ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Домашнее задание №2 (модуль 1), специальность ИУ7, 3-й курс, 5-й семестр

Правила оформления домашних заданий

1. Домашние задания выполняются либо в отдельных (тонких, не более 18-ти листов) тетрадках, либо на отдельных листах (например, формата А4), которые обязательно должны быть либо упакованы в файл, либо скреплены степлером или канцелярской скрепкой. Разрозненные листы, а также листы, скрепленные путем загибания уголка, не принимаются;
2. каждая работа должна иметь титульный лист, на котором указаны фамилия автора, индекс его группы и номер выполненного варианта.

ВАРИАНТ 1.

Задача 1. В здании главного корпуса МГТУ на 2-м этаже вошли в лифт 6 человек. От 3-го до 11-го этажа лифт может остановиться на любом этаже. Какова вероятность того, что все пассажиры вышли на разных этажах, если все возможные варианты выхода пассажиров равновероятны?

Задача 2. На склад поступает продукция трех заводов, причем от первого завода поступает 20%, от второго – 46%, от третьего – 34% всей продукции. Известно, что нестандартная продукция на каждом заводе составляет в среднем 3%, 2%, 1% соответственно. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие, оказавшееся нестандартным, изготовлено на первом заводе.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 2.

Задача 1. В урне 20 белых и 5 красных шаров. Одновременно из урны извлекаются 2 шара. Какова вероятность того, что хотя бы 1 шар из них белого цвета? Какова вероятность того, что оба они разного цвета?

Задача 2. Вероятность пробоя каждого из четырех конденсаторов в приборе равна 0.1. Вероятность выхода прибора из строя при пробое одного конденсатора равна 0.2; при пробое двух равна 0.4; при пробое трех равна 0.6; а при пробое всех четырех равна 0.9. Найти вероятность выхода прибора из строя.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 3.

Задача 1. На 6-ти карточках написаны буквы Е, И, С, С, С, Я. Тщательно перемешав карточки, извлекают их одну за другой и кладут в порядке извлечения. Найти вероятность того, что составится слово "сессия".

Задача 2. В группе из 20 человек имеются 5 отличных, 9 хороших и 6 посредственных стрелков. При одном выстреле отличный стрелок попадает в мишень с вероятностью 0.9; хороший – с вероятностью 0.8; посредственный – с вероятностью 0.7. Наугад выбранный стрелок выстрелил дважды, в результате отмечено одно попадание и один промах. Какой вероятнее всего был стрелок: отличный, хороший или посредственный?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 4.

Задача 1. При подготовке к зачету студент выучил 15 вопросов из 25, входящих в программу. Зачет считается сданным, если студент ответил на 3 наудачу выбранных вопроса. Какова вероятность сдачи зачета?

Задача 2. Производятся испытания прибора. При каждом испытании прибор выходит из строя с вероятностью $P = 0.1$. После первого выхода из строя прибор ремонтируется, после второго он признается негодным. Найти вероятность того, что прибор будет признан негодным после 5-ти испытаний.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 5.

Задача 1. В группе 30 студентов, 5 из них живут в общежитии. По списку наудачу выбраны 3 студента. Найти вероятность того, что а) ровно один из них живет в общежитии (событие A) б) хотя бы 1 из них живет в общежитии (событие B).

Задача 2. Предохранитель в электрической цепи выходит из строя (событие H) в четырех случаях: при коротком замыкании в лампе (событие A, $P(A) = 0.2$), при коротком замыкании в обмотке трансформатора (событие B, $P(B) = 0.1$), при пробое конденсатора (событие C, $P(C) = 0.4$), при выходе напряжения сети за допустимые нормы (событие D, $P(D) = 0.3$). Все события A, B, C, D несовместны, при этом $P(H \mid A) = 0.6$, $P(H \mid B) = 0.7$, $P(H \mid C) = 0.9$, $P(H \mid D) = 0.4$. Известно, что предохранитель вышел из строя. Определить наиболее вероятную причину его отказа.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 6.

Задача 1. В барабане продавца билетов книжной лотереи 200 билетов, из них 20 с выигрышами. Покупатель берет "наудачу" 3 билета. Какова вероятность того, что среди них а) ровно один билет окажется выигрышным (событие A); б) хотя бы один билет окажется выигрышным (событие B)?

Задача 2. Производится стрельба по цели тремя снарядами. Каждый снаряд попадает в цель с вероятностью $p_0 = 0.7$ независимо от других. Цель поражается с вероятностью $p_1 = 0.5$ при попадании ровно одного снаряда, с вероятностью $p_2 = 0.7$ при попадании ровно двух и с вероятностью $p_3 = 0.9$ при попадании трех снарядов. Найти вероятность поражения цели.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 7.

Задача 1. В урне m белых и n черных шаров. Из урны последовательно вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми. Рассмотреть два случая: а) первый шар возвращается в урну и б) первый шар не возвращается в урну.

Задача 2. Передача информации о состоянии процесса управления осуществляется с помощью двоичного кода $\{0, 1\}$. Из-за помех искажается в среднем $2/3$ сигналов "0" и $1/3$ сигналов "1". Отношение сигналов "0" к сигналам "1" во всей информации составляет $5:3$. Известно, что принята последовательность 01. Найти вероятность того, что именно она была отправлена, если каждый из сигналов искажается независимо от остальных.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 8.

Задача 1. В турпоходе участвуют a студентов одной группы и b другой. Все студенты в случайном порядке выстраиваются в ряд. Какова вероятность того, что первый и второй студенты этого ряда окаажутся из разных групп?

Задача 2. Вероятность попадания в цель при одном выстреле $p_1 = 0.6$. С какой вероятностью цель будет поражена при 5-ти выстрелах, если для поражения необходимо не менее 2-х попаданий?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 9.

Задача 1. На десяти карточках записаны буквы, составляющие слово "астрономия". Какова вероятность того, что, выбрав наудачу пять из них, мы получим слово "мотор"? Рассмотреть два случая: а) карточки расположены в порядке извлечения, б) вынутые карточки можно переставлять.

Задача 2. На заводе для проверки изделия на соответствие техническим условиям проводится упрощенное испытание, которое "хорошие" изделия проходят с вероятностью 0.98, а "плохие" – с вероятностью 0.05. Какова вероятность того, что случайно выбранное изделие, дважды прошедшее испытание, является стандартным, если известно, что 4% продукции не соответствуют техническим условиям?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 10.

Задача 1. Компания из 10 человек садится за круглый стол. С какой вероятностью 3 определенных лица окажутся рядом, если всего мест за столом 10?

Задача 2. Вероятность поражения цели при одном выстреле $p = 0.8$. Сколько выстрелов нужно произвести, чтобы поразить цель с вероятностью 0.99?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 11.

Задача 1. Слово "тройка" составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешиваются и из них извлекаются по очереди четыре карточки. Какова вероятность того, что эти четыре карточки в порядке выхода составят слово "крот"?

Задача 2. По линии связи посылают сигналы 0 и 1 с вероятностями $p_0 = 0.4$ и $p_1 = 0.6$ соответственно. Если посылают сигнал 1, то из-за наличия помех с вероятностями $p_{11} = 0.9$ и $p_{10} = 0.1$ принимают соответственно сигналы 1 и 0; если же послан сигнал 0, то с вероятностями $p_{00} = 0.7$ и $p_{01} = 0.3$ принимаются соответственно сигналы 0 и 1. Какова условная вероятность того, что был послан сигнал 1, если на выходе принят сигнал 1?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 12.

Задача 1. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел их получать, вспомнил лишь, что в кодовой последовательности (x_1, x_2, x_3, x_4) была подпоследовательность $(2, 3)$. Какова вероятность того, что он с первой попытки наберет нужный четырехзначный номер?

Задача 2. Завод изготавливает изделия, каждое из которых с вероятностью $p = 0.01$ может иметь дефект. Каков должен быть объем случайной выборки, чтобы вероятность встретить в ней хотя бы одно дефектное изделие была не менее 0.95?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 13.

Задача 1. В урне один белый и пять черных шаров. Два игрока по очереди вынимают из урны шар и возвращают его обратно, после чего шары в урне перемешиваются. Выигрывает тот, кто первый извлекает белый шар. Какова вероятность того, что выиграет игрок, начинающий игру?

Задача 2. По каналу связи, подверженному воздействию помех, передается одна из двух команд управления в виде кодовых комбинаций 11111 или 00000, причем априорные вероятности передачи этих команд соответственно равны 0.8 и 0.2. Из-за наличия помех вероятность правильного приема каждого из символов (1 или 0) равна 0.6. Предполагается, что символы кодовых комбинаций искажаются независимо друг от друга. На выходе приемного устройства зарегистрирована комбинация 10110. Какая команда была передана вероятнее всего?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 14.

Задача 1. Из урны, содержащей 20 белых и 10 черных шаров, извлекаются 3 шара (вынутый шар в урну не возвращается). Определить вероятность того, что среди вынутых шаров будет: а) ровно 2 белых (событие A), б) не меньше, чем 2 белых (событие B), в) не больше, чем 2 белых шара (событие C).

Задача 2. При параллельном включении реле надежность блока из реле повышается. Сколько реле нужно взять, чтобы надежность блока (т.е. вероятность его безотказной работы) была равной 0.999, если надежность отдельного реле 0.9?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 15.

Задача 1. В урне один белый и пять черных шаров. Два игрока по очереди вынимают из урны шар, не возвращая его обратно. Выигрывает тот, кто первый извлекает белый шар. Какова вероятность того, что выигрывает игрок, начинающий игру?

Задача 2. В распоряжении исследователя три ящика, в которых соответственно находятся:

1) 2 белых и 3 черных шара;
2) 4 белых и 3 черных шара;
3) 6 белых и 2 черных шара

Исследователь выбирает 1-й ящик в одном случае из десяти, второй – в семи случаях из десяти и третий – в двух случаях из десяти. Выбрав один из ящиков, исследователь случайным образом извлекает из него 1 шар. Какой ящик он вероятнее всего использовал в очередном эксперименте, если известно, что был извлечен белый шар?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 16.

Задача 1. На 8-ми карточках записаны буквы слова "интеграл". Какова вероятность того, что, выбрав наудачу четыре из них, мы получим слово "тигр"? Рассмотреть два случая: а) карточки располагаются в порядке их извлечения; б) вынутые карточки можно переставлять.

Задача 2. Вероятность попадания стрелком в десятку равна 0.7, а в девятку – 0.3. Определить вероятность того, что данный стрелок наберет 29 очков после 3-х выстрелов.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 17.

Задача 1. В группе из 30-ти студентов 25 спортсменов-разрядников. Наугад выбирают 5 студентов для сдачи норм ГТО. Какова вероятность того, что среди них не окажется ни одного спортсмена-разрядника?

Задача 2. Имеются две одинаковые урны: в 1-ой – два белых шара и три черных, во 2-ой – три белых и один черный. Из первой урны наудачу перекладывают во вторую два шара, а затем из второй урны наугад вынимают один шар. Этот шар оказался белым. Какой состав переложенных шаров является наиболее вероятным?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 18.

Задача 1. Для сдачи экзамена нужно правильно ответить не менее, чем на 2 из 3-х случайно выбранных вопросов. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если из 30-ти вопросов он не выучил 3?

Задача 2. Студент для сдачи экзамена на машине-экзаменаторе должен на каждый из вопросов выбрать ответ "Да" или "Нет". На первом экзаменаторе для сдачи экзамена нужно правильно ответить на 3 из 4-х вопросов, на втором экзаменаторе – на 5 из 8-ми вопросов. Какой экзаменатор предпочтительнее для студента, который не знает материал?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 19.

Задача 1. Из 33-х карточек с буквами русского алфавита наудачу выбираются 4 карточки. Какова вероятность того, что эти карточки в порядке извлечения составят слово "небо"?

Задача 2. При исследовании больного имеется подозрение на одно из трех заболеваний: A_1, A_2, A_3. Известно, что больной страдает ровно одним из этих заболеваний, причем вероятность заболевания каждым из них в данных условиях составляет соответственно $p_1 = 1/2$, $p_2 = 1/6$, $p_3 = 1/3$. Для уточнения диагноза назначен некоторый анализ, который дает положительный результат с вероятностью 0.1 в случае заболевания A_1, с вероятностью 0.2 – в случае заболевания A_2 и с вероятностью 0.9 – в случае заболевания A_3. Анализ был проведен пять раз, из которых четыре имели положительный результат и один отрицательный. Для каждого заболевания найти вероятность того, что больной им страдает.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 20.

Задача 1. Достаточным условием сдачи коллоквиума является ответ на 2 из 3-х вопросов, предлагаемых преподавателем студенту. Студент не знает ответов на 8 вопросов из 45-ти, которые могут быть предложены. Какова вероятность того, что студент сдаст коллоквиум?

Задача 2. По самолету производится 4 независимых выстрела, в каждом из которых вероятность попадания снаряда $p = 0.3$. Самолет поражается с вероятностью 1, если в него попало не менее 2-х снарядов, и с вероятностью $0,6$, если попал только 1 снаряд. Определить вероятность поражения самолета после 4-х выстрелов.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 21.

Задача 1. Партия из 100 деталей подвергается выборочному контролю. Условие непригодности всей партии - наличие хотя бы одной бракованной детали из 5-ти проверенных. Какова вероятность принять данную партию, если она содержит 5% неисправных деталей?

Задача 2. При проверке качества зерен пшеницы было установлено, что все зерна могут быть разделены на четыре группы. К зернам первой группы принадлежат 96%, второй – 2%, третьей – 1%, четвертой – 1% всех зерен. Вероятность того, что из зерна вырастет колос, в котором будет не менее 50-ти зерен, для семян первой группы составляет 0.5, второй – 0.2, третьей – 0.18, а четвертой – 0.02. Определить вероятность того, что: 1) из наудачу взятого зерна вырастет колос, в котором будет не менее 50-ти зерен; 2) зерно было взято из первой группы зерен при условии, что колос содержал 50 зерен.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 22.

Задача 1. по каналу связи передают 10 сигналов. Известно, что из-за помех 4 сигнала исказились. Найти вероятность того, что четыре наугад выбранных сигнала из принятых содержат хотя бы один искаженный.

Задача 2. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна $p_0 = 0.1$. Сколько билетов нужно приобрести, чтобы выигрыш был гарантирован с вероятностью $p = 0.9$?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 23.

Задача 1. Проверка партии из 10-ти изделий осуществляется следующим образом: если 3 наудачу выбранных изделия отвечают стандарту, то вся партия принимается; в противном случае вся партия бракуется. Найти вероятность того, что будет принята партия, в которой 2 нестандартных изделия.

Задача 2. В спортивной команде 20 стрелков, из которых 4 попадают в "десятку" с вероятностью 0.95, 10 – с вероятностью 0.9 и 6 – с вероятностью 0.8. 1) Определить, с какой вероятностью случайно выбранный стрелок попадет в "десятку". 2) Определить, к какой группе вероятнее всего принадлежит случайно выбранный стрелок, если известно, что он попал в "десятку".

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 24.

Задача 1. Для уменьшения общего количества игр 20 команд спортсменов по жребию разбиваются на две группы по 10 команд в каждой. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в разных подгруппах.

Задача 2. Экзаменационные билеты содержат 50 различных вопросов. В каждом билете 2 вопроса. Чтобы сдать экзамен, студент должен ответить на оба вопроса билета. Сколько вопросов студент может позволить себе не знать, чтобы надеяться сдать экзамен с вероятностью $0,98$?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 25.

Задача 1. Имеются 12 приборов, из них 9 проверенных и 3 непроверенных. Выбирается случайным образом 3 прибора. Определить вероятность того, что все выбранные приборы проверены.

Задача 2. По воздушной цели ведут огонь две различные автоматические ракетные установки. Вероятность поражения цели первой установкой равна 0.85, а второй – 0.9. Вероятность поражения цели обеими установками равна 0.99. Найти вероятность поражения цели, если известно, что установки срабатывают независимо друг от друга, причем первая срабатывает с вероятностью 0.8, а вторая – с вероятностью 0.7.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 26.

Задача 1. Из колоды карт (52 карты) наудачу извлекаются 3 карты. Определить вероятность того, что это будут тройка, семерка, туз.

Задача 2. Счетчик регистрирует частицы трех типов: A, B и C. Вероятность появления частиц типа A составляет $P(A) = 0.2$, частиц типа B – $P(B) = 0.5$, типа C – $P(C) = 0.3$. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает соответственно с вероятностью $P_A = 0.8$, $P_B = 0.2$, $P_C = 0.4$. Счетчик отметил частицу. По критерию наибольшей вероятности определить, к какому типу она относится.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 27.

Задача 1. Найти вероятность того, что игрок в спортлото "6 из 49" угадает ровно 5 чисел? В соответствии с правилами, игрок наудачу выбирает 6 чисел из 49-ти, причем среди них ровно 6 выигрышных.

Задача 2. Противник может применить ракеты трех типов (A, B и C) с вероятностями $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.6$ и $P(C) = 0.1$ соответственно. Вероятности сбить ракеты этих типов соответственно равны 0.6, 0.8 и 0.9. 1) Определить вероятность того, что случайно выпущенная противником ракета будет будет сбита. 2) Определить наиболее вероятный тип ракеты, если известно, что она сбита.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 28.

Задача 1. Кодовая последовательность секретного замка может содержать лишь цифры 1, 2, 3, 4, 5. Найти вероятность того, что человек, которому не известна правильная комбинация, откроет замок с первого раза, если длина кодовой последовательности составляет 4 цифры.

Задача 2. На ракетной установке ПВО имеется боезапас из 10 ракет. Вероятность поражения самолета противника одной ракетой равна 0.6. Чему равна вероятность уничтожения 3-х самолетов противника, если каждый может быть сбит независимо от других и каждая ракета может попасть лишь в один из самолетов?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 29.

Задача 1. На 8-ми карточках написаны буквы Т, Т, Т, И, И, Н, С, У. Какова вероятность того, что при последовательном извлечении карточек получится слово "институт"?

Задача 2. На экзамен в группе пришли 20 студентов, из которых 8 подготовлены отлично, 6 – хорошо, 4 – посредственно и 2 – плохо. В экзаменационных билетах имеется 40 вопросов. Студент, подготовленный отлично, может ответить на все вопросы, подготовленный хорошо – на 35, посредственно – на 25, плохо – на 10 вопросов. Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен: а) отлично; б) хорошо; в) посредственно; г) плохо.

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2

ВАРИАНТ 30.

Задача 1. Для уменьшения общего количества игр 20 команд спортсменов по жребию разбиваются на две равные подгруппы. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в одной подгруппе.

Задача 2. В продукции завода встречаются дефекты двух видов (D_1 и D_2). Известно, что дефект D_1 встречается в 5% изделий, причем среди забракованной по этому дефекту продукции в 6% случаев встречается дефект D_2. Кроме того, известно, что продукции, свободной от дефекта D_1, дефект D_2 встречается в 2% случаев. 1) Найти вероятность того, что случайно выбранное изделие имеет дефект D_2. 2) Найти вероятность того, что в случайно выбранном изделии, имеющем дефект D_2, обнаружится также дефект D_1?

№ задачи	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	2	2	4	2