

一. 填空题.

1. 向量空间 $V = \{k(1, 0, 1, 0)^T + s(1, 1, 2, 0)^T + t(0, \dots)\}$
2. 设向量 $\alpha = (1, 2, 3)^T$ 与 $\beta = (5, k, 3)^T$ 正交, 则
3. 设3阶矩阵 A 的特征值为 $-1, 1, 2$, 且 A 与 B 相
4. 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 - 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_4^2$
5. 设对称阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & t \\ 0 & t & 8 \end{pmatrix}$ 为正定矩阵, 求 t 的

二. 计算题.

1. 求向量组 $b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

最大无关组表示.

2. 设有 $F: \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$

- (1) b 不能由 F 线性表示?
- (2) 唯一表示?
- (3) 不唯一表示?

3. 求齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 0 \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 - 8x_4 = 0 \end{cases}$$

4. 求
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1 \end{cases}$$
 的通解.

5. 判断矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -4 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 能否相似对角化

6. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ (1) 求可逆阵 P ,
(2) 计算 A^n

7. 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 7x_1^2 + 7x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3$

(1) 用正交变换将该二次型化为标准型, 写出该

(2) 判断其正定性.