Schemi a Blocchi

e interconnessione di sottosistemi

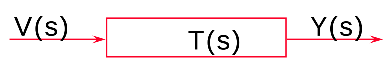
Simboli nei Diagrammi a Blocchi

Operazioni nel dominio di Laplace

Moltiplicazione
per una costante
(Blocco Istantaneo)

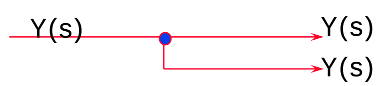
Y(s)=KV(s)

Funzione di
trasferimento
(Blocco Dinamico)



Y(s)=T(s)V(s)

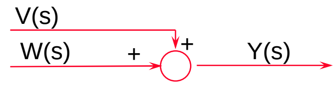
Punto di Prelievo
o DIRAMAZIONE



(Attenzione: non c'è sottrazione!)

Interconnessione e Manipolazione dei Blocchi

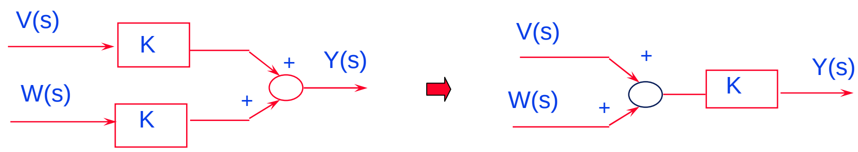
Sommatore
(Nodo di Somma)



Y(s)=V(s)+W(s)

Se c'è un segno -, si chiama organo di confronto o comparatore

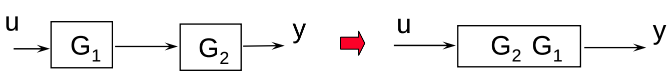
Sono possibili tutte le operazioni che hanno un equivalente aritmetico.



Y=KV+KW

Y=K(V+W)

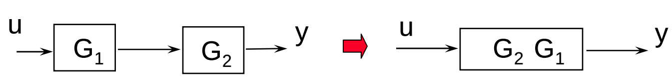
cascata o serie

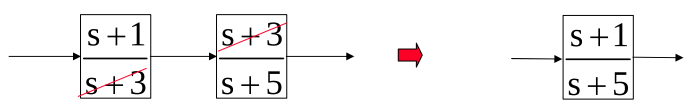


Nota: $G_1G_2=G_2G_1$ perché sono scalari !

Cancellazioni

cascata





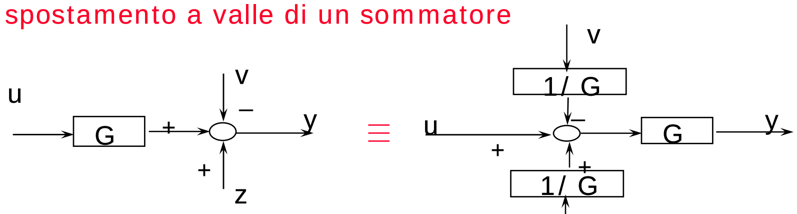
L'effetto del polo in –3 sull'uscita è "cancellato" dallo zero.
Se avessimo impiegato le VdS potremmo comunque verificarne l'evoluzione.

#autovalori > #poli

Pericoloso se il polo non è asintoticamente stabile, ma improbabile.

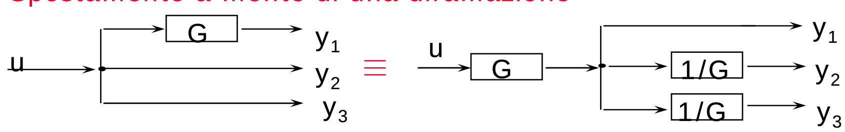
Interconnessione e Manipolazione dei Blocchi

spostamento a valle di un sommatore

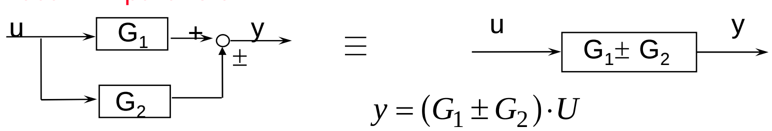


$$Y = Gu - v + z = G(u - v/G + z/G)$$

Spostamento a monte di una diramazione



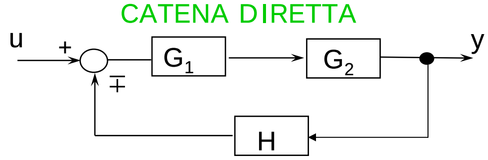
Blocchi in parallelo



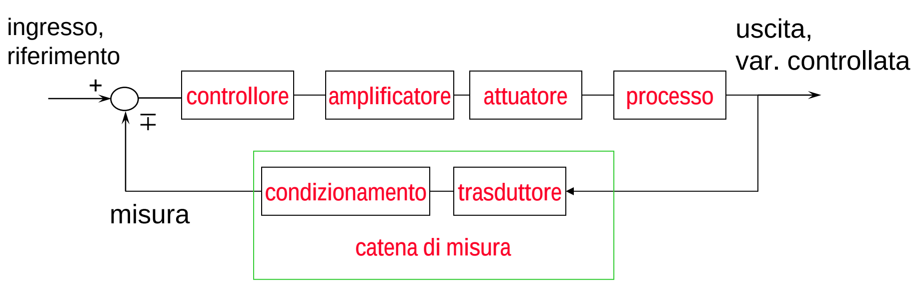
$$y = (G_1 \pm G_2) \cdot U$$

Tipico Sist. di Controllo a Controreazione

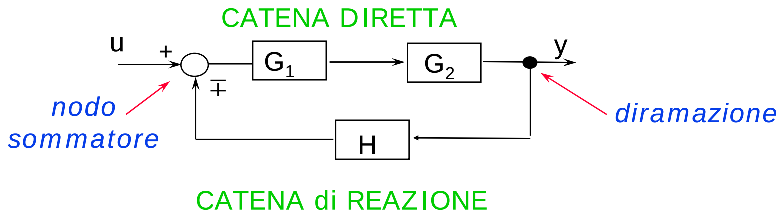
CATENA DIRETTA



CATENA di REAZIONE



FdT di un Sist. a Controreazione



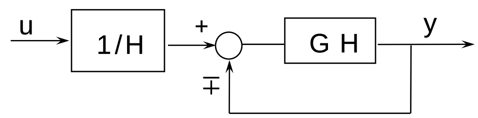
$$\boxed{W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 \pm G_1(s)G_2(s)H(s)}}$$

W: FdT della "catena chiusa" ("closed loop")

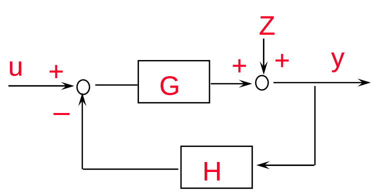
G_1G_2H: FdT della "catena aperta" ("open loop")

E' l'unica interconnessione che produce un sistema con poli in posizione diversa rispetto ai singoli blocchi originali **!**

Trasformazione a "REAZIONE UNITARIA"

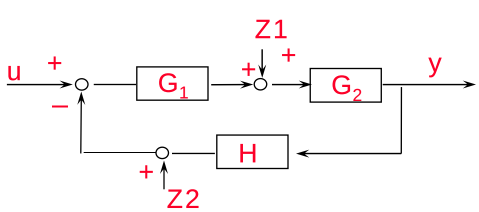


Altre FdT (Disturbi)



$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G}{1+GH} \qquad \text{In => Out}$$

$$W_Z(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{1}{1+GH} \qquad \text{Z => Out}$$



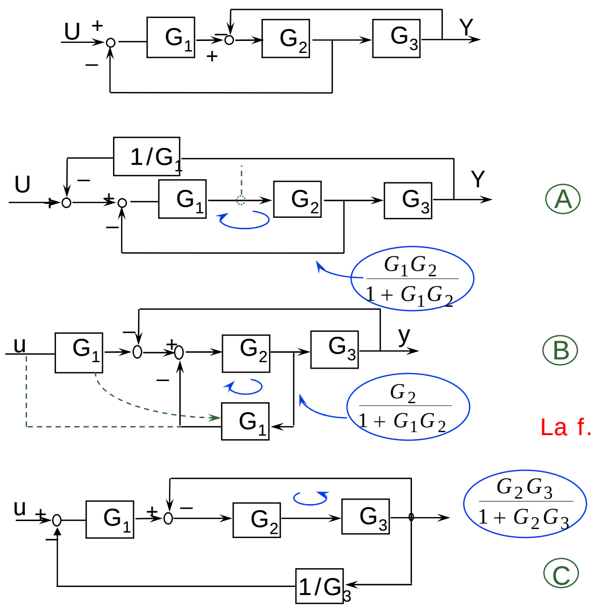
$$W_{Z1}(s) = \frac{G_2}{1+G_1G_2H}$$

$$W_{Z2}(s) = -\frac{G_1G_2}{1+G_1G_2H} = -W(s) \,\textbf{!}$$

Vale la sovrapposizione degli effetti, quindi

$$Y = WU + W_{Z1}Z_1 + W_{Z2}Z_2$$

UN CASO IMPORTANTE



3 Possibilità

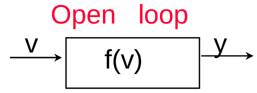
La f.d.t. Y/U viene la stessa

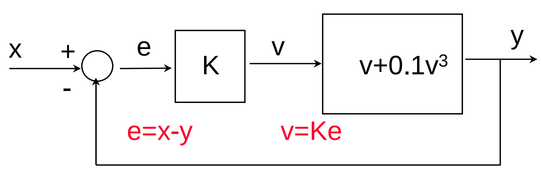
LA LINEARIZZAZIONE OPERATA DALLA CONTROREAZIONE

La presenza della controreazione riduce gli effetti
delle non linearità in catena diretta

Open loop

Relazione lineare desiderata: y=x
Relazione non lineare reale: $y=v+0.1v^3=f(v)$





Closed loop:

$K(x-y)+0.1K^3(x-y)^3=y$

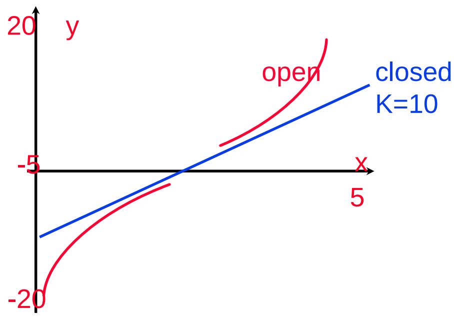
Risolvere $(x-y)^3+\dfrac{K(x-y)-y}{0.1K^3}=0$

per $K \to \infty$ si ha $(x-y)^3=0$ ➡ x=y !

...Risultati Numerici

altra soluzione $y = x - \underbrace{\frac{1}{K}\sqrt[3]{\frac{K(x-y)-y}{0.1}}}$

Diminuisce quando K aumenta



x	open	K=10	K=100
-5	-17.5	-4.73	-4.95
-4	-10.4	-3.76	-3.97
..	......	......	......
..	......	......	......
0	0	0	0
..	......	......	......
+4	+10.4	+3.76	+3.97
+5	+17.5	+4.73	+4.95

Connessione in cascata di sist. MIMO

$$F(s) = \begin{bmatrix} F_{11}(s) & F_{12}(s) \\ F_{21}(s) & F_{22}(s) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = F(s) \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}$$

Per sistemi in cascata si moltiplicano le matrici.

Il # ingressi del 2° deve essere uguale al # uscite del 1°

$$U \rightarrow \boxed{F} \xrightarrow{V} \boxed{G} \rightarrow Y$$

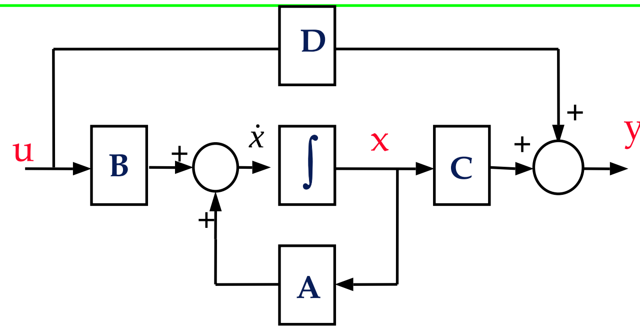
Y= G * V

V= F * U

Y= G * F * U

Il prodotto matriciale non è commutativo!

Schema a blocchi di sist. VdS



N dimensione dello spazio di stato

M dimensione dell'ingresso

P dimensione dell'uscita

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = C\mathbf{x} + D\mathbf{u} \end{cases}$$

A: matrice del sistema NxN

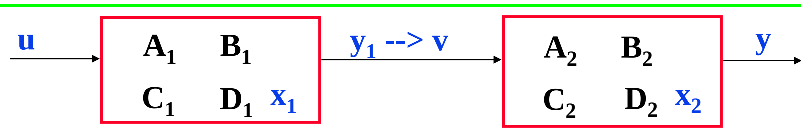
B: matrice di ingresso NxM

C: matrice di uscita PxN

D: matrice dei legami istantanei PxM

(molto spesso nulla)

Cascata di Sistemi alle VdS



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u \\ v = C_1 x_1 + D_1 u \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 v \\ y = C_2 x_2 + D_2 v \end{cases}$$

posto: $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ si ha: $\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 x_1 & & +B_1 u \\ A_2 x_2 & +B_2 C_1 x_1 & +B_2 D_1 u \end{bmatrix}$

da cui $A = \left[\begin{array}{c|c} A_1 & 0 \\ \hline B_2 C_1 & A_2 \end{array}\right]$ $B = \left[\begin{array}{c} B_1 \\ \hline B_2 D_1 \end{array}\right]$

$C = \left[\begin{array}{c|c} D_2 C_1 & C_2 \end{array}\right]$ $D = [D_2 D_1]$

Le dimensioni dello stato del sistema sono

Dim x = Dim x_1 + Dim x_2