中山大学2016年期末考试高等数学(I)A卷

(共14小题，1-10题每小题8分，11-14题每小题5分)

1. 求极限：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(e^x+e^{-x}-2)}{x^4}$

2. 求定积分：$\int_{\frac{1}{e}}^{e}|\ln x|dx$

3. 求不定积分：$\int\dfrac{xe^{-x}}{(1+e^{-x})^2}dx$

4. 求通过y轴且与平面$9x-4y-2z-1=0$垂直的平面方程

5. 设$f(x)=\begin{cases}\sin(\ln(x^2-1)^2), & x\le 0\\ \dfrac{\sin(\pi x)}{x(x^2+2x-3)}, & x>0\end{cases}$ 判断$f(x)$的间断点及其类型.

6. 设$f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$，列表讨论$f(x)$的单调区间及极值点，凹凸区间及拐点，并求出$f(x)$的渐近线.

7. 设函数$z(x,y)$由方程$x\cos y+y\cos z+z\sin x=1$所确定，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

8. 设$y=x^3+\dfrac{1}{12x}$，求函数从$x=1$到$x=2$上的弧长。

9. 设$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{y\sin(x^2)}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 讨论在$(0,0)$点的连续性，偏导性和可微性.

10. 设曲线L：$\begin{cases}x^2+y^2=\frac{1}{2}z^2,\\ x+y+z=1.\end{cases}$ 求L在点$(1,-1,-2)$处的切线及$\dfrac{dx}{dz}$、$\dfrac{dy}{dz}$.

11. 设$f(x,y)=\ln(x+y+1)$，求$f(x)$在点$(1,2)$处沿着$y=2x^2$切线的方向导数。

12. 求$f(x)=x\arctan x$在$x=0$处的带皮亚诺余项的n阶泰勒公式。

13. 设$F(x,x+y,x+y+z)=0$且F一阶连续可偏导，函数$z=z(x,y)$，求$z(x,y)$的全微分.

14. 设$f(x)$在$(0,2)$上连续，且满足$f(1)=f(2)=0$.
证明：在$(0,2)$内存在ξ，使得$2f'(\xi)+\xi f''(\xi)=0$.