

Buck 变换器的闭环回路设计之 PID 调节

已知 $V_{in} = 20V$, $V_o = 5V$, $R = 1\Omega \sim 10\Omega$, $f_s = 100kHz$, 根据这些参数设计一个 ccm 模式下的闭环 buck 变换器, 使其纹波电压不超过输出电压的 0.5%。

1. 确定电容电感大小

根据张占松《开关电源原理与设计》上的公式计算所需电感和电容的大小。

$$L_c = \frac{(1-D)R_{\max}}{2f}$$

代入数据可得 $L_c = 37.5\mu H$, 为了保证 buck 工作在 ccm 模式下, 选取电感大小为 $L = 1.2L_2 = 50\mu H$ 。再根据以下公式

$$C \geq \frac{(1-D)}{8Lf^2} \frac{V_o}{\Delta V_o}$$

可得电容大小为 $C \geq 37.5\mu F$, 为了减小纹波电压, 取 $C = 500\mu F$ (电容的选取先通过这个公式确定一个初值, 然后通过开环仿真确定其大小。根据开环仿真纹波电压大小, 调整电容值。如果纹波电压过大, 就加大电容, 直到纹波电压在要求范围内。)

2. buck 的开环仿真

假设电感 dsr 和电容 esr 分别为 $r_l = 0.25\Omega$ 和 $r_c = 0.01\Omega$ 。利用 simplorer 软件进行仿真, 搭建如下电路。

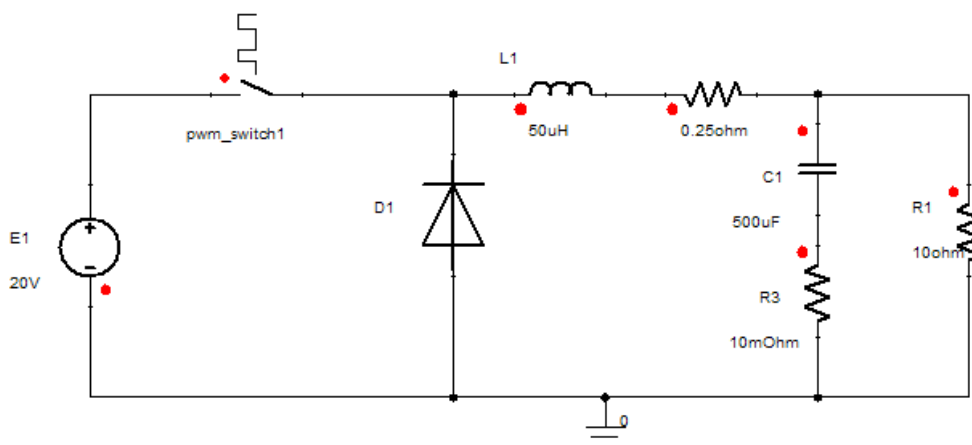


图 1 buck 开环仿真电路图

设置 pwm_switch 的开关频率为 100kHz，占空比 $D=0.25$ 。最终得到电感电流和输出电压波形如下图所示。

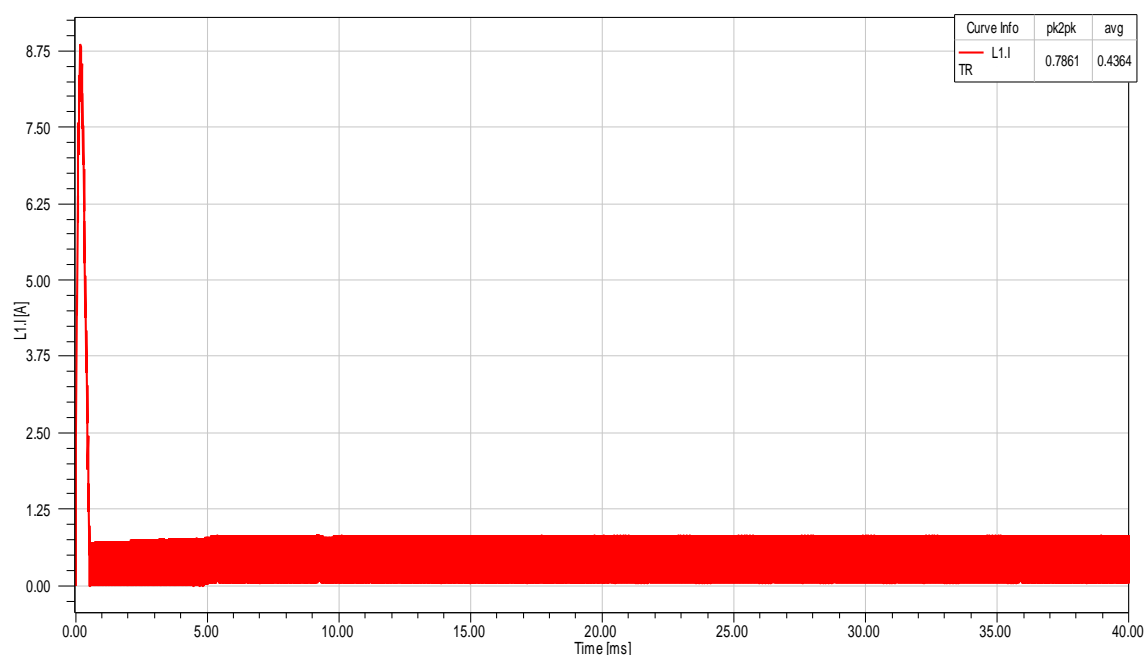


图 2 开环 buck 电感电流波形图

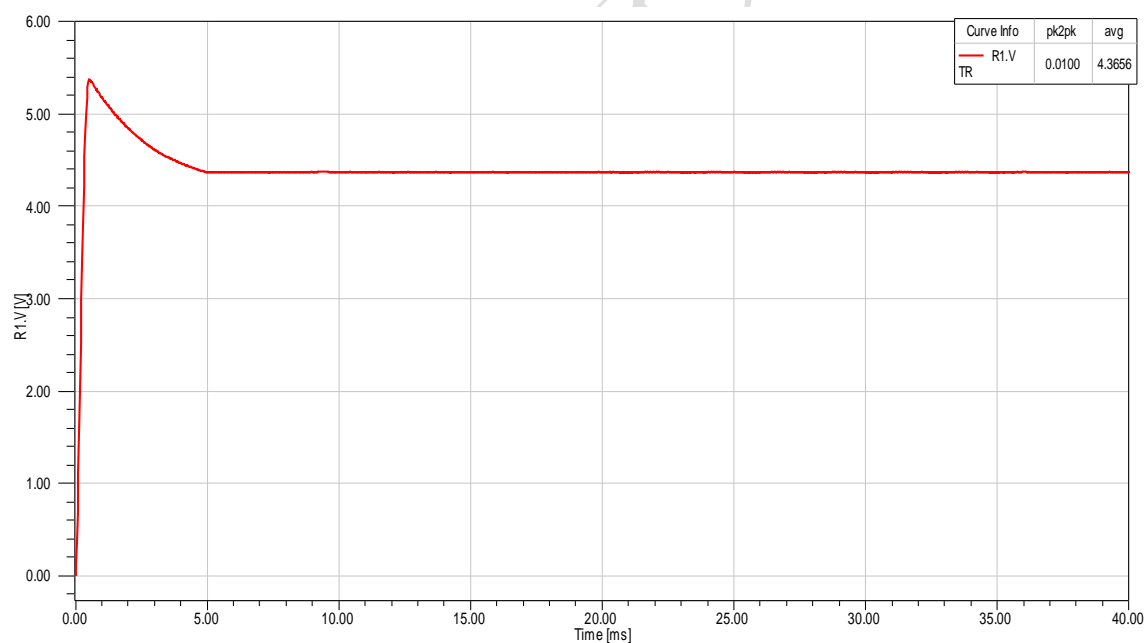


图 3 开环 buck 输出电压波形图

由图 3 知，当电路稳定时，输出电感电流的平均值为 $\bar{I}_L = 0.4364\text{A}$ ，电感电流的峰峰值 $I_{PK} = 0.7861$ 。显然有 $\frac{1}{2}I_{PK} < \bar{I}_L$ ，所以可知电路确实工作在 ccm 模式。将电感电流的波形图进行局部放大，可以发现 buck 确实工作在 ccm 模式。纹波电压为 0.01V，在要求的范围内。所以，对于仿真来说，所选取的电容和电感的大

小是合理的。

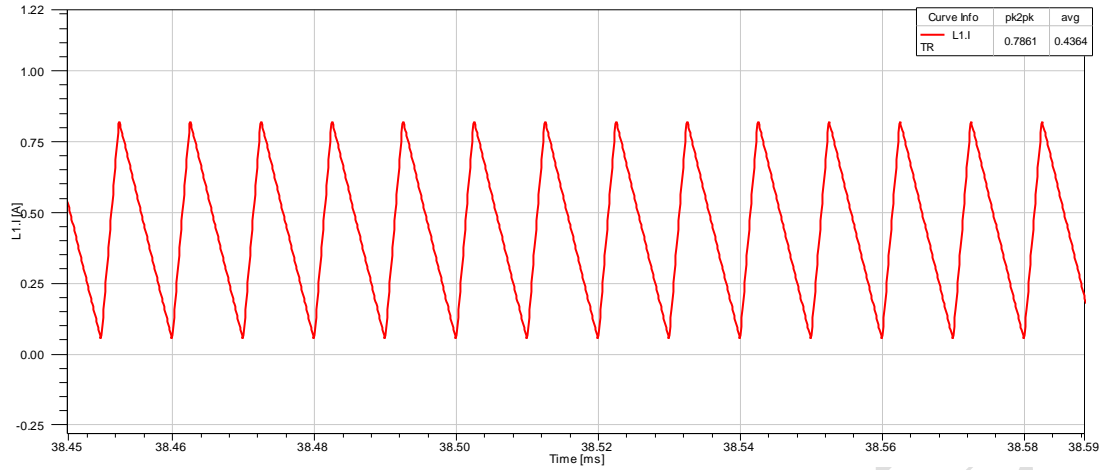


图 4 开环 buck 电感电流局部放大图

3. buck 闭环环路设计

参照 TI 的资料，可知开环 buck 的传递函数为

$$G(s) = V_{in} \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}}$$

其中， $\omega_z = \frac{1}{r_c C}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = \frac{1}{\sqrt{L/C}}$ ，代入数据可得它们的值如下：

$$\omega_z = 2 \times 10^5 \text{ rad/s}, \omega_0 = 6.3246 \times 10^3 \text{ rad/s}, Q = 3.1623$$

开环 Buck 的开环传递函数粗略幅频特性曲线如下：

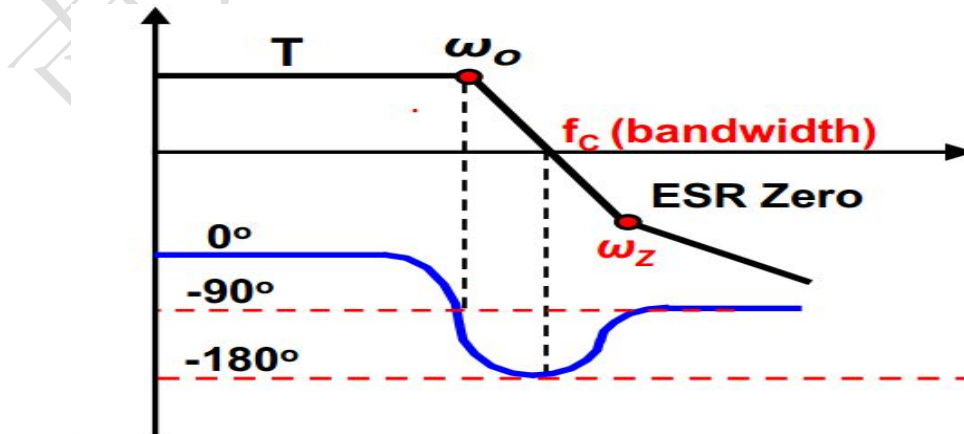


图 5 buck 开环传递函数粗略幅频特性曲线

利用在 matlab 下运行如下脚本：

```
Vin=20;l=50e-6;c=500e-6;r=1;rc=0.01;rl=0.25;
omeg0=1/(l*c)^0.5;
omegz=1/rc/c;
omegzl=rl/l;
Q=r/(l/c)^0.5;
G1=tf(Vin*[1/omegz 1],[1/omeg0^2 1/Q/omeg0 1]);
margin(G1);
```

可得所设计的开环 buck 幅频相频特性曲线如下图所示：

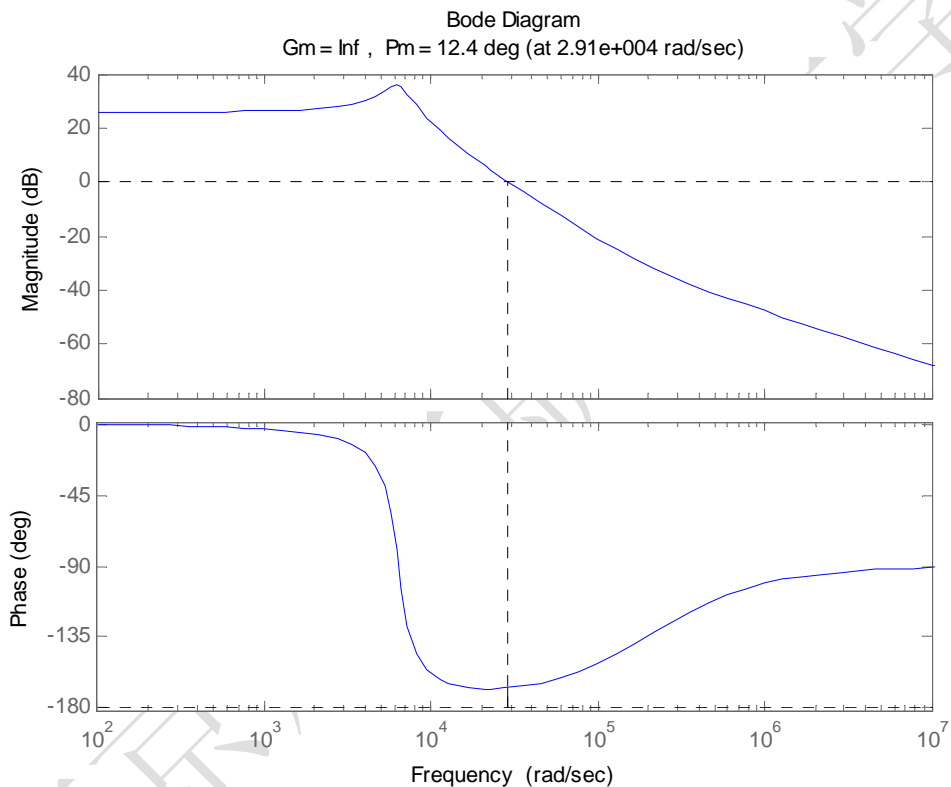


图 6 开环 buck 幅频相频特性曲线

由上图可知，穿越频率为 $f_{c1} = 2.91 \times 10^4 / 2 / \pi = 4.6 \text{ kHz}$ ，开环 buck 的相位裕度为 12.4° ，小于 45° ，需要进行相位补偿。增益裕度为无穷大，不需要补偿了。

常用的补偿方式有比例补偿，PI 补偿，PD 补偿，PID 补偿等等。我们只要选取一种补偿方式使其相位裕度大于等于 45° ，幅值裕度大于 7db 就可以了。

我们选取补偿后的穿越频率 $f_{c2} = \frac{1}{10} f_s = 10 \text{ kHz}$ ，对应的角频率为 $\omega_{c2} = 2\pi f_{c2} = 6.28 \times 10^4 \text{ rad/s}$ ，利用 matlab 的点捕捉功能，在图上捕捉出角频率

为 ω_{c2} 的点，如下图所示。

$$f_{c2} = \frac{1}{10} f_s$$

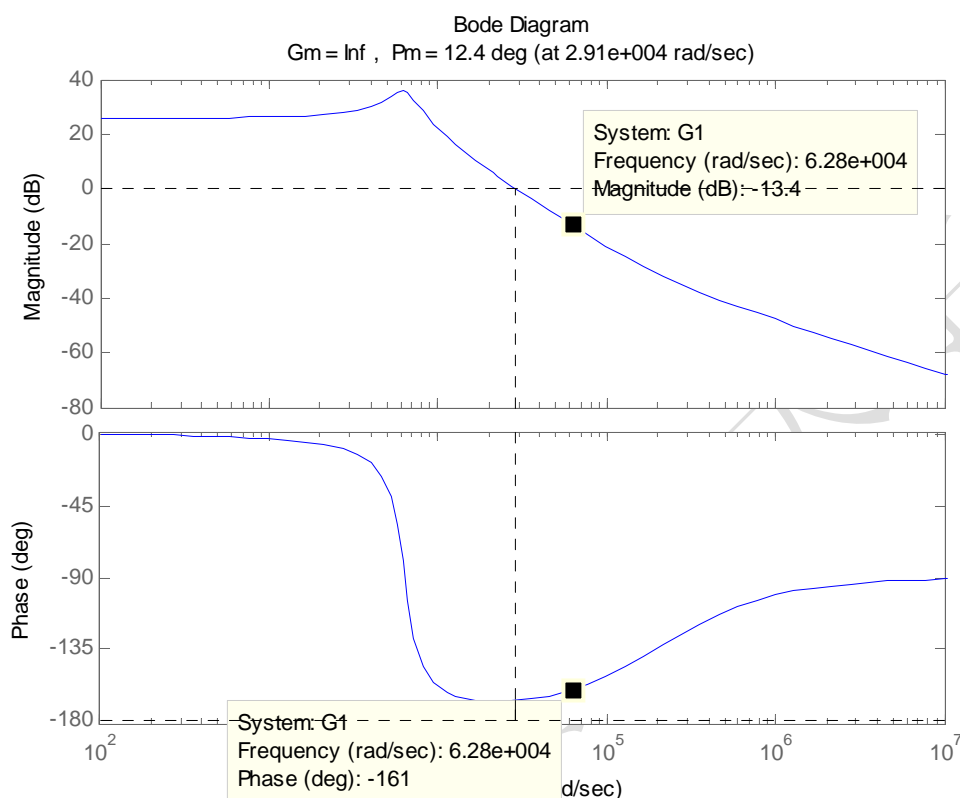


图 7 10kHz 幅频相频点捕捉图

由上图可知，在频率为 10kHz 处的相角为 -161° 。如果单单采用比例补偿，是不行的。因为采用比例补偿将开环 buck 的穿越频率由 f_{c1} 增加到 f_{c2} 后，此时的相位裕度为 $180^\circ - 161^\circ = 19^\circ < 45^\circ$ ，显然不行。频率为 10kHz 处的相角为 -161° ，要是 buck 稳定，在此处的相角最小应该为 -135° （此时对应的相位裕度刚好为 45° ），只有这样，最终的相位裕度才能大于等于 45° 。所以，应该找一个相频曲线有大于 0 的部分补偿网络对该 buck 进行补偿（这里采用 PI 补偿是不行的，有兴趣的可以自己尝试）。根据各类补偿网络的相频曲线可知，有 PD、PID 补偿网络的相频曲线存在大于 0 的部分。在这里，为了增大静态增益，我们选取 PID 补偿网络对系统进行补偿（有 $\frac{1}{s}$ 部分）。

4. PID 补偿网络的参数设计

采用 PID 补偿网络对我们的开环 buck 进行补偿，按照以下步骤就可以确定 PID

补偿网络的各个参数。

1) 首先将穿越频率调整到 $f_{c2} = \frac{1}{10} f_s$ 处，具体计算方法如下：

还是使用点捕捉功能，在 matlab 画出的幅频相频曲线上捕捉角频率为 ω_{c2} 是
的幅值，如图 7 所示，可得此时幅值为 $-13.4dB$ ，所以补偿网络的应该在开环的
幅频曲线基础上加上 $13.4dB$ （向上平移 13.4 个单位），使穿越频率额由 f_{c1} 变成
到 f_{c2} 。平移多少个单位，也可以通过计算得来。计算很简单，如下：

$\omega_{c2} = 2\pi f_{c2} = 6.28 \times 10^4 \text{ rad/s} < \omega_z = 2 \times 10^5 \text{ rad/s}$ ，所以 10kHz 对应的点也在斜率
为 $-40dB$ 的直线上，因此在相频曲线上取角频率为 $\omega_{c1} = 2.91 \times 10^4 \text{ rad/s}$ 和

$\omega_{c2} = 2\pi f_{c2} = 6.28 \times 10^4 \text{ rad/s}$ 的两个点（设这两个点的幅值分别为 A_{c1} 和 A_{c2} （单
位 dB)), 利用直线斜率的定义可得：

$$\frac{A_{c1} - A_{c2}}{\lg \omega_{c1} - \lg \omega_{c2}} = -40dB / dec$$

显然有 $A_{c1} = 0$ （穿越频率过横轴），所以可得

$$A_{c2} = -40 \lg \frac{\omega_{c1}}{\omega_{c2}} = -40 \times \lg \frac{2.91 \times 10^4}{6.28 \times 10^4} = 13.3 \text{（和 13.4 差不多）}$$

补偿网络的电路图如下：

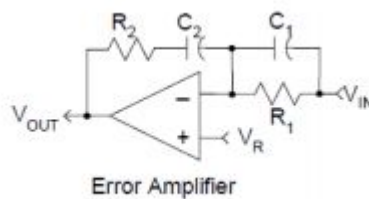


图 8 PID 补偿网络电路图

由于取样电流一般为 1mA 左右，所以设置取样网络的两个电阻值
 $R1 = 4k\Omega, R3 = 1k\Omega$ 。取 $V_p = 4V$ （ V_p 是三角波峰值，闭环网络传递函数里最终因
为三角波的比较环节会引入一个 $\frac{1}{V_p}$ 的比例因子，也相当于一个比例环节，所以

这里需要将它带上），则有：

$$20\lg \frac{R2}{VpR1} = 13.3(or 13.4)dB$$

所以 $R2 = VpR1 \times 10^{13.3/20} = 4 \times 4 \times 10^{13.3/20} = 74k\Omega$ 。将 PID 网络的比例系数 P 乘到开环 buck 传递函数里去得到的传递函数如下：

$$G_p(s) = \frac{R2}{R1 \times Vp} \times V_{in} \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}}$$

在 matlab 中运行如下脚本

```
Vin=20;Vp=4;l=50e-6;c=500e-6;r=1;rc=0.01;rl=0.25;
omeg0=1/(l*c)^0.5;
omegz=1/rc/c;
omegzl=rl/l;
Q=r/(l/c)^0.5;
R1=4e3;
R2=74e3;
Gp=tf(R2/R1/Vp*Vin*[1/omegz 1],[1/omeg0^2 1/Q/omeg0 1]);
margin(Gp)
```

可以得到 G_p 的幅频相频曲线如下图所示：

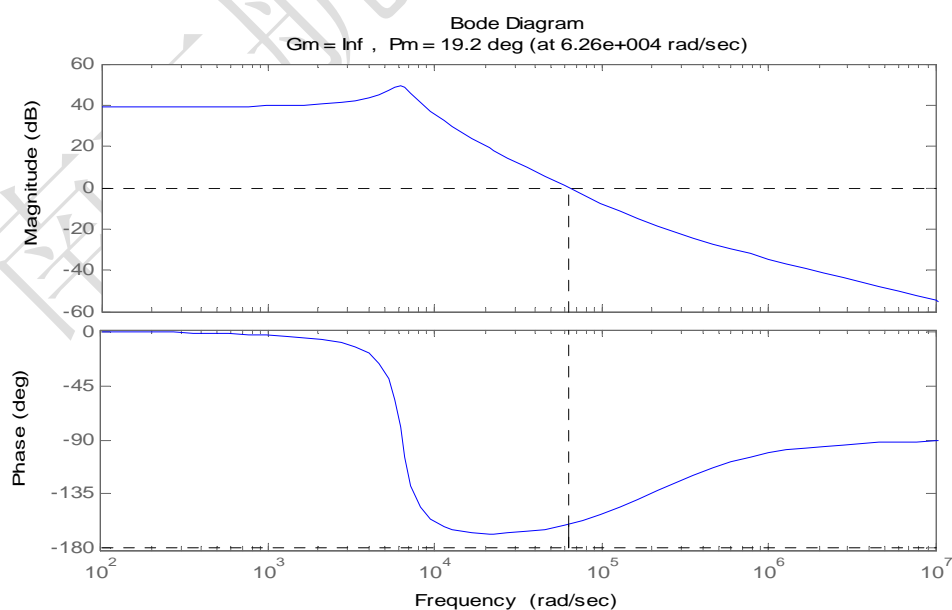
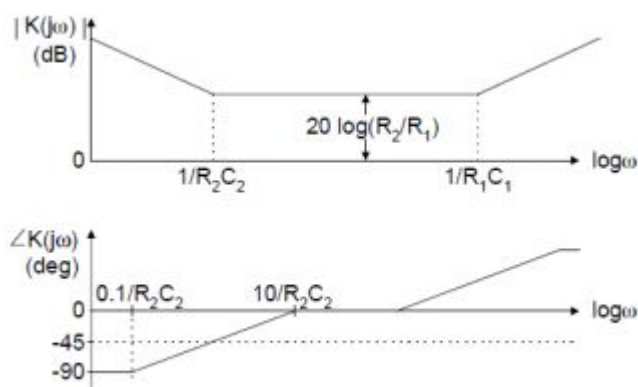


图 9 传递函数 G_p 的幅频相频曲线

由上图可知，传递函数 G_p 穿越角频率为 $6.26 \times 10^4 \text{ rad/s}$ ，很接近 10kHz ，所以 R_2 选择基本合理。此时相角裕度也增加到了 19.2° ，几乎与 161° 互补，说明计算正确。

2) 提高静态增益

为了能够使用 PID 补偿网络提供开环 buck 的静态增益，又不影响到它的幅值裕度（为什么会影响到幅值裕度请观察 PID 补偿网络的相频曲线）。



因为 PID 补偿的相频曲线有个从 -90° 增加到 0° 的过程，而开环 buck 的相频曲线初始有个从 0° 向 180° 减小的过程，如果把这个这两个过程叠加起来，可能为产生一个 -180° 的相角。这个 -180° 相角对应的频率所对应的幅值就是系统的幅值裕度的相反数。而在这两个过程中，PID 补偿网络的幅值一直为正，开环 buck 的幅值也一直为正。这样一来，叠加后的幅值必然大于 0，从而幅值裕度必然小于 0，显然是不行的。因此，为了避免产生这种情况，我们应该选取合适的 C_2 。根据 PID 补偿网络和 G_p 的相频曲线可知，如果我们使得下式成立，那么一定不会出现上文所说的那种情况。

$$\frac{10}{R_2 C_2} = \omega_0$$

所以可得

$$C_2 = \frac{10}{\omega_0 R_2} = \frac{10}{6.3246 \times 10^3 \times 74 \times 10^3} F = 21 \text{ nF}$$

现在可将 PID 补偿网络的 PI 部分加入开环 buck 的传递函数中，得到的新传递函数如下：

$$G_{PI} = \frac{R_2}{R_1} \frac{(1 + R_2 C_2 s)}{R_2 C_2 s} \times \frac{1}{V_p} \times V_{in} \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}}$$

根据这个传递函数的幅频相频曲线可以判断我们选取的 R_2, C_2 是否合理。

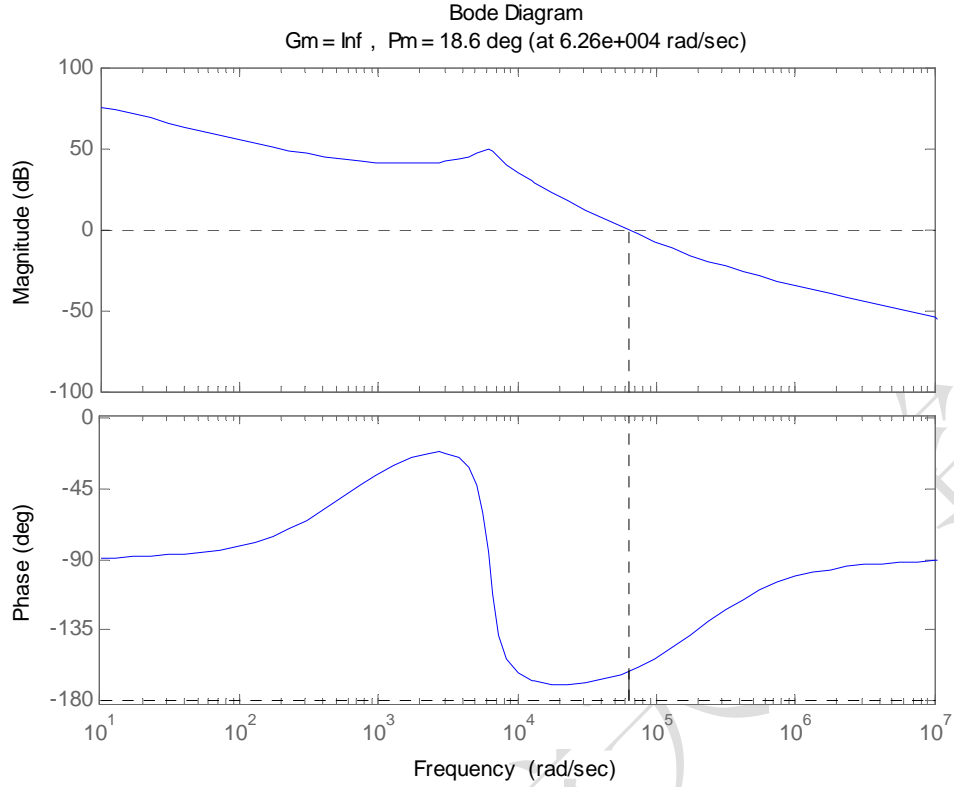
在 matlab 上运行如下脚本

```
Vin=20;Vp=4;l=50e-6;c=500e-6;r=1;rc=0.01;rl=0.25;
omeg0=1/(l*c)^0.5;
omegz=1/rc/c;
omegzl=rl/l;
Q=r/(l/c)^0.5;
G1=tf(Vin*[1/omegz 1],[1/omeg0^2 1/Q/omeg0 1]);

R1=4e3;
R2=74e3;
C2=21e-9;
G2=tf(R2/R1*[R2*C2 1],[R2*C2 0]);

GPI=series(1/Vp*G1,G2);
margin(GPI)
```

可得传递函数 G_{PI} 的幅频相频特性曲线如下图所示：



由上图可得， G_{PI} 的穿越角频率为 $6.26 \times 10^4 \text{ rad/s}$ ，与 G_p 的穿越角频率相同，接近 10kHz 。相位裕度为 18.6° ，相对于 G_p 的 19.2° 减小了 0.6° ，几乎可以忽略不计。这里没有出现我们上文说的幅值裕度为负的那种情况，说明我们的 $C2$ 选择的基本合理。接下来，我们需要做的就是增大相位裕度，使其大于等于 45° 。

3) 提高相位裕度

观察 PID 补偿网络的相频特性曲线可知，如果要提高开环 buck 的相位裕度，应该 PID 补偿网络的相频曲线上相角大于 $(45^\circ - 18.6^\circ) = 25.4^\circ$ 的部分加到 f_{c2} 上，也就是有 $2\pi f_{c2} \geq \frac{0.1}{R1C1}$ 。如果我们先取 $2\pi f_{c2} = \frac{0.1}{R1C1}$ 试试看，此时可确定 $C1$ 的值如下：

$$C1 = \frac{0.1}{2\pi f_{c2} R1} = \frac{0.1}{\omega_{c2} R1} = \frac{0.1}{6.26 \times 10^4 \times 4 \times 10^3} = 0.4 \text{ nF}$$

（注：这里取得 $\omega_{c2} = 6.26 \times 10^4 \text{ rad/s}$ 是因为 G_{PI} 的穿越频率为 $6.26 \times 10^4 \text{ rad/s}$ 。

当然，如果不喜欢这样取的话取 $6.28 \times 10^4 \text{ rad/s}$ (10kHz) 也无妨，应该不会相差太大)。经过 PID 补偿后，闭环网络的传递函数 G_{PID} 如下：

$$G_{PID} = \frac{R_2}{R_1} \frac{(1 + R_2 C_2 s)(1 + R_1 C_1 s)}{R_2 C_2 s} \times \frac{1}{V_p} \times V_{in} \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{Q\omega_0} + \frac{s^2}{\omega_0^2}}$$

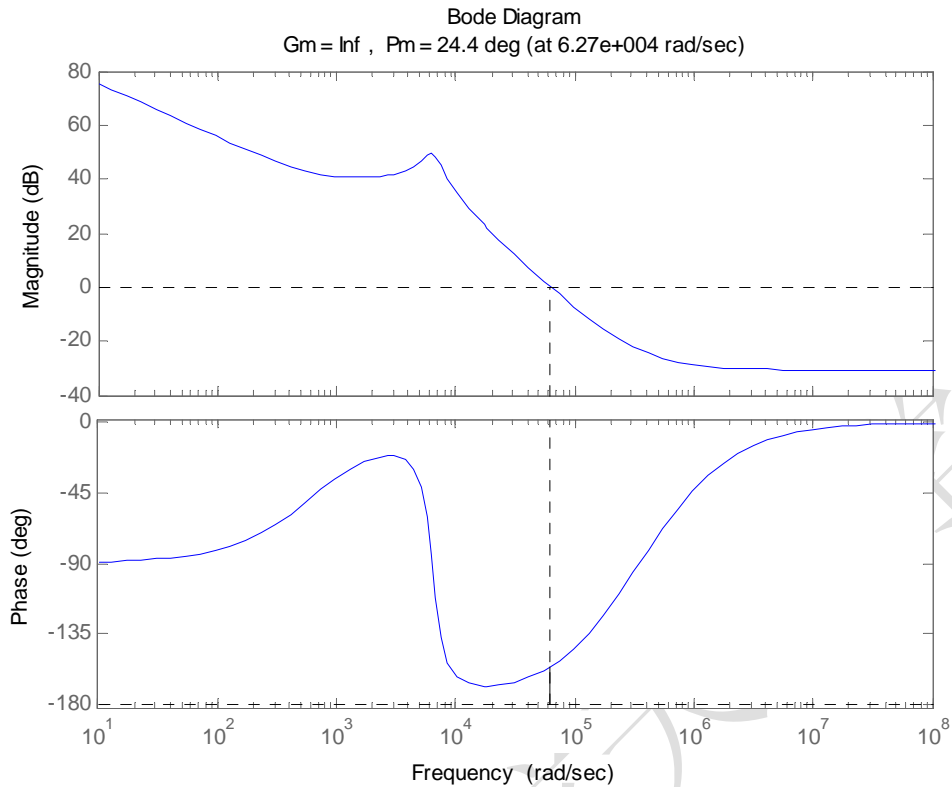
在 matlab 上运行如下脚本：

```
Vin=20;Vp=4;l=50e-6;c=500e-6;r=1;rc=0.01;r1=0.25;
omeg0=1/(l*c)^0.5;
omegz=1/rc/c;
omegz1=r1/l;
Q=r/(l/c)^0.5;
G1=tf(Vin*[1/omegz 1],[1/omeg0^2 1/Q/omeg0 1]);

R1=4e3;
R2=74e3;
C1=2e-9;
C2=21e-9;
G2=tf(R2/R1*[R1*C1*R2*C2 (R1*C1+R2*C2) 1],[R2*C2 0]);

GPID=series(1/Vp*G1,G2);
margin(GPID)
```

运行完成后，可得 G_{PID} 的幅频相频曲线如下图所示：

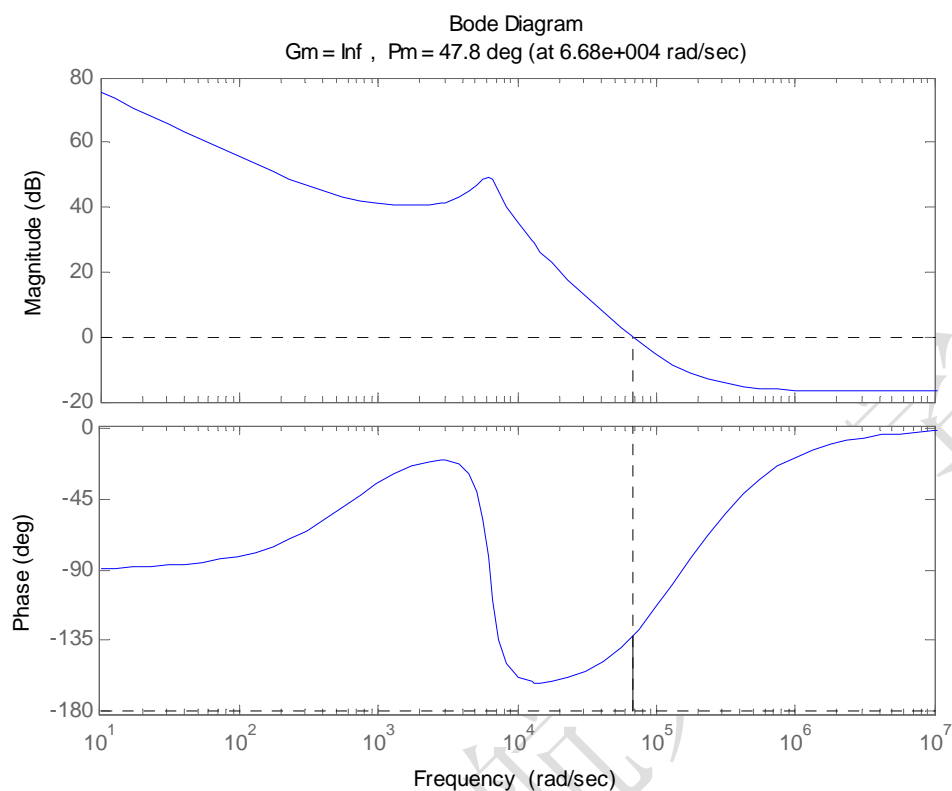


G_{PID} 的穿越频角频率为 $6.27 \times 10^4 \text{ rad/s}$ ，接近 10 kHz ，但是相角裕度为 24.4° ，偏小。我们在此基础上增大 $C1$ ，相角裕度也会增加。调整 $C1$ 的时候，最好在 matlab 下面建一个 M 文件，这样操作起来比较方便。建一个 M 文件格式如下（操作方法：点击 matlab File/Script, M 文件开头敲入 function BuckCompensatorPID（M 文件中后面的逗号不要），换行，后面复制上面的代码。每增大一次 $C1$ 值，点击一次运行，看相位裕度是否达到要求。

```
function BuckCompensatorPID

Vin=20;Vp=4;l=50e-6;c=500e-6;r=1;rc=0.01;r1=0.25;
omeg0=1/(l*c)^0.5;
omegz=1/rc/c;
omegz1=r1/l;
Q=r/(l/c)^0.5;
G1=tf(Vin*[1/omegz 1],[1/omeg0^2 1/Q/omeg0 1]);
R1=4e3;
R2=74e3;
C1=2e-9;
C2=21e-9;
G2=tf(R2/R1*[R1*C1*R2*C2 (R1*C1+R2*C2) 1],[R2*C2 0]);
GPID=series(1/Vp*G1,G2);
margin(GPID)
```

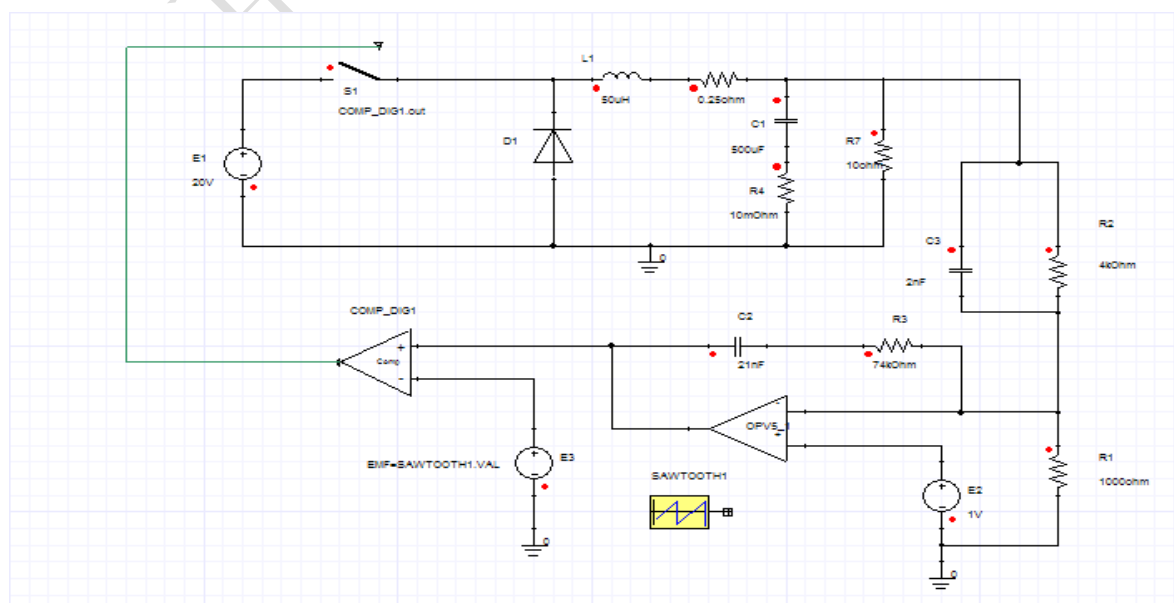
最终取得 $C1 = 2nF$ ，此时闭环 buck 的幅频相频曲线如下：



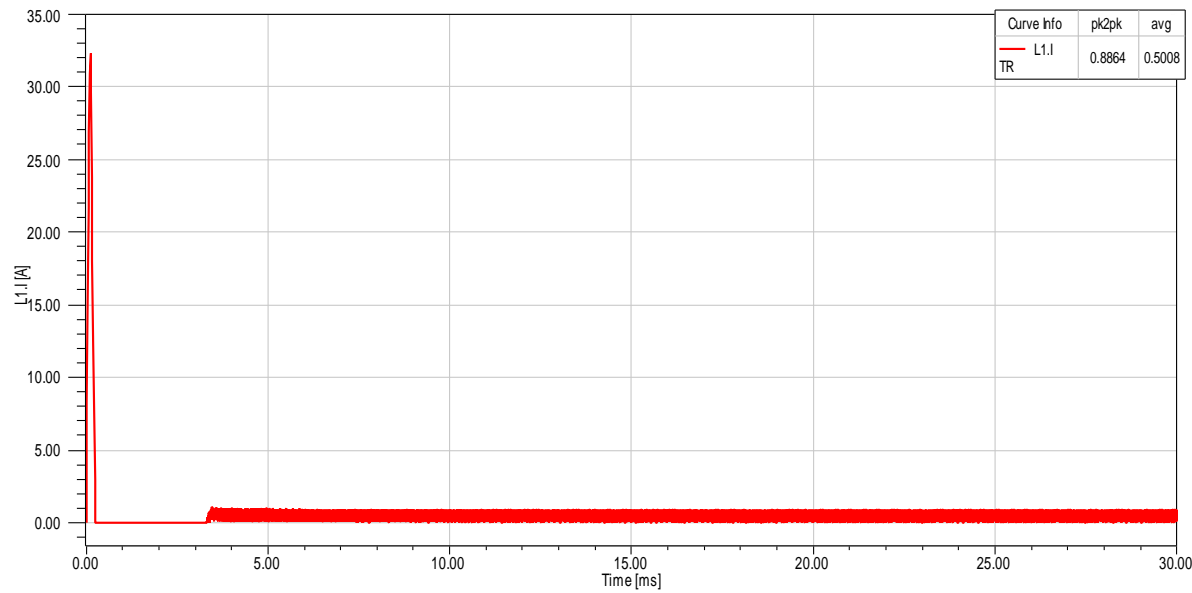
由上图可知，闭环 buck 的穿越角频率为 $6.68 \times 10^4 \text{ rad/s}$ ，相位裕度为 47.8° ，幅值裕度为无穷大，满足要求。至此 PID 补偿网络的参数全部计算完毕，下面我们开始进行闭环 buck 的仿真。

4. buck 闭环仿真

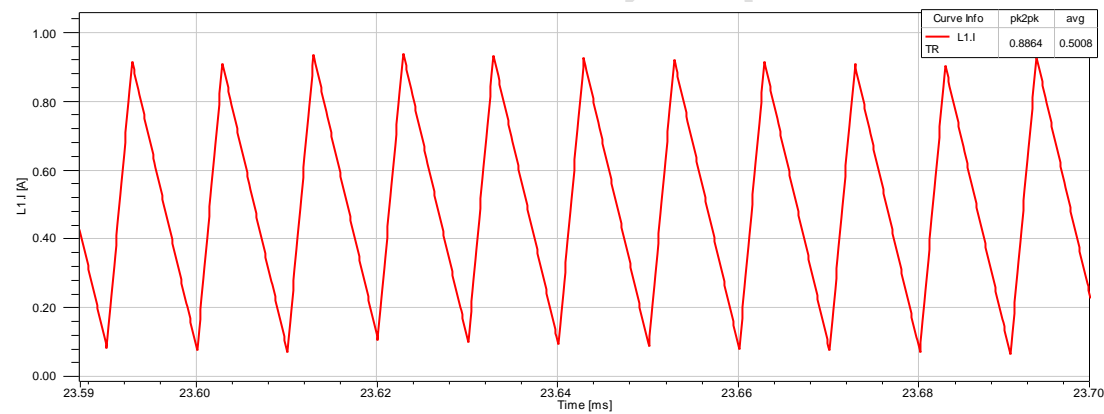
闭环仿真电路仿真如下图所示：



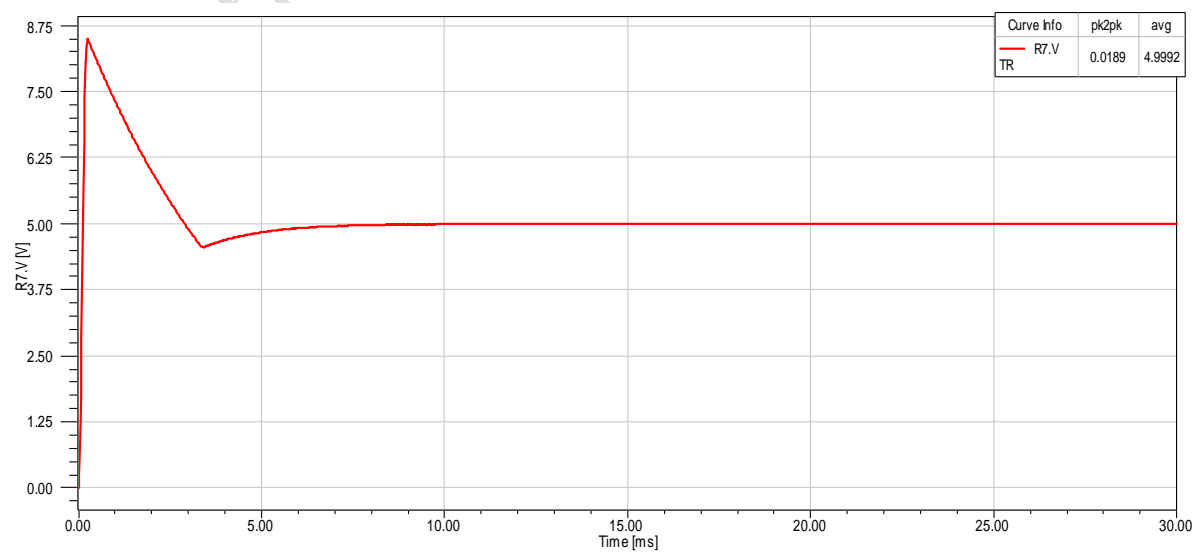
电感电流波形如下图所示：



电感电流峰峰值的 0.5 倍小于电感电流平均值，buck 工作在 ccm 模式。将电感电流波形进行局部放大可得下图：



输出电压波形如下图所示：



纹 波 电 压 $\Delta V_o = 0.0189V$ ， 输 出 电 压 $V_o = 4.9992V$ ，

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{0.0189}{4.9992} = 0.0038 = 0.38\% < 0.5\% , \text{ 满足设计要求。}$$

暴怒的小二（论坛 ID: qiuseqian）
2013.11.6

南京航空航天大学