

Orthogonalité

Factorisation QR

MAT-2930 Algèbre linéaire appliquée
Jean-François Lalonde

Factorisation QR

$$\mathbf{A} = \mathbf{QR}$$

On sait comment calculer \mathbf{Q} . Comment obtenir \mathbf{R} ?

Rappel

\mathbf{Q} est une matrice orthonormale

Factorisation QR

Dimensions ?

Valeurs des éléments ?

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^\top \mathbf{a}_1 & \mathbf{q}_1^\top \mathbf{a}_2 & \dots & \mathbf{q}_1^\top \mathbf{a}_n \\ \mathbf{q}_2^\top \mathbf{a}_1 & \mathbf{q}_2^\top \mathbf{a}_2 & \dots & \mathbf{q}_2^\top \mathbf{a}_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{q}_n^\top \mathbf{a}_1 & \mathbf{q}_n^\top \mathbf{a}_2 & \dots & \mathbf{q}_n^\top \mathbf{a}_n \end{bmatrix}$$

Matrices

Obtenons la factorisation QR de la matrice \mathbf{A}

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Rappel

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q}^\top \mathbf{A}$$

Factorisations, un survol

Élimination

Diagonalisation

Orthogonalisation