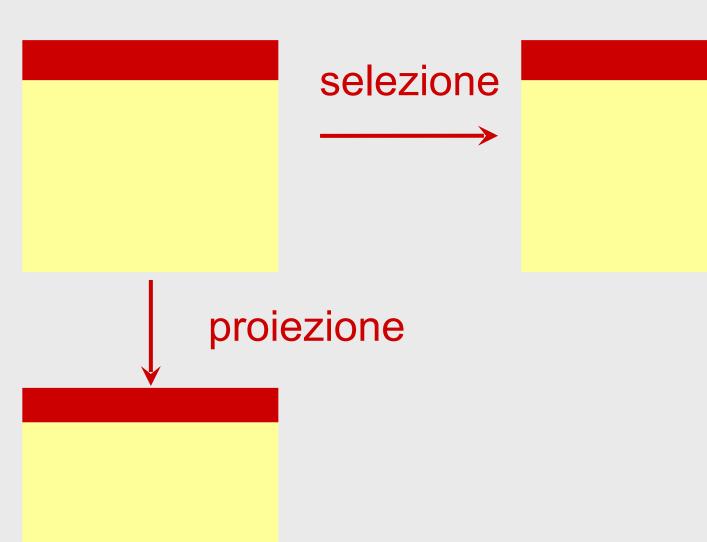




- operatori "ortogonali"
- selezione:
 - decomposizione orizzontale
- proiezione:
 - decomposizione verticale









Proiezione



- operatore monadico
- produce un risultato che
 - ha parte degli attributi dell'operando
 - contiene ennuple cui contribuiscono tutte le ennuple dell'operando





Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
7309	Neri	Napoli	55
5998	Neri	Milano	64
9553	Rossi	Roma	44
5698	Rossi	Roma	64



- matricola e cognome
- cognome e filiale





Proiezione, sintassi e semantica



sintassi

PROJ Lista Attributi (Operando)

- semantica
 - il risultato contiene le ennuple ottenute da tutte le ennuple dell'operando ristrette agli attributi nella lista





matricola e cognome di tutti gli impiegati

Matricola	Cognome
7309	Neri
5998	Neri
9553	Rossi
5698	Rossi

PROJ Matricola, Cognome (Impiegati)





cognome e filiale di tutti gli impiegati



PROJ Cognome, Filiale (Impiegati)



Cardinalità delle proiezioni



- una proiezione
 - contiene al più tante ennuple quante l'operando
 - può contenerne di meno
- se X è una superchiave di R, allora PROJ_X(R) contiene esattamente tante ennuple quante R



Selezione e proiezione



 Combinando selezione e proiezione, possiamo estrarre interessanti informazioni da una relazione





 matricola e cognome degli impiegati che guadagnano più di 50

Matricola	Cognome
7309	Rossi
5998	Neri
5698	Neri

PROJ_{Matricola,Cognome} (SEL_{Stipendio > 50} (Impiegati))





- combinando selezione e proiezione, possiamo estrarre informazioni da una relazione
- non possiamo però correlare informazioni presenti in relazioni diverse, né informazioni in ennuple diverse di una stessa relazione



Join



- il join è l'operatore più interessante dell'algebra relazionale
- permette di correlare dati in relazioni diverse



Prove scritte in un concorso pubblico



- I compiti sono anonimi e ad ognuno è associata una busta chiusa con il nome del candidato
- Ciascun compito e la relativa busta vengono contrassegnati con uno stesso numero





1	25	1	Mario Rossi
2	13	2	Nicola Russo
3	27	3	Mario Bianchi
4	28	4	Remo Neri

Mario Rossi 25
Nicola Russo 13
Mario Bianchi 27
Remo Neri 28





wab 🎉

Numero	Voto	Numero	Candidato
1	25	1	Mario Rossi
2	13	2	Nicola Russo
3	27	3	Mario Bianchi
4	28	4	Remo Neri

Numero	Candidato	Voto
1	Mario Rossi	25
2	Nicola Russo	13
3	Mario Bianchi	27
4	Remo Neri	28



Join naturale



- operatore binario (generalizzabile)
- produce un risultato
 - sull'unione degli attributi degli operandi
 - con ennuple costruite ciascuna a partire da una ennupla di ognuno degli operandi



Join, sintassi e semantica



- $R_1(X_1), R_2(X_2)$
- R₁ JOIN R₂ è una relazione su X₁X₂

{ t su
$$X_1X_2$$
 | esistono $t_1 \in R_1e$ $t_2 \in R_2$
con $t[X_1] = t_1e$ $t[X_2] = t_2$ }



Impiegato	Reparto
Rossi	Α
Neri	В
Bianchi	В

Reparto	Capo
Α	Mori
В	Bruni



Impiegato	Reparto	Capo
Rossi	Α	Mori
Neri	В	Bruni
Bianchi	В	Bruni

- ogni ennupla contribuisce al risultato:
 - join completo



Un join non completo



Impiegato	Reparto
Rossi	Α
Neri	В
Bianchi	В

Reparto	Capo
В	Mori
С	Bruni

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	В	Mori
Bianchi	В	Mori



Un join vuoto



Impiegato	Reparto
Rossi	Α
Neri	В
Bianchi	В

Reparto	Capo
D	Mori
С	Bruni

Impiegato Reparto Capo



Un join completo, con n x m ennuple



Impiegato	Reparto
Rossi	В
Neri	В

Reparto	Capo
В	Mori
В	Bruni

Impiegato	Reparto	Capo
Rossi	В	Mori
Rossi	В	Bruni
Neri	В	Mori
Neri	В	Bruni



Cardinalità del join



- Il join di R₁ e R₂ contiene un numero di ennuple ...
 - compreso fra zero e il prodotto di |R₁| e |R₂|
- se il join coinvolge una chiave di R₂, allora il numero di ennuple è ...
 - compreso fra zero e R₁
- se il join coinvolge una chiave di R₂ e un vincolo di integrità referenziale, allora il numero di ennuple è
 - pari a |R₁|





Cardinalità del join, 2

- R₁(A,B), R₂(B,C)
- in generale

$$0 \le |R_1| \text{ Join } R_2| \le |R_1| \times |R_2|$$

se B è chiave in R₂

$$0 \leq |R_1| \text{ JOIN } R_2| \leq |R_1|$$

 se B è chiave in R₂ ed esiste vincolo di integrità referenziale fra B (in R₁) e R₂:

$$|R_1| = |R_1|$$



Join, una difficoltà



Impiegato	Reparto
Rossi	Α
Neri	В
Bianchi	В

Reparto	Capo
В	Mori
С	Bruni

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	В	Mori
Bianchi	В	Mori

 alcune ennuple non contribuiscono al risultato: vengono "tagliate fuori"



Join esterno



- Il join esterno estende, con valori nulli, le ennuple che verrebbero tagliate fuori da un join (interno)
- esiste in tre versioni:
 - sinistro, destro, completo



Join esterno



- sinistro: mantiene tutte le ennuple del primo operando, estendendole con valori nulli, se necessario
- destro: ... del secondo operando ...
- completo: ... di entrambi gli operandi ...





Impiegati	
Impiegato	Reparto
Rossi	Α
Neri	В

Bianchi

Reparto	Capo
В	Mori
С	Bruni

Reparti

Impiegati JOIN Reparti

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	В	Mori
Bianchi	В	Mori
Rossi	Α	NULL





			4.5
Im	n		17ti
	Ul		ati
	Γ.	. – –	

Impiegato	Reparto
Rossi	Α
Neri	В
Bianchi	В

Reparto	Capo
В	Mori
С	Bruni

Reparti

Impiegati JOINRIGHT Reparti

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	В	Mori
Bianchi	В	Mori
NULL	С	Bruni





Impiegati		Reparti	
Impiegato	Reparto	Reparto	Capo
Rossi	Α	В	Mori
Neri	В	С	Bruni

Impiegati JOIN_{FULL} Reparti

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	В	Mori
Bianchi	В	Mori
Rossi	Α	NULL
NULL	С	Bruni

Bianchi



Join e proiezioni



Impiegato	Reparto
Rossi	Α
Neri	В
Bianchi	В

Reparto	Capo
В	Mori
С	Bruni

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	В	Mori
Bianchi	В	Mori

Impiegato	Reparto
Neri	В
Bianchi	В

Reparto	Capo
В	Mori







• $R_1(X_1)$, $R_2(X_2)$

$$PROJ_{X_1}(R_1 JOIN R_2) \subseteq R_1$$



Proiezioni e join



Impiegato	Reparto	Capo
Neri	В	Mori
Bianchi	В	Bruni
Verdi	Α	Bini

Impiegato	Reparto	Reparto	Capo
Neri	В	В	Mori
Bianchi	В	В	Bruni
Verdi	Α	Α	Bini

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	В	Mori
Neri	В	Bruni
Bianchi	В	Mori
Bianchi	В	Bruni
Verdi	Α	Bini



Join e proiezioni



• $R_1(X_1)$, $R_2(X_2)$

$$PROJ_{X_1}(R_1 JOIN R_2) \subseteq R_1$$

• R(X), $X = X_1 \cup X_2$

$$(PROJ_{X_1}(R)) JOIN (PROJ_{X_2}(R)) \supseteq R$$



Prodotto cartesiano



- un join naturale su relazioni senza attributi in comune
- contiene sempre un numero di ennuple pari al prodotto delle cardinalità degli operandi (le ennuple sono tutte combinabili)



Impiegati		
Impiegato	Reparto	
Rossi	A	

Neri

Bianchi

Reparti

Codice	Capo
Α	Mori
В	Bruni



Impiegati JOIN Reparti

Impiegato	Reparto	Codice	Capo
Rossi	Α	Α	Mori
Rossi	Α	В	Bruni
Neri	В	Α	Mori
Neri	В	В	Bruni
Bianchi	В	Α	Mori
Bianchi	В	В	Bruni





 Il prodotto cartesiano, in pratica, ha senso (quasi) solo se seguito da selezione:

$$SEL_{Condizione} (R_1 JOIN R_2)$$

L'operazione viene chiamata theta-join e indicata con

$$R_1$$
 JOIN_{Condizione} R_2







 La condizione C è spesso una congiunzione (AND) di atomi di confronto A₁9 A₂ dove 9 è uno degli operatori di confronto (=, >, <, ...)







 Se l'operatore di confronto nel theta-join è sempre l'uguaglianza (=) allora si parla di equijoin

Nota: ci interessa davvero l'equi-join, non il thetajoin più generale



Impiegati

Reparti



wab 🎾

Impiegato	Reparto
Rossi	Δ

Neri

Bianchi

Codice Capo Mori Bruni

Impiegati JOIN_{Reparto=Codice} Reparti

Impiegato	Reparto	Codice	Capo
Rossi	Α	Α	Mori
Neri	В	В	Bruni
Bianchi	В	В	Bruni





Impiegati	
-----------	--

Impiegato	Reparto
Rossi	Α
Neri	В
Bianchi	В

Reparti

Reparto	Capo
Α	Mori
В	Bruni

Impiegati JOIN Reparti



Join naturale ed equi-join



Impiegati

Impiegato Reparto

Reparti

Reparto (

Capo

Impiegati JOIN Reparti

PROJ_{Impiegato,Reparto,Capo} (

SEL_{Reparto=Codice}

(Impiegati JOIN

REN_{Codice ← Reparto} (Reparti)

 $)\)$



Esempi



Impiegati

Matricola	Nome	Età	Stipendio
7309	Rossi	34	45
5998	Bianchi	37	38
9553	Neri	42	35
5698	Bruni	43	42
4076	Mori	45	50
8123	Lupi	46	60

Supervisione

Impiegato	Capo
7309	5698
5998	5698
9553	4076
5698	4076
4076	8123





 Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40

SEL_{Stipendio>40}(Impiegati)





 Trovare matricola, nome ed età degli impiegati che guadagnano più di 40

PROJ_{Matricola, Nome, Età} (SEL_{Stipendio>40} (Impiegati))





 Trovare i capi degli impiegati che guadagnano più di 40





 Trovare nome e stipendio dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
PROJ<sub>Nome,Stipendio</sub> (
Impiegati JOIN <sub>Matricola=Capo</sub>
PROJ<sub>Capo</sub> (Supervisione

JOIN <sub>Impiegato=Matricola</sub> (SEL<sub>Stipendio>40</sub> (Impiegati))))
```





 Trovare gli impiegati che guadagnano più del proprio capo, mostrando matricola, nome e stipendio dell'impiegato e del capo

```
\begin{array}{c} \mathsf{PROJ}_{\mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC}} \\ (\mathsf{SEL}_{\mathsf{Stipendio}} \gt \mathsf{StipC}} (\\ \mathsf{REN}_{\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC},\mathsf{EtàC} \leftarrow \mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{Età}} (\mathsf{Impiegati}) \\ \mathsf{JOIN}_{\mathsf{MatrC}=\mathsf{Capo}} \\ (\mathsf{Supervisione}\;\mathsf{JOIN}_{\mathsf{Impiegato}=\mathsf{Matricola}}\;\mathsf{Impiegati}))) \end{array}
```





 Trovare le matricole dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più di 40

```
PROJ_{Capo} (Supervisione) - PROJ_{Capo} (Supervisione JOIN_{Impiegato=Matricola} (SEL<sub>Stipendio \leq 40</sub> (Impiegati)))
```



Equivalenza di espressioni



- Due espressioni sono equivalenti se producono lo stesso risultato qualunque sia l'istanza attuale della base di dati
- L'equivalenza è importante in pratica perché i DBMS cercano di eseguire espressioni equivalenti a quelle date, ma meno "costose"







Push selections (se A è attributo di R₂)

$$SEL_{A=10}(R_1 JOIN R_2) = R_1 JOIN SEL_{A=10}(R_2)$$

 Riduce in modo significativo la dimensione del risultato intermedio (e quindi il costo dell'operazione)



Nota



- In questo corso, ci preoccupiamo poco dell'efficienza:
 - l'obiettivo è di scrivere interrogazioni corrette e leggibili
- Motivazione:
 - I DBMS si preoccupano di scegliere le strategie realizzative efficienti



Selezione con valori nulli



Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Età
7309	Rossi	Roma	32
5998	Neri	Milano	45
9553	Bruni	Milano	NULL

 la condizione atomica è vera solo per valori non nulli



Un risultato non desiderabile



SEL _{Età>30} (Persone)
$$\cup$$
 SEL _{Età≤30} (Persone) \neq Persone

- Perché? Perché le selezioni vengono valutate separatamente!
- Ma anche

$$SEL_{Et\grave{a}>30 \lor Et\grave{a}\leq 30}$$
 (Persone) \neq Persone

 Perché? Perché anche le condizioni atomiche vengono valutate separatamente!



Selezione con valori nulli: soluzione



SEL_{Età > 40} (Impiegati)

- la condizione atomica è vera solo per valori non nulli
- per riferirsi ai valori nulli esistono forme apposite di condizioni:

IS NULL IS NOT NULL

 si potrebbe usare (ma non serve) una "logica a tre valori" (vero, falso, sconosciuto)





Quindi:





Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Età
5998	Neri	Milano	45
9553	Bruni	Milano	NULL



Viste (relazioni derivate)



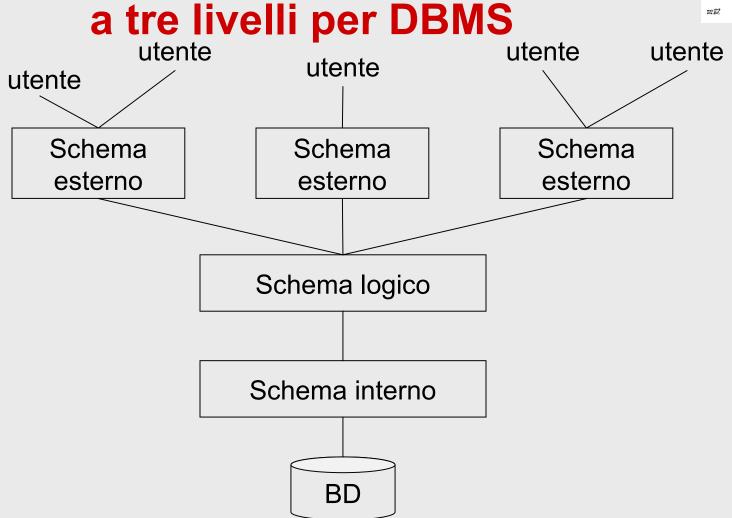
- Rappresentazioni diverse per gli stessi dati (schema esterno)
- Relazioni derivate:
 - relazioni il cui contenuto è funzione del contenuto di altre relazioni (definito per mezzo di interrogazioni)
- Relazioni di base: contenuto autonomo
- Le relazioni derivate possono essere definite su altre derivate, ma ...





Architettura standard (ANSI/SPARC)









Viste, esempio



Afferenza

Impiegato	Reparto
Rossi	Α
Neri	В
Bianchi	В

Direzione

Reparto	Capo
A	Mori
В	Bruni

una vista:

Supervisione =

PROJ Impiegato, Capo (Afferenza JOIN Direzione)



Viste virtuali e materializzate



- Due tipi di relazioni derivate:
 - viste materializzate
 - relazioni virtuali (o viste)



Viste materializzate



- relazioni derivate memorizzate nella base di dati
 - vantaggi:
 - immediatamente disponibili per le interrogazioni
 - svantaggi:
 - ridondanti
 - appesantiscono gli aggiornamenti
 - sono raramente supportate dai DBMS





Viste virtuali



- relazioni virtuali (o viste):
 - sono supportate dai DBMS (tutti)
 - una interrogazione su una vista viene eseguita "ricalcolando" la vista (o quasi)







 Sono eseguite sostituendo alla vista la sua definizione:

```
SEL<sub>Capo='Leoni'</sub> (Supervisione)
```

viene eseguita come

PROJ Impiegato, Capo (Afferenza JOIN Direzione))



Viste, motivazioni



- Schema esterno: ogni utente vede solo
 - ciò che gli interessa e nel modo in cui gli interessa, senza essere distratto dal resto
 - ciò che e' autorizzato a vedere (autorizzazioni)
- Strumento di programmazione:
 - si può semplificare la scrittura di interrogazioni: espressioni complesse e sottoespressioni ripetute
- Utilizzo di programmi esistenti su schemi ristrutturati Invece:
- L'utilizzo di viste non influisce sull'efficienza delle interrogazioni





Viste come strumento di programmazione



- Trovare gli impiegati che hanno lo stesso capo di Rossi
- Senza vista:

```
PROJ _{Impiegato} ((Afferenza JOIN Direzione) JOIN REN _{ImpR,RepR \leftarrow Imp,Reparto} (SEL _{Impiegato='Rossi'} (Afferenza JOIN Direzione)))
```

Con la vista:

```
PROJ _{\text{Impiegato}} (Supervisione JOIN REN _{\text{ImpR}\leftarrow\text{Imp}} (SEL _{\text{Impiegato='Rossi'}} (Supervisione)))
```





Viste e aggiornamenti, attenzione



Afferenza	
Impiegato	Reparto
Rossi	А
Neri	В
Verdi	Α

Reparto	Capo
Α	Mori
В	Bruni
С	Bruni

Direzione

SIII	per	VISI	on	1
	ρΟ.	• • • •	•	

Impiegato	Capo
Rossi	Mori
Neri	Bruni
Verdi	Mori

 Vogliamo inserire, nella vista, il fatto che Lupi ha come capo Bruni; oppure che Belli ha come capo Falchi; come facciamo?



Viste e aggiornamenti



- "Aggiornare una vista":
 - modificare le relazioni di base in modo che la vista, "ricalcolata" rispecchi l'aggiornamento
- L'aggiornamento sulle relazioni di base corrispondente a quello specificato sulla vista deve essere univoco
- In generale però non è univoco!
- Ben pochi aggionamenti sono ammissibili sulle viste



Una convenzione e notazione alternativa per i join



- Nota: è sostanzialmente l'approccio usato in SQL
- Ignoriamo il join naturale (cioè non consideriamo implicitamente condizioni su attributi con nomi uguali)
- Per "riconoscere" attributi con lo stesso nome gli premettiamo il nome della relazione
- Usiamo "assegnazioni" (viste) per ridenominare le relazioni (e gli attributi solo quando serve per l'unione)





 Trovare gli impiegati che guadagnano più del proprio capo, mostrando matricola, nome e stipendio dell'impiegato e del capo

```
\begin{array}{c} \mathsf{PROJ}_{\mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC}} \\ (\mathsf{SEL}_{\mathsf{Stipendio}} \gt{\mathsf{StipC}} (\\ \mathsf{REN}_{\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC},\mathsf{EtàC}} \leftarrow \mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{Età}} (\mathsf{Impiegati}) \\ \mathsf{JOIN}_{\mathsf{MatrC}=\mathsf{Capo}} \\ (\mathsf{Supervisione}\;\mathsf{JOIN}_{\mathsf{Impiegato}=\mathsf{Matricola}}\;\mathsf{Impiegati}))) \end{array}
```







(Sup JOIN _{Imp=Matr} Imp)))

Capi := Imp

PROJ_{Imp.Matr, Imp.Nome, Imp.Stip,Capi.Matr,Capi.Nome, Capi.Stip}
(SEL_{Imp.Stip>Capi.Stip}(

Capi JOIN Capi.Matr=Capo (Sup JOIN Imp=Imp.Matr Imp)))



Calcolo relazionale



- Una famiglia di linguaggi dichiarativi, basati sul calcolo dei predicati del primo ordine
- Diverse versioni:
 - calcolo relazionale su domini
 - calcolo su ennuple con dichiarazioni di range



Calcolo su domini, sintassi e semantica



Le espressioni hanno la forma:

$$\{ A_1: X_1, ..., A_k: X_k \mid f \}$$

- f e' una formula (con connettivi booleani e quantificatori)
- A₁: x₁, ..., A_k: x_k "target list":
 - A₁, ..., A_k attributi distinti (anche non nella base di dati)
 - x₁, ..., x_k variabili distinte
- Semantica: il risultato e' una relazione su A₁, ..., A_k che contiene ennuple di valori per x₁, ..., x_k che rendono vera la formula f



Commenti



- Differenze rispetto al calcolo dei predicati (per chi lo conosce):
 - simboli di predicato
 - relazioni nella base di dati
 - predicati "standard" predefiniti (=, >, ...)
 - non ci sono "simboli di funzione"
 - interessano (quasi) solo "formule aperte"
 - utilizziamo notazione non posizionale







Impiegati(<u>Matricola</u>, Nome, Età, Stipendio) Supervisione(Capo, <u>Impiegato</u>)



Esempio 0a



 Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40

SEL_{Stipendio>40}(Impiegati)

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧ s > 40 }



Esempio 0b



Trovare matricola, nome ed età di tutti gli impiegati

PROJ_{Matricola, Nome, Età}(Impiegati)

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e |
∃s (Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}
```

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}
```







 Trovare matricola, nome ed età degli impiegati che guadagnano più di 40

PROJ_{Matricola, Nome, Età}(SEL_{Stipendio>40}(Impiegati))

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e |
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e,
Stipendio: s) ∧ s > 40 }
```







 Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
PROJ<sub>Capo</sub> (Supervisione JOIN<sub>Impiegato=Matricola</sub> (SEL<sub>Stipendio>40</sub>(Impiegati)))
```

```
{ Capo: c | Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) \\
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \\
> 40 }
```



Esempio 3



 Trovare nome e stipendio dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
\label{eq:projection} \begin{split} \mathsf{PROJ}_{\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC}}(\mathsf{REN}_{\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC},\mathsf{EtàC}\leftarrow\mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{Età}}(\mathsf{Impiegati}) \\ & \mathsf{JOIN}_{\mathsf{MatrC}=\mathsf{Capo}} \\ (\mathsf{Supervisione}\;\mathsf{JOIN}_{\mathsf{Impiegato}=\mathsf{Matricola}}(\mathsf{SEL}_{\mathsf{Stipendio}>40}(\mathsf{Impiegati})))) \\ & \qquad \qquad \qquad \\ \{\;\mathsf{NomeC:}\;\mathsf{nc},\;\mathsf{StipC:}\;\mathsf{sc}\;| \\ \mathsf{Impiegati}(\mathsf{Matricola:}\;\mathsf{m},\;\mathsf{Nome:}\;\mathsf{n},\;\mathsf{Età:}\;\mathsf{e},\;\mathsf{Stipendio:}\;\mathsf{s}) \wedge \mathsf{s} > \\ & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \\ \mathsf{40} \wedge \mathsf{Supervisione}(\mathsf{Capo:}\mathsf{c},\mathsf{Impiegato:}\mathsf{m}) \wedge \\ \mathsf{Impiegati}(\mathsf{Matricola:}\mathsf{c},\;\mathsf{Nome:}\mathsf{nc},\;\mathsf{Età:}\;\mathsf{ec},\;\mathsf{Stipendio:}\;\mathsf{sc})\;\} \end{split}
```



Esempio 4



 Trovare gli impiegati che guadagnano più del rispettivo capo, mostrando matricola, nome e stipendio di ciascuno di essi e del capo

```
PROJ_{Matr,Nome,Stip,MatrC,NomeC,StipC}\\ (SEL_{Stipendio>StipC}(REN_{MatrC,NomeC,StipC,EtàC}\leftarrow\\ Matr,Nome,Stip,Età}(Impiegati)\\ JOIN_{MatrC=Capo}\\ (Supervisione JOIN_{Impiegato=Matricola}((Impiegati))))
```

```
{ Matr: m, Nome: n, Stip: s, MatrC: c, NomeC: nc, StipC: sc | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \times Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) \times Impiegati(Matricola: c, Nome: nc, Età: ec, Stipendio: sc) \times s > sc}
```







 Trovare matricola e nome dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più di 40

```
\begin{aligned} &\mathsf{PROJ}_{\mathsf{Matricola},\mathsf{Nome}}\left(\mathsf{Impiegati\ JOIN}_{\mathsf{Matricola=Capo}}\right.\\ &\left.\left(\mathsf{PROJ}_{\mathsf{Capo}}\left(\mathsf{Supervisione}\right) - \right.\\ &\left.\mathsf{PROJ}_{\mathsf{Capo}}\left(\mathsf{Supervisione\ JOIN}_{\mathsf{Impiegato=Matricola}}\left(\mathsf{SEL}_{\mathsf{Stipendio}\,\leq\,40}(\mathsf{Impiegati})\right)\right)\right) \end{aligned}
```

```
{Matricola: c, Nome: n | Impiegati(Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧ Supervisione(Capo:c, Impiegato:m) ∧ ¬ ∃m'(∃n'(∃e'(∃s'(Impiegati(Matr: m', Nome: n', Età: e', Stip: s') ∧ Supervisione(Capo:c, Impiegato:m') ∧ s' ≤ 40))))}
```



Quantificatori esistenziali o universali?



Sono intercambiabili, per le leggi di De Morgan:

```
{Matricola: c, Nome: n |
Impiegati(Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧
Supervisione(Capo:c, Impiegato:m) ∧
¬∃m'(∃n'(∃e'(∃s'(Impiegati(Matr: m', Nome: n', Età: e', Stip: s') ∧
Supervisione(Capo:c, Impiegato:m') ∧ s' ≤ 40))))}

{Matricola: c, Nome: n |
Impiegati(Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧
Supervisione(Capo:c, Impiegato:m) ∧
∀m'(∀n'(∀e'(∀s'(¬(Impiegati(Matr:m', Nome:n', Età:e', Stip:s') ∧
```

Supervisione(Capo:c, Impiegato:m')) \vee s' > 40))))}



Calcolo su domini, discussione



- Pregi:
 - dichiaratività
- Difetti:
 - "verbosità": tante variabili!
 - espressioni senza senso:

```
{ A: x | ¬ R(A: x) }
{ A: x, B: y | R(A: x) }
{ A: x, B: y | R(A: x) ∧ y=y }
```

queste espressioni sono "dipendenti dal dominio" e vorremmo evitarle;

nell'algebra espressioni come queste non sono formulabili: l'algebra è indipendente dal dominio







- Calcolo e algebra sono "equivalenti"
 - per ogni espressione del calcolo relazionale che sia indipendente dal dominio esiste un'espressione dell'algebra relazionale equivalente a essa
 - per ogni espressione dell'algebra relazionale esiste un'espressione del calcolo relazionale equivalente a essa (e di conseguenza indipendente dal dominio)



Calcolo su ennuple con dichiarazioni di range



- Per superare le limitazioni del calcolo su domini:
 - dobbiamo "ridurre" le variabili; un buon modo: una variabile per ciascuna ennupla
 - far sì che i valori provengano dalla base di dati
- Il calcolo su ennuple con dichiarazioni di range risponde ad entrambe le esigenze



Calcolo su ennuple con dichiarazioni di range, sintassi



Le espressioni hanno la forma:

{ TargetList | RangeList | Formula }

- RangeList elenca le variabili libere della Formula ognuna con il relativo campo di variabilità (una relazione)
- TargetList ha elementi del tipo Y: x.Z (oppure x.Z o anche x.*)
- Formula ha:
 - atomi di confronto x.A 9 c, x.A 9 y.B
 - connettivi
 - quantificatori che associano un range alle variabili

$$\exists x(R)(...) \forall x(R)(...)$$





Esempio 0a

 Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40

```
SEL<sub>Stipendio>40</sub>(Impiegati)
```

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \ s > 40 }
```

{ i.* | i(Impiegati) | i.Stipendio > 40 }

109







Trovare matricola, nome ed età di tutti gli impiegati

PROJ_{Matricola, Nome, Età}(Impiegati)

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}
```

{ i.(Matricola, Nome, Età) | i(Impiegati) | }







 Trovare matricola, nome ed età degli impiegati che guadagnano più di 40

```
PROJ<sub>Matricola, Nome, Età</sub>(SEL<sub>Stipendio>40</sub>(Impiegati))
```

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \ s > 40 }
```

{ i.(Matricola, Nome, Età) | i(Impiegati) | i.Stipendio > 40 }





 Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
{ Capo: c | Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) \\
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e,
Stipendio: s) \( \lambda \) s > 40 }
```

```
{ s.Capo | i(Impiegati) , s(Supervisione) | i.Matricola=s.Impiegato ∧ i.Stipendio > 40 }
```





 Trovare nome e stipendio dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
{ NomeC: nc, StipC: sc |
   Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \( \lambda \) s
                              > 40 ^
              Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) \( \times \)
    Impiegati(Matricola:c, Nome:nc, Età:ec, Stipendio:sc) }
               { NomeC,StipC: i'.(Nome,Stip) |
          i'(Impiegati), s(Supervisione), i(Impiegati) |
i'.Matricola=s.Capo \( \) i.Matricola=s.Impiegato \( \) i.Stipendio >
```







 Trovare gli impiegati che guadagnano più del rispettivo capo, mostrando matricola, nome e stipendio di ciascuno di essi e del capo

```
{ Matr: m, Nome: n, Stip: s, NomeC: nc, StipC: sc | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \\
Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) \\
Impiegati(Matricola: c, Nome: nc, Età: ec, Stipendio: sc) \\
s > sc}
```

```
{ i.(Nome,Matr,Stip), NomeC,MatrC,StipC: i'.(Nome,Matr,Stip) | i'(Impiegati), s(Supervisione), i(Impiegati) | i'.Matricola=s.Capo ∧ i.Matricola=s.Impiegato ∧ i.Stipendio > i'.Stipendio}
```





 Trovare matricola e nome dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più di 40

```
{Matricola: c, Nome: n |
Impiegati(Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧
Supervisione(Capo:c, Impiegato:m) ∧
¬∃m'(∃n'(∃e'(∃s'(Impiegati(Matr: m', Nome: n', Età: e', Stip: s') ∧
Supervisione(Capo:c, Impiegato:m') ∧ s' ≤ 40}

{ i.(Matricola, Nome) | s(Supervisione), i(Impiegati) |
i.Matricola=s.Capo ∧ ¬(∃i'(Impiegati)(∃s'(Supervisione)
(s.Capo=s'.Capo ∧ s'.Impiegato=i'.Matricola ∧ i'.Stipendio ≤ 40)))}
```



Attenzione!



 Il calcolo su ennuple con dichiarazioni di range non permette di esprimere alcune interrogazioni importanti, in particolare le unioni:

$$R_1(AB) \cup R_2(AB)$$

- Quale potrebbe essere il range per una variabile? Oppure due variabili?
- Nota: intersezione e differenza sono esprimibili
- Per questa ragione SQL (che è basato su questo calcolo) prevede un operatore esplicito di unione, ma non tutte le versioni prevedono intersezione e differenza





Calcolo e algebra relazionale: limiti

- Calcolo e algebra sono sostanzialmente equivalenti: l'insieme di interrogazioni con essi esprimibili è quindi significativo; il concetto è robusto
- Ci sono però interrogazioni interessanti non esprimibili:
 - calcolo di valori derivati: possiamo solo estrarre valori, non calcolarne di nuovi; calcoli di interesse:
 - a livello di ennupla o di singolo valore (conversioni somme, differenze, etc.)
 - su insiemi di ennuple (somme, medie, etc.) le estensioni sono ragionevoli, le vedremo in SQL
 - interrogazioni inerentemente ricorsive, come la chiusura transitiva



Chiusura transitiva



Supervisione(Impiegato, Capo)

 Per ogni impiegato, trovare tutti i superiori (cioè il capo, il capo del capo, e cosi' via)

Impiegato	Capo
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi

Impiegato	Superiore
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi
Rossi	Falchi



Chiusura transitiva, come si fa?



 Nell'esempio, basterebbe il join della relazione con se stessa, previa opportuna ridenominazione

Ma:

Impiegato	Capo
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi
Falchi	Leoni

Impiegato	Superiore
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi
Falchi	Leoni
Rossi	Falchi
Lupi	Leoni
Rossi	Leoni



Chiusura transitiva, impossibile!



- Non esiste in algebra e calcolo relazionale la possibilità di esprimere l'interrogazione che, per ogni relazione binaria, ne calcoli la chiusura transitiva
- Per ciascuna relazione, è possibile calcolare la chiusura transitiva, ma con un'espressione ogni volta diversa:
 - quanti join servono?
 - non c'è limite!







- Un linguaggio di programmazione logica per basi di dati derivato dal Prolog
- Utilizza predicati di due tipi:
 - estensionali: relazioni della base di dati
 - intensionali: corrispondono alle viste
- Il linguaggio è basato su regole utilizzate per "definire" i predicati estensionali







Regole:

testa ← corpo

- *testa* è un predicato atomico (intensionale)
- corpo è una lista (congiunzione) di predicati atomici
- Le interrogazioni sono specificate per mezzo di predicati atomici (convenzionalmente preceduti da "?")







 Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che hanno 30 anni

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \ s = 30 }
```

? Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: 30, Stipendio: s)







 Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧ s > 40 }
```

Serve un predicato intensionale

```
ImpRicchi(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ← Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) , s >40
```

? ImpRicchi(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)



Esempio 0b



Trovare matricola, nome ed età di tutti gli impiegati

PROJ_{Matricola, Nome, Età} (Impiegati)

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}

InfoPubbliche(Matricola: m, Nome: n, Età: e)

← Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)

? InfoPubbliche(Matricola: m, Nome: n, Età: e)







 Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
{ Capo: c | Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) ∧ Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧ s > 40 }
```

```
CapiDeiRicchi (Capo:c) ← ImpRicchi(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s), Supervisione (Capo:c,Impiegato:m)
```

? CapiDeiRicchi (Capo:c)





- Trovare matricola e nome dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più di 40
- serve la negazione

```
CapiDiNonRicchi (Capo:c) ←
Supervisione (Capo:c,Impiegato:m),
Impiegati (Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s),
s ≤ 40
CapiSoloDiRicchi (Matricola: c, Nome: n) ←
Impiegati (Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s),
Supervisione (Capo:c,Impiegato:m),
not CapiDiNonRicchi (Capo:c)
```

? CapiSoloDiRicchi (Matricola: c, Nome: n)







- Per ogni impiegato, trovare tutti i superiori.
- Serve la ricorsione

```
Superiore (Impiegato: i, SuperCapo: c) ← Supervisione (Impiegato: i, Capo: c)
```

```
Superiore (Impiegato: i, SuperCapo: c) ← Supervisione (Impiegato: i, Capo: c'), Superiore (Impiegato: c', SuperCapo: c)
```



Datalog, semantica



- La definizione della semantica delle regole ricorsive è delicata (in particolare con la negazione)
- Potere espressivo:
 - Datalog non ricorsivo senza negazione è equivalente al calcolo senza negazione e senza quantificatore universale
 - Datalog non ricorsivo con negazione è equivalente al calcolo e all'algebra
 - Datalog ricorsivo senza negazione e calcolo sono incomparabili
 - Datalog ricorsivo con negazione è più espressivo di calcolo e algebra