

2010 级 高等数学期末考试·珠海校区 (A卷)

一. 计算下列极限.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos x}{x - \sin x}$ 2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-2x}{2-2x} \right)^x$

二. 计算下列积分.

1. $\int \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx$ 2. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$ 3. $\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{1+\ln x}}$ 4. $\int_{-2}^2 |x^2-1| dx$

三. 1. 若 $z(x, y) = \sin(xy) + \cos^2(xy)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. $f(x, y, z) = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$, $A(1, 0, 1)$, $B(3, -2, -2)$.

求 $f(x, y, z)$ 在点 A 处沿 \vec{AB} 方向的方向导数, 并求此函数在 A 处方向导数的最大值.

3. 若 $z = z(x, y)$ 由 $x + y + z = xyz$ 给出, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 与 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

四. 1. 若 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$, 求 $|\vec{a} \times \vec{b}|$ 的值.

2. 求通过直线 $l_1: \begin{cases} x+2y+z-3=0 \\ x-z-1=0 \end{cases}$; 并与直线 $l_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$;

平行的平面方程.

五. 记 $F(x) = \int_0^x \frac{\sqrt{t}}{1+t^2} dt + \int_x^{\frac{1}{x}} \frac{\sqrt{t}}{1+t^2} dt$, $x > 0$.

求证: $F(x) \equiv \text{常数 } C$, 并求出 C 的值.

六. 已知 $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$. 求:

(1) $f(x)$ 的单调区间

(2) $f(x)$ 的凹凸性 (即求凹凸区间及拐点)

(3) 此函数的渐近线.

七. (1) 求证 $(1+x) \ln^2(1+x) \leq x^2$, ($x \geq 0$).

(2) 已知 $f(x)$ 在定义域 $[0, 1]$ 连续, 在 $(0, 1)$ 上可导, 且 $f(0)=0$, $f(1)=1$.

求证: 存在两个不同的数 $\xi \in (0, 1)$, $\eta \in (0, 1)$ 使 $\frac{1}{f'(\xi)} + \frac{1}{f'(\eta)} = 2$.

· 水文出品 必属精品 ·