

西南交通大学 2016—2017 学年第 1 学期第 1 次测试卷

课程代码 1271046 课程名称 高等数学 BI 考试时间 90 分钟

注意：请在答题卡上作答。

一. 选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1、如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在， $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x)$ 都不存在，则以下说法正确的是（ ）。

- (A) $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x))$ 存在； (B) $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$ 不存在；
(C) $\lim_{x \rightarrow x_0} (g(x) \cdot h(x))$ 不存在； (D) $\lim_{x \rightarrow x_0} (g(x) + h(x))$ 不存在。

2、 $x=1$ 是函数 $f(x) = \arctan \frac{1}{1-x}$ 的（ ）间断点。

- (A) 振荡； (B) 可去； (C) 跳跃； (D) 无穷。

3、设 $f(x) = 2^x + 3^x - 2$ ，则当 $x \rightarrow 0$ 时，有（ ）。

- (A) $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小； (B) $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小；
(C) $f(x)$ 与 x 是等价无穷小； (D) $f(x)$ 与 x 是同阶而非等价无穷小。

4、 $f(x)$ 在 x_0 的某一去心邻域内无界是 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ 的（ ）条件。

- (A) 充分必要； (B) 充分； (C) 必要； (D) 既非充分也非必要。

5、设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0$ ，则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) - 2f(x^2)}{x^2} =$ （ ）。

- (A) 1； (B) $f'(0)$ ； (C) $-f'(0)$ ； (D) $-2f'(0)$ 。

二. 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

6、若函数 $y = \sin 2x - 2 \sin x$ 与 x^α 是 $x \rightarrow 0$ 时的同阶无穷小，则 $\alpha =$ _____。

7、设函数 $y = x(x-1)(x-2)(x-3) \cdots (x-100)$ ，则 $f'(0) =$ _____。

8、设 $f(t) = \lim_{x \rightarrow \infty} t \left(\frac{x+t}{x-t} \right)^x$ ，则 $f'(t) =$ _____。

9、已知函数 $f(x) = \begin{cases} (\cos x)^{-x^2}, & 0 < |x| < \pi/2, \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a =$ _____。

10、曲线 $y = \ln x$ 与直线 $x + y = 1$ 垂直的切线方程为_____。

三. 计算题 (共 6 小题, 每小题 7 分, 共 42 分)

11、计算数列极限: (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+a+\cdots+a^n}{1+b+\cdots+b^n}$ ($|a|<1, |b|<1$); (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \sin \frac{x}{2^n}$.

12、计算函数极限: (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{\sqrt{1-x^2}-1}$; (2) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}$.

13、计算下列函数的导数: (1) $y = \arctan e^{-x^2}$; (2) $y = \frac{1+\ln^2 x}{x\sqrt{1-x^2}}$.

四. 解答题 (第 1 小题 10 分, 第 2 小题 8 分, 共 18 分)

14、设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}, & x < 0, \\ a+bx, & x \geq 0 \end{cases}$, 试确定常数 a 、 b , 使得 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处可导.

15、设某质点沿直线运动, t 秒时刻的位移函数为 $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ (米), 求质点速度为零的时刻的加速度.