

概率与数理统计：妙法九招

第一句话：如果要求的是若干事件中“至少”有一个发生的概率，则马上联想到概率加法公式；当事件组相互独立时，用对立事件的概率公式 $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ 。

第二句话：若给出的试验可分解成(0-1)的 n 重独立重复试验，则马上联想到 Bernoulli 试验，及其概率计算公式 $P\{Z = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ 。

第三句话：若某事件是伴随着一个完备事件组的发生而发生，则马上联想到该事件的发生概率是用全概率公式计算。关键：寻找完备事件组。

第四句话：若题设中给出随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 则马上联想到标准化 $\frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$ 来处理有关问题。

第五句话：求二维随机变量 (X, Y) 的边缘分布密度 $f_X(x), f_Y(y)$ 的问题，应该马上联想到先画出使联合分布密度 $f(x, y) \neq 0$ 的区域，然后定出 X 的变化区间，再在该区间内画一条 // y 轴的直线，先与区域边界相交的为 y 的下限，后者为上限，而

$$f_X(x) = \begin{cases} \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x, y) dy, & a < x < b \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad f_Y(y) \text{ 的求法类似。}$$

第六句话：欲求二维随机变量 (X, Y) 满足条件 $Y \geq g(X)$ 或 $(Y \leq g(X))$ 的概率，应该马上联想到二重积分 $\iint_D f(x, y) dx dy$ 的计算，其积分域 D 是由联合密度 $f(x, y) \neq 0$ 的平面区域及满足 $Y \geq g(X)$ 或 $(Y \leq g(X))$ 的区域的公共部分。

第七句话：涉及 n 次试验某事件发生的次数 X 的数字特征的问题，马上要联想到对 X 作(0-1)分解。即令 $X_i = \begin{cases} 0, & \text{第} i \text{次不发生,} \\ 1, & \text{第} i \text{次发生.} \end{cases} \quad X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$

第八句话：凡求解各概率分布已知的若干个独立随机变量组成的系统满足某种关系的概率(或已知概率求随机变量个数)的问题，马上联想到用中心极限定理处理。

第九句话：若 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一组简单随机样本，则凡是涉及到统计量 $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 的分布问题，一般联想到用 χ^2 分布， t 分布和 F 分布的定义进行讨论。