

珠海校区 2010 学年度 1 期 10 级高等数学 2 期末试题

一.(10 分,每小题 5 分)

1.用积分中值定理证明 $\lim_{x \rightarrow 0} \int_{-x^3}^0 e^{t^2} dt = 0$; 2.求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{-x^3}^0 e^{t^2} dt}{x \tan x^2}$.

二.(10 分) 求函数 $f(x) = (x-1)\cos x - \sin x$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值.

三.(10 分) 设 $\begin{cases} x = \arccos \sqrt{1-t^2}, \\ y = \frac{(\ln t)^2}{2}, \end{cases} \quad (0 < t < 1),$ 求 $\frac{dy}{dx}$.

四.(20 分,每小题 5 分)求下列不定积分:

1. $\int \frac{6}{x^2 - 9} dx$;

2. $\int \tan^3 x dx$;

3. $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$;

4. $\int \frac{2x dx}{x^2 + 2x + 2}$.

五.(20 分,每小题 5 分)求下列定积分和反常积分:

1. $\int_0^4 \frac{3x}{\sqrt{2x+1}} dx$;

2. $\int_{-1}^1 x(\cos^6 x + \arctan x) dx$;

3. $\int_{\frac{1}{e}}^e |\ln x| dx$;

4. $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$.

六.(10 分)求由曲线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 与 $x^2 + y^2 = 8$ 的上半圆周所围成图形的面积,以及该图形绕 y 轴旋转所得旋转体的体积.

七.(15 分,其中第 1 小题 5 分,第 2 小题 10 分)

1.求微分方程 $x \frac{dy}{dx} - y \ln y = 0$ 的通解.

2.求一曲线方程,该曲线通过原点,且它在点 (x,y) 处的斜率为 $x+y$.

八.(5 分)求 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int \frac{x^n}{1+x^2} dx$.