警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条："考试作弊者，不授予学士学位。"

一、 填空题：(每小题4分，共24分)

1. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 4 & 9 & 16 \end{vmatrix} =$ ________.

2. 已知4阶行列式$D_4 = |a_{ij}|$的第2行元素分别为$1,-1,1,-1$；第3行元素分别为$1,2,3,4$且余子式$M_{31}=2, M_{32}=3, M_{33}=4$,则行列式的值是________.

3. 设$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，则$A$的秩$R(A) =$ ________.

4. 设$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$，则$(AA^{T})^{-1} =$ ________.

5. 设$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$，则$(2A)^{-1} =$ ________.

6. 设$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$，则它的伴随矩阵$A^{*} =$ ________.

二、 计算题：(7题，共76分；注：要写出必要的计算过程)

1. (8分)求解矩阵方程：$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. (10分)计算$D_5 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

3. (10分) 设$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$，求$A^{-1}$

4. (10分)求矩阵$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & -4 & 2 \\ -1 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$的秩,并计算$A$的一个最高阶非零子式.

5. (12分)求解齐次线性方程组: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0. \\ 5x_1 + 10x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$

6. (13分)求解非齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -7 \\ 3x_1 - 2x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}$

7. (13分)设$AP = PB$. 其中$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.
求$f(A) = A^{2016} - 3A^{2015} + 2A^{2014}$.