第十九讲

上次课：

- 色散介质的介电行为，在单频谐变电场激励下，$\vec{D}_\omega = \varepsilon(\omega)\cdot\vec{E}_\omega$
- 金属介电函数的 Drude 模型：

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i/\tau)} \approx \begin{cases} i\dfrac{\sigma_c}{\varepsilon_0\omega}, & \le \mathrm{GHz} \\ 1-\left(\dfrac{\omega_p}{\omega}\right)^2, & visible \end{cases}$$

GHz 以下-极大的正的虚部；光波段-负的实部

- 时谐场下电磁波的色散关系： $k^2 = \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_r(\omega)$

GHz，复波矢：$k=(1+i)/\delta$，$\delta=\sqrt{2/\mu\sigma_c\omega}$ 趋肤深度

B．电磁场强度之间的关系

由（8.4.2）式中的第 2 式可得

$$\vec{B}_0 = \frac{1}{\omega}\vec{k}\times\vec{E}_0 = \frac{1}{\omega\delta}(1+i)\cdot\vec{e}\times\vec{E}_0 = e^{i\pi/4}\sqrt{\frac{\sigma_c\mu_0}{\omega}}\vec{e}\times\vec{E}_0 \qquad (8.4.11)$$

良导体内的电磁波有如下重要特点：

（1）与介质中的电磁波 $\vec{B}$、$\vec{E}$ 之间同相位不同，此处 $\vec{B}$、$\vec{E}$ 之间有 $\frac{\pi}{4}$ 的相位差，趋向导体内部时，2 者均以指数形式振荡衰减。

（2）良导体内部的电磁能量是以磁场能形式存在的：

$$U_B \sim \frac{1}{2\mu_0}B_0^2 = \frac{\sigma_c}{2\omega}E_0^2 = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_0\omega}\left(\frac{\varepsilon_0}{2}E_0^2\right) >> U_E \qquad （8.4.12）$$

这种趋势随着频率的减小增大。当 $\omega=0$ 时，磁能是电能的无限大倍，因此 $\vec{E}$ 只能为 0 --- 此时电磁场能量只以磁能的形式出现。***这与静电时金属内部不存在静电场（但可以存在静磁场）的结果一致***。导电介质中电磁波的传播特性如图 8.3 所示。

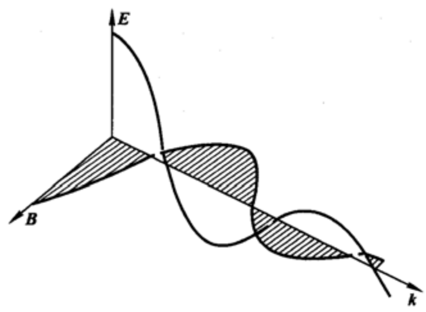


图 8.3

注意：

（1）这里$U_E \sim \frac{\varepsilon_0}{2}E_0^2$指的是纯粹的电场的能量，并没有把“传导电流”携带的能量（其机械能及与电磁场的相互作用能）算上。

*（2）对色散介质，利用$U_E \sim \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E} \sim \frac{1}{2}\varepsilon(\omega)|E|^2$计算介质中电磁场的总能量是不对的，否则你就得到负能量这个荒谬的结论。色散介质中的能量是个复杂的问题，要得到完整的答案，请参考 **Landau** 的书。*

2．良导体在光波段（等离子体中的光波）

在光波段，金属的有效介电常数为$\varepsilon_r(\omega) \approx 1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}$，这个模型也被广泛应用于研究其他自由电荷组成的等离子体（唯一的区别是电荷密度不同导致ω_p^2不同）。将其带入色散关系可得

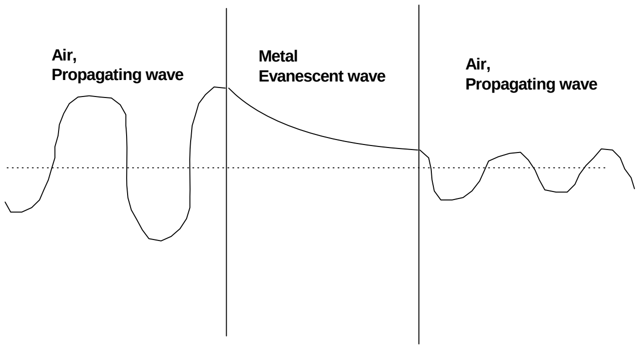
$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}(1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}) = \frac{1}{c^2}(\omega^2-\omega_p^2) \tag{8.4.13}$$

对此我们作如下的讨论：

(1) 当$\omega < \omega_p$时，k为一纯虚数，可写成$k = i/\delta$， 其中

$$\delta = \sqrt{\frac{c^2}{\omega_p^2-\omega^2}} \tag{8.4.14}$$

此时金属中的电磁场是纯粹的指数衰减的，$E \sim E_0 e^{ikr} = E_0 e^{-r/\delta}$，与（8.4.9）式表示的一边衰减一边振荡（传播）略有不同。这种波称为衰逝波，或者叫消逝波，倏逝波等 （ Evanescent

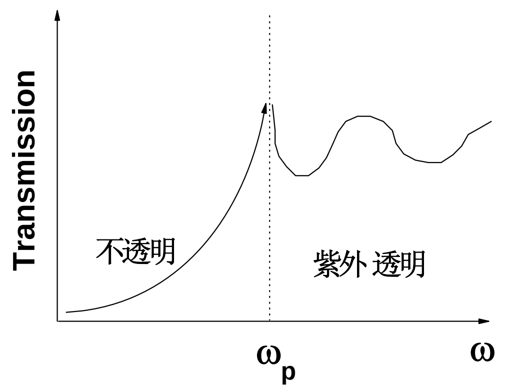


wave)。当电磁波由空气入射到金属上时，进入金属后电磁波后的透入深度为δ。若金属为半无限大，则电磁波完全不能通过金属，因此将被反射回去；若金属板为有限厚度，则会有衰逝波隧穿过去。δ越大，则隧穿过去的电磁波就越多（如右图所示)。这种效应非常类似量子力学中的隧穿效应，而在这里金属（$\varepsilon_r<0$）就类比于量子力学中的势垒，电介质（$\varepsilon_r>0$）类比于势阱。

(2) 磁场为

$$\vec{B}(z,t)=\frac{1}{\omega}\vec{k}\times E_0\vec{e}_x e^{-z/\delta}e^{-i\omega t}=\frac{i}{\omega\delta}E_0\vec{e}_y e^{-z/\delta}e^{-i\omega t} \quad (8.4.15)$$

这里磁场与电场有$\pi/2$的相差，与介质、良导体在 GHz 等情形均不相同！这个相位的不同，造成了能流形式在各种介质中的不同！(参考作业题)



（3）当$\omega=\omega_p$时，$\delta\to\infty$，此时隧穿效应达到极值。

(4) 当 $\omega>\omega_p$，$0<\varepsilon_r<1$，$n=\sqrt{\varepsilon_r}<1$，此时金属（或是等离子体）是比真空还要光疏的介质，光波可以在其中传播。但因为折射率与空气毕竟不同，所以此时一个有限厚度的金属板对电磁波仍然有反射，造成透射率的降低。因此，$\omega=\omega_p$就定义了一个由不透明到透明的等离子共振带边，实验上常利用这个现象来探测金属的等离子体共振频率。

（5）金属在 GHz 和在光波段均可以很好的反射电磁波，但机理及表现形式完全不同。前者是靠金属的介电常数的虚部，而后者靠的是负的介电常数。

Tips: $\omega=\omega_p$时。$\varepsilon_r\to 0, n\to 0$，我们发现体系具有许多奇异的特性。比如，根据(8.4.15)，$\vec{B}\to 0$，也就是此时体系内部只存在电场。另外，这种遂传透明现象与体系的厚度无关，这一点又与光学中法布里-帕罗效应很不相同。尽管现在研究的金属只能在紫外（ω_p）具有这个性质，基于 Metamaterials，任何其实可以在任意频段均实现这种奇异材料。这种材料叫 epsilon-near-zero (ENZ)或者 zero-index-material (ZIM)，是目前非常热的前沿研究课题。

3．非良导体

对于导电性能不好的导电媒质，比如一些电介质，其既有价带电子贡献的介电性质（ε_r），又因为有少量掺杂的电荷或是其他原因具有很小的电导率σ_c。这种物质的复介电函数可以写成

$$\tilde{\varepsilon}_r(\omega)=\varepsilon_r+i\frac{\sigma_c}{\varepsilon_0\omega} \tag{8.4.16}$$

因为电导率很小，$\frac{\sigma_c}{\varepsilon_0\omega}<<1$，（8.4.16）意味着这种物质的介电常数具有很小的虚部。将（8.4.16）带入色散关系（8.4.4）中可得

$$k=\frac{\omega}{c}\sqrt{\tilde{\varepsilon}_r(\omega)}=\beta+i\alpha\approx\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_r}+i\frac{\sigma_c}{2\sqrt{\varepsilon_r}}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \tag{8.4.17}$$

电磁波的解为：

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{e}_x E_0 e^{-\alpha x}e^{i(\beta z-\omega t)} \tag{8.4.18}$$

显然，电磁波在这种介质中的传播性质又与良导体的两种情况均不同，与真空中的性质相仿，只是波在传播的过程中有少量能量耗散。注意到$\sqrt{\tilde{\varepsilon}_r(\omega)}$即是体系的有效折射率，而上面的分析显示折射率的虚部对应着电磁波在体系中的耗散 --- 这一点与电导率的实部恰好对应（注意$\tilde{\varepsilon}$和σ的关系（8.3.15））。

Tips: *研究电磁媒质中电磁波的特性的范式:*

本构关系（微观理论）→ 色散关系 → 本征态（电场、磁场关系，偏振…）

§8.5 旋光介质中的电磁波

之前我们研究了普通电介质和导电介质中电磁波的传播特性。这两种媒介的区别是前者通常为非色散介质，后者是色散介质；共同特性***是它们都是各向同性介质***。下面我们将进一步研究一种***各向异性介质 – 旋光介质***，并且考察其中电磁波的传播特性。

当对等离子介质施加静磁场时，这类介质就叫做旋光介质。比如地球附近的受地磁场影响的等离子体层，或者处于恒定磁场中的金属，都属于此类介质。要

研究电磁波在这种介质中的传播行为，类似研究金属中的电磁波，我们还是首先研究其本构关系，然后再求解 Maxwell 方程在其中的解。

1. 旋光介质的本构关系

考虑处于静磁场 $\vec{B}_0$ 中的自由电子气对电场的响应时。忽略杂质的散射项，电子的运动方程为

$$m\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = e\left[\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}_0\right] \tag{8.5.1}$$

其中，设静磁场 $\vec{B}_0 = B_0\vec{e}_z$，强度远远大于电磁场中的磁场；外电场随时间谐变（$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$）。 显然，在外场的驱动下，电子的运动速度也具有 $e^{-i\omega t}$ 因子。设 $\vec{v}(t)=\vec{v}_0 e^{-i\omega t}$，则(8.5.1)式的 3 个分量形式可以写为

$$\begin{aligned}
-i\omega v_{0x} &= \frac{e}{m}E_{0x} + \frac{e}{m}v_{0y}B_0 \\
-i\omega v_{0y} &= \frac{e}{m}E_{0y} - \frac{e}{m}v_{0x}B_0 \\
-i\omega v_{0y} &= \frac{e}{m}E_{0z}
\end{aligned} \tag{8.5.2}$$

定义 $\omega_B = \frac{|e|B_0}{m} = -\frac{eB_0}{m} > 0$ （此处我们的定义是 $e<0$），物理意义是电子在垂直磁场平面（xy-平面）内做圆周运动的圆频率，代入（8.5.2）并解之可得

$$\begin{aligned}
v_{0x} &= \frac{e}{m}\frac{i\omega E_{0x} + \omega_B E_{0y}}{\omega^2 - \omega_B^2} \\
v_{0y} &= \frac{e}{m}\frac{i\omega E_{0y} - \omega_B E_{0x}}{\omega^2 - \omega_B^2} \\
v_{0z} &= -\frac{eE_{0z}}{im\omega}
\end{aligned} \tag{8.5.3}$$

将（8.5.3）代入电流密度公式 $\vec{j} = n_e e\vec{v}$，可得电流密度的形式：

$$\begin{aligned}
j_x &= \frac{n_e e^2}{m}\frac{i\omega E_{0x} + \omega_B E_{0y}}{\omega^2 - \omega_B^2}e^{-i\omega t} = \frac{\varepsilon_0\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2}\left(i\omega E_x + \omega_B E_y\right) \\
j_y &= \frac{\varepsilon_0\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2}\left(i\omega E_x - \omega_B E_y\right) \\
j_z &= -\frac{\varepsilon_0\omega_p^2}{i\omega}E_z
\end{aligned} \tag{8.5.4}$$

我们发现电流和电场之间的关系满足一个拓展的欧姆定律

$$j_i = \sigma_{ij} E_j, \quad or, \quad \vec{j} = \vec{\sigma} \cdot \vec{E} \tag{8.5.5}$$

只不过此时电导率为一个各向异性的矩阵，其具体形式为

$$\vec{\sigma}(\omega) = \frac{\omega_p^2 \varepsilon_0}{\left(\omega^2 - \omega_B^2\right)} \begin{bmatrix} i\omega & \omega_B & 0 \\ -\omega_B & i\omega & 0 \\ 0 & 0 & -\dfrac{\left(\omega^2 - \omega_B^2\right)}{i\omega} \end{bmatrix} \tag{8.5.6}$$

有了电导率矩阵，我们可以进一步求出介质的有效介电常数。此时，Maxwell 第四条方程（时域谐变下）为 $\nabla \times \vec{H} = (\vec{\sigma}(\omega) - i\omega\varepsilon_0)\vec{E}$， 在交变条件下将“传导电流”看成金属的束缚电流，则对此有效电介质来讲，方程应为 $\nabla \times \vec{H} = -i\omega\vec{\varepsilon} \cdot \vec{E}$ 。两式对比可得

$$\vec{\varepsilon}_r(\omega) = I + i\frac{1}{\varepsilon_0 \omega}\vec{\sigma} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \tag{8.5.7}$$

这是一个各向异性的“等效介电常数”张量，其中

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \omega_B}{\left(\omega^2 - \omega_B^2\right)\omega}, \quad \varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \tag{8.5.8}$$

注意：当 $B_0 = 0$ 时， $\varepsilon_2 = 0, \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$，体系回到各向同性的等离子体。

所以磁场对等离子体的影响为：1）使得体系的有效介电函数变成各向异性，2）而且其非对角元素为纯虚数。具有类似（8.5.7）式的介电常数的体系通常叫做旋电材料，其中的电磁波的行为非常奇异。与此相对应，若磁导率矩阵 $\vec{\mu}_r(\omega)$ 具有（8.5.7）式，则体系称为“旋磁材料”。

2．旋光介质中的电磁波本征态

下面我们研究此类材料中的电磁波特性。下面介绍的方法其实是计算各向异性电磁材料中的波的行为的一个通用方法。取平面波试解 $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(kz - \omega t)}$， $\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(kz - \omega t)}$ （$\vec{E}_0$， $\vec{H}_0$ 为常矢量），将其带入频域的 Maxwell 方程组（注意到此时 $\varepsilon_r(\omega)$ 为一张量），则有

$$\begin{cases} \vec{k}\cdot\left(\vec{\varepsilon}_r\cdot\vec{E}_0\right)=0 \\ \vec{k}\cdot\vec{H}_0=0 \\ \vec{k}\times\vec{E}_0=\omega\mu_0\vec{H}_0 \\ \vec{k}\times\vec{H}_0=-\omega\varepsilon_0\vec{\varepsilon}_r\cdot\vec{E}_0 \end{cases} \tag{8.5.8}$$

一般条件下求解（8.5.8）相当复杂（参考习题）。下面做些简化，考虑最简单的一种情况：A）假设 $\omega>\omega_p>>\omega_B$，故 $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ 都是正实数，且 $\varepsilon_1>>\varepsilon_2$；B) $\vec{k}=k\hat{e}_z$。由第一式及 $\vec{\varepsilon}_r$ 的形式，可得 $E_{0z}=0$，即 $\vec{k}\cdot\vec{E}_0=0$，**因此在此条件下电磁波仍然为横波！**由第三、四式可得

$$\vec{k}\times\left(\vec{k}\times\vec{E}_0\right)+\omega^2\mu_0\varepsilon_0\vec{\varepsilon}_r\cdot\vec{E}_0=0 \tag{8.5.9}$$

整理可得（利用 $\vec{k}\cdot\vec{E}_0=0$）

$$\boxed{k^2\vec{E}_0=k_0^2\vec{\varepsilon}_r\cdot\vec{E}_0} \tag{8.5.10}$$

其中 $k_0=\omega/c$ 为真空中的波矢。(8.5.10）看上去与各向同性介质中的电磁波传播的色散关系极为类似，唯一的区别是此处 $\vec{\varepsilon}_r$ 为一张量。但也正因为这一特征，**容易证明 $\vec{E}_0\,||\,\vec{e}_x$ 以及 $\vec{E}_0\,||\,\vec{e}_y$ 的线偏振光波都不是（8.5.10）的解。那么此时电磁波的偏振态到底应当是什么？**考虑到 $\vec{k}\cdot\vec{E}_0=0$，则一般情况的解为 $\vec{E}_0=E_{0x}\hat{x}+E_{0y}\hat{y}$，其中 E_{0x},E_{0y} 一般情况下为复数。代入（8.5.10)，写出分别沿 x 和 y 方向的分量形式，可得 2 个方程。将这两个方程写成矩阵的形式，有

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1k_0^2-k^2 & i\varepsilon_2k_0^2 \\ -i\varepsilon_2k_0^2 & \varepsilon_1k_0^2-k^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \end{pmatrix}=0 \tag{8.5.11}$$

解（8.5.11）式等于对角化相应的矩阵。计算得到 2 个本征值，

$$k_+=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1+\varepsilon_2},\quad k_-=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1-\varepsilon_2} \tag{8.5.12}$$

将本征值带入（8.5.11）可得相应的本征矢量。整理之后结果为

$$\begin{aligned} &k_+:\quad E_{0x}=iE_{0y}\quad\Rightarrow\quad \vec{E}_0^+=E_0\left(\vec{e}_x-i\vec{e}_y\right)/\sqrt{2}=E_0\vec{e}_{right} \\ &k_-:\quad E_{0x}=-iE_{0y}\quad\Rightarrow\quad \vec{E}_0^-=E_0\left(\vec{e}_x+i\vec{e}_y\right)/\sqrt{2}=E_0\vec{e}_{left} \end{aligned} \tag{8.5.13}$$

（8.5.12）-（8.5.13）显示在这种材料中，沿 z 轴传播的电磁波的本征态不是线偏振的，恰恰对应着左右旋圆偏振！且（8.5.12）显示这两个本征态的色散关系（或者说传播的相速度）不相同。对右旋光，波的相速度为

$$v_{right}=\omega/k_+=c/\sqrt{\varepsilon_1+\varepsilon_2} \tag{8.5.14}$$

对左旋光

$$v_{left}=\omega/k_-=c/\sqrt{\varepsilon_1-\varepsilon_2} \tag{8.5.15}$$

因此，在介质中沿着磁场方向传播时，左旋光比右旋光的速度快。

3．法拉第效应

当一个**线偏振波**由各向同性的空间进入各向异性的等离子体中时，由于线偏振波可以分解为两个等幅的**左、右旋圆偏振波**，而左旋和右旋波的波速又不相等，结果是电磁波的偏振面在等离子体中以前进方向为轴不断地旋转。这种效应叫法拉第旋光效应，如图 8.4 所示。

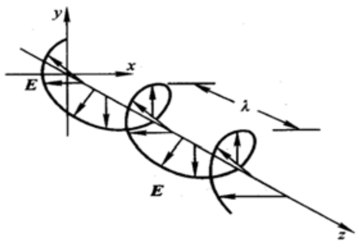


图 8.4

具体可以计算出电磁波的传播行为。设进入 Faraday 介质之前在真空中传播的线偏振电磁波为

$$\vec{e}_x E_0 e^{i(k_0 z-\omega t)}=\frac{1}{\sqrt{2}}E_0\left(\vec{e}_{right}+\vec{e}_{left}\right)e^{i(k_0 z-\omega t)} \tag{8.5.16}$$

进入 Faraday 介质后，**假设旋光体系对左右旋光的透射率一样**，则电磁波变成

$$\begin{aligned}&\frac{E_0}{\sqrt{2}}\left(\vec{e}_{right}e^{ik_+z}+\vec{e}_{left}e^{ik_-z}\right)e^{-i\omega t}=\frac{E_0}{\sqrt{2}}\left(\vec{e}_{right}e^{i\Delta k\cdot z/2}+\vec{e}_{left}e^{-i\Delta k\cdot z/2}\right)e^{i(\bar{k}z-\omega t)}\\&=\frac{E_0}{2}\left[(e^{-i\Delta k\cdot z/2}+e^{i\Delta k\cdot z/2})\vec{e}_x+i(e^{-i\Delta k\cdot z/2}-e^{i\Delta k\cdot z/2})\vec{e}_y\right]e^{i\bar{k}z}e^{-i\omega t}\\&=E_0\left[\cos(\Delta k\cdot z/2)\vec{e}_x+\sin(\Delta k\cdot z/2)\vec{e}_y\right]e^{i\bar{k}z}e^{-i\omega t}\end{aligned} \tag{8.5.17}$$

其中 $\Delta k=k_+-k_-$，$\bar{k}=(k_++k_-)/2$ 。**因此电磁波在旋光介质中的电矢量一边传播一边旋转**（如上图所示）！假设 Faraday 介质的厚度为 d，则从 Faraday 介质中出来时（将 $z=d$ 带入（8.5.17））重新变成线偏振，偏振方向为

$$\vec{E}\parallel\cos(\Delta k\cdot d/2)\vec{e}_x+\sin(\Delta k\cdot d/2)\vec{e}_y \tag{8.5.18}$$

与入射光比较偏振方向旋转了如下的角度

$$\Delta\phi = \Delta k \cdot d / 2 \approx k_0 d\varepsilon_2 / (2\sqrt{\varepsilon_1}) \qquad (8.5.19)$$

此即是著名的 Faraday 旋光效应，后面一项在考虑 $\varepsilon_2 << \varepsilon_1$ 后得到。因为 $\varepsilon_2 \propto \omega_B$，显然这个**偏振转角正比于外磁场 B 及旋光介质的厚度 d**。

讨论：

1. 在各向同性的介质里，沿 x、y 方向偏振的光波的 k 矢量相同（或者说状态简并），因此这种介质中左右旋电磁波同样状态简并。我们既可以用线偏振的光波作为基把任意偏振的波展开，等价地，我们也可以用左右旋光作为基来做同样的事情。但各向异性介质中不存在这种简并，我们必须求出色散关系对应的电磁本征态作为基，此时不能随意选取线偏振或者圆偏振波作为基。

习题

P．205， 8.3 （这里的金属指在 **GHz** 以下的良导体）

补充题：

1）针对课件中讨论的导电介质的 3 种情形，分别写出当一支初始振幅为 $E_0\vec{e}_x$ 的平面电磁波在 3 种介质中沿 z 方向传播时，能流密度的时间平均值（$\left\langle \vec{S}(z,t) \right\rangle$），以及在 z 点附近单位体积内单位时间产生的焦耳热的时间平均值 $\left\langle \frac{d}{dt} Q(z,t) \right\rangle$。

2）利用连续性方程 $\nabla \cdot \vec{j}_f + \partial\rho_f / \partial t = 0$，证明时谐条件下电磁场满足（8.5.8）。

3）若 $\vec{B} = -B_0\vec{e}_z$，当一束沿 y 方向偏振的电磁波沿 z 方向（$\vec{k} \,||\, \vec{e}_z$）穿过厚度为 d 的 Faraday 介质后偏振状态变成什么？

****
思考题（供有余力同学选作）
****

4）利用迟逾时间近似考虑杂质散射的影响，重新推导有磁场存在时等离子体的本构关系（$\vec{\sigma}(\omega), \vec{\varepsilon}_r(\omega)$），讨论当 $\omega > \omega_p$ 时体系中的电磁波色散关系，以及直流（$\omega \to 0$）条件下的 $\vec{\sigma}$ 的形式及其所对应的物理。

4）查阅资料（Landau《连续介质电动力学》270 页以及《统计物理 II》第 4 章），搞清楚一个铁磁介质的有效磁导率的形式。

5）你是否可以在一般情况下，即不满足 $\omega > \omega_p >> \omega_B$，也不预设 $\vec{k} \,||\, \hat{z}$，讨论旋光体系中

的电磁本征态？

6）翻阅资料，结合课上学到的内容，弄清楚磁光 Kerr 效应的物理。

7）上网翻阅资料，查找有关 ENZ 和 ZIM 的研究结果，结合课上内容，总结成 Note。

8）根据（8.5.8）式，磁场下金属的有效介电常数的 xy 分量 $\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2}$ 与 z 分量 $\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ 有很大的不同，前者对应 Lorentz 模型，后者对应 Drude 模型。Lorentz 模型是研究绝缘体的电磁响应的一个好的模型，而 Drude 模型是研究自由电子气的。问题是，为什么加了磁场之后横向运动变成了绝缘体行为了？这里有什么物理？你能否用动画展示电子在外场驱动下的运动行为，从而看到点端倪？