

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^x 3 \tan t^2 dt$
2. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} x y \sin \frac{1}{x-y}$
3. 计算  $\int \frac{dx}{(1+e^x)^2}$
4. 设  $u = y f(\frac{x}{y}) + x f(\frac{y}{x})$ , 其中  $f$  具有二阶连续导数, 求  $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$
5. 设  $f, g$  均为连续可微函数,  $u = f(x, xy)$ ,  $v = g(x+xy)$ , 求  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y}$
6. 设  $u(x, t) = \int_{x-t}^{x+t} f(z) dz$ , 求  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial t}$
7. 设对任意  $x, y$ ,  $f(x)$  满足方程  $f(x+y) = \frac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$ , 且  $f'(0)$  存在, 求  $f(x)$
8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2^n + 3^n + 4^n)^{\frac{1}{n}}$
9. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \ln(1+t) dt}{x^2}$
10. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} [\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(x+1)}]$
11. 求函数  $f(x) = xe^{-2x}$  的极值及该函数图形的拐点和渐近线
12. 设函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续且单调递减, 证明对任意的  $\eta \in [0, 1]$ ,  $\int_0^\eta f(x) dx \geq \eta \int_0^1 f(x) dx$
13. 设函数  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  上连续, 且  $\int_0^\pi f(x) dx = 0$ ,  $\int_0^\pi f(x) \cos x dx = 0$ , 证明在  $(0, \pi)$  内至少存在两个不同的点  $\xi_1, \xi_2$ , 使  $f(\xi_1) = f(\xi_2) = 0$
14. 设函数  $z(x, y)$  是由方程  $xyx + \sqrt{x^2 y^2 + z^2} = \sqrt{2}$  所确定, 求在点  $(1, 0, -1)$  处的  $dz$
15. 求过直线  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}$  且平行于直线  $L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$  的平面方程
16. 已知  $z = f(xy^2, x^2y)$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$
17. 求函数  $f(x, y) = e^{2x}(x+y^2+2y)$  的极值
18. 求过点  $A(0, 2, 4)$  且与两平面  $\pi_1: x+2z=1$  和  $\pi_2: y-3z=2$  平行的直线方程
19. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t \sin t^2 dt}{x^2 \sin x}$
20. 直线  $l: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{0}$  与平面  $\pi: x+2y+z=3$  的夹角
21. 已知  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+\cos x} & -\pi < x < 0 \\ xe^{-x^2} & x \geq 0 \end{cases}$ , 求  $\int_{-1}^1 f(x) dx$
22.  $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{x^2 \arcsin x + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$
23.  $\int_1^2 \frac{1-x^7}{x(1+x^7)} dx$
24. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n} (\cos^2 \frac{\pi}{n} + \cos^2 \frac{2\pi}{n} + \dots + \cos^2 \frac{(n-1)\pi}{n})$
25. 求  $f(x) = \frac{1}{x}$  在  $x=2$  处的带皮亚诺余项的  $n$  阶泰勒公式



26. 设  $f(x) = \ln \frac{1-2x}{1+3x}$ ,  $n \geq 2$ , 求  $f^{(n)}(0)$
27. 设  $f(x) = x^2 \sin x$ , 求  $f^{(n)}(0)$
28. 求函数  $f(x) = \frac{1}{x+2}$  在点  $x=1$  处的带皮亚诺余项的  $n$  阶泰勒公式.
29. 求函数  $f(x) = \ln x$  在  $x=2$  处的 . . . . .
30. 求  $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{9+xy}}{xy}$
31. 求  $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{xy}{\sqrt{xy+1} - 1}$
32. 讨论函数  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3-y^3+x^2+y^2}{x+y} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$  在  $(0,0)$  处

的连续性、偏导数和可微性.

33. 设函数  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{|xy|}}{x^2+y^2} \sin(x^2+y^2) & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$

讨论  $f(x,y)$  在点  $(0,0)$  的连续性、偏导数及可微性.

34. 求隐函数的极大值与极小值.

①  $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 = 3$     ②  $z^2 + xy z - x^2 - xy^2 - 9 = 0$

35. 求函数  $f(x,y,z) = x - 2y + 2z$ , 在条件  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  下的极值.

36. 求曲线  $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x^2+y^2+4z^2=1 \end{cases}$  上的点到原点的最大距离与最小距离.

37. 求原点到直线  $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y+3z=6 \end{cases}$  的最小距离.

38. 求曲线  $L: \begin{cases} 2x^2+y^2+z^2=45 \\ x^2+2y^2=z \end{cases}$  在点  $P(2, 1, 6)$  处的切线方程.

39. 若平面  $3x + \lambda y - 3z + 16 = 0$  与椭球面  $3x^2 + y^2 + z^2 = 16$  相切, 求  $\lambda$ .

40. 求球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$  与抛物面  $z = x^2 + y^2$  的交线在点  $(1, 1, 2)$  处的切线方程.