05 学年度上学期 05 级高等数学（一）试题

（东校区 B 卷）

警 示　　《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

一，　　求下列极限（每小题 6 分，共 12 分）

1，$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3-x}-\sqrt{1+x}}{x^2-1}$

2，$\mathop{Lim}\limits_{x\to 0+0}(\tan x)^{\sin x}$ ，

二，　　完成下列各题（每小题 6 分，共 24 分）

1，设 $y=\dfrac{\sin e^x}{1+x^2}+\ln\sqrt{x}$ ，求 dy。

2，设 $y=\frac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2}-\frac{a^2}{2}\ln\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)$ ，求 y' 。

3，设 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$ ，求 $\frac{dy}{dx}$ ，$\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

4，求曲线 $y\,e^x+\ln y=1$ 在点$(0,1)$处的切线方程。

三， 求下列积分（每小题 6 分，共 24 分）：

1，$\int(\frac{1}{x\ln x}+\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}})dx$

2，$\int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x}dx$，

3，$\int_a^b |2x-a-b|dx$，

4，$\int_{-1}^{1} \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)dx$

四，（8 分）若当 $x \neq 0$.时 $f(x)=\dfrac{\int_0^{x^2}(1-\cos\sqrt{t})dt}{x^3}$ ， 而 $f(0)=0$ ，求 $f'(0)$ 。

五，（8 分）求通过直线 $l_1:\begin{cases} x+2y+z-3=0 \\ x-z-1=0 \end{cases}$ 并且与直线

l_2 ： $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-1}$ 平行的平面的方程。

六，（12 分）设函数 $f(x)=\dfrac{x^3}{2(1+x)^2}$，（1）求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值点；（2）讨论函数 $f(x)$ 的凸凹性区间与拐点；（3） 求函数 $f(x)$ 的渐近线。

七，（每小题 6 分，共 12 分）．

设 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=f(1)=0,\quad f(\frac{1}{2})=1$，求证：

（1） 存在$\eta\in(\frac{1}{2},1)$，使得 $f(\eta)=\eta$；

（2） 对任意实数λ，必存在$\xi\in(0,\eta)$，使得 $f'(\xi)-\lambda[f(\xi)-\xi]=1$。.