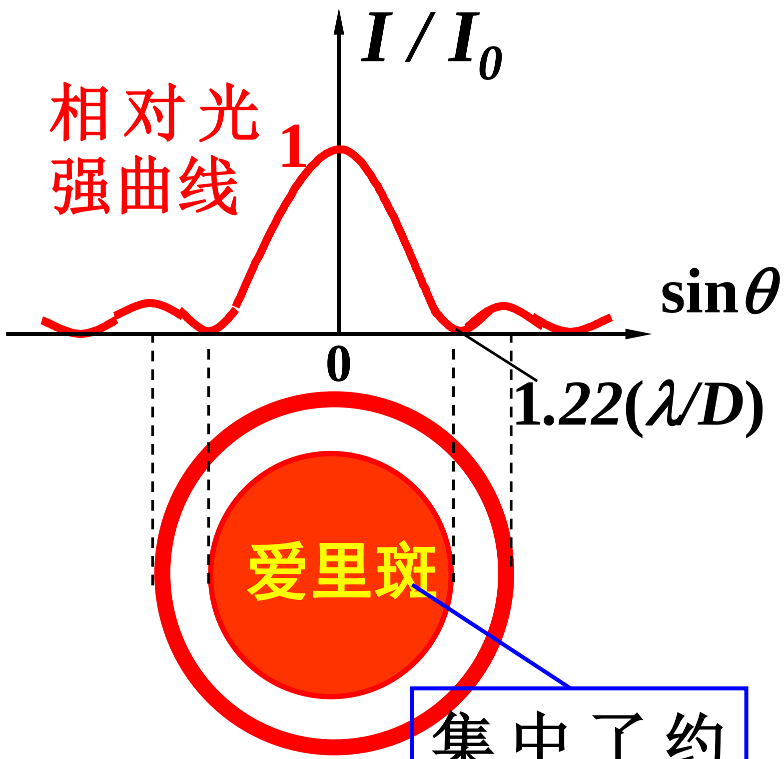
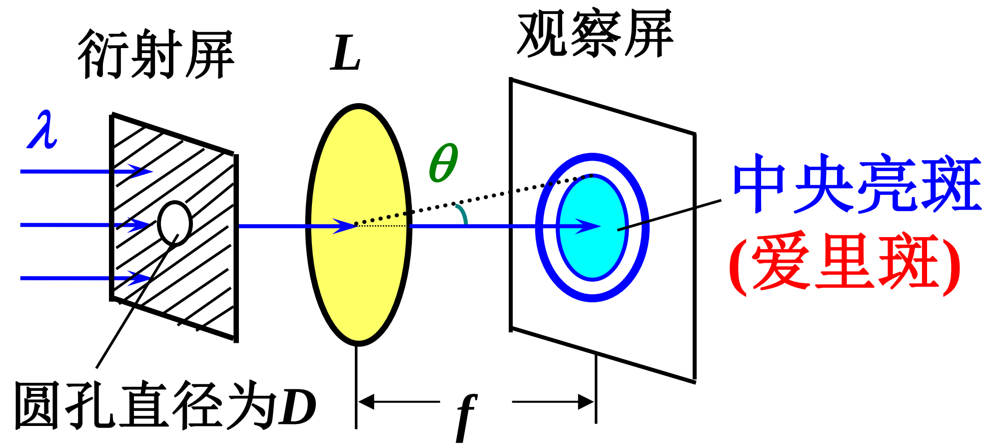
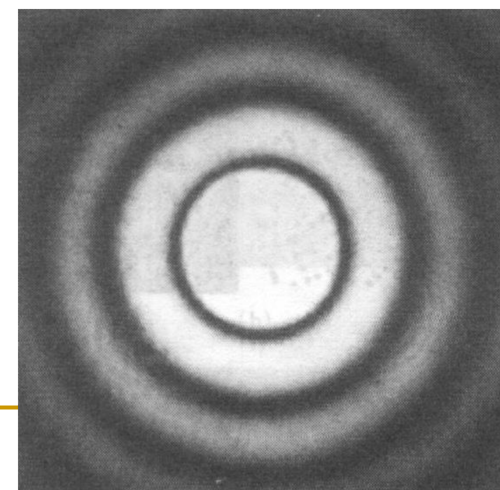
§ 4.6 光学仪器的分辨本领

1. 圆孔的夫琅禾费衍射（公式见P189）



集中了约84%的衍射光能。





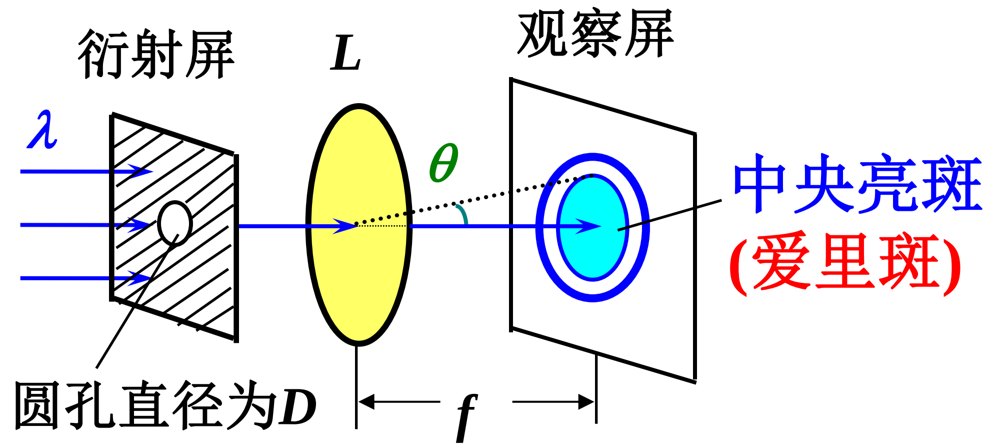
§ 4.6 光学仪器的分辨本领

1. 圆孔的夫琅禾费衍射（公式见P189）

第一级极小：

一阶贝塞尔函数零点

$$\boxed{\sin\theta = 1.22\frac{\lambda}{D}}$$



上式称为爱里斑的角半径。

$$\left.\begin{matrix} D\uparrow \\ \lambda\downarrow \end{matrix}\right\}$$ 爱里斑变小

爱里斑的半径为：

$$r_0 = \theta f = 1.22\lambda f / D$$

§ 4.6 光学仪器的分辨本领

2. 透镜的分辨本领

（经透镜）

物点 ⇒ 象点

几何光学：物（物点集合）⇒ 象（象点集合）

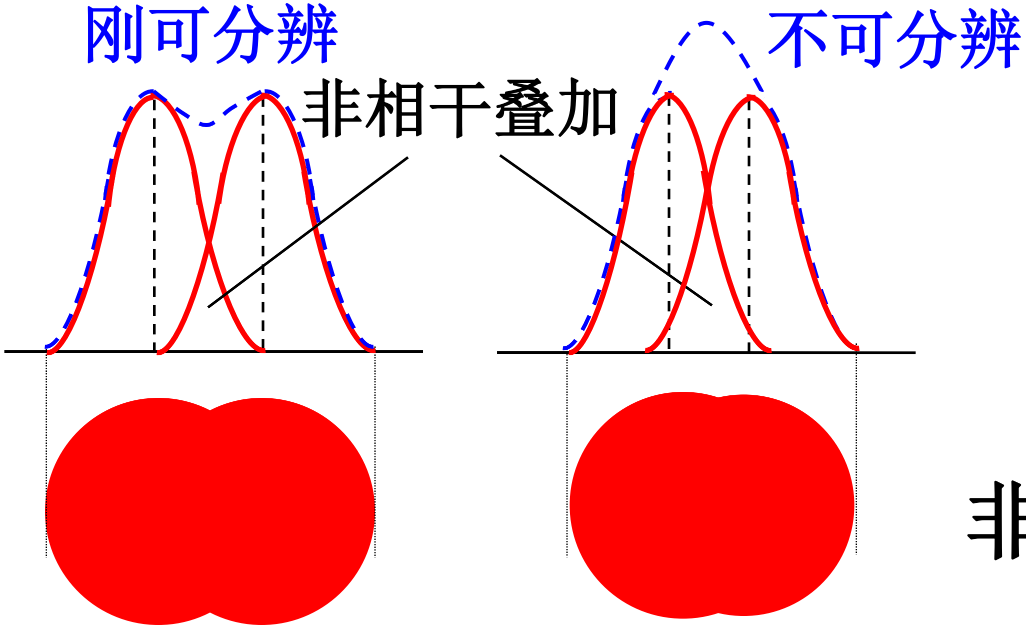
（经透镜）

波动光学：物点 ⇒ 象斑

物（物点集合）⇒ 象（象斑集合）

衍射限制了透镜的分辨能力。

§ 4.6 光学仪器的分辨本领

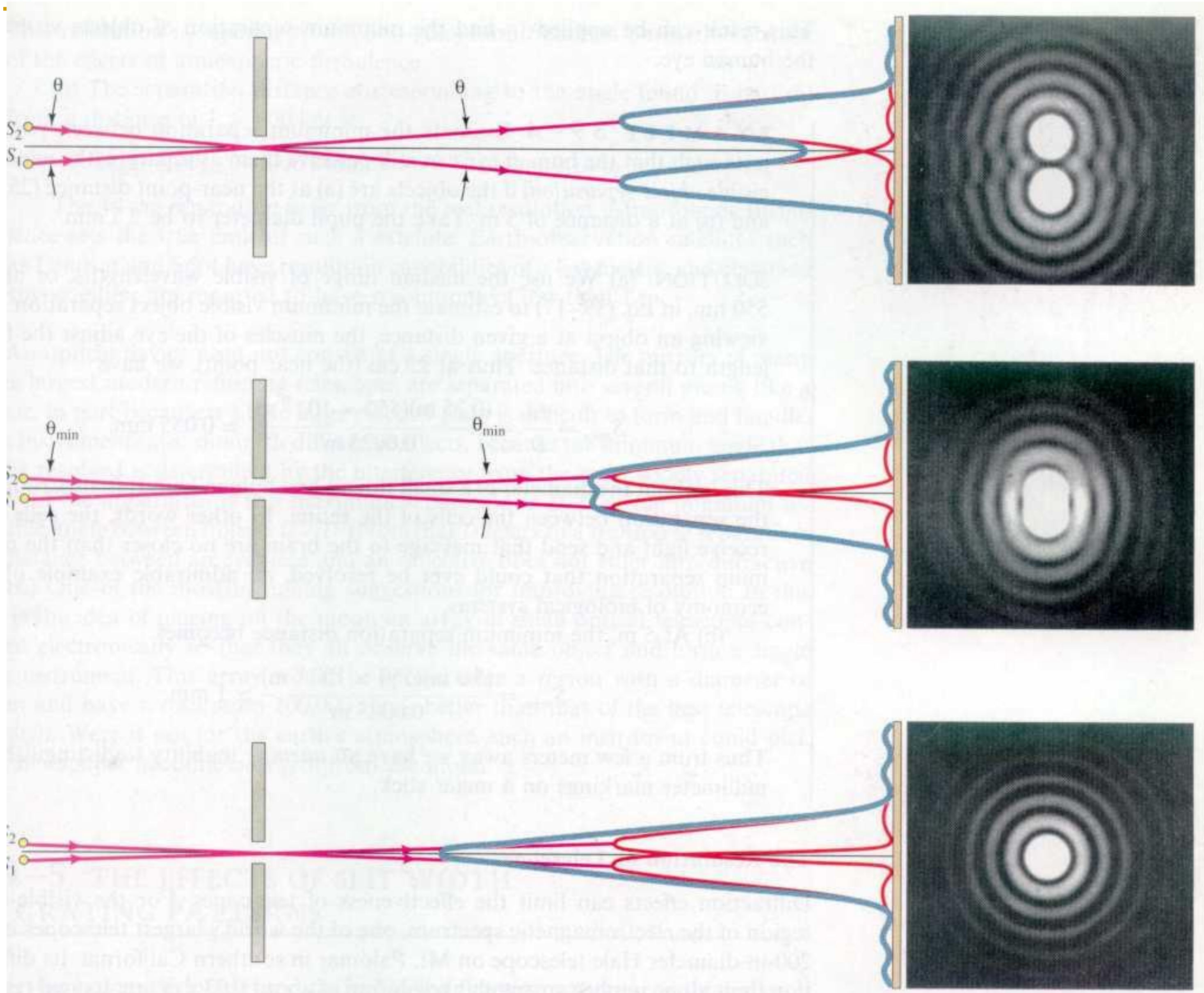


瑞利判据：

(Rayleigh criterion)

对于两个等光强的非相干的物点，如果一个爱里斑的中心恰好落在另一爱里斑的边缘（第一暗纹处），则此两物点被认为是刚刚可以分辨的。

小孔（直径*D*）对两个靠近的遥远的点光源的分辨



点光源距
离较大
可分辨

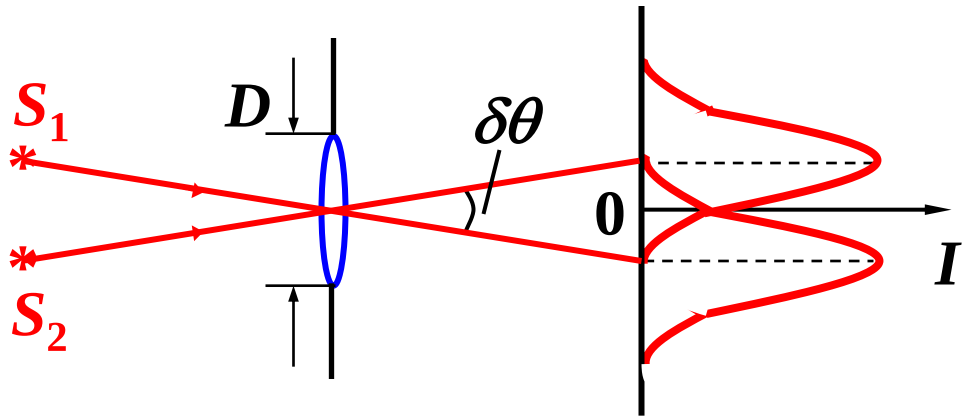
符合
瑞利
判据

点光源距
离太小
不可分辨

§ 4.6 光学仪器的分辨本领

最小分辨角

$$\boxed{\delta\theta \approx 1.22\frac{\lambda}{D}}$$



分辨本领

$$\boxed{R \equiv \frac{1}{\delta\theta} = \frac{D}{1.22\lambda}}$$

$$\left.\begin{array}{l} D\uparrow \\ \lambda\downarrow \end{array}\right\} \rightarrow R\uparrow$$

§ 4.6 光学仪器的分辨本领

人眼： 在正常照明下，人眼瞳孔直径约为2mm，对 $\lambda = 550\text{nm}$ 的光，$\delta\theta \approx 1'$

例题6　估算人眼瞳孔艾里斑的大小。

解：　人的瞳孔基本上是圆孔，其直径 D 在 2 mm ~ 8 mm 之间调节。取波长 $\lambda = 0.55$ μm，$D = 2$ mm，估算艾里斑（最大）的角半径为

$$\Delta\theta \approx 1.22\frac{\lambda}{D} = 3.4\times10^{-4}\text{rad} \approx 1'.$$

人眼基本上是球形，新生婴儿眼球的直径约为16mm，成年人眼球直径约为24mm。我们取 $f \approx 20$ mm 估算视网膜上艾里斑的直径为

$$d = 2f\Delta\theta \approx 14\,\mu\text{m}.$$

在 1 mm² 的视网膜面元中，可以布满约5400个艾里斑。▌

§ 4.6 光学仪器的分辨本领

在 $1\,\mathrm{mm}^2$ 的视网膜面元中，可以布满约……

例题 7 氦氖激光器沿管轴发射定向光束，其出射窗口的直径（即内部毛细管的直径）约为 1mm，求激光束的衍射发散角。

解： 氦氖激光的波长为 632.8nm，由于光束被出射窗限制，它必然会有一定的衍射发散角。用(4.50)式来估计：

$$\Delta\theta \approx 1.22\frac{\lambda}{D} = 7.7\times 10^{-4}\,\mathrm{rad} \approx 2.7'.$$

- 如果我们在10km以外接收的话，这束定向光束的光斑可达7.7m！
- 因此，由于衍射效应，截面有限而又绝对平行的光束是不可能存在的！

§ 4.6 光学仪器的分辨本领

望远镜：λ 不可选择,可 $\uparrow D \rightarrow \uparrow R$

▲ 世界上最大的光学望远镜： $D = 8$ m建在夏威夷山顶， **1999**年建成

▲世界上最大的射电望远镜： $D =$ **305 m**，建在波多黎各岛。能探测射到整个地球表面仅**10** $^{-12}$**W**的功率，也可探测引力波。

▲望远镜的分辨本领 $R = \dfrac{1}{\theta_1} = \dfrac{D}{1.22\lambda}$

D —— 物镜的直径

§ 4.6 光学仪器的分辨本领

显微镜： D不会很大，可$\downarrow\lambda\rightarrow\uparrow R$

▲ 显微镜的分辨本领（式**4.55**）： $R=\dfrac{1}{\Delta y}=\dfrac{n\sin u}{0.61\lambda}$

u:孔径对物点的半张角; **n**:物方折射率; **nsin u**:显微镜数值孔径。

▲ 为提高显微镜的分辨本领可以采取两种措施：①用波长较短的光照射；②在载物片与镜头之间滴上一点油，使数值孔径增大。

▲ 电子显微镜利用电子束的波动性来成象，其波长达到几个nm,放大率可达到几万倍至几百万倍。

课堂练习

(不到10°),最小分辨距离 δy_{min} 可达几 Å,放大率可达几…试估算它的有效放大率。

例题10 某光学显微镜的数值孔径 N. A. =1.5,人眼的最小分辨

解: 显微镜是助视光学仪器,应该针对人眼的光学性能来设计。

角为

$$\delta\theta_e \approx 1' = \frac{3\,\text{mm}}{10\,\text{m}} = \frac{0.075\,\text{mm}}{25\,\text{cm}},$$

这就是说,一般人眼能分辨10m远处相隔3mm的两条刻线,或者说,在明视距离处相隔0.075mm的两条刻线。另外,λ应取人眼最敏感的0.55μm. 合理的设计方案应是把 δy_e $=0.61\lambda/\text{N. A.}=0.4\times0.55\,\mu\text{m}$ 放大到明视距离的 $\delta y_e=0.075\,\text{mm}$,这样才充分利用了镜头的分辨本领。故这台显微镜的有效放大率至少应为

$$V_{min} = \frac{\delta y_e}{\delta y_{min}} \approx 340\text{ 倍。}$$

当然,实际放大率还可以设计得比这数值稍高一些,譬如500倍,以便使眼睛看得更舒服一些。

- Homework wk13 (submit on May 25)

- **P226 习题4-17**
- **（1） 光波长取550nm**
- **（2）人眼分辨率+明视距离为250mm**
- **（3）结合几何光学放大率公式**

Chap 4 Outlines

- 衍射现象与分类 (ppt4.1)
- 惠更斯-菲涅耳原理 (ppt4.2)
- 菲涅耳衍射(ppt4.3)
  - 圆孔菲涅耳衍射(半波带法、矢量作图法) & 波带片
- 单缝夫琅禾费衍射(ppt4.4)
  - 半波带法、矢量法计算光强分布，单缝衍射因子
- 多缝夫琅禾费衍射 光栅(ppt4.5)
  - 光强分布，缝间衍射因子
  - 光栅(光栅方程、色散本领、色分辨本领)
- 光学仪器的分辨本领 (ppt4.6)
  - 圆孔夫琅禾费衍射
  - 瑞利判据、各仪器的分辨本领(人眼、显微镜)