

《通信原理》

(08 模拟系统-FM)

蔡志岗

光学与光学工程系

中山大学理工学院

lasers@netease.com

13316105077

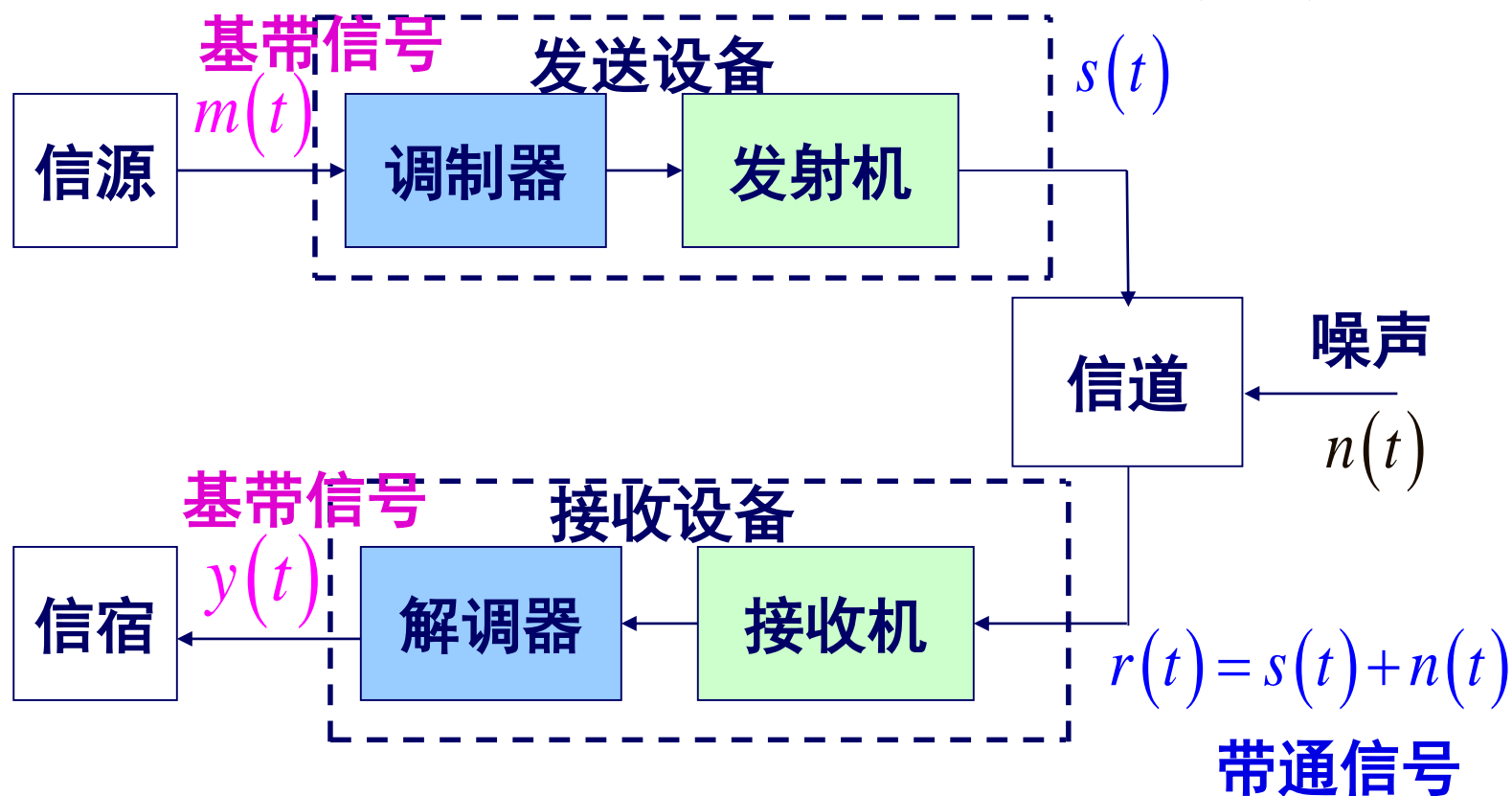
光信息实验室: **84110909**

中大光信息

模拟通信系统——信道中传输模拟波形的通信系统。

调制信号

已调带通信号



调制信号

$$m(t)$$

调制器

已调信号

$$\begin{aligned} s(t) &= a(t) \cos[2\pi f_c t + \theta(t)] \\ &= x_c(t) \cos 2\pi f_c t - x_s(t) \sin 2\pi f_c t \\ &= \operatorname{Re}[x_L(t) e^{j2\pi f_c t}] \end{aligned}$$

$$A \cos(\omega_c t)$$

被调信号

$$a(t) = a[m(t)] \rightarrow \text{幅度调制}$$

$$\theta(t) = \theta[m(t)] \rightarrow \text{角度调制}$$

$x_L(t), x_c(t), x_s(t), a(t), \theta(t)$ 都是 $m(t)$ 的函数

中大光信息

3.5 非线性调制系统的原理及抗噪声性能

前面所讨论的各种线性调制方式均有共同的特点，就是调制后的信号频谱只是调制信号的频谱在频率轴上的**搬移**，以适应信道的要求，虽然频率位置发生了变化，但频谱的结构没有变。

非线性调制又称**角度调制**，是指调制信号控制高频载波的**频率或相位**，而载波的幅度保持不变。角度调制后信号的频谱不再保持调制信号的频谱结构，会产生与频谱搬移不同的新的频率成分，而且调制后信号的带宽一般要比调制信号的带宽大得多。

非线性调制分为频率调制（FM）和相位调制（PM），它们之间可相互转换，FM用得较多，因此我们着重讨论频率调制。

3.5.1 非线性调制的基本概念

前面所说的线性调制是通过调制信号改变载波的幅度来实现的，而非线性调制是通过调制信号改变载波的角度来实现的。

一、角度调制的基本概念

1、任一未调制的正弦载波可表示为

$$C(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi_0) \quad (3.81)$$

式中， A 为载波的振幅， $(\omega_c t + \varphi_0)$ 称为载波信号的**瞬时相位**； ω_c 称为载波信号的**角频率**； φ_0 为**初相**。

2、调制后正弦载波可表示为

$$C(t) = A \cos[\omega_c t + \varphi(t)] = A \cos \theta(t)$$

(3.82)

式中

$\theta(t) = \omega_c t + \varphi(t)$ 称为信号的**瞬时相位**；

$\varphi(t)$ 称为瞬时**相位偏移**；

$\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega_c + \frac{d\varphi(t)}{dt}$ 称为信号的**瞬时角频率**

$\frac{d\varphi(t)}{dt}$ 称为瞬时角**频率偏移**

二、调相波PM与调频波FM的一般表达式

1、相位调制（PM）

载波的振幅不变，调制信号控制载波的瞬时相位偏移，使按的规律变化，则称之为相位调制（PM）。

令 $\varphi(t) = K_p m(t)$ ，其中 K_p 为调相器灵敏度，其含义是单位调制信号幅度引起 PM 信号的相位偏移量，单位是弧度/伏 (rad/V)。

所以，调相波的表达式为

$$S_{PM}(t) = A \cos[\omega_c t + K_p m(t)] \quad (3.83)$$

对于调相波，其最大相位偏移为

$$\Delta\varphi_{\max} = K_p \left| m(t) \right|_{\max} \quad (3.84)$$

2、频率调制 (FM)

载波的振幅不变，调制信号 $m(t)$ 控制载波的瞬时角频率偏移，使载波的瞬时角频率偏移按 $m(t)$ 的规律变化，则称之为频率调制 (FM)。

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega_c + \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

瞬时角频率

$$C(t) = A \cos \theta(t)$$

瞬时角频率偏移

$$\text{令} \quad \frac{d\varphi(t)}{dt} = K_f m(t) \quad \frac{d\varphi(t)}{dt} \propto m(t)$$

即 $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau$ ，其中 K_f 为调频器灵敏度，其含义是单位调制信号幅度引起FM信号的频率偏移量，单位是赫兹/伏（Hz/V）。

所以，调频波的表达式为

$$S_{FM}(t) = A \cos\left[\omega_c t + \int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau\right] \quad (3.85)$$

$$S_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + \int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau]$$

对于调频波，其最大角频率偏移为

$$\Delta\omega_{\max} = \left| \frac{d\varphi(t)}{dt} \right|_{\max} = K_f |m(t)|_{\max} \quad (3.86)$$

3、单频调制时的调相波与调频波

令 $m(t) = A_m \cos \omega_m t$, $\omega_m \ll \omega_c$

由式 (3.83) 可得

$$\begin{aligned} S_{PM}(t) &= A \cos[\omega_c t + K_p A_m \cos \omega_m t] \\ &= A \cos[\omega_c t + m_p \cos \omega_m t] \end{aligned} \quad (3.87)$$

上式中, $m_p = K_p A_m$ 称为调相指数, 代表PM波的最大相位偏移。

由式 (3.85) 可得

$$\begin{aligned} S_{FM}(t) &= A \cos \left[\omega_c t + \int_{-\infty}^t K_f A_m \cos \omega_m \tau d\tau \right] \\ &= A \cos \left[\omega_c t + \frac{K_f A_m}{\omega_m} \sin \omega_m t \right] \\ &= A \cos \left[\omega_c t + m_f \sin \omega_m t \right] \end{aligned} \quad (3.88)$$

上式中 $m_f = \frac{K_f A_m}{\omega_m}$ 称为**调频指数**,
代表FM波的最大相位偏移;

$\Delta\omega_{\max} = K_f A_m$ 称为最大角频率偏移。

因此

调频指数 $m_f = \frac{\Delta\omega_{\max}}{\omega_m} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m}$ (3.89)

三、PM与FM之间的关系

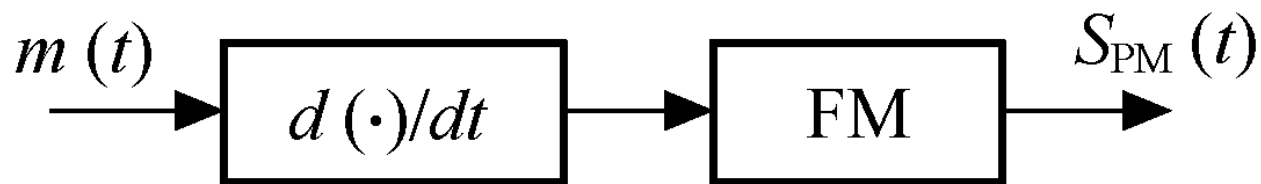
比较式 (3.83) 和 (3.85) 可以得出结论：尽管PM和FM是角调制的两种不同形式，但它们**并无本质区别**。PM和FM只是频率和相位的变化规律不同而已。

在PM中，角度随**调制信号**线性变化，
而在FM中，角度随**调制信号的积分**线性变化。

若将**对信号**先积分而后使它对载波进行PM即得FM；而若将**对信号**先微分而后使它对载波进行FM即得PM；所以PM与FM波的产生方法有两种：**直接法和间接法**，如图3-22和图3-23所示。



(a)

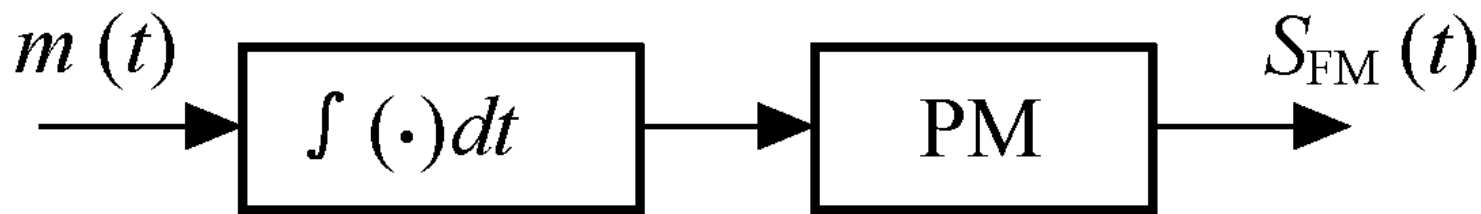


(b)

图3-22 直接调相和间接调相图



(a)



(b)

图3-23 直接调频和间接调频

从以上分析可见，调频与调相并无本质区别，两者之间可相互转换。鉴于在实际应用中多采用FM波，下面将集中讨论频率调制。

PM vs. FM

$$S_{PM}(t) = A \cos[\omega_c t + K_p m(t)]$$

$$S_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + \int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau]$$

$$S_{PM}(t) = A \cos[\omega_c t + K_p A_m \cos \omega_m t]$$

$$S_{FM}(t) = A \cos \left[\omega_c t + \frac{K_f A_m}{\omega_m} \sin \omega_m t \right]$$

3.5.2 调频信号的频谱和带宽

一、窄带调频 (NBFM)

调频波的最大相位偏移满足如下条件

$$\left| \int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau \right| \ll \frac{\pi}{6} \quad (3.90)$$

时，称为**窄带调频 (NBFM)**。在这种情况下，调频波的频谱只占比较窄的频带宽度。

由式 (3.85) 可以得到NBFM波的时域表达式为

$$\begin{aligned} S_{NB\text{FM}}(t) &= A \cos[\omega_c t + \int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau] \\ &= A \cos \omega_c t \cdot \cos[\int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau] - A \sin \omega_c t \cdot \sin[\int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau] \end{aligned} \quad (3.91)$$

由于 $\left| \int_{-\infty}^t K_f m(t) dt \right|$ 较小，运用公式 $\cos x \approx 1$ 和 $\sin x \approx x$ ，式 (3.91) 可以简化为

$$S_{NBFM}(t) = A \cos \omega_c t - A \left[\int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau \right] \sin \omega_c t \quad (3.92)$$

因此，窄带调频的频域表达式为

$$S_{NBFM}(\omega) = \pi A [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{AK_f}{2} \left[\frac{M(\omega - \omega_c)}{\omega - \omega_c} - \frac{M(\omega + \omega_c)}{\omega + \omega_c} \right] \quad (3.93)$$

由式（3.93）可见，NBFM与AM的频谱相类似，都包含载波和两个边带。NBFM信号的带宽与AM信号的带宽相同，均为基带信号最高频率分量的两倍。

不同的是，NBFM的两个边频分量分别乘了因式 $1/(\omega - \omega_c)$ 和 $1/(\omega + \omega_c)$ 由于因式是频率的函数，所以这种加权是频率加权，加权的结果引起已调信号频谱的失真，造成了NBFM与AM的本质区别。

二、宽带调频 (WBFM)

当式 (3.90) 不成立时, 调频信号的时域表达式不能简化为式 (3.92), 此时调制信号对载波进行频率调制将产生较大的频偏, 使已调信号在传输时占用较宽的频带, 所以称为宽带调频。

一般信号的**宽带调频**时域表达式非常复杂。为使问题简化, 我们只研究**单频调制**的情况, 然后把分析的结论推广到一般的情况。

1、单频调制时WBFM的频域特性

设单频调制信号为

$$m(t) = A_m \cos \omega_m t, \quad \omega_m \ll \omega_c$$

则由式 (3.88) 可得

$$S_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + \underbrace{m_f \sin \omega_m t}]$$

(3.94)

经推导，式（3.94）可展开成如下级数形式

$$S_{FM}(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f) \cos(\omega_c + n\omega_m)t \quad (3.95)$$

式中， $J_n(m_f)$ 为第一类阶贝塞尔函数，贝塞尔函数曲线如图3-24所示。

可以证明，第一类阶贝塞尔函数具有以下对称性

$$J_{-n}(m_f) = \begin{cases} J_n(m_f) & n \text{ 为偶数} \\ -J_n(m_f) & n \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (3.96)$$

对应不同n的第一类贝塞尔函数值可查阅附录三的贝塞尔函数表。

对式（3.95）进行傅里叶变换，可得到WBFM的频谱表达式

$$S_{FM}(\omega) = \pi A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f) [\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)] \quad (3.97)$$

调频波的频谱如图3-25所示。

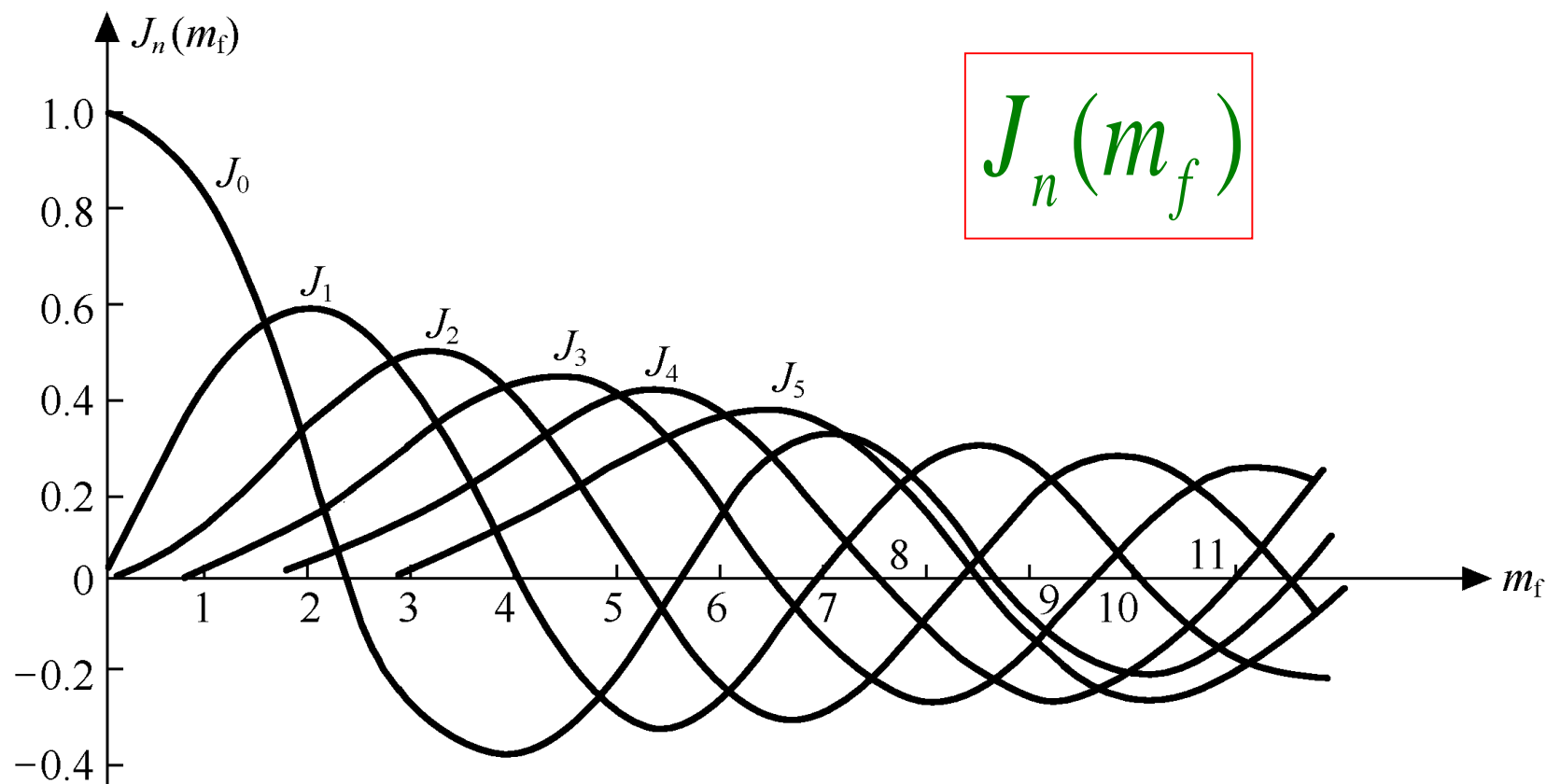
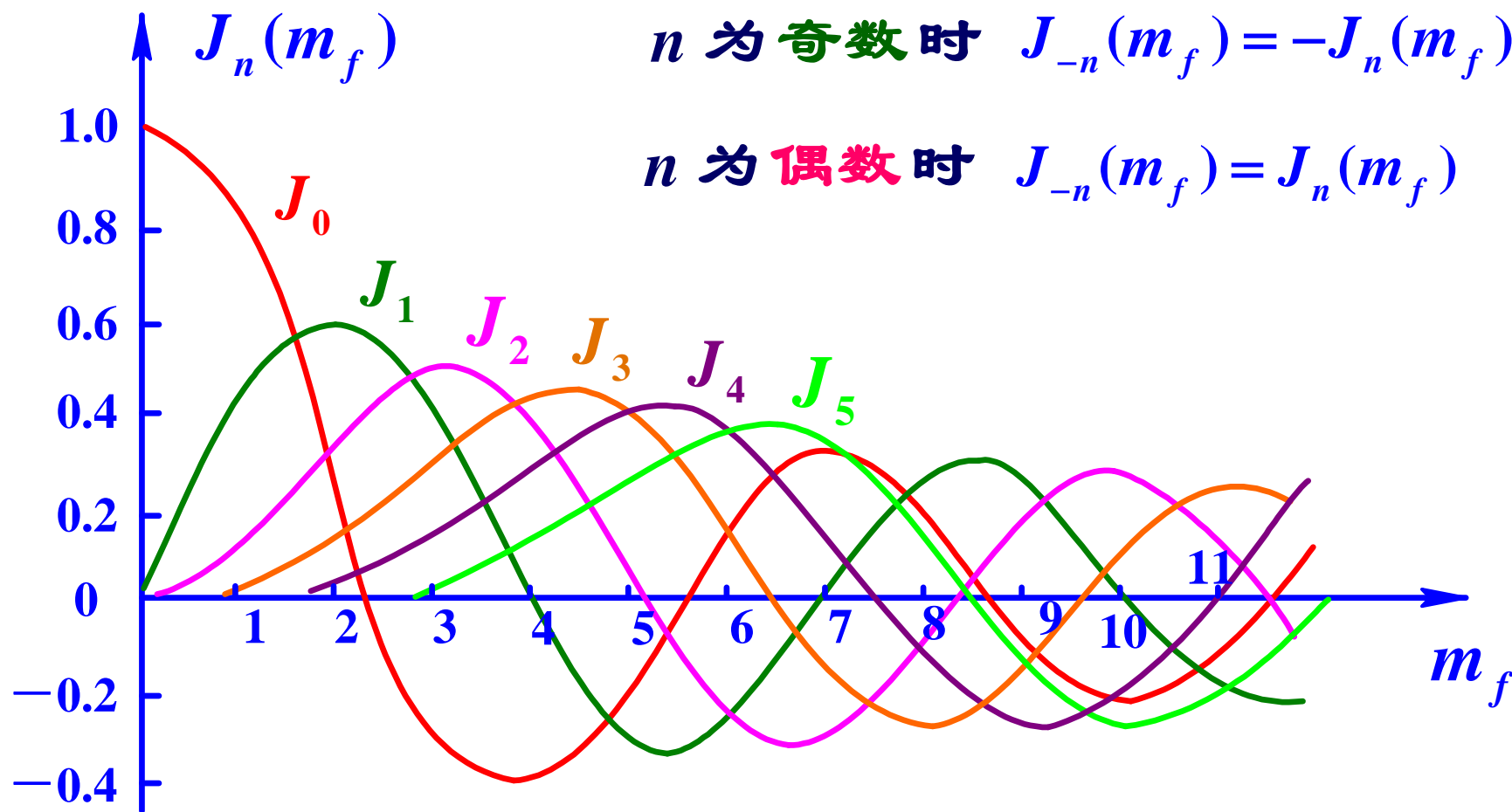


图3-24 贝塞尔函数曲线

第一类 n 阶 贝塞尔 (Bessel) 函数

n 为奇数时 $J_{-n}(m_f) = -J_n(m_f)$

n 为偶数时 $J_{-n}(m_f) = J_n(m_f)$



$J_n(m_f) - m_f$ 关系曲线

$$J_n(m_f)$$

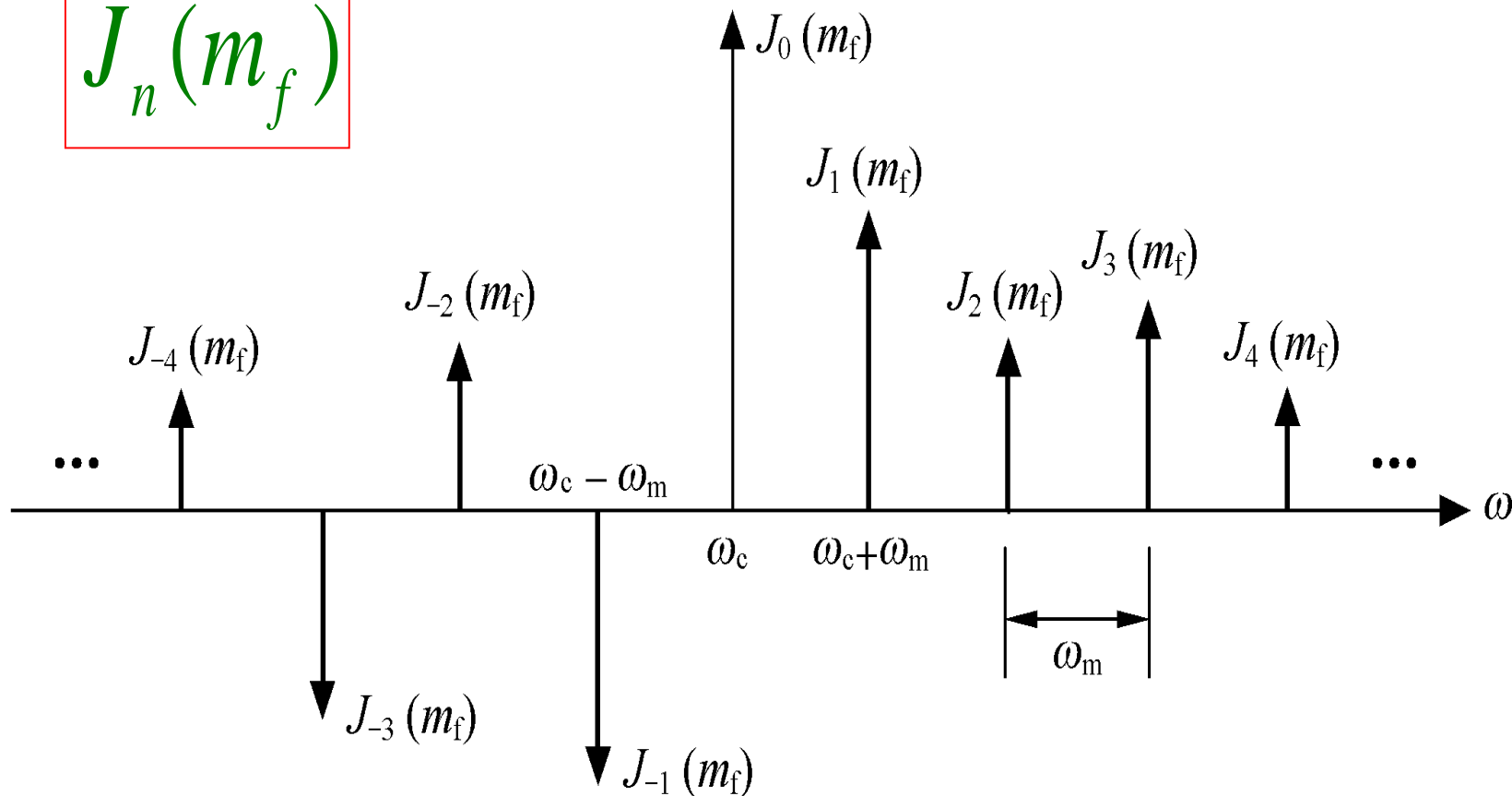


图3-25 调频波的频谱

由式（3.5-17）和图3-25可看出，调频波的频谱包含无穷多个分量。当时 $n=0$ 就是载波分量 ω_c ，其幅度为 $J_0(m_f)$ ；当

$n \neq 0$ 时在载频两侧对称地分布上下边频分量 $\omega_c \pm n\omega_m$ ，谱线之间的间隔为 ω_m ，幅度为 $J_n(m_f)$ ；当 n 为奇数时，上下边频幅度的极性相反；当 n 为偶数时上下边频幅度的极性相同。

由于调频波的频谱包含无穷多个频率分量，因此，理论上调频波的频带宽度为无限宽。然而实际上边频幅度 $J_n(m_f)$ 随着 n 的增大而逐渐减小，因此只要取适当的 n 值使边频分量小到可以忽略的程度，调频信号可近似认为具有有限频谱。

根据经验认为：当 $m_f \geq 1$ 以后，取边频数 $n=m_f+1$ 即可。

因为 $n > m_f + 1$ 以上的边频幅度 $J_n(m_f)$ 均小于 0.1，相应产生的功率均在总功率的 2% 以下，可以忽略不计。根据这个原则，调频波的带宽为

$$B_{FM} \approx 2nf_m = 2(m_f + 1)f_m = 2(\Delta f + f_m) \quad (3.98)$$

式中， f_m 为调制信号的频率； Δf 为最大频偏，该式称为**卡森公式**。

若 $m_f \ll 1$, 则

$$B_{NBFM} \approx 2f_m \quad (NBFM) \quad (3.99)$$

若 $m_f \gg 1$, 则

$$B_{WBFM} \approx 2\Delta f \quad (WBFM) \quad (3.100)$$

以上讨论的是单频调制的情况，当调制信号有多个频率分量时，已调信号的频谱要复杂很多。根据分析和经验，多频调制时，其带宽近似为

$$B_{FM} \approx 2(\Delta f + f_m)$$

其中 f_m 为调制信号的最高频率分量， Δf 为最大频偏。

3、调频信号的平均功率分布

调频信号的平均功率等于调频信号的**均方值**，即

$$P_{FM} = \overline{S_{FM}^2(t)} = \overline{\left[A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f) \cos(\omega_c + n\omega_m)t \right]^2} = \frac{A^2}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(m_f)$$

根据贝塞尔函数的性质，上式中 (3.101)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(m_f) = 1$$

所以调频信号的平均功率为 $P_{FM} = \frac{A^2}{2}$ (3.102)

[例3. 6] 幅度为3V的1MHz载波受幅度为1V频率为500Hz的正弦信号调制，最大频偏为1kHz，当调制信号幅度增加为5V且频率增至2kHz时，写出新调频波的表达式。

解：
$$K_f = \frac{\Delta\omega}{A_m} = \frac{2\pi \times 1 \times 10^3}{1} = 2\pi \times 10^3$$

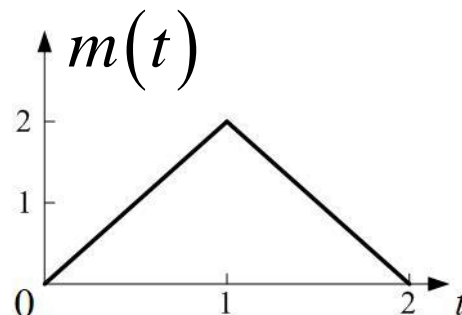
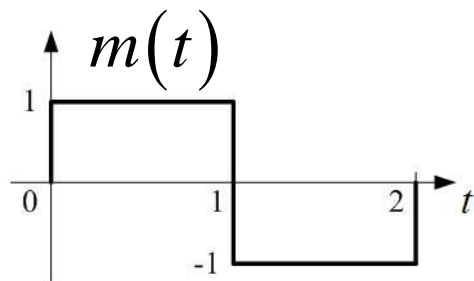
新调频波的调频指数为

$$m_f = \frac{K_f A'_m}{\omega'_m} = \frac{2\pi \times 10^3 \times 5}{2\pi \times 2 \times 10^3} = 2.5$$

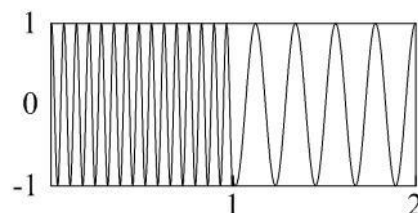
所以，新调频波为

$$\begin{aligned} S_{FM}(t) &= A \cos[\omega_c t + m_f \sin \omega'_m t] \\ &= 3 \cos[2\pi \times 10^6 t + 2.5 \sin(4\pi \times 10^3 t)] \end{aligned}$$

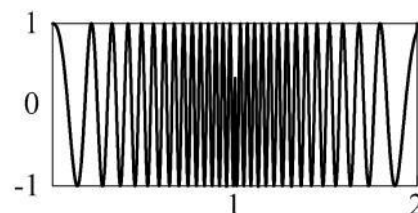
图示方波与锯齿波信号的调相与调频信号波形。



$$f_{FM}(t) = f_c \pm k_{FM} m(t)$$



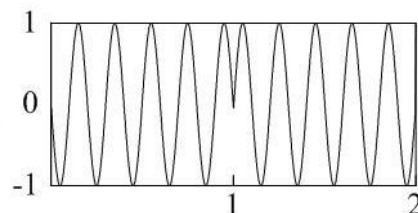
等效于



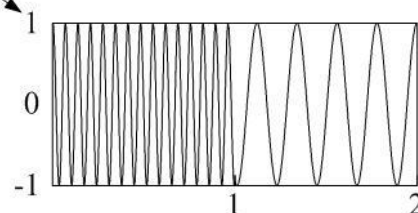
$$f_i(t) = f_c + k_{FM} m(t)$$

$$f_i(t) = f_c$$

PM 信号



$$f_i(t) = f_c \pm \frac{k_{PM}}{\pi}$$



$$f_{FM}(t) = f_c + k_{FM} m(t)$$

$$\theta_{FM}(t) = 2\pi k_{FM} \int m(t) dt$$

$$f_{PM}(t) = f_c + \frac{k_{PM}}{2\pi} \frac{d}{dt} m(t)$$

$$\theta_{PM}(t) = k_{PM} m(t)$$

中大光信息

小复习

调频 (FM) ~ 调相 (PM)

直接调制

间接调制

NBFM

WBFM

调频信号的平均功率

中大光信息

3.5.3 调频信号的产生与解调

一、调频信号的产生

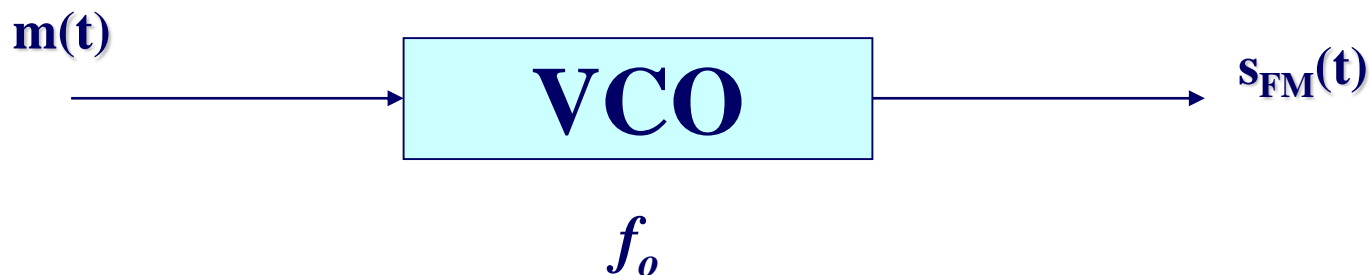
产生调频波的方法通常有两种：**直接调频法**和**间接调频法**。

1、**直接法**。直接法就是用调制信号**直接控制振荡器的电抗元件参数，使输出信号的瞬时频率随调制信号呈线性变化。**

目前人们多采用**压控振荡器 (VCO)** 作为产生调频信号的调制器。

振荡频率**由外部电压控制**的振荡器叫做压控振荡器 (VCO)，它产生的输出频率正比于所加的控制电压。



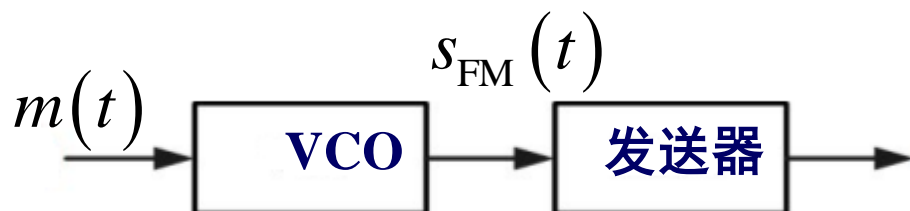


直接法的主要优点是在实现线性调频的要求下，可以获得较大的频偏。缺点是**频率稳定度不高**，往往需要附加稳频电路来稳定中心频率。

FM信号的产生

1. 直接调频法

用调制信号直接改变载波振荡器频率的方法。原理框图：



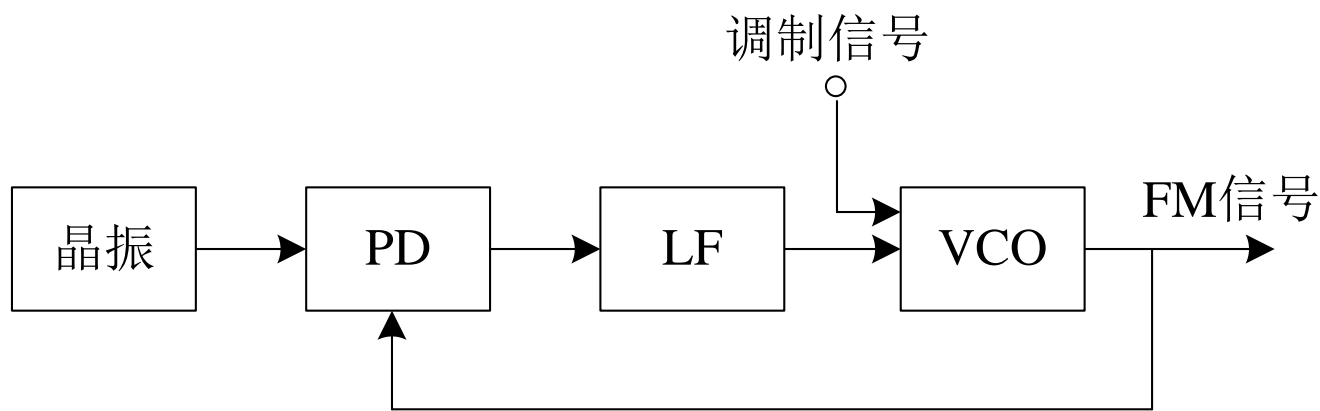
未调时, $f_i(t) = f_c$

调制后, $f_i(t) = f_c + k_{FM}m(t)$

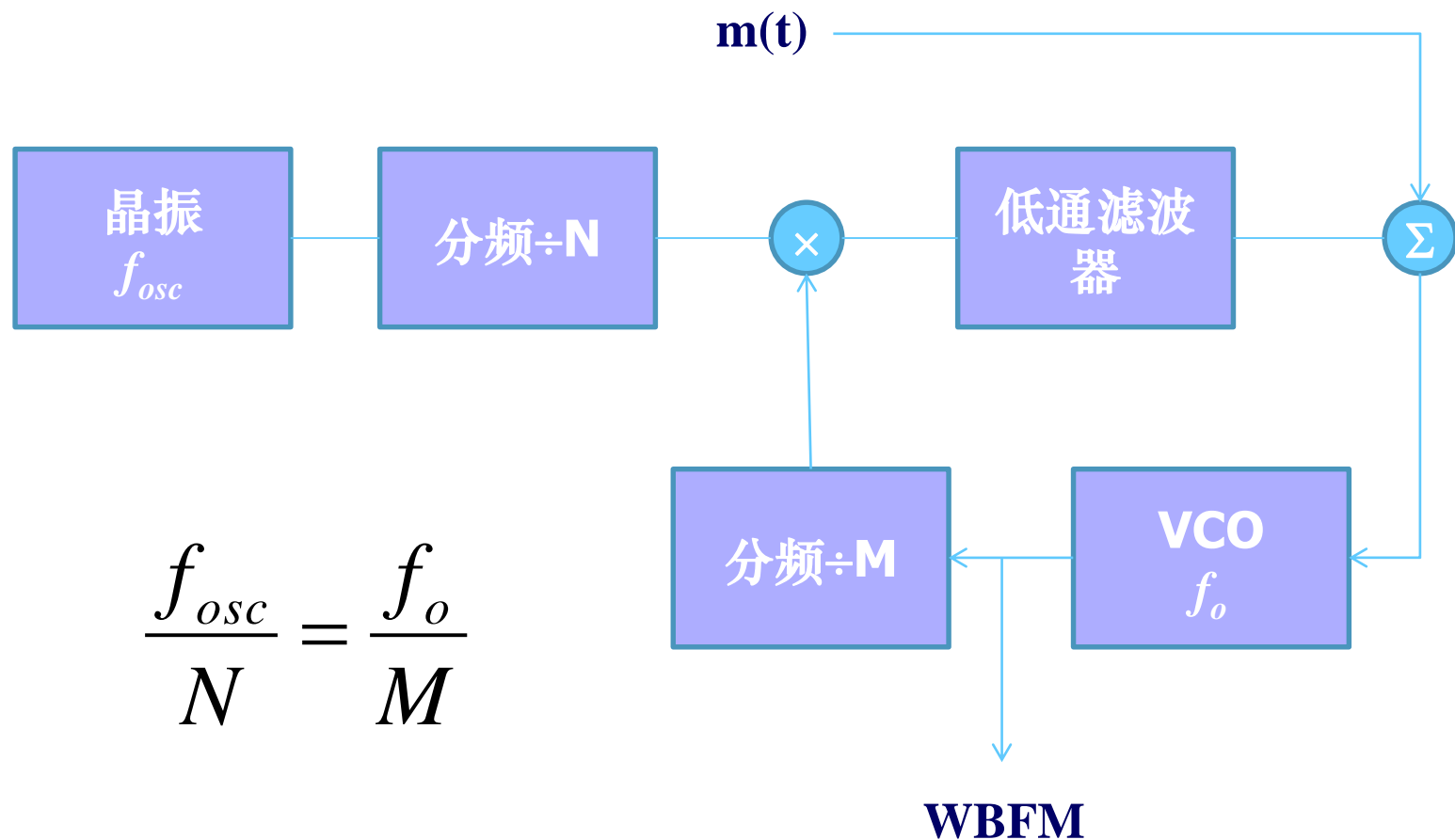
$$s_{FM}(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_{FM} \int m(t) dt \right]$$

锁相环

- 直接调频法的主要优缺点：
 - 优点：可以获得较大的频偏。
 - 缺点：频率稳定度不高
- 改进途径：采用如下锁相环（PLL）调制器



PLL锁相环的宽带调制器



2、间接法

间接法又称**倍频法**，*Armstrong*法，它是由窄带调频通过倍频产生宽带调频信号的方法。

其原理框图如图3-26所示。

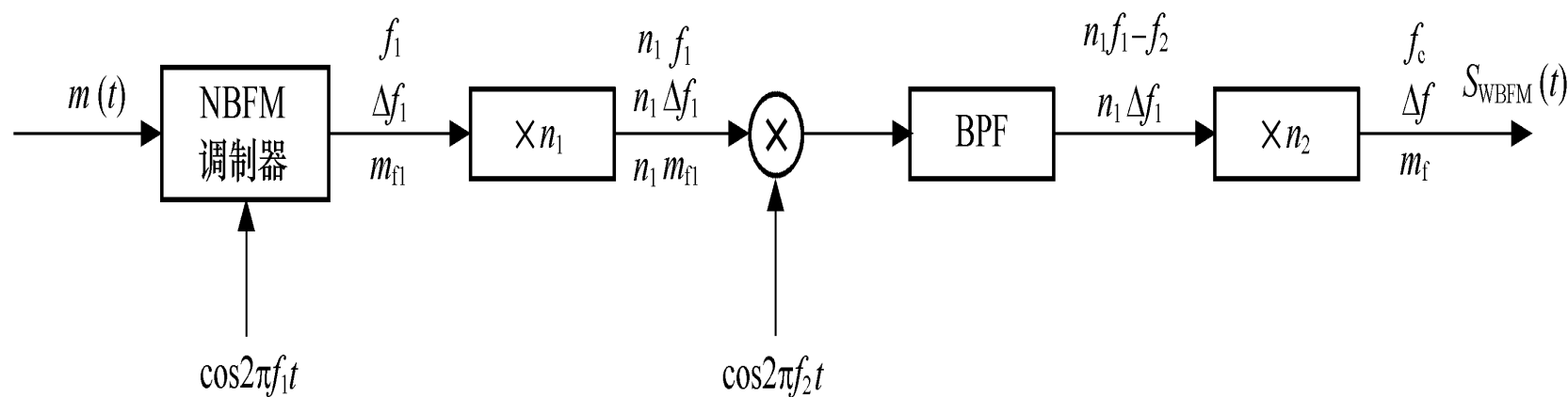
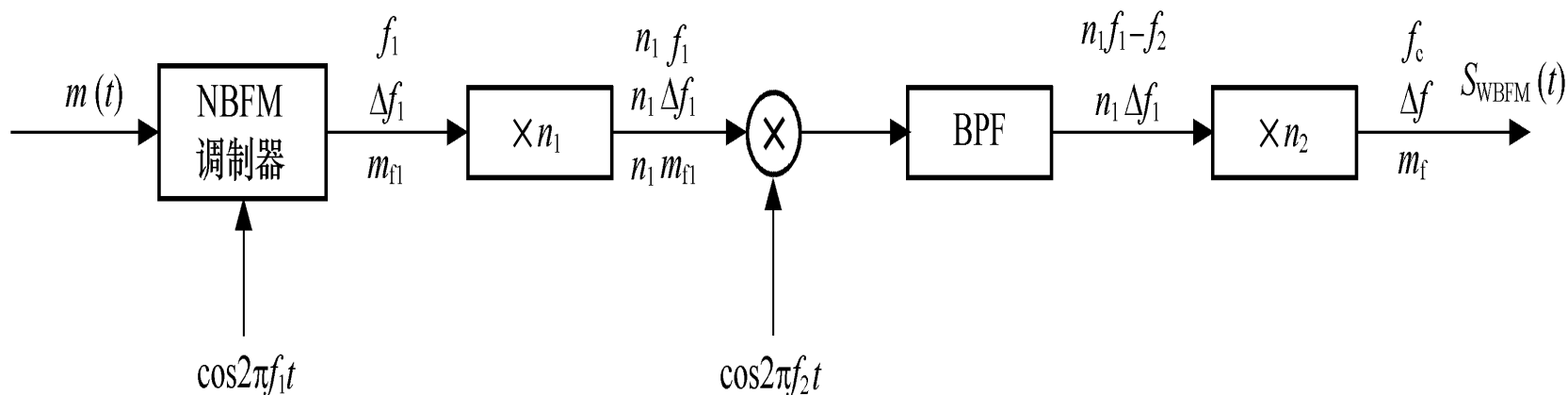


图3-26 间接产生WBFM的框图

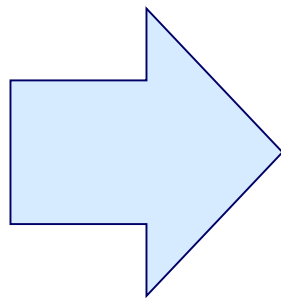


NBFM

$$f_1$$

$$\Delta f_1$$

$$m_{f1}$$



WBFM

$$f_c = n_2 (n_1 f_1 - f_2)$$

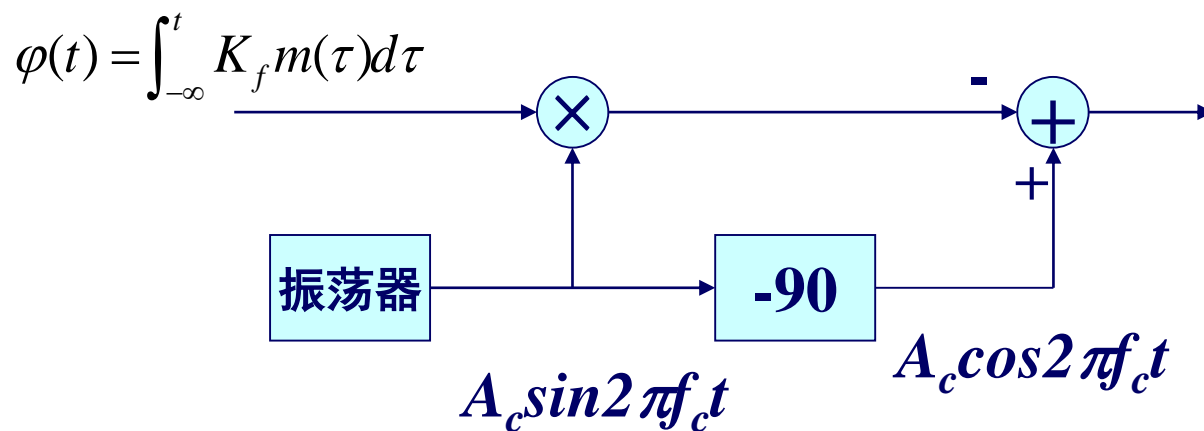
$$\Delta f = n_1 n_2 \Delta f_1$$

$$m_f = n_1 n_2 m_{f1}$$

倍频法的载波频稳高，设备较复杂，用于调频广播。

间接调频法（另外一个方式）

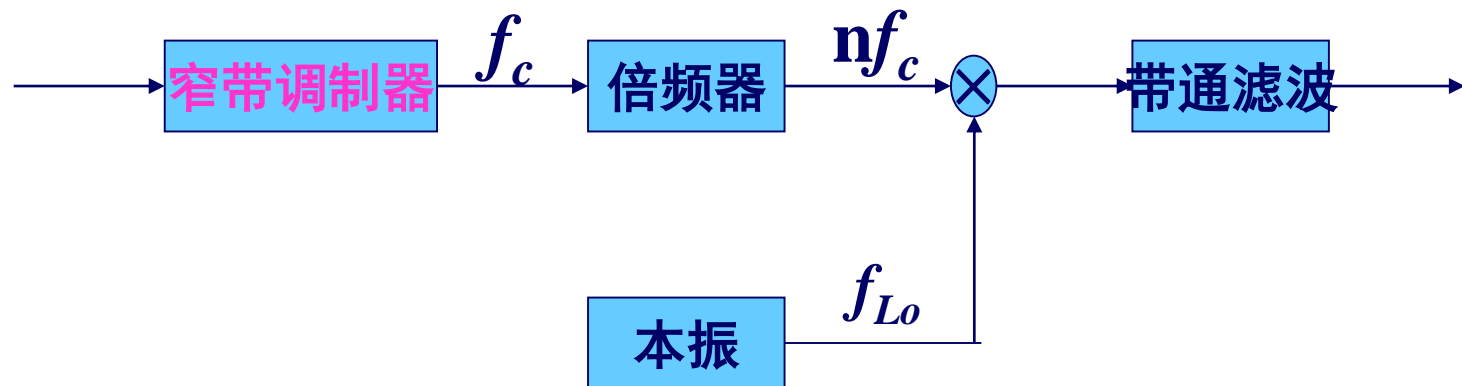
窄带角度调制器



$$s_{NB}(t) = A_c \cos 2\pi f_c t - A_c \varphi(t) \cdot \sin 2\pi f_c t$$

$$s_{NB}(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)]$$

宽带角度调制器



$$s_{NB}(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \varphi(t)]$$

$$y(t) = A_c \cos[2\pi n f_c t + n\varphi(t)]$$

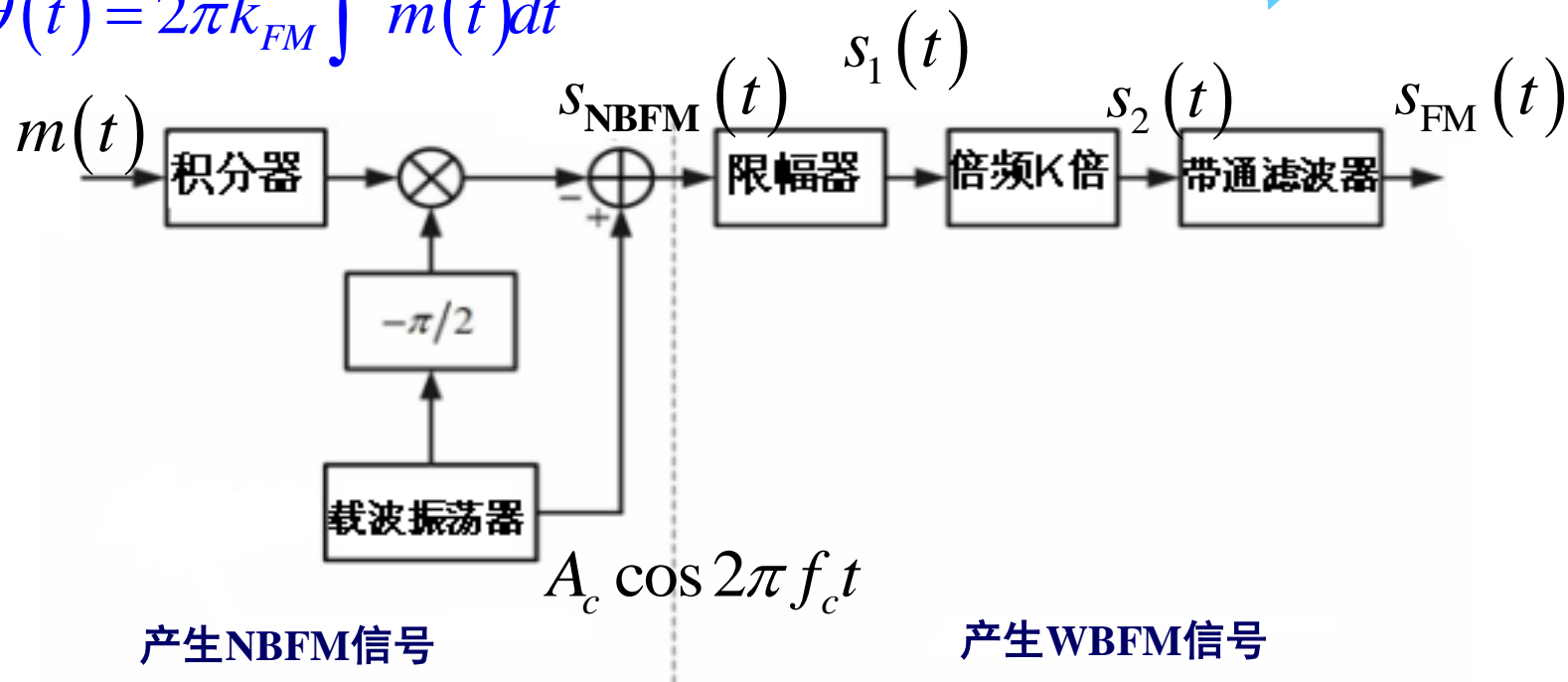
$$s(t) = A_c \cos[2\pi(n f_c - f_{Lo})t + n\varphi(t)]$$

2. *间接调频法（阿姆斯特朗法）

参考

原理图：

$$\theta(t) = 2\pi k_{FM} \int m(t) dt$$



$$s_{\text{NBFM}}(t) \approx A_c \cos 2\pi f_c t - A_c \theta(t) \sin 2\pi f_c t$$

参考

$$s_{\text{NBFM}}(t) \approx A_c \cos 2\pi f_c t - A_c \theta(t) \sin 2\pi f_c t$$
$$= A(t) \cos(2\pi f_c t + \theta(t))$$

$$\theta(t) = 2\pi k_{FM} \int m(t) dt$$

限幅后: $s_1(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta(t))$

倍频后: $s_2(t) = A^k \cos^k(2\pi f_c t + \theta(t))$

$$= A^k \cos(2\pi k f_c t + k\theta(t)) + \text{other}$$

$$D = \frac{\Delta f_{\max}}{f_{\max}}$$

上述信号通过带通滤波器, 获得k倍频输出:

$$s_{FM}(t) = A^k \cos(2\pi k f_c t + k\theta(t))$$

瞬时相偏 $\uparrow k$ 倍 $\rightarrow \Delta f_{\max} \uparrow k$ 倍 $\rightarrow D \uparrow k$ 倍 $\rightarrow B_T \uparrow$ (宽带调频)

中大光信息

二、调频信号的解调

1、非相干解调

非相干解调器由限幅器、鉴频器和低通滤波器等组成，其方框图如图3-27所示。

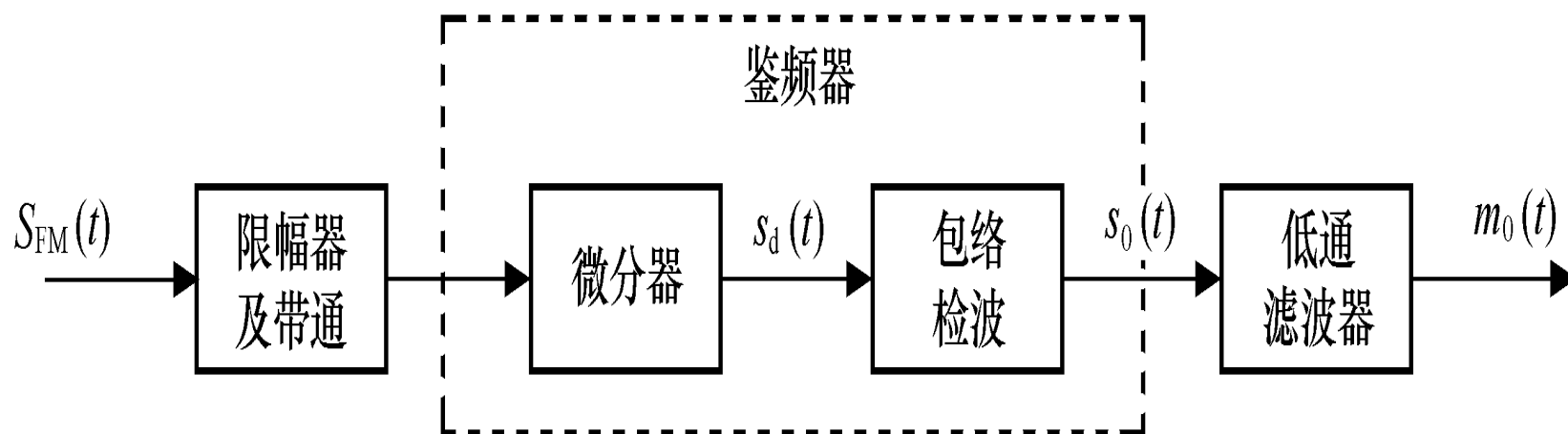


图3-27 调频信号的非相干解调

限幅器输入为已调频信号和噪声，限幅器是为了消除接收信号在幅度上可能出现的畸变；**带通滤波器**的作用是用来限制带外噪声，使调频信号顺利通过。

鉴频器中的微分器把调频信号变成调幅调频波，然后由**包络检波器**检出包络，最后通过**低通滤波器**取出调制信号。

设输入调频信号为

$$S_i(t) = S_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$$

微分器的作用是把调频信号变成调幅调频波。
微分器输出为

$$S_d(t) = \frac{dS_i(t)}{dt} = \frac{dS_{FM}(t)}{dt} \quad (3.103)$$

$$= -A \left[\omega_c + K_f m(t) \right] \sin[\omega_c t + K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$$

包络检波的作用是从输出信号的幅度变化中
检出调制信号。

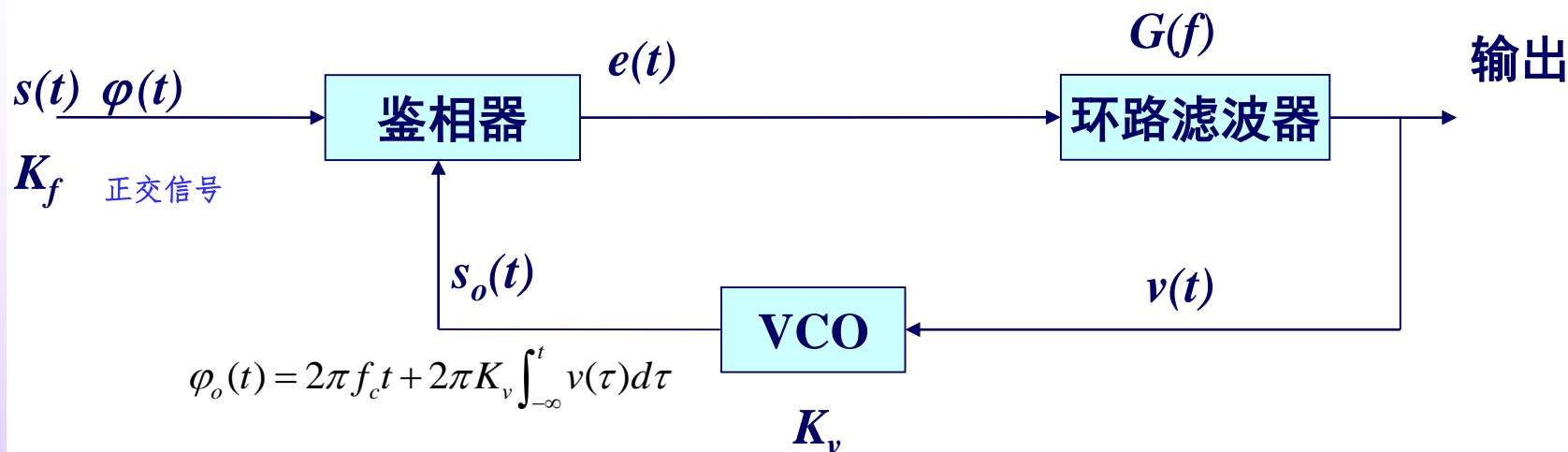
包络检波器输出为

$$S_0(t) = K_d[\omega_c + K_f m(t)] = K_d \omega_c + K_d K_f m(t) \quad (3.104)$$

K_d 称为鉴频灵敏度，是已调信号单位频偏对应的调制信号的幅度，单位为伏/赫兹（V/Hz），经低通滤波器后加隔直流电容，隔去无用的直流，得

$$m_0(t) = K_d K_f m(t) \quad (3.105)$$

利用锁相环作调频解调器



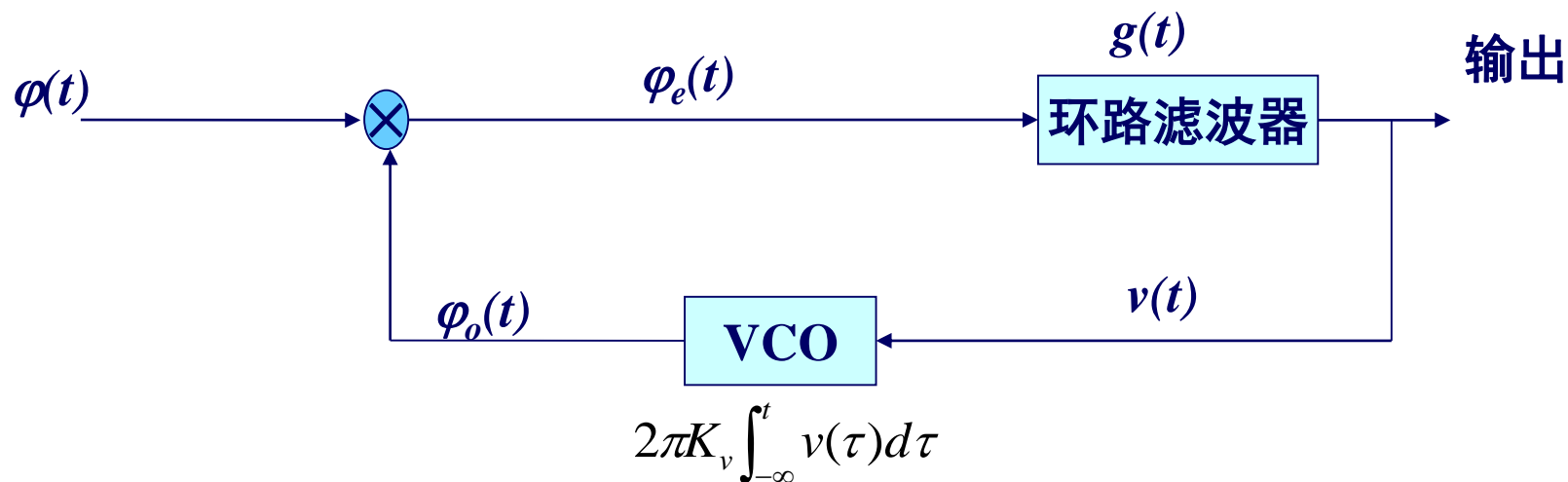
鉴相器是由一乘法器和低通滤波器组成

$$e(t) = \frac{1}{2} A_c A_o \sin [\varphi(t) - \varphi_o(t)]$$

$$\sin [\varphi(t) - \varphi_o(t)] \approx \underline{\varphi(t) - \varphi_o(t) = \varphi_e(t)} \quad \text{线性化模型}$$

$$\varphi_e(t) = \varphi(t) - \varphi_o(t) = \varphi(t) - 2\pi K_v \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$$

利用锁相环作调频解调器

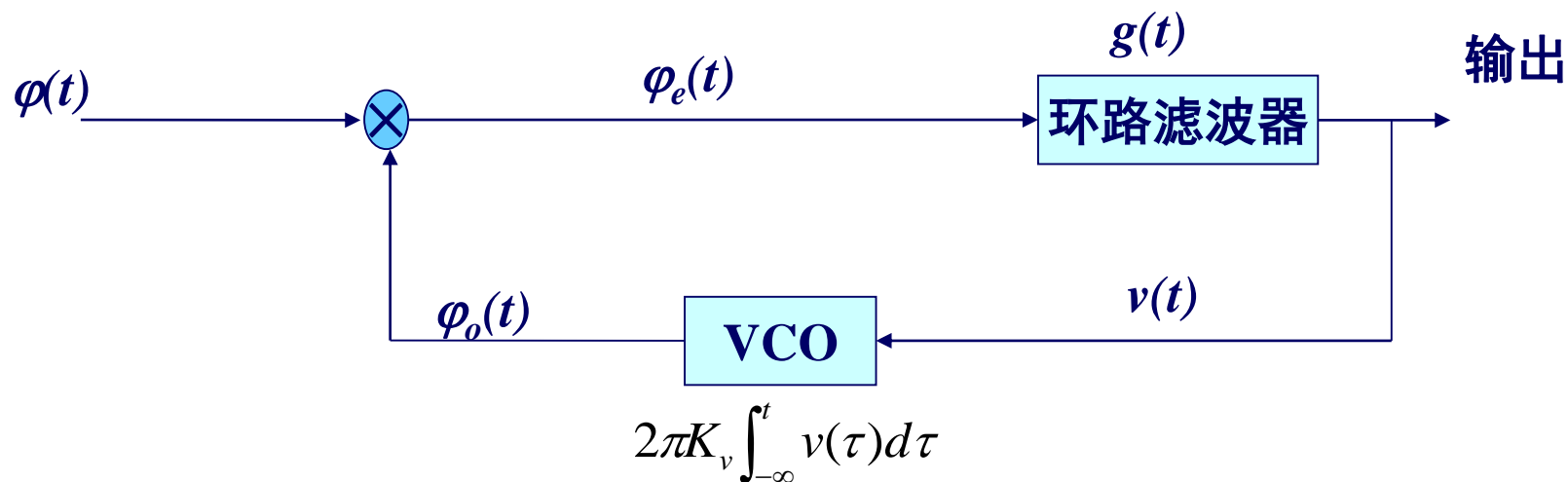


$$\frac{d\varphi_e(t)}{dt} + 2\pi K_v \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_e(\tau) g(t-\tau) d\tau = \frac{d\varphi(t)}{dt} \Leftrightarrow \Phi_e(f) = \frac{1}{1 + \left(\frac{K_v}{jf} \right) G(f)} \Phi(f)$$

$$V(f) = \Phi_e(f) \cdot G(f) = \frac{G(f)}{1 + \left(\frac{K_v}{jf} \right) G(f)} \Phi(f)$$

$$\left| K_v \frac{G(f)}{jf} \right| \gg 1 \quad |f| < W$$

利用锁相环作调频解调器

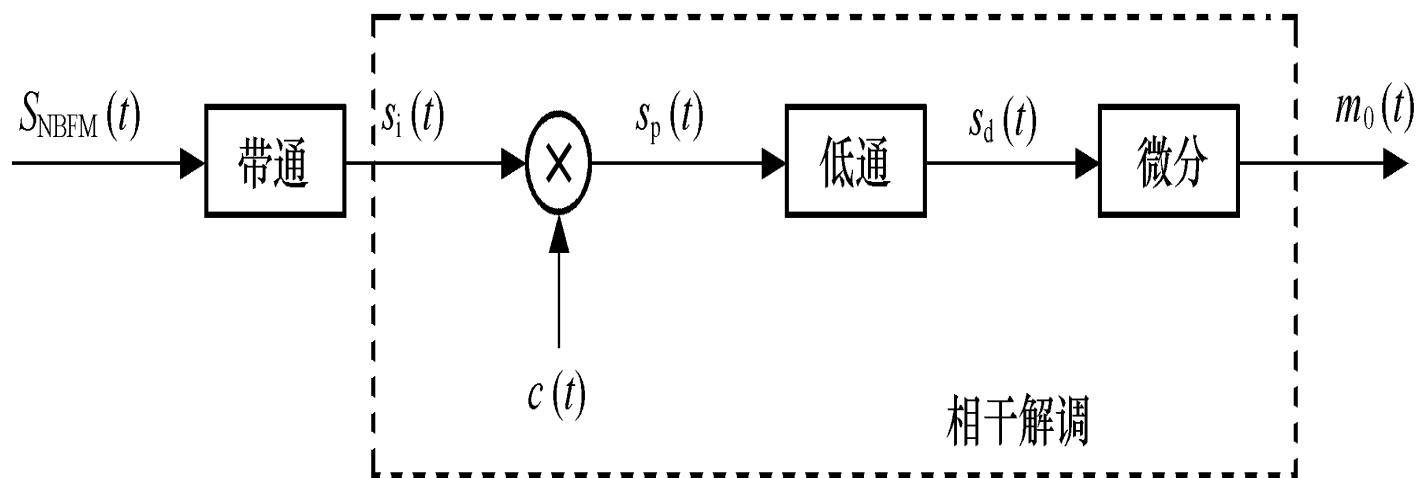


$$\left| K_v \frac{G(f)}{jf} \right| \gg 1 \quad |f| < W$$

$$V(f) = \frac{j2\pi f}{2\pi K_v} \Phi(f) \quad \Leftrightarrow \quad v(t) = \frac{1}{2\pi K_v} \frac{d}{dt} \varphi(t) = \frac{K_f}{K_v} m(t)$$

2、相干解调（NBFM）

由于窄带调频信号可分解成正交分量与同相分量之和，因而可以采用线性调制中的相干解调法来进行解调。其原理框图如图3-28所示：



图中的带通滤波器用来限制信道所引入的噪声，但调频信号应能正常通过。

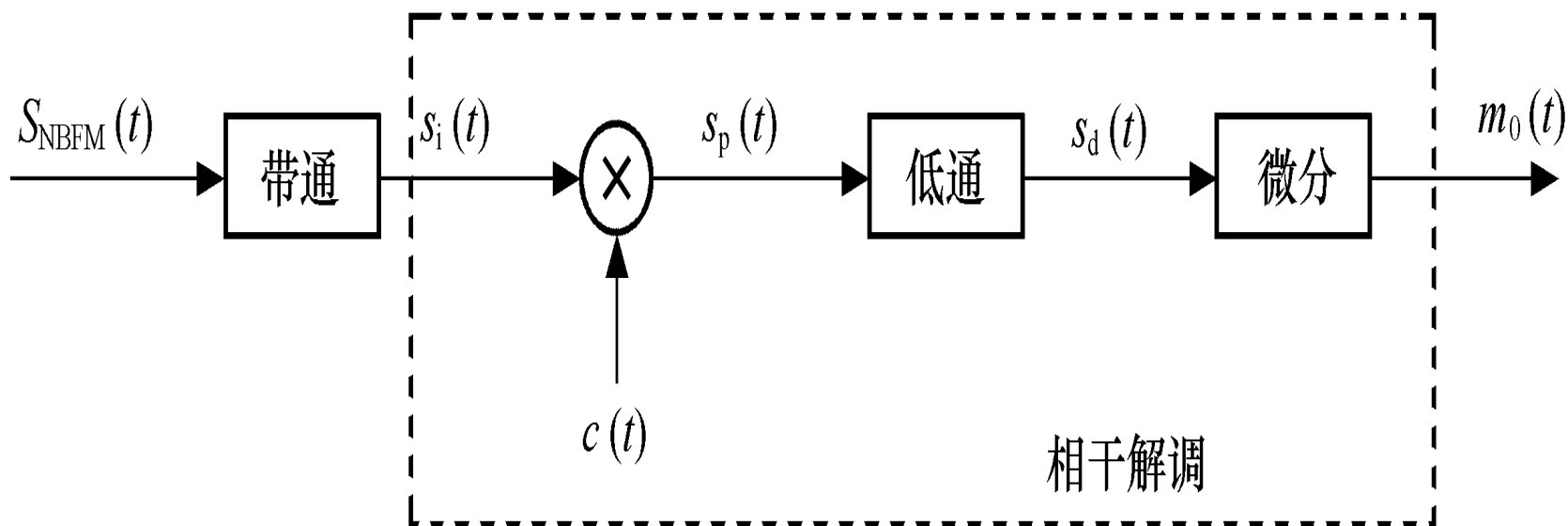


图3-28 窄带调频信号的相干解调

设窄带调频信号为

$$S_{NBFM}(t) = A \cos \omega_c t - A \left[\int_{-\infty}^t K_f m(\tau) d\tau \right] \sin \omega_c t$$

相干载波 $C(t) = -\sin \omega_c t$

则乘法器输出为

$$s_p(t) = -\frac{A}{2} \sin 2\omega_c t + \left[\frac{A}{2} K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right] (1 - \cos 2\omega_c t)$$

(3. 105)

经低通滤波器滤除高频分量，得

$$s_d(t) = \frac{A}{2} K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \quad (3.107)$$

再经微分器，得输出信号

$$m_0(t) = \frac{A}{2} K_f m(t) \quad (3.108)$$

从而完成正确解调。

小复习

FM的产生

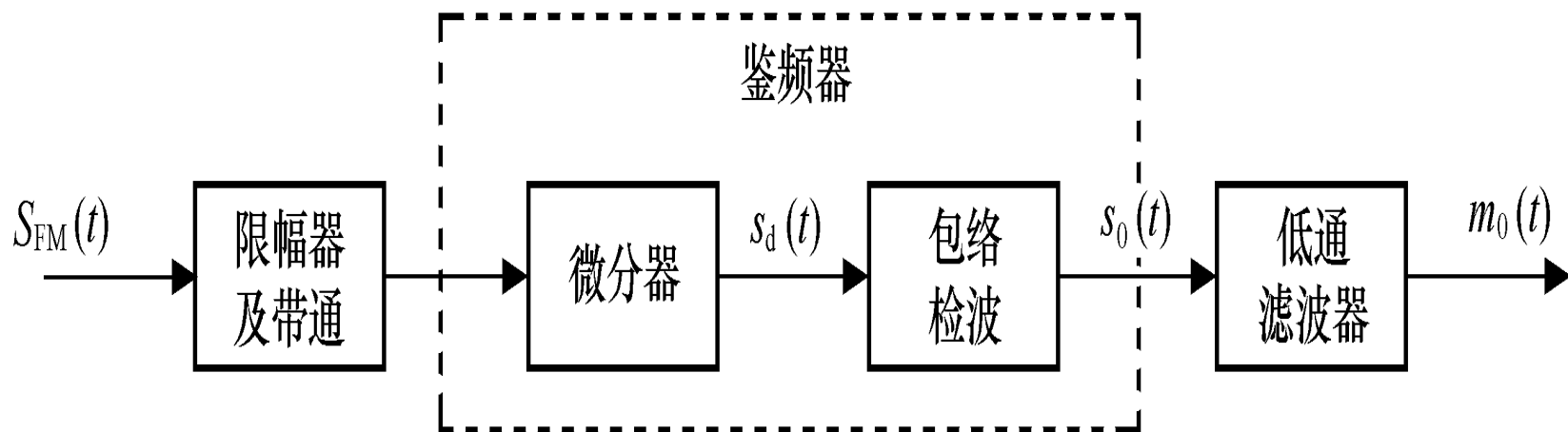
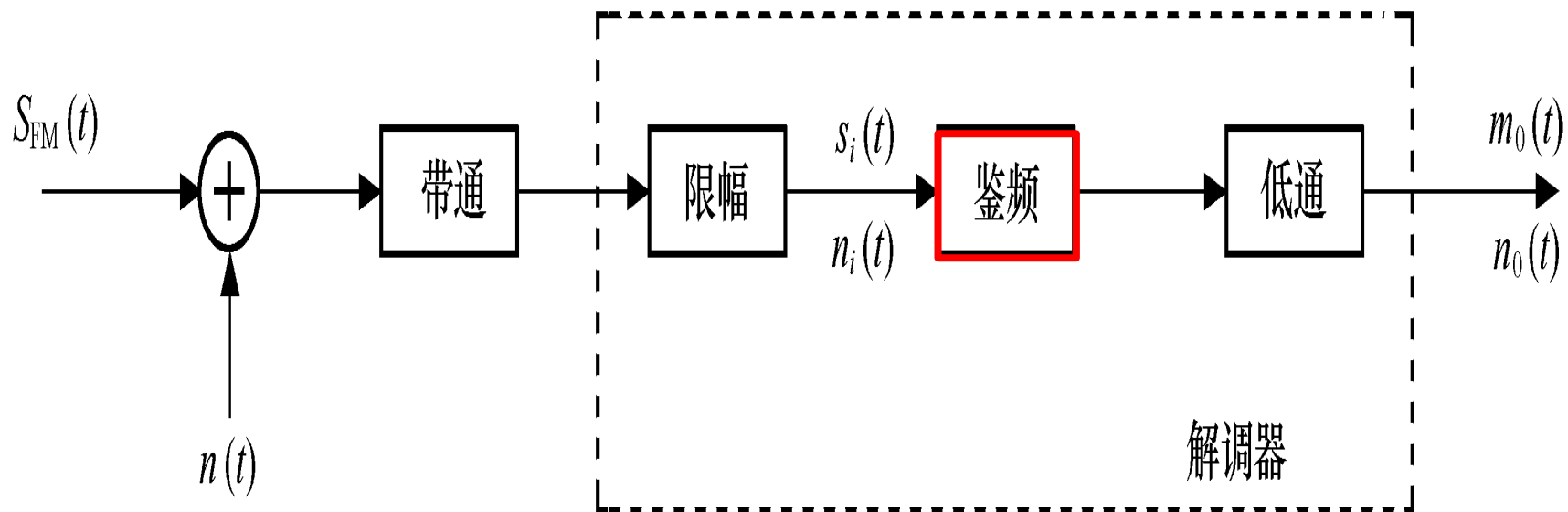
- 直接法
- 倍频法

FM的解调

- 非相干解调（鉴频器）
- 相干（对于**NBFM**）

3.5.4 调频系统的抗噪声性能

从前面的分析可知，调频信号的解调有相干解调和非相干解调两种。**相干解调**仅适用于窄带调频信号，且需同步信号；而**非相干解调**适用于窄带和宽带调频信号，而且不需同步信号，因而是FM系统的主要解调方式，所以本节只讨论非相干解调系统的抗噪声性能，其分析模型如图3-29所示。



图中**带通滤波器**的作用是抑制信号带宽以外的噪声。 $n(t)$ 是均值为零，单边功率谱密度为 n_0 的高斯白噪声，经过带通滤波器后变为**窄带高斯噪声** $n_i(t)$ 。

限幅器是为了消除接收信号在幅度上可能出现的畸变。

$$P_{FM} = \frac{A^2}{2}$$

一、解调器输入信噪比

设输入调频信号为

$$S_i(t) = S_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$$

由式 (3.102) 知, 输入调频信号功率为

$$S_i = A^2 / 2 \quad (3.109)$$

理想带通滤波器的带宽与调频信号的带宽 B_{FM} 相同，所以输入噪声功率为

$$N_i = n_0 B_{FM}$$

因此，输入信噪比：

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{A^2}{2n_0 B_{FM}} \quad (3.110)$$

二、解调器输出信噪比和信噪比增益

计算输出信噪比时，由于**非相干解调**不满足叠加性，无法分别计算信号与噪声功率，因此，也和AM信号的非相干解调一样，考虑两种极端情况，即**大信噪比**和**小信噪比**情况，使计算简化，以便得到一些有用的结论。

1、大信噪比情况

在**大信噪比**条件下，信号和噪声的相互作用可以忽略，这时可以把信号和噪声分开来算，

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{A^2}{2n_0 B_{FM}}$$

在大信噪比情况下

即 $A \gg n_c(t)$ 和 $A \gg n_s(t)$ 时, 相位偏移

$$\psi(t) = \arctan \frac{n_s(t)}{A + n_c(t)}$$

可近似为

$$\psi(t) = \arctan \frac{n_s(t)}{A + n_c(t)} \approx \arctan \frac{n_s(t)}{A}$$

当 $x \ll 1$ 时, 有 $\arctan x \approx x$, 故 $\psi(t) \approx \frac{n_s(t)}{A}$

由于鉴频器的输出正比于输入的频率偏移, 故鉴频器的输出噪声 (在假设调制信号为0时, 解调结果只有噪声) 为

$$n_d(t) = K_d \frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{K_d}{A} \frac{dn_s(t)}{dt}$$

式中 $n_s(t)$ 是窄带高斯噪声 $n(t)$ 的正交分量。

微分电路

$$n_d(t) = K_d \frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{K_d}{A} \frac{dn_s(t)}{dt}$$

由于 $dn_s(t)/dt$ 实际上就是 $n_s(t)$ 通过理想微分电路的输出，故它的功率谱密度应等于 $n_s(t)$ 的功率谱密度乘以理想微分电路的功率传输函数。

设 $n_s(t)$ 的功率谱密度为 $P_i(f) = n_0$ ，理想微分电路的功率传输函数为

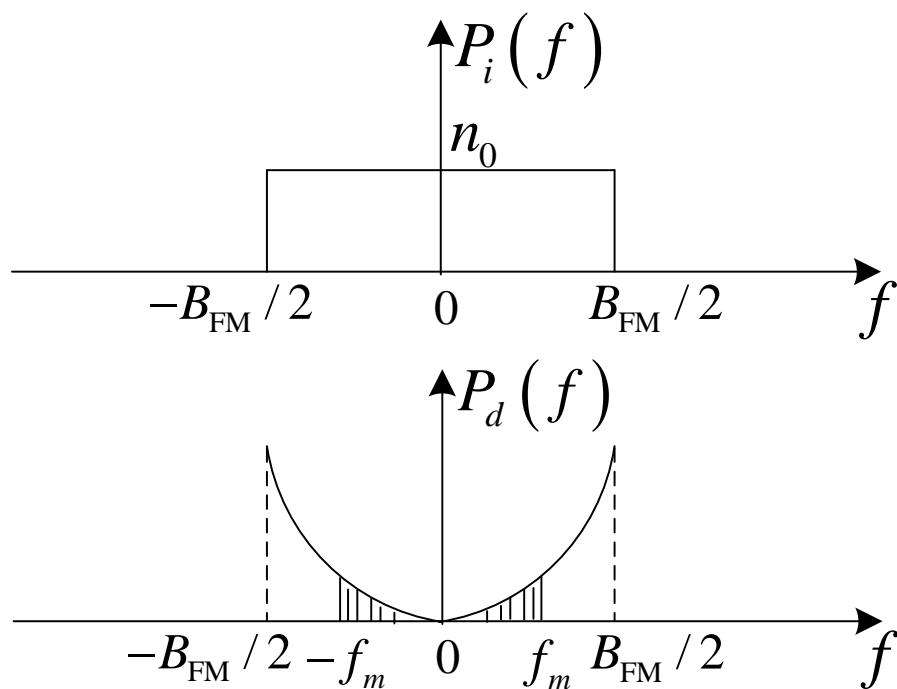
$$|H(f)|^2 = |j2\pi f|^2 = (2\pi)^2 f^2$$

则鉴频器输出噪声 $n_d(t)$ 的功率谱密度为

$$P_d(f) = \left(\frac{K_d}{A}\right)^2 |H(f)|^2 P_i(f) = \left(\frac{K_d}{A}\right)^2 (2\pi)^2 f^2 n_0, \quad |f| < \frac{B_{\text{FM}}}{2}$$

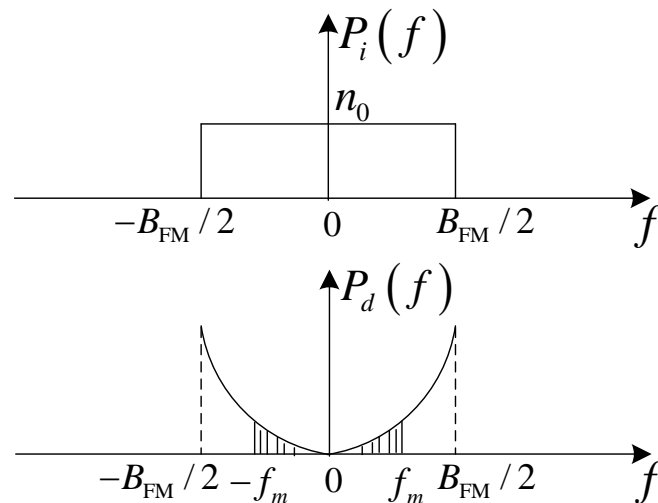
鉴频器的输出特性:

$$P_d(f) = \left(\frac{K_d}{A} \right)^2 (2\pi)^2 f^2 n_0, \quad |f| < \frac{B_{\text{FM}}}{2}$$



FM解调器的输出噪声功率

由图可见，鉴频器输出噪声的功率谱密度已不再是均匀分布，而是与 f^2 成正比。该噪声再经过低通滤波器的滤波，滤除调制信号带宽 f_m 以外的频率分量，故最终解调器输出（LPF输出）的噪声功率（图中阴影部分）为



$$\begin{aligned} N_o &= \int_{-f_m}^{f_m} P_d(f) df = \int_{-f_m}^{f_m} \frac{4\pi^2 K_d^2 n_0}{A^2} f^2 df \\ &= \frac{8\pi^2 K_d^2 n_0 f_m^3}{3A^2} \end{aligned}$$

信号的平均功率

- 在输入信噪比足够大的条件下，信号和噪声的相互作用可以忽略，这时可以把信号和噪声分开来计算。

- 计算输出信号平均功率

输入噪声为**0**时，解调输出信号为

$$m_o(t) = K_d K_f m(t)$$

故输出信号平均功率为

$$S_o = \overline{m_o^2(t)} = \left(K_d K_f\right)^2 \overline{m^2(t)}$$

FM解调器的输出信噪比

- 之前已得到:

$$S_o = (K_d K_f)^2 \overline{m^2(t)}$$

$$N_o = \frac{8\pi^2 K_d^2 n_0 f_m^3}{3A^2}$$

于是，FM非相干解调器输出端的输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{3A^2 K_f^2 \overline{m^2(t)}}{8\pi^2 n_0 f_m^3}$$

也就是书中直接给出的解调器的输出信噪比

$$\frac{S_0}{N_0} = \frac{3A^2 K_f^2 \overline{m^2(t)}}{8\pi^2 n_0 f_m^3} \quad (3.111)$$

上式中， A 为载波的振幅， K_f 为调频器灵敏度， f_m 为调制信号 $m(t)$ 的最高频率， n_0 为噪声单边功率谱密度。

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{A^2}{2n_0 B_{FM}} \quad (3.110)$$

由式 (3.110) 和 (3.111) 可得宽带调频系统的**调制制度增益**（**信噪比增益**）

$$G_{FM} = \frac{S_0 / N_0}{S_i / N_i} = \frac{3K_f^2 B_{FM} \overline{m^2(t)}}{4\pi^2 f_m^3} \quad (3.112)$$

为使上式具有简明的结果，我们考虑 $m(t)$ 为单一频率余弦波时的情况，即

$$m(t) = A_m \cos \omega_m t$$

则 $\overline{m^2(t)} = \frac{A_m^2}{2}$

这时的调频信号为

$$S_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + m_f \sin \omega_m t]$$

式中 $m_f = \frac{K_f A_m}{\omega_m} = \frac{\Delta \omega_{\max}}{\omega_m} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m}$

将这些关系式分别代入式 (3.111) 和 (3.112)，求得解调器输出信噪比

$$\frac{S_0}{N_0} = \frac{3}{4} m_f^2 \frac{A^2}{n_0 f_m} \quad (3.113)$$

解调器的信噪比增益

$$G_{FM} = \frac{S_0 / N_0}{S_i / N_i} = \frac{3}{2} m_f^2 \frac{B_{FM}}{f_m}$$

$$G_{FM} = \frac{S_0 / N_0}{S_i / N_i} = \frac{3}{2} m_f^2 \frac{B_{FM}}{f_m} \quad (3.114)$$

由式 (3.98) 知宽带调频信号带宽为

$$B_{FM} = 2(m_f + 1)f_m = 2(\Delta f + f_m)$$

所以，式 (3.114) 还可以写成

$$G_{FM} = 3m_f^2 (m_f + 1) \quad (3.115)$$

$$G_{FM} = 3m_f^2 (m_f + 1)$$

上式表明，大信噪比时宽带调频系统的信噪比增益是很高的，它与**调频指数**的**立方**成正比。

$$m_f = 5$$

例如调频广播中常取，则信噪比增益 $G=450$ 。

可见，加大调频指数 m_f ，可使调频系统的抗噪声性能迅速改善。

[例3.5.2] 设调频与调幅信号均为单音调制，调制信号频率为 f_m ，调幅信号为100%调制。设两者的接收功率 S_i 和信道噪声功率谱密度 n_0 均相同时，试比较调频系统（FM）与幅度调制系统（AM）的抗噪声性能。

$$\frac{(S_0 / N_0)_{FM}}{(S_0 / N_0)_{AM}} = ?$$

解：由幅度调制系统和调频系统性能分析可知

$$\left(\frac{S_0}{N_0}\right)_{AM} = G_{AM} \left(\frac{S_i}{N_i}\right)_{AM} = G_{AM} \frac{S_i}{n_0 B_{AM}}$$
$$\left(\frac{S_0}{N_0}\right)_{FM} = G_{FM} \left(\frac{S_i}{N_i}\right)_{FM} = G_{FM} \frac{S_i}{n_0 B_{FM}}$$

两者输出信噪比的比值为

$$\frac{(S_0 / N_0)_{FM}}{(S_0 / N_0)_{AM}} = \frac{G_{FM}}{G_{AM}} \cdot \frac{B_{AM}}{B_{FM}} \quad (3.116)$$

根据本题假设条件，有

$$\begin{aligned} G_{AM} &= \frac{2}{3}, & G_{FM} &= 3m_f^2(m_f + 1) \\ B_{AM} &= 2f_m, & B_{FM} &= 2(m_f + 1)f_m = 2(\Delta f + f_m) \end{aligned}$$

将这些关系代入式 (3.116)，得

$$\frac{(S_0 / N_0)_{FM}}{(S_0 / N_0)_{AM}} \approx 4.5m_f^2 \quad (3.117)$$

由此可见，在**高调频指数**时，调频系统的输出信噪比远大于调幅系统。

应当指出，调频系统的这一优越性是以增加传输**带宽**为代价换取来的。因为

$$B_{FM} = 2(m_f + 1)f_m = (m_f + 1)B_{AM}$$

当 $m_f \gg 1$ 时

$$B_{FM} \approx m_f B_{AM}$$

代入式 (3.117)，有

$$\frac{(S_0 / N_0)_{FM}}{(S_0 / N_0)_{AM}} \approx 4.5 \left(\frac{B_{FM}}{B_{AM}} \right)^2 \quad (3.118)$$

$$\frac{(S_0 / N_0)_{FM}}{(S_0 / N_0)_{AM}} \approx 4.5 \left(\frac{B_{FM}}{B_{AM}} \right)^2$$

这说明宽带调频输出信噪比相对于调幅的改善与它们带宽比的平方成正比。这就意味着，**对于调频系统来说，增加传输带宽就可以改善抗噪声性能。**调频方式的这种以带宽换取信噪比的特性是十分有益的。

2、小信噪比情况与门限效应

以上分析都是在解调器输入信噪比足够大的条件下进行的，在此假设条件下的近似分析所得到的解调输出信号与噪声是相加的。

实际上，在解调输入信号与噪声是相加的情况下，由于角调信号解调过程的非线性，使得解调输出的信号和噪声是以一复杂的非线性函数关系相混合，仅在大输入信噪比时，此非线性函数才近似为一相加形式。

在**小输入信噪比**时，解调输出信号与噪声相混合，以致不能从噪声中分辨出信号来，此时的输出信噪比**急剧恶化**，这种情况与幅度调制包络检波时相似，也称之为**门限效应**。

出现门限效应时所对应的输入信噪比的值被称为**门限值**。

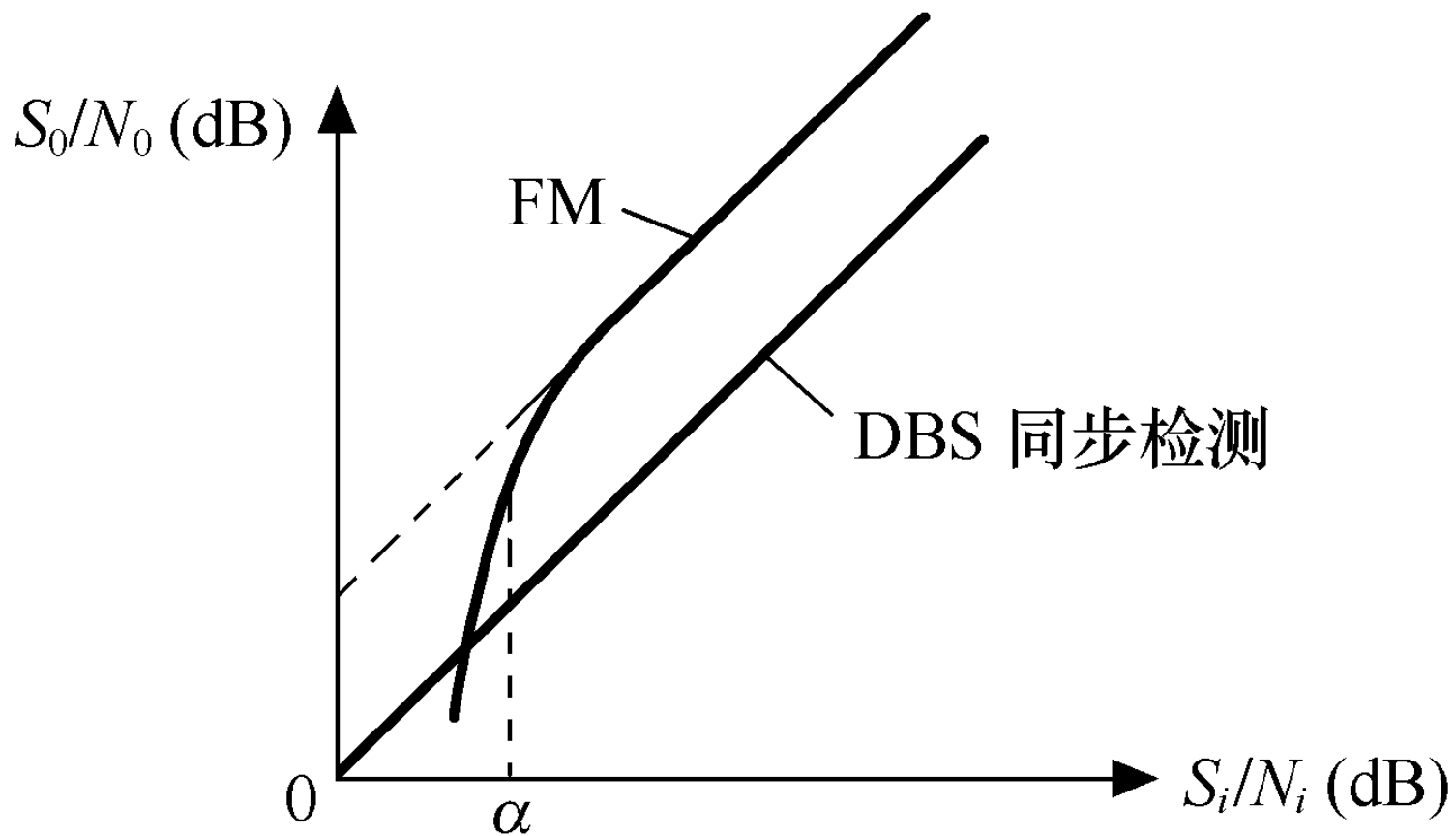


图3-30 解调器性能曲线示意图

图3-30示出了调频解调器输入—输出信噪比性能曲线。为了便于比较，图中还画出了DSB信号同步检测时的性能曲线。由前面的讨论可知，后者是通过原点的直线。而对FM系统而言，当未发生门限效应时，FM与AM的性能关系符合（3.117）的关系式，在相同输入信噪比情况下，FM输出信噪比优于AM输出信噪比；

$$\frac{(S_0 / N_0)_{FM}}{(S_0 / N_0)_{AM}} \approx 4.5m_f^2 = 4.5 \left(\frac{B_{FM}}{B_{AM}} \right)^2$$

但是，当输入信噪比降到某一门限（例如，图3-30中的门限值 α ）时，FM便开始出现门限效应；若继续降低输入信噪比，则FM解调器的输出信噪比将急剧变坏，甚至比AM的性能还要差。

小复习

FM的产生:

- 直接法 (NBFM)
- 间接法 (NBFM-WBFM)

FM的解调

- 非相干解调
 - 锁相环
- 相干解调

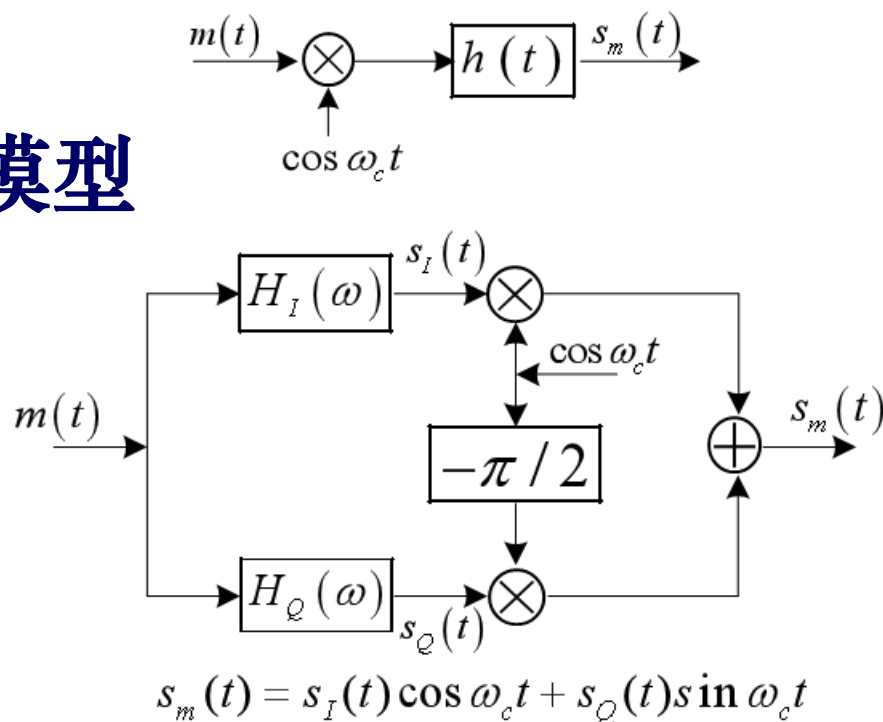
抗噪声性能

中大光信息

讨论

□ 线性调制的一般模型

- ?
- $h_I(t) = h(t) \cos \omega_c t$
 - $h_Q(t) = h(t) \sin \omega_c t$



□ 插入载波的包络检波

- $S_I(t) = h_I(t) * m(t) \propto m(t)$?

