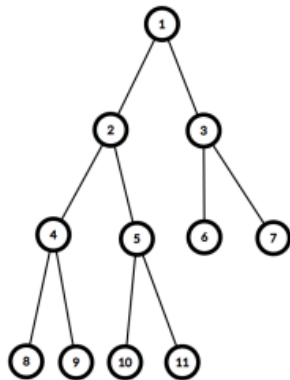


### 30pts

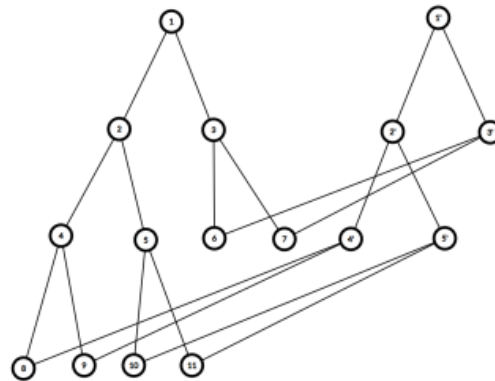
$f[S][i]$  表示考虑了前  $i$  条边，点集  $S$  构成一个生成树的方案数，通过状态压缩的方式  $O(2^n \times n^2)$  的复杂度内求解生成树个数，

### +30pts

首先考虑若干次操作后的结果，如图所示，对点 1, 2, 3, 4, 5 依次操作。



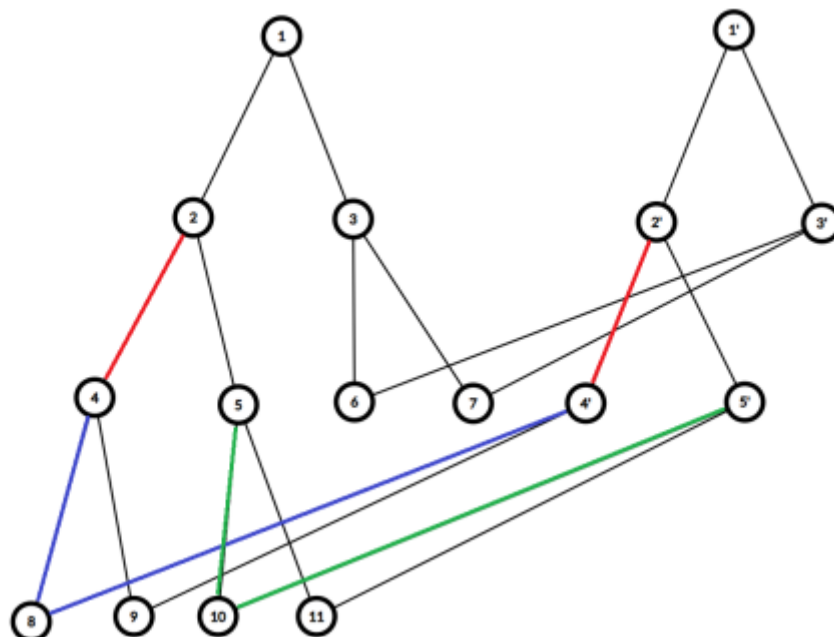
(a) Before



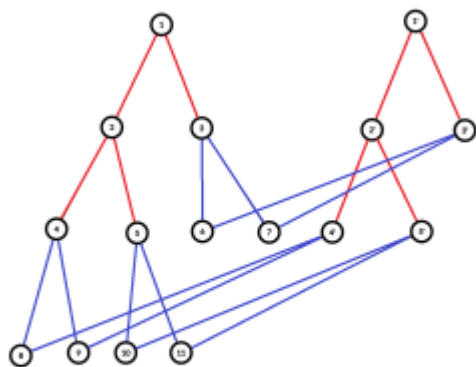
(b) After

记操作过的一对点为成对点（如 1 和  $1'$ ），剩下的为独立点。求生成树等价于求有多少种断边方案，使得结果是一棵树。

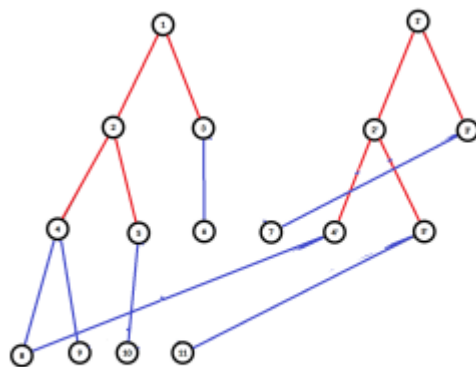
考虑上面的图怎么算，由于  $[1, 5]$  和  $[1', 5']$  是完全对称的，所以可以把两棵树上的边对应起来形成若干对边，每一组边删第一条或第二条等价（删两条会不连通）：



记  $1 - 2, 1' - 2'$  这样的边（成对点-成对点）为红边，其余的边（成对点-独立点）为蓝边，观察一下每种断边的情况：



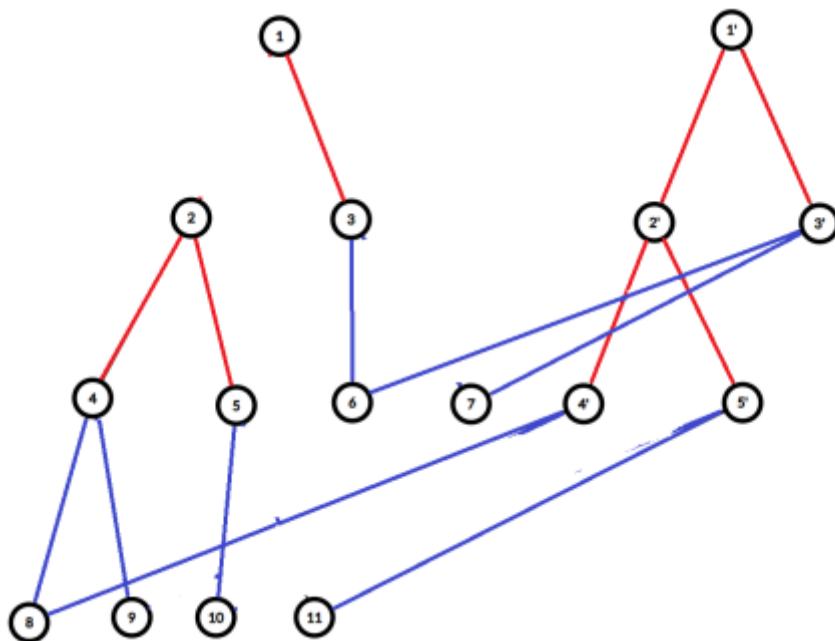
(c) Before



(d) After

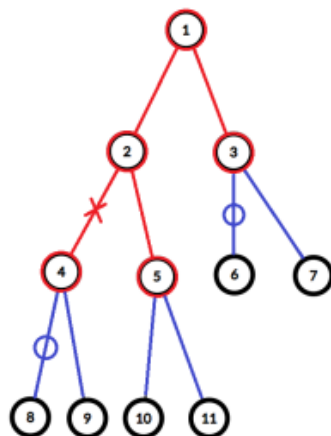
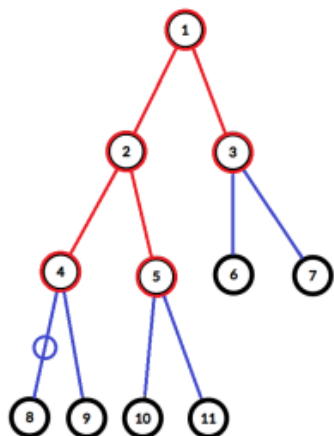
假设完全不删红边，那么上图除了每一对蓝边保留两条以外，其余的每对蓝边都要删掉其中一条：如图，保留了  $4-8$  和  $4'-8$ ，其余每对蓝边删掉一条边，得到一棵合法的生成树（记为方案 1）。

考虑删掉一条红边的情况，例如删掉  $1-2$ ，那么一组合法的解（记为方案 2）为：



即多保留了一条  $3'-6$ ，不然会断成两个块。

现在回到原树观察上述操作，记复制过的点为红点，未复制过的为黑点，红蓝边分别代表实际图中的一对边，记蓝圈为保留一组蓝边（其余蓝边的删其中一条），红叉为删掉一组红边的一条（其余红边不动），则对于方案 1 和方案 2 的删法如下：



可以发现，对于每个把标叉红边删掉形成的红点连通块里面，都要有恰好一个点存在恰好一条相连的标圈蓝边，根据这个性质可以快速计算出所有红色点构成一个联通块的情况。

## 100pts

更一般的，对于每个红点（操作过的点）形成的块 dp，设  $f[i]$  表示当前点  $i$  所在的连通块内存在某个相连的标圈蓝边， $g[i]$  表示不存在，从子树往上合并即可。需要注意上述边实际对应的是一对边，也就是删红边和蓝边时的方案都要  $\times 2$ ，时间复杂度为  $O(n^2)$ 。