第五次

（5-1）方程：$\nabla^2\varphi=0$ ，通解：$\varphi=\sum_{n=0}\left(a_nR^n+\frac{b_n}{R^{n+1}}\right)P_n\left(\cos\theta\right)$，，，

（）边界条件：$\varphi|_{R_0}=\Phi_0$，$\varphi|_{R\to\infty}=-ER\cos\theta$，于是当 $n\neq0$，1 时，$\varphi=0$，

$\varphi=a_0+\frac{b_0}{R}+\left(a_1R+\frac{b_1}{R^2}\right)\cos\theta$，$\varphi|_{R\to\infty}=a_0+a_1R\cos\theta=-ER\cos\theta$，$a_0=0$，$a_1=-ER$，

$\varphi|_{R_0}=\frac{b_0}{R_0}+\left(-ER_0+\frac{b_1}{R_0^2}\right)\cos\theta=\Phi_0$，$b_0=R_0\Phi_0$，$b_1=ER_0^3$，

$\varphi=\frac{R_0\Phi_0}{R}+\left(\frac{R_0^3}{R^2}-R\right)E\cos\theta$；

（）边界条件：$\varphi|_{R_0}=\varphi_0$（未知常数），$-\oiint\varepsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial R}\Big|_{R_0}ds=Q$，$\varphi|_{R\to\infty}=-ER\cos\theta$，

$\varphi=\frac{R_0\varphi_0}{R}+\left(\frac{R_0^3}{R^2}-R\right)E\cos\theta$，$\frac{\partial\varphi}{\partial R}\Big|_{R_0}=-\frac{\varphi_0}{R_0}-3E\cos\theta$，

$\oiint\frac{\partial\varphi}{\partial R}ds=\int_0^\pi\left[-\frac{\varphi_0}{R_0}-3E\cos\theta\right]2\pi R_0^2\sin\theta d\theta=\int_0^\pi(-\varphi_0)2\pi R_0\sin\theta d\theta=-\frac{Q}{\varepsilon_0}$，

$\varphi_0=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R_0}$，$\varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R}+\left(\frac{R_0^3}{R^2}-R\right)E\cos\theta$。

（5-2）方程：球外：$\nabla^2\varphi_1=0$ ，球内：$\nabla^2\varphi_2=0$ ，$(R\neq0)$，

通解：$\varphi=\sum_{n=0}\left(a_nR^n+\frac{b_n}{R^{n+1}}\right)P_n\left(\cos\theta\right)$，球对称，$\varphi_1=a+\frac{b}{R}$，$\varphi_2=c+\frac{d}{R}$

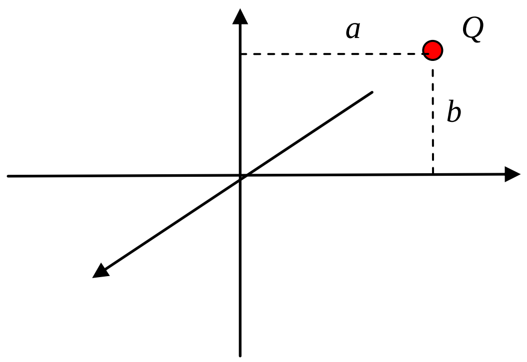
边界条件：

$\varphi_1|_{R\to\infty}=0$，$-\oiint\varepsilon\frac{\partial\varphi_2}{\partial R}\Big|_{R_0}ds=Q_f$，$\varphi_1(R_0)=\varphi_2(R_0)$，$-\varepsilon_0\frac{\partial\varphi_1(R_0)}{\partial R}=-\varepsilon\frac{\partial\varphi_2(R_0)}{\partial R}$，，

$a=0$，$-\oiint\varepsilon\frac{\partial\varphi_2}{\partial R}\Big|_{R_0}ds=\varepsilon\frac{d}{R^2}4\pi R^2=Q_f$，$d=\frac{Q_f}{4\pi\varepsilon}$，，

$\frac{b}{R_0}=c+\frac{Q_f}{4\pi\varepsilon R_0}$，$\varepsilon_0\frac{b}{R_0^2}=\varepsilon\frac{d}{R_0^2}$，$b=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}d=\frac{Q_f}{4\pi\varepsilon_0}$，$c=\frac{Q_f}{4\pi\varepsilon_0R_0}-\frac{Q_f}{4\pi\varepsilon R_0}$，

球外：$\varphi_1=\dfrac{Q_f}{4\pi\varepsilon_0 R}$，，球内：$\varphi_2=\dfrac{Q_f}{4\pi\varepsilon_0 R_0}-\dfrac{Q_f}{4\pi\varepsilon R_0}+\dfrac{Q_f}{4\pi\varepsilon R}$，，



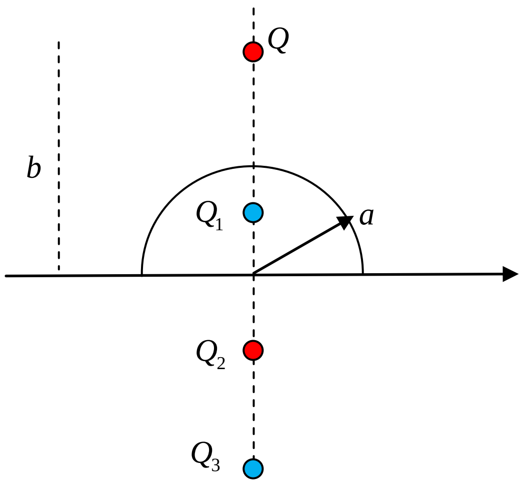
（5-3）

源电荷坐标：$(a,b,0)$，（在第一象限里）

三个像电荷坐标：$(a,-b,0)$，$(-a,b,0)$，$(-a,-b,0)$

在第一象限里电势为：

$$\varphi=\frac{Q_f}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+z^2}}+\frac{-Q_f}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(x-a)^2+(y+b)^2+z^2}}$$
$$+\frac{-Q_f}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(x+a)^2+(y-b)^2+z^2}}+\frac{Q_f}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(x+a)^2+(y+b)^2+z^2}}$$



（5-4）

边界条件：界面上（平面、半圆球面）电势相等，即电力线必须与界面垂直。

三个像电荷的电荷量和位置：

$Q_1=-\dfrac{a}{b}Q$，$\left(0,0,\dfrac{a^2}{b}\right)$，$Q_2=\dfrac{a}{b}Q$，$\left(0,0,-\dfrac{a^2}{b}\right)$，$Q_3=-Q$，$(0,0,-b)$，，，，，，

在上半空间中的电势为：

$$\varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y^2+(z-b)^2}}+\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y^2+\left(z-a^2/b\right)^2}}$$

$$=\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y^2+\left(z+a^2/b\right)^2}}+\frac{Q_3}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y^2+(z+b)^2}}$$

第六次

（6-1）（） $\vec{E}_{p_1}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^5}\left[3(\vec{p}_1\cdot\vec{r})\vec{r}-\vec{p}_1 r^2\right]$ ，

$$W_i=-\vec{p}_2\cdot\vec{E}_{p_1}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^5}\left[(\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2)r^2-3(\vec{p}_1\cdot\vec{r})(\vec{p}_2\cdot\vec{r})\right]$$

（） $\vec{L}=\vec{p}_2\times\vec{E}_{\vec{p}_1}=\frac{3(\vec{p}_1\cdot\vec{r})\vec{p}_2\times\vec{r}+r^2\vec{p}_1\times\vec{p}_2}{4\pi\varepsilon_0 r^5}$