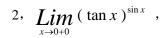
05 学年度上学期 05 级高等数学(一) 试题 (东校区 B 卷)



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条:"考试作弊不授予学士学位。"

一, 求下列极限(每小题6分,共12分)

1.
$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{1+x}}{x^2 - 1}$$



二, 完成下列各题(每小题6分,共24分)

1, 设
$$y = \frac{\sin e^x}{1 + x^2} + \ln \sqrt{x}$$
, 求 dy 。

3,
$$\ensuremath{\mathfrak{P}} \begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$$
, $\ensuremath{\mathfrak{R}} \frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$.

4, 求曲线
$$y e^x + \ln y = 1$$
 在点 $(0,1)$ 处的切线方程。

三, 求下列积分 (每小题 6 分, 共 24 分):
1, $\int (\frac{1}{x \ln x} + \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}) dx$

$$1, \int (\frac{1}{x \ln x} + \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}) dx$$

$$2, \int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x} dx \, .$$

$$3, \int_{a}^{b} \left| 2x - a - b \right| dx,$$

$$4, \quad \int_{-1}^{1} \ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right) dx$$

四,
$$(8分)$$
若当 $x \neq 0$.时
$$f(x) = \frac{\int\limits_0^{x^2} (1 - \cos\sqrt{t}) dt}{x^3}$$
 , 而 $f(0) = 0$,求
$$f'(0)$$
 。

五,
$$(8\,
ho)$$
 求通过直线 $l_1: \left\{ \begin{array}{l} x+2\,y+z-3=0 \\ x-z-1=0 \end{array}
ight.$ 并且与直线
$$l_2: \ \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-1} \qquad \ \$$
 平行的平面的方程。

六,(12 分)设函数 $f(x) = \frac{x^3}{2(1+x)^2}$,(1)求函数 f(x) 的单调区间与极值点;(2) 讨论函数 f(x) 的凸凹性区间与拐点;(3) 求函数 f(x) 的渐近线。

七, (每小题 6 分, 共 12 分).

设 f(x) 在 区 间 [0,1] 上 连 续 , 在 (0,1) 内 可 导 , 且 $f(0)=f(1)=0,\quad f(\frac{1}{2})=1,\quad$ 求证:

- (1) 存在 $\eta \in (\frac{1}{2}, 1)$, 使得 $f(\eta) = \eta$;
- (2) 对任意实数 λ , 必存在 $\xi \in (0, \eta)$,使得 $f'(\xi) \lambda [f(\xi) \xi] = 1.$