

20pts

枚举所有修改的情况, $f[i]$ 表示 $[1, i]$ 的划分方案, DP转移, 时间复杂度为 $O(n^3)$ 。

+20pts

处理所有前缀 $f[i]$ 表示 $[1, i]$ 的划分方案, $g[i]$ 表示 $[i, n]$ 的划分方案, 因为 $a_i \leq 20$, 所以如果转移的长度不超过 20 暴力枚举, 否则一定可以, 根据 f, g 数组, 枚举 x 最终所在区间的长度, 如果超过 20 一定可行, 利用前缀和优化, 否则暴力枚举所有情况, 时间复杂度为 $O(nV^2)$, $V = 20$ 。

100pts

考虑不修改序列的情况怎么做。相当于每个区间 $[l, r]$ 要满足 $r - l + 1 \geq \max a_l \dots a_r$ 。设 dp_i 表示 $a_1 \dots a_i$ 被划分为若干个区间的数量。

考虑分治, 设当前区间为 $[l, r]$, 我们需要处理所有跨过 mid 的转移。设 $mxL_i = \max\{a_i \dots a_{mid}\}$, $mxR_i = \max\{a_{mid+1} \dots a_i\}$ 。那么一个跨过 $[l, r]$ 的区间合法当且仅当 $r - l + 1 \geq \max\{mxL_l, mxR_r\}$ 。这是一个二维偏序的形式, 使用树状数组维护即可做到, 时间复杂度为 $O(n \log^2 n)$ 。

再考虑一般的情况怎么做, 继续利用上述分治结构, 类比部分分, 先求出每个前后缀的答案 f, g 。如果我们将 a_x 改为 1, 我们需要计算所有包含 x 的合法区间 $[l, r]$ 对应的 $f_{l-1} \times g_{r+1}$ 。因此只需要考虑分治树上所有包含 x 的区间来计算贡献。

不妨设 $x \in [l, mid]$, 那么我们需要修改 mxL 中的若干个值, 并重新计算这些被修改的值带来的贡献。这依然是一个二维偏序问题, 每个被修改的值会产生 $O(\log n)$ 的代价。对于一个分治树上的区间 $[l, r]$, 依然考虑它的左半部分 $[l, mid]$ 。可以发现一个 mxL_i 最多只在一个 x 处被修改, 因此 mxL 变化量的总和是 $O(mid - l)$ 的。因此直接二维偏序计算答案即可, 时间复杂度 $O(n \log^2 n)$ 。