

中山大学东校区 2005 级第一学期高等数学一

期末考试(A)试题

(2006 年 1 月)

姓名：

专业：

学号：

成绩：

**警 示**

《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

一. 求极限（每小题 6 分，共 12 分）

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3-x}}{x^2 - 1}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{3}{x}\right)^{x^2}$

二. 完成下列各题（每小题 7 分，共 21 分）

1. 设函数  $y = \sqrt{2+x^2} \cdot e^{\tan x}$ ，求  $dy$ 。

---

2. 设函数  $y = (1+3^x)^{\arcsin x}$  , 求  $\frac{dy}{dx}$  。

3. 设函数  $y = f(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$  给出, 求  $\frac{dy}{dx}$  ,  $\frac{d^2y}{dx^2}$  。

三. 求积分 (每小题 7 分, 共 28 分)

1.  $\int \frac{dx}{x^2(1+x)}$  。

---

2.  $\int \frac{dx}{(a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}} .$

3.  $\int_1^2 e^{\sqrt{5x-1}} dx .$

4.  $\int_{-2}^2 |x^2 - x - 2| dx .$

四. (8分) 把直线  $l$  的一般方程  $\begin{cases} 2x - y + z - 9 = 0 \\ x + 3y - z - 1 = 0 \end{cases}$  化为参数方程, 再求

通过点  $A(4, 1, 8)$  并与直线  $l$  垂直且相交的直线的方程。

---

五. (8 分) 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{\sin x} t^2 e^{-t^2} dt}{1 - \cos x} & , \quad 0 < |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$  , 求  $f'(0)$  。

六. (12 分) 设函数  $f(x) = \frac{x^3}{(1-x)^2}$  , (1) 求  $f(x)$  的单调区间与极值点;  
(2) 求  $f(x)$  的凸凹性区间与拐点; (3) 求  $f(x)$  的渐近线。

---

七. (第 1 小题 5 分, 第 2 小题 6 分, 共 11 分)

1. 证明不等式:  $e^{x-1} \geq x$  对任意实数  $x$  成立。

2. 设函数  $y = f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 在  $(a, b)$  内二次可微, 通过点  $(a, f(a))$  与点  $(b, f(b))$  的直线段与曲线  $y = f(x)$  相交于点  $(c, f(c))$ , 其中  $a < c < b$ , 试证明: 在  $(a, b)$  内至少存在一点  $t$ , 使得  $f''(t) = 0$ 。