

珠海校区2013学年度第二学期13级《高等数学二》期末考试题A

学院:\_\_\_\_\_ 专业:\_\_\_\_\_ 姓名:\_\_\_\_\_ 学号:\_\_\_\_\_ 评分:\_\_\_\_\_

阅卷老师签名:\_\_\_\_\_



《中山大学授予学士学位工作细则》第七条：“考试作弊者，不授予学士学位。”

一. (10分, 每小题5分) 计算下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x+7)^{1995}(5x-9)^{19}}{(3x+9)^{2014}};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 \int_0^{\sin x} \sin^2 t \, dt}{x^3}.$$

二. (10分) 设  $f(x) = x^2 e^{-x}$ ,  $x \in [-1, 3]$ . 求单调区间, 拐点以及最大最小值.

三. (10分) 函数 $y = y(x)$ 由 $xe^y - y + 1 = 0$ 确定. 求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

四. (20分, 每小题5分) 计算下列不定积分.

(1)  $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$  (2)  $\int \frac{dx}{1 - \sqrt{x-1}};$

3)  $\int \sin(\ln x) dx;$  (4)  $\int \frac{2}{x^4 - x^3 + x^2 - x} dx.$

五. (20分, 每小题5分) 计算下列定积分和反常积分.

$$(1) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx; \quad (2) \int_{-1}^1 \frac{3+\tan^5 x}{\sqrt{4-x^2}} dx;$$

$$(3) \int_{2013}^{2017} \pi |\sin(\pi x + 2014)| dx; \quad (4) \int_0^{\frac{1}{e}} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$$

六. (10分) 求摆线  $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$ ,  $(0 \leq t \leq 2\pi)$  与  $y = 0$  所围成的图形的面积以及该图形绕  $x$  轴旋转形成的旋转体的体积.

七. (5分) 设曲线的极坐标方程是  $r = e^{2\theta}$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ). 求该曲线的长度.

八. (5分) 求微分方程初值问题  $y' = 10e^{5x-y}$ ,  $y|_{x=0} = 2$  的特解.

九. (10分) 求解初值问题:  $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$ ,  $y|_{x=\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$ .