BÚSQUEDA DE CEROS. Método de Newton-Raphson

Sistema de ecuaciones no lineales. Método de Newton.

Podemos aplicar el mismo algoritmo de Newton pero la variable x y la función f son vectores de M elementos, donde M es el número de ecuaciones.

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - (f'(x^{(n)}))^{-1}\ f(x^{(n)})$$

donde,

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_M \end{pmatrix} \quad f(x) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, \cdots, x_M) \\ \vdots \\ f_M(x_1, \cdots, x_M) \end{pmatrix} \quad f'(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_M} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_M}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_M}{\partial x_M} \end{pmatrix}$$

El proceso iterativo se sigue mientras $||x^{(n+1)} - x^{(n)}|| > \epsilon$ donde ϵ es la precisión requerida.

Si el cálculo de la inversa de la matriz de las derivadas es problemático, se puede determinar $x^{(n+1)}$ resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones lineal (por ejemplo por el método LU):

$$(f'(x^{(n)}))(x^{(n+1)} - x^{(n)}) = -f(x^{(n)})$$

Ejercicio Aplicar el método de Newton para resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x_1^2 + 4x_2^2 - 9 &= 0 \\ -25x_1^2 + 10x_2 + 25 &= 0 \end{aligned}$$

Comenzar por el valor $(1, 1)$.