Estudio del paracaídas

Convocatoria: mayo 2019

Objetivo

El objetivo de esta investigación es realizar un estudio sobre un paracaídas Observar los factores que influyen en la velocidad de caída de un paracaídas.

Motivación personal

Siempre me he querido tirar en paracaídas, me parece una muy buena experiencia. Además, siempre me ha llamado la atención que todos los paracaídas sean circulares. Es por esto que he decidido enfocar mi investigación de este modo. Con el fin de descubrir el motivo de que todos los paracaídas tengan esta forma geométrica y no otra.

Marco teórico

El aire, al ser un fluido, cuando se lanza el paracaídas, éste cae con un movimiento acelerado hasta alcanzar una velocidad que se mantienen constante, esta velocidad se denomina velocidad límite. En la caída sólo afectan dos fuerzas, el peso y la fuerza de rozamiento causada por el aire. Por tanto, la ecuación que define el movimiento es $\mathrm{m \cdot a = -m \cdot g + Froz}$, donde la $\mathrm{Froz} = \frac{\rho \cdot A \cdot \delta}{2} \cdot v^2$, donde ρ es la densidad del aire, A el área del paracaídas y δ es un coeficiente que depende de la forma del objeto, en nuestro caso es 0,4[1] ya que el objeto que lanzaremos es una esfera.

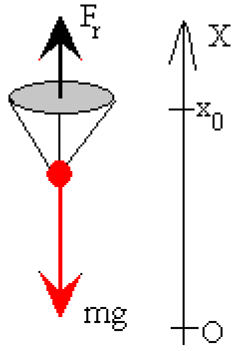


Imagen 1, fuerzas en la caída con paracaídas. Tomada de: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/paracaidista/paraca3.gif

[1] Valor tomado de la página http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/paracaidista/paracaidista.html

La velocidad límite se alcanza cuando la aceleración es cero, es decir, cuando la F_{roz} es igual al peso, por tanto $V_{lim} = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g}{\rho \cdot A \cdot \delta}}$. Cuanto menor sea la velocidad límite, mayor será la efectividad del paracaídas, es decir, reducirá en mayor medida la caída del objeto. Como se deduce, al aumentar la masa, también aumenta la velocidad y, al aumentar el área, la velocidad se reduce.

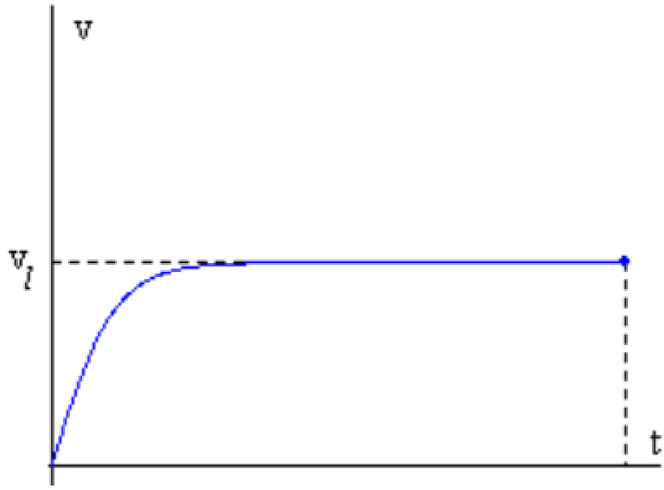


Imagen 2, representación de la variación de velocidad. Tomada de: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/paracaidista/paraca1.gifhttp://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/paracaidista/paraca1.gif

Material

-Plástico

-Tijeras

-Cortador circular

-Cuerda/hilo

-Cronómetro ±0,01s

-Balanza ±0,001g

-Pesos 2g y 8g

-Compás

-Lapicero/bolígrafo

-Telémetro láser ±0,01m

-Nivel

-Aplicador eléctrico para pedrería

Imagen 3 https://images-na.ssl-images-amazon.com/images/I/31uQSsScYWL.jpg

Procedimiento

Lo primero que hacemos es medir la altura del segundo piso donde se va a dejar caer el paracaídas. Para ello, se dispone el nivel junto al telémetro láser y cuando está perfectamente en dirección perpendicular al suelo se activa el aparato y se anota el valor. Posteriormente se busca en la página de la AEMET los valores de presión, temperatura y humedad del ambiente, para así con la calculadora de densidad del CENAM calcular la densidad del aire lo más aproximado posible ya que el experimento se realiza en el interior de un edificio para evitar corrientes de aire.

Dibujamos un cuadrado en el plástico de 30cm de lado, es decir 900cm^2 de área. Doblamos el cuadrado en partes iguales y hacemos un agujero con un aplicador eléctrico para pedrería de manera que con el calor que se genera en la punta, se agujerea el plástico sin dejar ningún reborde. De esta manera, todos los agujeros tienen el mismo tamaño y se encuentran a la misma distancia. Se realiza lo mismo con un cuadrado de 20cm de lado (400cm^2 de área) y con 10 cm (100cm^2 de área). Tras esto, se calcula el radio necesario para los 900cm^2 400cm^2 y 100cm^2 en un círculo y se recorta con un cortador circular, de la misma manera que con el cuadrado, se dobla y se hacen los agujeros. Finalmente se realizan los cálculos pertinentes para los lados y la altura del triángulo con el fin de que tengan las mismas áreas que las figuras anteriores, se dibuja el lado y la altura, se recorta y se hacen los agujeros del mismo modo. Se recortan 33 trozos de la cuerda, de modo que, tras hacer los nudos, midan 30cm. Uno de los extremos se ata a la anilla y se pasa por el agujero, haciendo un doble nudo en el otro extremo para impedir el paso de la cuerda por dicho agujero. Cada paracaídas tiene 4 cuerdas menos el triángulo que tiene 3, todos siguen el esquema mostrado en la imagen 4.

Una vez hechos todos los paracaídas, vamos al instituto. Para la toma de datos hacen faltas 2 personas, una que deje caer los paracaídas desde el segundo piso (4,27m) y la otra que pare el cronómetro cuando llegue el paracaídas al suelo. Los paracaídas se deben dejar caer de la misma forma para evitar errores. Esta forma es; se sujeta por dos lados el paracaídas, aplicando un poco de tensión de forma que el paracaídas se abra totalmente, tras esto se hace una cuenta regresiva (para coordinarse con la otra persona) y se suelta. Tras lanzar el paracaídas la persona que está arriba, deja caer una cesta atada con una cuerda hasta el suelo, momento en que la otra persona deposita el paracaídas en la cesta y la sube. Esto se hace para no tener que subir y bajar las escaleras tantas veces, lo que ralentizaría el experimento. Para evitar errores y hallar un valor preciso, realizamos 3 veces cada medida, para así poder hallar la media. Tras esto cambiamos el peso y realizamos el mismo procedimiento

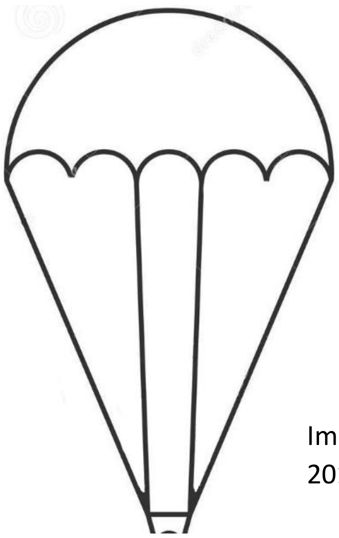


Imagen 4, hecha con Adobe Photoshop CC 2017, esquema de los paracaídas

Cálculos

Círculo

El área del círculo es A = πr^2, por tanto, r = $\sqrt{\frac{A}{\pi}}$

ÁREA (cm^2)	100±6	400±6	900±6
RADIO (cm)	5,64±0,01	11,29±0,01	16,92±0,01

Tabla 1, cálculos de las áreas del círculo

Triángulo

El área del triángulo es A = $\frac{l \cdot h}{2}$, al ser un triángulo equilátero, como podemos observar en la imagen 3 podemos dividir el triángulo en dos triángulos rectángulos cuya hipotenusa es l, el cateto contiguo es $\frac{l}{2}$ y el cateto opuesto es h. Al tener el triángulo rectángulo, sabemos que $l^2 = h^2 + (\frac{l}{2})^2$. Por tanto, tenemos un sistema de ecuaciones de dos ecuaciones con dos incógnitas y podemos realizar los cálculos

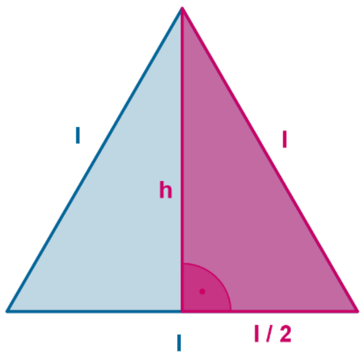


Imagen 5, triángulo equilátero. Tomado de https://www.edu.xunta.es/espazoAbalar/sites/espazoAbalar/files/datos/1445431383/contido/ud4/4322_1_applet_imagen_teoria_triangulo_rectangulo_en_triangulo_equilatero.png

ÁREA (cm^2)	100±1	400±1	900±1
LADO (cm)	14,14±0,01	28,28±0,01	42,42±0,01
ALTURA (cm)	13,16±0,01	20±0,01	39,48±0,01

Tabla 2, cálculos de las áreas del triángulo

Procesamos los datos de las medidas del tiempo de bajada de los paracaídas con el programa de Microsoft Excel. Sabemos que la distancia del segundo piso del instituto al suelo es de 4,27m, por tanto, podemos calcular la velocidad límite en cada caso, el tiempo y el espacio en que tarda el objeto en llegar a la velocidad límite.

Valores medidos

masa pequeña 0,02kg			
círculo	100	400	900
	1,93	3,18	4,44
	1,92	3,12	4,22
	1,98	3,08	3,92
media	1,94	3,13	4,18
cuadrado	100	400	900
	2,3	3,5	4,85
	2,13	3,33	4,61
	2,04	3,31	4,24
media	2,15	3,38	4,55
triángulo	100	400	900
	1.98	2,51	3,49
	1,82	2,59	3,9
	1,85	2,57	3,73
media	1,83	2,56	3,70

Tabla 3, toma de datos de caída de la masa pequeña

masa grande 0,08kg			
círculo	100	400	900
	2,87	4,18	4,71
	2,75	4,09	5,12
	2,62	4,14	5,24
media	2,74	4,14	5,01
cuadrado	100	400	900
	2,91	4,12	5,02
	2,39	3,88	5,1
	2,84	3,78	4,85
media	2,69	3,92	4,99
triángulo	100	400	900
	2,42	3,4	4,84
	2,64	3,34	4,86
	2,79	3,48	5,15
media	2,61	3,41	4,95

Tabla 4, toma de datos de caída de la masa grande

$V_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{2\cdot m\cdot g}{\rho\cdot A\cdot\delta}}$. . Para calcular la velocidad límite en cada caso, se necesita la masa del cuerpo, cuyos valores son 2g y 8g, la gravedad con un valor de $9{,}8 m/s^2$, la densidad del aire, que ha sido calculada con la calculadora del CENAM a parir de la temperatura (21ºC), la presión (96210Pa) y la humedad relativa (15%), (valores tomados de la AEMET) como podemos ver en la imagen 6. Por tanto p = $1{,}14\ kg/m^3$, además también se necesita el coeficiente δ, que se mantiene constante e igual a 0,4 y el área del paracaídas que toma los valores de $0{,}01m^2$, $0{,}04m^2$ y $0{,}09m^2$. Con estos datos podemos calcular la tabla 5.

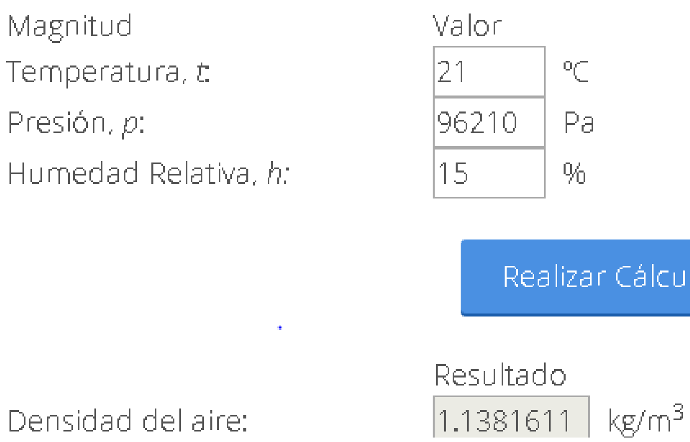
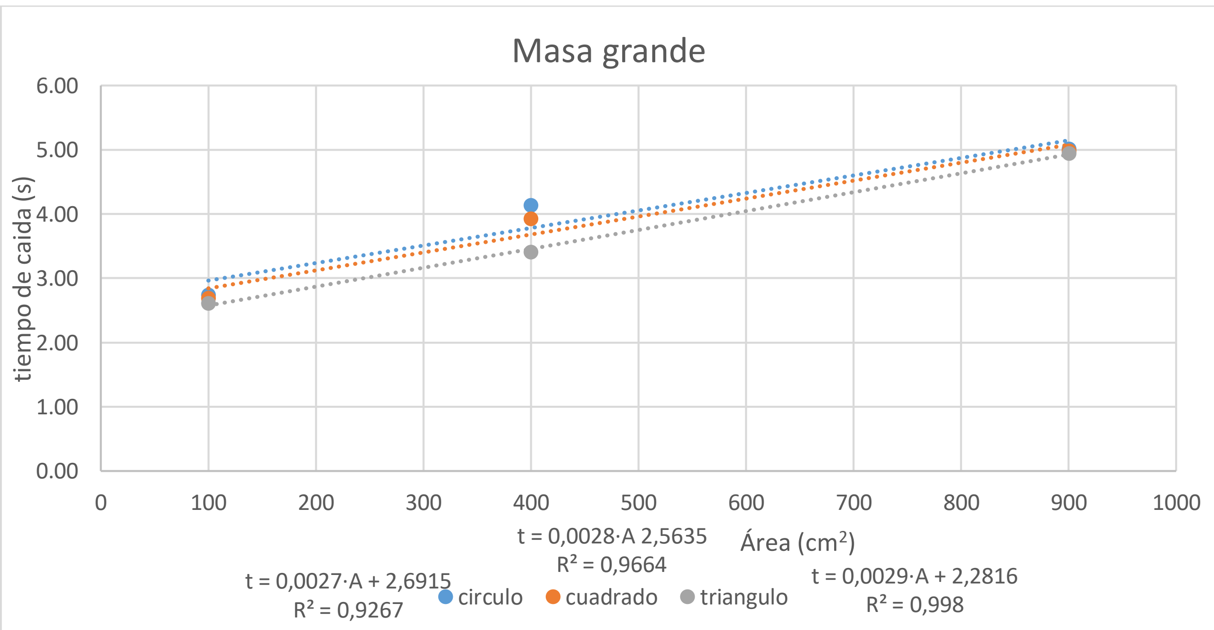


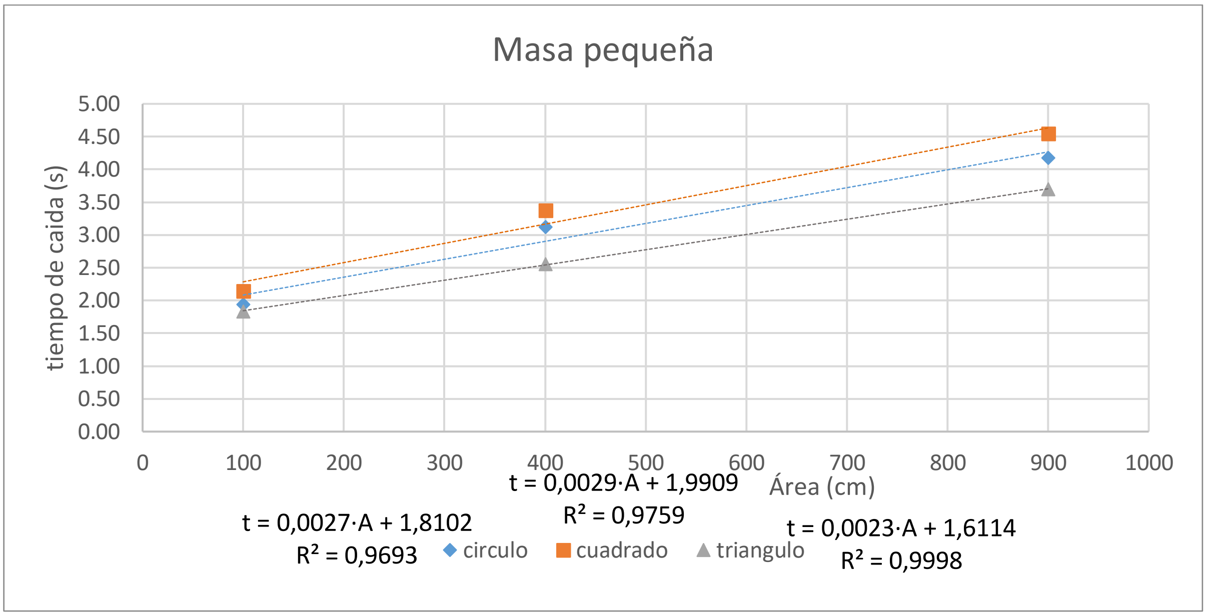
Imagen 6, cálculo de la densidad del aire con la calculadora del CENAM.
http://www.cenam.mx/publicaciones/cdensidad.aspx

	masa (kg)	$100±1cm^2$	$400±1cm^2$	$900±1cm^2$
vlim (m/s)	0,008	5,86	2,93	1,95
	0,002	2,93	1,47	0,98

Tabla 5, cálculo de la velocidad límite según el área



Gráfica 1, correspondiente a la tabla 4



Gráfica 2, correspondiente a la tabla 3

Errores

$$\Delta v_{lim} = v_{lim} \cdot \sqrt{\frac{2m \cdot g}{p \cdot \delta}} \cdot (\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta A}{A})$$

El error de A varía en función de la forma de la figura, empecemos por el círculo

$$\Delta A_c = \pi \cdot 2\Delta r = 2 \cdot 0{,}01 \cdot \pi = \pm 0{,}06cm = \pm 6 \cdot 10^{-4} m^2$$

Continuamos con el cuadrado

$$\Delta A_{cu} = 2\Delta l = 0{,}01 \cdot 2 = \pm 0{,}02cm = \pm 2 \cdot 10^{-4} m^2$$

Finalizamos con el triángulo

$\Delta A_t = \frac{A_t}{2} \cdot \left(\frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta l}{l}\right)$, en todos los casos el valor es inferior a 0,001 (error de los aparatos de medida) por lo que el error es de ±0,01cm² = $\pm 1 \cdot 10^{-4} m^2$

Aplicamos estas fórmulas en una tabla de Excel para calcular el error en la velocidad límite en cada figura, estos valores se organizan en la tabla 6 y dividiendo el error absoluto entre el valor obtenemos el error relativo, como vemos en la tabla 7.

	masa (kg)	100 cm2	400 cm2	900 cm2
Δcirvlim (m/s)	0,008	0,64	0,24	0,15
	0,002	0,48	0,22	0,15
Δcuavlim (m/s)	0,008	0,89	0,43	0,29
	0,002	0,45	0,22	0,14
Δcuavlim (m/s)	0,008	0,46	0,22	0,14
	0,002	0,44	0,22	0,14

Tabla 6, errores de la velocidad límite

Error relativo		
100 cm2	400 cm2	900 cm2
10,85%	8,21%	7,72%
16,42%	15,10%	14,86%
15,25%	14,81%	14,73%
15,25%	14,81%	14,73%
7,92%	7,48%	7,40%
14,95%	14,73%	14,69%

Tabla 7, errores relativos de la velocidad límite

Conclusiones

Lo primero que se observa es que según aumenta el área del paracaídas se reduce el tiempo de bajada, la relación se indica más adelante. Esto es obvio, ya que la aceleración es directamente proporcional al área por lo que la relación es directa y lineal, sin embargo, no se puede afirmar totalmente ya que 3 puntos no son suficientes para asegurar la relación. Con la masa grande, la relación tiempo-área del paracaídas circular es de 0,0027s/cm^2, la forma cuadrada tiene una relación de 0,0028s/cm^2 y la forma triangular la relación es de 0,0029s/cm^2. Con la masa pequeña, la relación varía un poco, la relación de la forma circular es la misma, la cuadrada cambia a 0,0029s/cm^2 y la triangular a 0,0023s/cm^2. Además, a medida que se aumenta el área del paracaídas, se reduce la velocidad límite, como se muestra a continuación. Se observa que, con la masa de 0,008kg (masa grande) al variar el área de 100cm^2 a 400cm^2 y a 900cm^2, la velocidad límite desciende de 5,86m/s a 2,93m/s y a 1,95m/s. Con la masa de 0,002kg (masa pequeña) si aumentamos el área de 100cm^2 a 400cm^2 y a 900cm^2, la velocidad límite varía en este caso de 2,93m/s a 1,47m/s y a 0,98m/s.

Además, evaluando el factor R^2, se corrobora que la relación es lineal ya que el valor menor es de 0,92 y el resto oscila entre 0,96 y 0,99. Con todo esto podemos decir que cuando se aumenta el área del paracaídas, también se aumenta el tiempo de caída y la velocidad límite desciende. Esta relación podría deducirse ya que la velocidad límite depende inversamente del área y podemos decir que el tiempo de caída depende directamente del área del paracaídas ya que está relacionado con la velocidad límite, si la velocidad disminuye el tiempo aumentará y viceversa.

Sin embargo, en la ecuación usada, no se tiene en cuenta la forma del paracaídas y, como vemos en las gráficas 2 y 3 la forma del paracaídas sí que varía el tiempo de caída. Como podemos observar, en ambas masas la forma triangular parece ser la menos óptima, ya que en todos los casos es la que llega al suelo en menor tiempo. En cuanto a las otras dos figuras, la diferencia es muy baja, se aprecia que en la masa pequeña el cuadrado reduce en mayor medida la velocidad y, en cambio, con la masa grande sucede al contrario, el círculo reduce en mayor medida la caída. La relación entre el tiempo y el área parece no depender de la forma ya que sus valores oscilan entre 0,0027 y 0,0029 independientemente de la forma. Sin embargo, como podemos observar en la tabla 3 y 4, en los valores medios de las caídas, sí que se aprecia una diferencia mayor en la forma del triángulo, siendo el menor tiempo. Por otro lado, evaluando cualitativamente, la forma triangular es la que realizaba un vuelo más estable, en el caso del cuadrado y el círculo sí que se notaba mayor inestabilidad y realizaban movimientos aleatorios hacia todas las direcciones. Este último punto también puede ser debido a la forma de dejar caer los paracaídas, ya que, si la posición inicial no estaba en el punto perfecto de inclinación, se podía doblar y realizar movimientos diferentes, estos sucesos nos hicieron repetir el experimento en varias ocasiones ya que el vuelo era demasiado inestable y con muchos movimientos, esto sorprende teniendo en cuenta que la mayoría de los paracaídas son circulares.

En cuanto a la fiabilidad de los datos, vemos que el error relativo es en todos los casos inferior al 15%, lo que hace que los valores tengan una fiabilidad considerable teniendo en cuenta que el vuelo del cuadrado y del círculo no son tan estables como el triángulo.

Bibliografía

http://www.aemet.es/es/eltiempo/observacion/ultimosdatos?k=clm&l=3260B&w=2&datos=img [Consulta 29/03/2019]

http://www.cenam.mx/publicaciones/cdensidad.aspx [Consulta 29/03/2019]

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/paracaidista/paracaidista.html[Consulta 29/03/2019]