

## 第六章复习题

本复习题中第1题是关于有方程组确定的隐函数求导方法；2-3是关于二元函数连续，偏导数，可微等问题；4-6是关于多元函数极值的；7-8是求偏导数的问题。

1. 设  $\begin{cases} x^2u + y^2v = xy, \\ uv = x - y, \end{cases}$  求当  $x = y = u = 1, v = 0$  时,  $\frac{\partial u}{\partial x}$  与  $\frac{\partial v}{\partial x}$  的值。

2. 设函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$ ,

(1) 讨论  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  处的连续性;

(2) 讨论  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  处的一阶偏导数的存在性;

(3) 讨论  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  处的可微性。

3. 证明: 函数  $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$  在点  $(0, 0)$  处连续,  $f_x(0, 0) = f_y(0, 0)$  存在, 但  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  处不可微。

4. 求函数  $f(x, y) = x^3 - \frac{1}{2}y^2 - 3x + 3y + 1$  的极值。

5. 求函数  $u = \sin x \cdot \sin y \cdot \sin z$  在条件  $x + y + z = \frac{\pi}{2}$  ( $x, y, z > 0$ ) 下的最大值。

6. 在椭圆周  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  上哪些点处, 其切线与坐标轴构成的三角形的面积最小。

7. 设  $z = y \cos(ax + by)$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ 。

8. 设  $z = f(x^2 - y^2, e^{xy+x})$ ,  $f$  具有连续的二阶偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  以及  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 。

9. 设  $z = f(\frac{y}{x}) + yf(\frac{x}{y})$ , 其中  $f$  具有二阶连续导数, 求  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 。