

Домашнее задание №2 (модуль 2)

Задача №1 (проверка параметрических гипотез)

Вариант 1. Давление в камере контролируется с использованием двух манометров. Для сравнения точности этих приборов проведено $n = 10$ одновременных замеров, в результате чего получены значения $\bar{x}_n = 1573$ Па, $\bar{y}_n = 1671$ Па, $S^2(\bar{x}_n) = 0,72$ Па², $S^2(\bar{y}_n) = 0,15$ Па². Считая распределение контролируемого признака нормальным, с использованием одностороннего критерия при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий этих манометров.

Вариант 2. Точность наладки станка-автомата, производящего некоторые детали, характеризуется дисперсией длины готовых деталей. Если эта величина превышает 400 мкм², то станок останавливается для наладки. После проверки $n = 15$ деталей получено значение $S^2(\bar{x}_n) = 680$ мкм². При уровне значимости $\alpha = 0.01$ установить, нужно ли проводить наладку станка, если контролируемый признак имеет нормальное распределение.

Вариант 3. До наладки станка была проверена точность изготовления $n = 10$ втулок и получено значение исправленной выборочной дисперсии их диаметра, равное 5.7 мкм². После наладки станка были измерены диаметры еще 25 втулок и получено соответствующее значение дисперсии, равное 9.6 мкм². Есть ли основания считать, что в результате наладки станка точность изготовления на нем деталей не изменилась? Проверку гипотезы провести при уровне значимости $\alpha = 0.1$ в предположении, что ошибка изготовления распределена по нормальному закону.

Вариант 4. В соответствии с техническими условиями среднее время безотказной работы однотипных приборов из большой партии должно составлять 1000 ч. После проверки $n = 25$ случайно отобранных приборов было получено среднее значение времени их работы $\bar{x}_n = 970$ ч. Предполагая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о том, что вся партия удовлетворяет техническим условиям, если $S(\bar{x}_n) = 10$ ч.

Вариант 5. Из большой партии резисторов одного типа и номинала случайным образом были отобраны $n = 36$ штук. После проверки было установлено, что среднее значение величины их сопротивления составляет $\bar{x}_n = 9.3$ кОм. С использованием двустороннего критерия при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что выборка взята из партии с номинальным значением сопротивления 10 кОм, если распределение контролируемого признака нормальное, а дисперсия значения сопротивления известна и равна 4 кОм².

Вариант 6. Стабильность работы станка-автомата, обрабатывающего втулки, характеризуется дисперсией внутреннего диаметра готовых изделий. Для контроля стабильности работы через определенные промежутки времени проводятся измерения (в миллиметрах) внутреннего диаметра $n = 10$ обработанных втулок. С использованием двух выборок

$$\bar{x}_n = (12.060, 12.063, 2.068, 12.060, 12.067, 12.063, 12.059, 12.062, 12.062, 12.060),$$

$$\bar{y}_n = (12.063, 12.060, 12.057, 12.056, 12.059, 12.058, 12.062, 12.059, 12.059, 12.057)$$

при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о том, что в течение последнего контрольного промежутка времени станок работал стабильно. Распределение контролируемого признака считать нормальным.

Вариант 7. До замены кварца в радиопередатчике было произведено $n_1 = 10$ замеров несущей частоты, в результате чего была получена оценка среднего квадратичного отклонения ее значения $S(\bar{x}_{n_1}) = 0.045$ кГц. После замены кварца произведено еще $n_2 = 8$ замеров частоты и получена оценка среднего квадратичного отклонения $S(\bar{y}_{n_2}) = 0.02$ кГц. Предполагая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о том, что замена кварца не привела к уменьшению разброса несущей частоты.

Вариант 8. По выборке из $n_1 = 50$ электроламп завода А получено значение средней продолжительности работы ламп $\bar{x} = 1288$ ч и ее среднее квадратичное отклонение $S(\bar{x}) = 80$ ч. По выборке из $n_2 = 25$ ламп того же типа, произведенных на заводе Б, получены соответствующие значения $\bar{y} = 1208$ ч и $S(\bar{y}) = 84$ ч. Считая, что время работы ламп с каждого завода является нормальным, а значения дисперсии обоих распределений одинаковы, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, средняя продолжительность работы ламп, произведенных на этих заводах, совпадает.

Вариант 9. Ожидается, что добавление специальных веществ должно уменьшить жесткость воды. По результатам измерений жесткости воды до и после добавления этих веществ были получены соответственно значения $\bar{x}_{n_1} = 4.0$, $\bar{y}_{n_2} = 0.8$ (стандартных единиц). Считая, что распределение контролируемого признака является нормальным с дисперсией $\sigma^2 = 2.25$ для обеих генеральных совокупностей, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что результаты эксперимента подтверждают ожидания, если $n_1 = 40$, $n_2 = 50$.

Вариант 10. На двух токарных станках-автоматах изготавливают детали по одному чертежу. Из продукции первого станка было отобрано $n_1 = 9$ деталей, а из продукции второго — $n_2 = 11$ деталей. Выборочные дисперсии контрольного размера, определенные по этим выборкам, составляют $S^2(\bar{x}_{n_1}) = 5.9$ мкм² и $S^2(\bar{y}_{n_2}) = 6.2$ мкм² соответственно. С использованием двустороннего критерия при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий контрольного размера деталей, изготовленных на разных станках.

Вариант 11. На автоматической линии рыбоперерабатывающего завода производится разделка и фасовка малосоленой семги в вакуумные упаковки номинальной массой 300 г с использованием аппаратного-программного комплекса на основе электронного сканера. Во избежание исковых претензий комплекс настраивается таким образом, чтобы масса продукта в каждой упаковке была гарантированно не ниже номинала. При этом руководство завода также требует, чтобы предельная величина среднеквадратичного отклонения массы нетто готовых упаковок составляла 25 г. После проверки $n = 26$ сошедших с линии упаковок было получено значение $S = 28$ г. Предполагая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о том, что работа комплекса удовлетворяет требованию руководства к СКО.

Вариант 12. Для исследования стабильности температуры в термостате с кварцевым генератором были проведены две серии замеров температуры (в °C) с интервалом в 15 часов:

$$\bar{x} = (17.85, 17.98, 18.01, 18.2, 17.9, 18.0),$$

$$\bar{y} = (18.01, 17.98, 18.05, 17.9, 18.0).$$

Считая распределение контролируемого признака нормальным со среднеквадратичным отклонением $\sigma = 0.1$ °C, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о неизменности температуры в термостате.

Вариант 13. Две партии стальной проволоки изготовлены в разные смены. По результатам испытаний на разрыв $n_1 = 10$ образцов 1-ой партии и $n_2 = 6$ образцов 2-ой партии получены следующие выборочные значения средней прочности $\bar{x}_{n_1} = 234$ Н и $\bar{y}_{n_2} = 247$ Н. С использованием одностороннего критерия при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о том, что средняя прочность проволоки в обеих партиях одинакова. Принять закон распределения значения прочности проволоки обеих партий нормальным со средним квадратичным отклонением $\sigma = 10$ Н.

Вариант 14. Для классификации электроизмерительного прибора произведено $n_1 = 9$ замеров эталонного источника напряжения, в результате чего получено значение $S(\vec{x}_{n_1}) = 0.1$ В. После $n_2 = 15$ измерений этого же напряжения стандартным прибором было получено значение $S(\vec{y}_{n_2}) = 0.09$ В. Считая, что систематические ошибки измерения отсутствуют, а случайные ошибки подчинены нормальному закону, при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о принадлежности обоих приборов к одному классу точности.

Вариант 15. До наладки станка была проверена точность изготовления $n_1 = 10$ втулок, в результате чего получено значение $S^2(\vec{x}_{n_1}) = 9.6$ мкм². После наладки была проверена партия из $n_2 = 15$ втулок и получено значение $S^2(\vec{y}_{n_2}) = 5.7$ мкм². Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что после наладки станка точность изготовления втулок не увеличилась.

Вариант 16. После запуска $n_1 = 5$ однотипных ракет были получены следующие значения дальности их полета (в км):

692.9, 695.7, 691.3, 693.6, 649.4.

После доработки одного из блоков двигательной установки ракет этого типа были запущены еще $n_2 = 4$ ракеты, в результате чего получены следующие значения дальности полета (в км):

691.2, 696.2, 693.7, 695.4.

Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о том, что доработка двигательной установки не привела к увеличению средней дальности полета ракет.

Вариант 17. Расстояние между двумя подвижными объектами определяется с помощью гамма-дальномера, точность которого характеризуется средним квадратичным отклонением $\sigma = 10$ м. С интервалом 12 минут проведено 2 серии измерений, в результате чего получены значения $\bar{x}_{n_1} = 832$ м, $n_1 = 5$, $\bar{y}_{n_2} = 840$ м, $n_2 = 3$. Предполагая, что ошибка измерений подчиняется нормальному закону, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что за указанное время расстояние между объектами не увеличилось.

Вариант 18. В соответствии с техническими условиями среднее время безотказной работы для приборов должно составлять 1000 ч. После проверки $n = 25$ случайно выбранных из партии приборов было получено среднее значение $\bar{x}_n = 970$ ч. Считая распределение контролируемого признака нормальным со средним квадратичным отклонением 100 ч, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о том, что вся партия удовлетворяет техническим условиям.

Вариант 19. Партия ракет, среднее квадратичное отклонение дальности полета которых должно составлять 1.6 км, длительное время хранилась в полевых условиях. Для проверки их пригодности из партии были отобраны $n = 10$ ракет, по результатам измерения дальности полета которых получено значение $S(\vec{x}_n) = 3.4$ км. Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что после хранения рассеяние дальности полета ракет в партии не увеличилось.

Вариант 20. Локальные вычислительные сети центрального офиса некоторого предприятия и его филиала объединены с использованием vpn-соединения по протоколу OpenVPN. Для повышения скорости обмена данными была предпринята попытка перенастроить оборудование для использования протокола WireGuard. Предполагая, что закон распределения скорости соединения каждого типа является нормальным, а значения дисперсий совпадают, при уровне значимости $\alpha = 0.1$ проверить гипотезу о том, что в результате перенастройки средняя скорость соединения не изменилась, если по результатам $n = 10$ тестов скорости были получены значения $\bar{x} = 57.5$ Мбит/с, $S(\vec{x}) = 5.8$ Мбит/с для протокола OpenVPN и $\bar{y} = 64.9$ Мбит/с, $S(\vec{y}) = 7.2$ Мбит/с для протокола WireGuard.

Вариант 21. Общий уровень физической подготовки спортсмена оценивается интегральным показателем, выраженный числом баллов. В первый день после прибытия в спортивный

лагерь команды из $n = 16$ спортсменов были получены следующие значения баллов, записанные в выборку

$\vec{x} = (65, 72, 64, 60, 59, 71, 77, 83, 73, 61, 78, 65, 70, 61, 72, 65)$.

После завершения месячной смены уровень физической подготовки команды был проверен повторно, в результате чего была получена выборка

$\vec{y} = (67, 75, 62, 65, 63, 73, 77, 81, 78, 67, 80, 66, 75, 65, 77, 69)$.

Считая распределение баллов нормальным с неизменной в течение смены дисперсией, проверить гипотезу о том, что общий уровень подготовки команды не изменился.

Вариант 22. Давление в камере измеряется двумя манометрами. Для сравнения точности этих приборов через некоторые промежутки времени были $n = 10$ раз синхронно сняты их показания, в результате чего получены значения (в единицах шкалы приборов) $\bar{x}_n = 1573$ Па, $S^2(\vec{x}_n) = 0.72$ Па (для первого прибора) и $\bar{y}_n = 1671$ Па, $S^2(\vec{y}_n) = 0.15$ Па (для второго прибора). Считая распределение ошибок нормальным, с использованием одностороннего критерия при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий.

Вариант 23. Известно, что точность манометра характеризуется средним квадратичным отклонением $\sigma = 1$ Па. В результате $n_1 = 5$ измерений давления в пневмосистеме ракеты было получено среднее значение $\bar{x}_{n_1} = 150$ Па. После шестимесячного хранения ракеты давление в пневмосистеме было измерено $n_2 = 3$ раза, в результате чего было получено значение $\bar{y}_{n_2} = 148$ Па. Считая, что случайные погрешности измерений подчинены нормальному закону, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что за время хранения давление в пневмосистеме ракеты не изменилось.

Вариант 24. Максимально допустимая температура работы двигателя дизельной электростанции составляет 97°C. После $n = 6$ измерений его температуры получены значения $\bar{x} = 98.3^\circ\text{C}$ и $S(\vec{x}) = 1.1^\circ\text{C}$. При уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что двигатель можно не останавливать.

Вариант 25. Для контроля качества работы молокоперерабатывающего завода были проверены $n = 5$ пачек молока номинальной жирности 3.2%, в результате чего были получены значения $\bar{x}_n = 3.0\%$ и $S(\vec{x}_n) = 0.1\%$ жирности. Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ с использованием одностороннего критерия проверить гипотезу о том, что средняя жирность молока удовлетворяет заявленному показателю.

Вариант 26. В однотипных теплицах выращиваются семена некоторой культуры. Для повышения всхожести семян в $n_1 = 5$ теплицах создаются особые условия, а в остальных $n_2 = 10$ теплицах условия оставляют стандартными. Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что особые условия не повышают всхожесть семян, если по результатам посевной получены следующие значения: $\bar{x}_{n_1} = 70\%$, $S(\vec{x}_{n_1}) = 5\%$, $\bar{y}_{n_2} = 60\%$, $S(\vec{y}_{n_2}) = 7\%$.

Вариант 27. До осуществления планового обслуживания станка-автомата по розливу сока в литровые пакеты был проконтролирован объем продукта в $n_1 = 5$ пакетах, в результате чего получено значение среднего квадратичного отклонения $S(\vec{x}_{n_1}) = 0.05$ л. После проведения обслуживания станка было проконтролировано содержимое $n_2 = 3$ пакетов и получено значение $S(\vec{y}_{n_2}) = 0.15$ л. Считая распределение контролируемого признака нормальным, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ проверить гипотезу о том, что мастер, выполнявший обслуживание, может объяснить трехкратное ухудшение показателя точности малым объемом выборки.

Вариант 28. Величина максимально допустимого внутреннего давления в шине автомобиля "Белаз" 7540А при ее температуре, равной температуре окружающей среды, составляет 5.43 атм. После проведения $n = 10$ измерений одним и тем же манометром получено значение $\bar{x}_n = 5.5$ атм. Считая, что ошибки измерений подчинены нормальному распределению со средним квадратичным отклонением $\sigma = 0.01$ атм, при уровне значимости $\alpha = 0.01$ с ис-

пользованием одностороннего критерия проверить гипотезу о том, что давление в шине равно максимально допустимому.

Вариант 29. В стене разрушающегося здания по обе стороны от трещины были установлены маячки. По результатам $n_1 = 5$ измерений сразу после установки было получено значение $\bar{x}_{n_1} = 90$ мм расстояния между ними. Через неделю было проведено еще $n_2 = 4$ измерения, в результате чего получено значение расстояния $\bar{y}_{n_2} = 93.3$ мм. Считая распределение ошибок измерения нормальным со среднеквадратичным отклонением $\sigma = 0.5$ мм (систематические ошибки отсутствуют), при уровне значимости $\alpha = 0.01$ с использованием одностороннего критерия проверить гипотезу о том, что за неделю расстояние между маячками не изменилось.

Вариант 30. После проверки 11 пол-литровых бутылок с вишневым сиропом, сошедших с конвейера, получено среднее значение 0.487 л объема сиропа в них при исправленной выборочной дисперсии 0.011^2 л². При уровне значимости 0.01 проверить гипотезу о том, что средний объем сиропа в сошедших с конвейера бутылках равен номинальному.