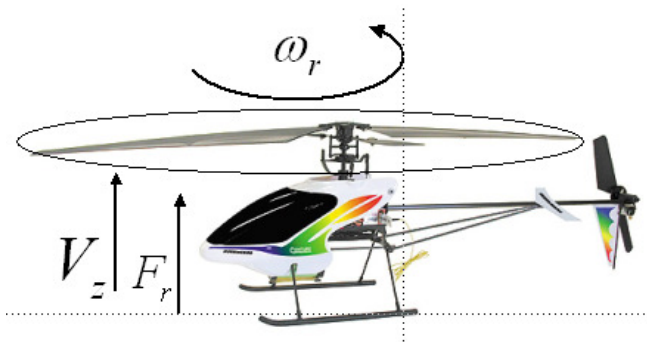


COMPITO A

[] A1) La figura seguente rappresenta il modello semplificato di un elicottero con motore elettrico. Ricavare la funzione di trasferimento tra la tensione V_a applicata al motore e la velocità verticale V_z . La relazione linearizzata tra spinta prodotta dal rotore F_r e velocità angolare del rotore elica



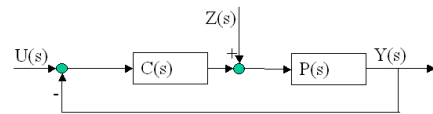
$$\omega_r \text{ è: } F_r = K_1 \omega_r - K_2 V_z.$$

Dati: momento d'inerzia rotore elica J_v , coeff. di attrito viscoso del rotore D_r , massa elicottero M .

Per il motore si possono trascurare gli attriti interni, la sua induttanza e il momento d'inerzia del rotore. L'azione dell'elica di coda non va considerata.

[] A2) Calcolare la coppia erogata dal motore per far rimanere fermo l'elicottero $V_z = 0$.

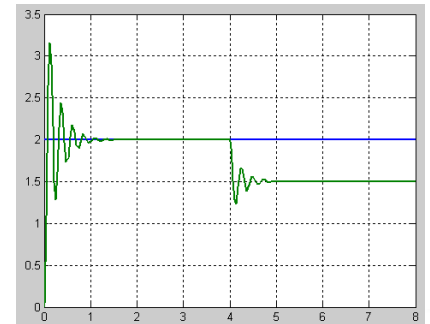
[] B: Il grafico rappresenta la risposta del sistema controeazionato riportato in figura ad al disturbo Z che è un gradino di ampiezza 4 applicato all'istante $t=4$ e



dall'ingresso $U(s) = \frac{2}{s}$. Determinare la funzione $C(s)$, del tipo $\frac{K_c}{s^h}$, utilizzata come controllore sapendo che il processo $p(s)$ è descritto dalla seguente

funzione di trasferimento: $\frac{600(20-s)}{s(s^2 + 80s + 700)(s+20)}$.

$C(s)$:



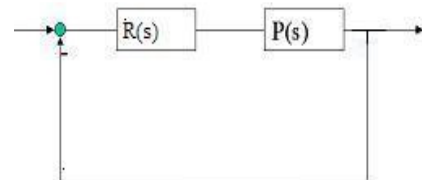
[] C1: Dato il processo $p(s)$, del quale si conosce la risposta armonica (vedi i diagrammi di bode sul retro del foglio), scegliere la rete correttiva $R(s)$ in modo da garantire un $M_\phi > 35^\circ$ ed $W_t > 90$ rad/sec

[] C2: Considerando il sistema ottenuto al punto C1 fino a quale frequenza l'errore di riproduzione di una sinusoide di ampiezza 10 è inferiore a 0.1?

[] C3: Calcolare l'uscita del sistema non corretto per l'ingresso

$$u = \sin(10t + 0.2) + \cos(50t).$$

FDT della rete scelta:



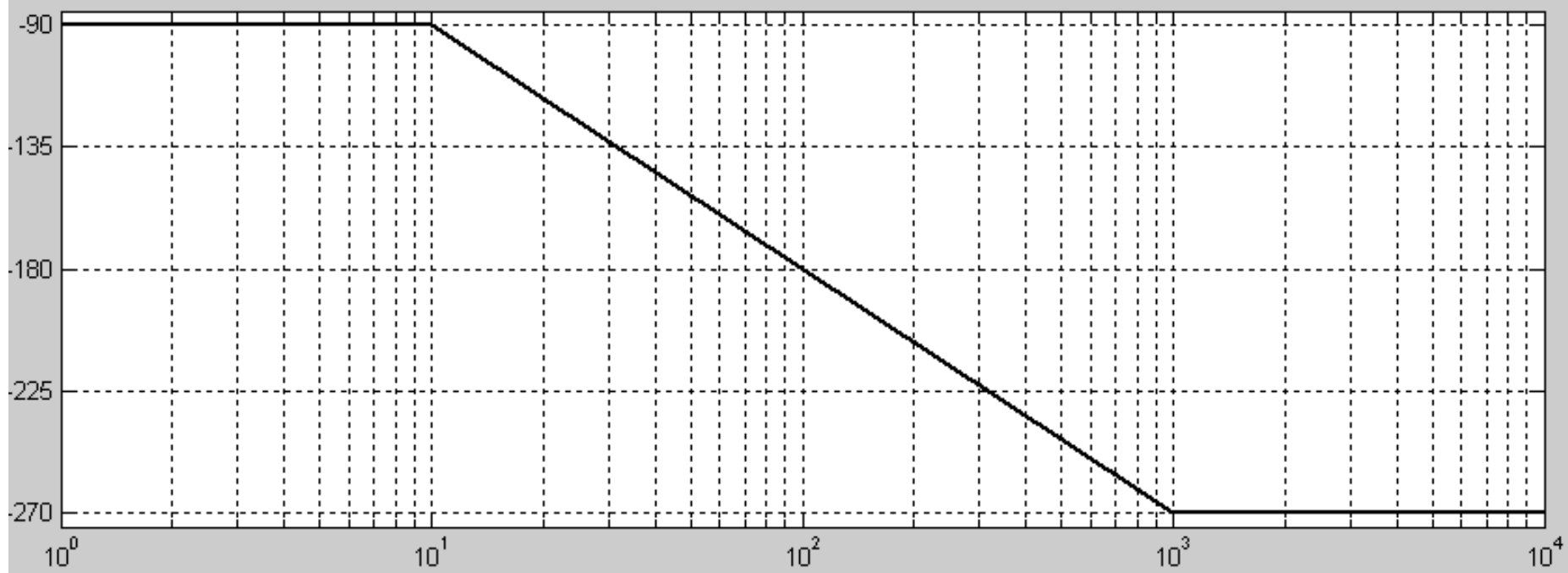
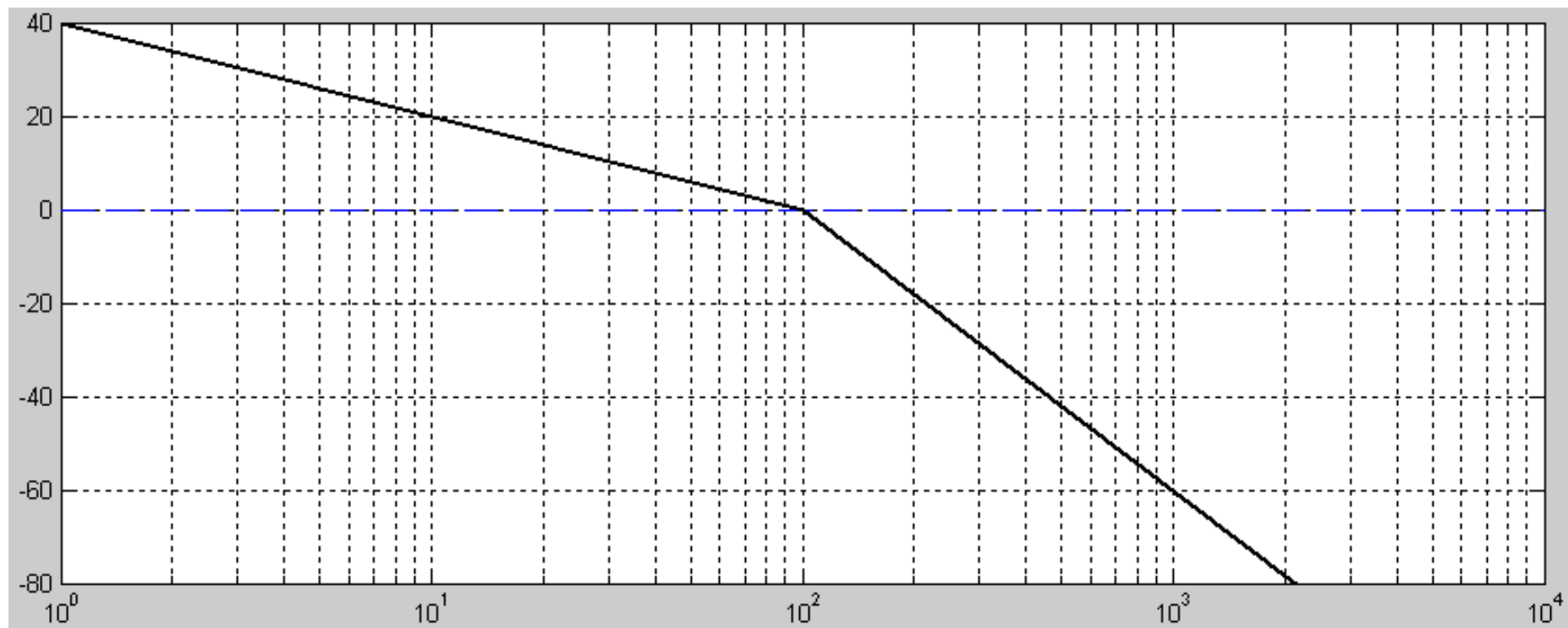
[] D) Discretizzare la seguente funzione di trasferimento $F(s) = \frac{2s+4}{(s^2+4s+3)}$ utilizzando il metodo esatto

con $t_c = 0.1$ sec. Calcolare i primi 5 campioni dell'uscita quando in ingresso al sistema viene applicato il segnale $u(t) = 2 \cdot \delta_1(t - 0.2)$

Note :

- Tutti i calcoli relativi allo svolgimento del compito devono essere consegnati. **Contrassegnare gli esercizi svolti con una X nella casella [] corrispondente.**
- Chi fa il secondo modulo non deve svolgere gli esercizi A e B
- Chi fa il primo modulo deve svolgere l'esercizio A, il B, e deve tracciare il diagramma di bode della $p(s)$ del punto B indicando i margini di fase e guadagno. Non deve svolgere Gli esercizi C e D

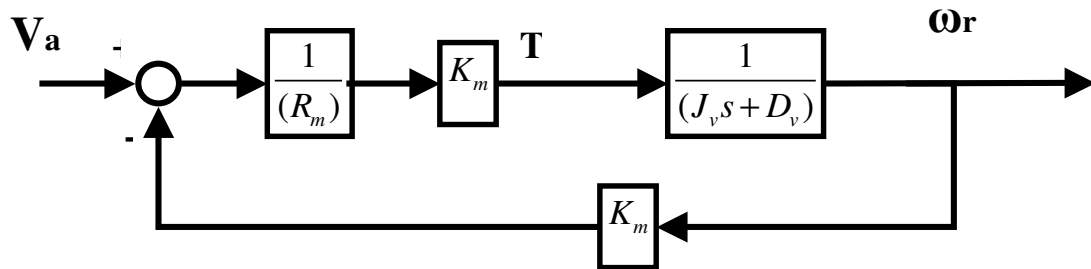
Cognome	Nome	Matricola



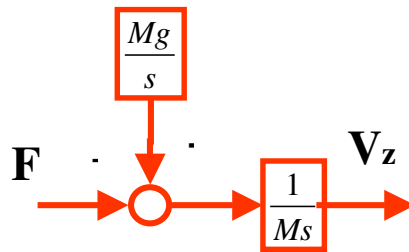
Esercizio A Compito A

Separiamo il problema i tre parti:

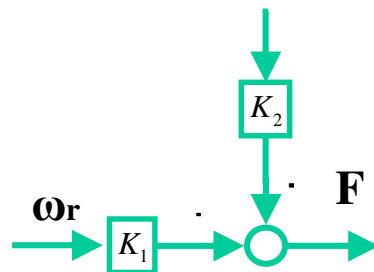
- 1) Funzione di trasferimento tra la tensione di alimentazione V_a e la velocità angolare del motore. (vanno trascurati come richiesto, l'induttanza del motore, i suoi attriti interni ed il momento d'inerzia del rotore)



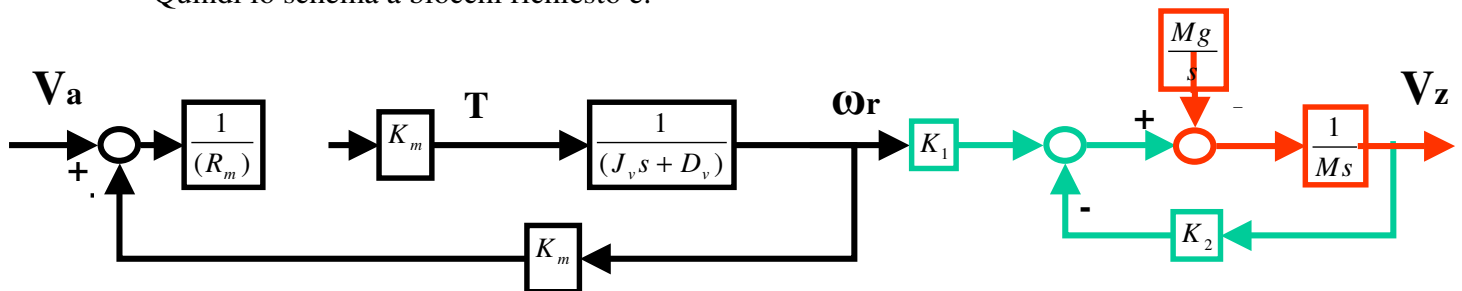
- 2) Funzione di trasferimento tra spinta generata dal rotore e la velocità V_z . (Il termine Mg è la forza di gravità)



- 3) Relazione tra Velocità angolare del rotore, V_z e spinta F come indicato dal testo del problema.



Quindi lo schema a blocchi richiesto è:



$$\frac{K_m K_1}{\left[(R_m) \cdot (J_v s + D_r) + K_m^2 \right] (M s + K_2)}$$

Esercizio B Compito A

Al sistema viene applicato in ingresso un gradino di ampiezza 2 e dopo 4 secondi un disturbo a gradino di ampiezza 4

In figura è riportato il grafico dell'andamento dell'uscita del sistema dal quale risulta evidente che nell'intervallo da $t=0$ a $t=4$ quando non è presente il disturbo, l'errore a regime è nullo.

Quindi è necessario che sul ramo diretto sia presente un polo in zero ed il processo $P(s)$ ha un polo in zero.

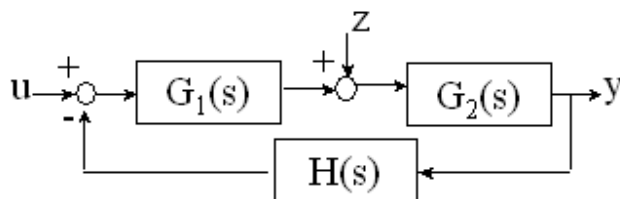
Perciò fino a questo punto si deduce che il controllore potrebbe essere del tipo $\frac{K_c}{s^h}$ con h qualsiasi, anche zero.

Dopo l'applicazione del disturbo cioè per $t > 4$ l'errore diventa costante e pari a 0.5, quindi il sistema non è astatico. Per essere astatico ci deve essere almeno un polo in zero sul ramo diretto prima del punto d'ingresso del disturbo

Il disturbo entra nel ramo diretto dopo il controllore e prima del processo, quindi il controllore non può avere un polo in zero ossia $C(s) = K_c$.

Ricordando che:

Disturbo in Catena Diretta



$$W_z(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

Astaticismo $G_1(s)$ ha un polo in $s=0$

($G_2(s)$ con uno zero in $s=0$ non è compatibile con il carattere proporzionale del controllore)

altrimenti in uscita si ha, per un disturbo unitario

$y_z = \frac{k_{G_2}}{1 + k_{G_1} k_{G_2} k_H}$ <p>(se G_2 non ha poli in $s = 0$)</p>	$y_z = \frac{1}{k_{G_1} k_H}$ <p>(se G_2 ha poli in $s = 0$)</p>
--	--

REM:
Riducibili
incrementando k_{G_1}

Nel nostro caso $P(s)$ ha un polo in zero quindi vale la seconda formula:

$$y_z = 4 \frac{1}{K_c \cdot 1} = 0.5 \quad K_c = \frac{4}{0.5} = 8$$

Esercizio D Compito A

Il problema chiede di calcolare la $F(z)$ utilizzando il metodo esatto.
Ricordando che:

DA $F(s)$ A $F(z)$: METODO "ESATTO"

$$F(s) = \frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots}{(s-p_1)(s-p_2)\dots}$$

espansione in frazioni parziali (caso con poli semplici)

$$= \frac{R_1}{s-p_1} + \frac{R_2}{s-p_2} + \dots \rightarrow \frac{R_1}{1-\beta_1 z^{-1}} + \frac{R_2}{1-\beta_2 z^{-1}} + \dots \quad (\beta_1 = e^{p_1 T_c})$$

Sottinteso il passaggio nel dominio del tempo.

Il **numero di poli** resta invariato.

Vengono proiettati da S in Z con $z = e^{sT_c}$

per svolgere l'esercizio quindi prima bisogna fare l'espansione in frazioni parziali, ottenendo:

$$F(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+3} \quad \text{e quindi} \quad F(z) = \frac{1}{1-\beta_1 z^{-1}} + \frac{1}{1-\beta_2 z^{-1}}$$

$$\beta_1 = e^{-1 \cdot 0.1} = 0.9048, \beta_2 = e^{-3 \cdot 0.1} = 0.7408$$

sostituendo:

$$F(z) = \frac{2z^2 - 1.646z}{z^2 - 1.646z + 0.6703}$$

l'ingresso è un gradino traslato di 0.2 sec quindi i campioni dell'ingresso U_k sono:
0,0,2,2,2,2,2,2...

mentre l'uscita vale:

0 0 4.0000 7.2913 10.0264 12.3212 14.2642

esB: Transfer function:

$$\frac{5z^2 - 4.008z}{z^2 - 1.724z + 0.7408}$$

uscita: 0 0 10.0000 18.1873 24.8905 30.3786 34.8719

esC.

Transfer function:

$$\frac{2z^2 - 1.834z}{z^2 - 1.411z + 0.4966}$$

uscita: 0 0 4.0000 5.9763 6.7788 6.9298

esD

Transfer function:

$$b_2 = 0.9048 \quad b_1 = 0.8187$$

$$\frac{z^2 - 0.6465 z}{z^2 - 1.724 z + 0.7408}$$

campioni dell'ingresso U_k sono: 0,0,4,4,4,4,4,...

uscita: 0 0 4.0000 8.3082 12.7704 17.2697