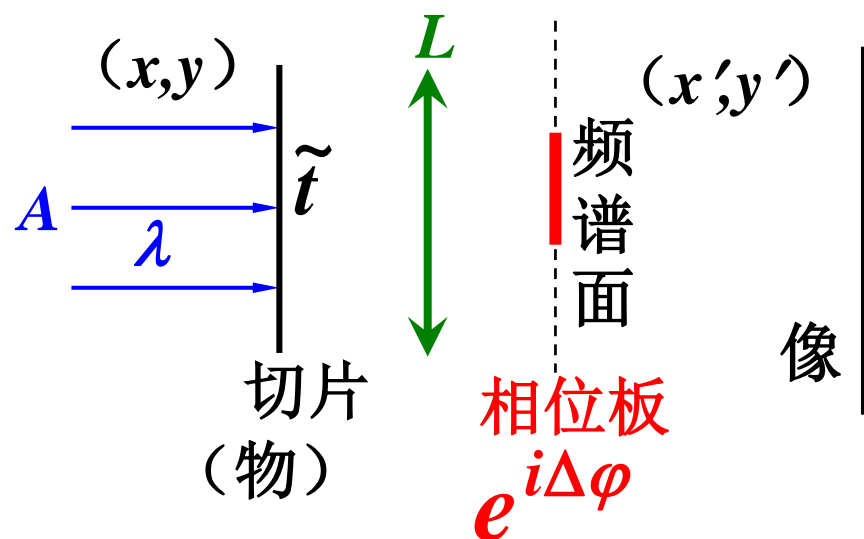


▲ 相衬显微镜 — 提高待测样品的衬比度

样品是无色透明的生物切片或晶片时，其透过率函数是相位型 $\tilde{t}(x, y) = e^{i\varphi(x, y)}$ ， φ 很小。



用普通显微镜观察样品，衬比度极小。泽尼克(Zernike)提出相位反衬法：在玻璃片中心滴一小滴液体（厚 h ），放到频谱面上引起 0 级相移：

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi n h}{\lambda}$$

0级

$$\tilde{U}_{\text{物}}(x, y) = A\tilde{t}(x, y) = Ae^{i\varphi(x, y)} = A \left[1 + i\varphi - \frac{1}{2!}\varphi^2 + \dots \right]$$

经相位板后，0级相移了 $\Delta\varphi$ ，其它变化不大。

$$\begin{aligned}\tilde{U}_{\text{像}}(x', y') &= A \left[e^{i\Delta\varphi} + i\varphi - \frac{1}{2!}\varphi^2 + \dots \right] \\ &= A \left[(e^{i\Delta\varphi} - 1) + e^{i\varphi}(x, y) \right]\end{aligned}$$

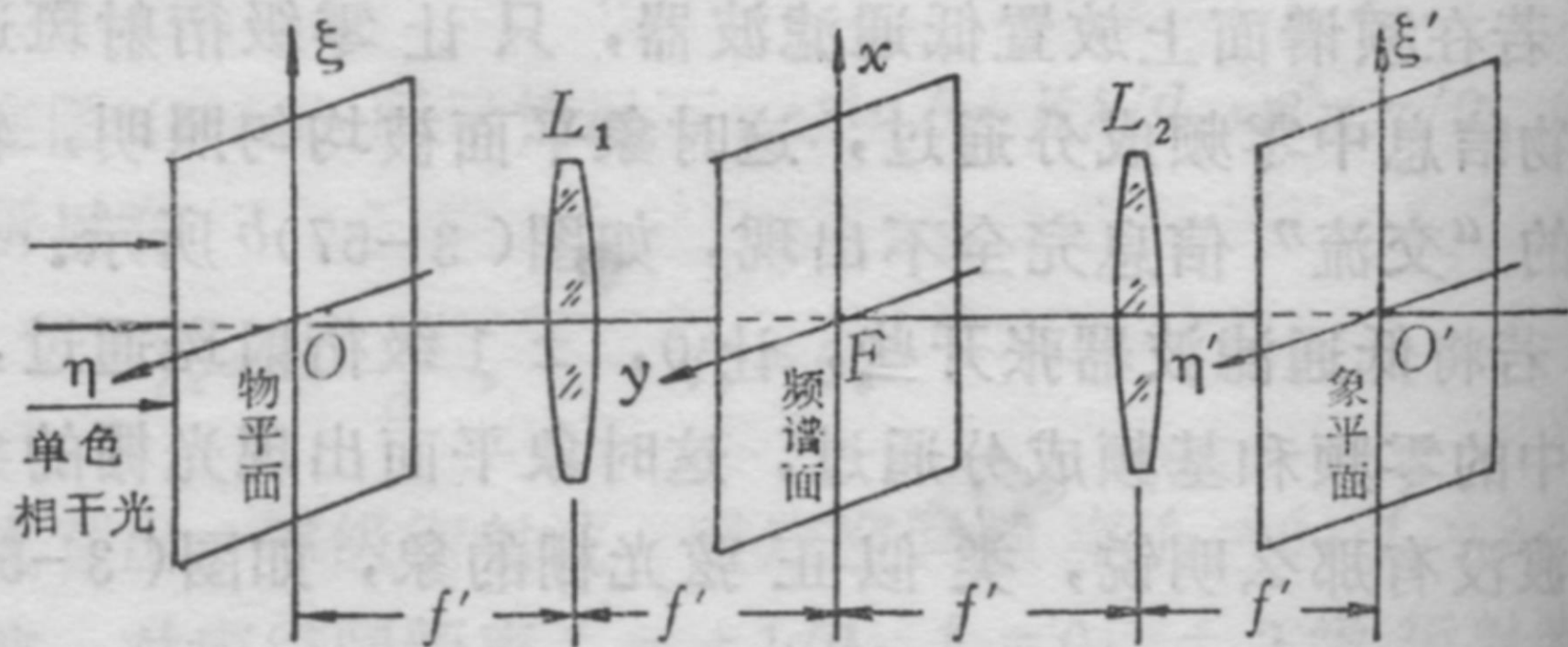
像的光强

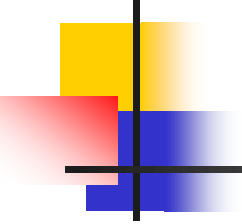
$$\begin{aligned}I(x', y') &= \tilde{U}_{\text{像}}(x', y') \cdot \tilde{U}_{\text{像}}^*(x', y') \\ &\approx A^2 [1 + 2\sin\Delta\varphi \cdot \varphi(x', y')] \quad (\varphi \ll 1)\end{aligned}$$

为了突出相位变化，通常选 $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ ，即 $h = \frac{\lambda}{4n}$ ，

这样就有了 $I(x', y') = A^2 [1 + 2\varphi(x', y')]$

4F系统



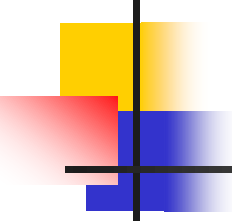


假设物函数 $E_0(\xi, \eta)$ ，经过一个透镜
在焦点 F 处

$$E_F(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(\xi, \eta) \exp\left\{-i2\pi\left[\left(\frac{x}{\lambda f'}\right)\xi + \left(\frac{y}{\lambda f'}\right)\eta\right]\right\} d\xi d\eta$$

再经过第二个透镜，不考虑透镜的衍射效应

$$E_i(\xi', \eta') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_F(x, y) \exp\left\{-i2\pi\left[\left(\frac{\xi'}{\lambda f'}\right)x + \left(\frac{\eta'}{\lambda f'}\right)y\right]\right\} dx dy$$



物像共轭
放大率为-1

$$\eta = -\eta'$$

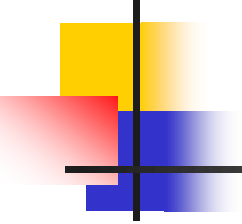
$$\xi = -\xi'$$

$$E_i(\xi', \eta') = E_i(-\xi, -\eta)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_F(x, y) \exp\{i2\pi[(\frac{\xi}{\lambda f'})x + (\frac{\eta}{\lambda f'})y]\} dx dy$$

$$E_F(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(\xi, \eta) \exp\{-i2\pi[(\frac{x}{\lambda f'})\xi + (\frac{y}{\lambda f'})\eta]\} d\xi d\eta$$

$$E_i(\xi', \eta') = E_i(-\xi, -\eta) = (\lambda f')^2 E_o(\xi, \eta)$$



设用振幅为 A 的平行相干光束正入射放在物平面上的透明位相物体，物函数

$$E_o(\xi, \eta) = A t(\xi, \eta) = A[1 + i\phi(\xi, \eta)]$$

若物的频谱全部都参加了综合，在像平面上得到的像函数为

$$\begin{aligned} E_i(\xi', \eta') &= (\lambda f')^2 E_o(\xi, \eta) \\ &= (\lambda f')^2 A[1 + i\phi(\xi, \eta)] \end{aligned}$$

在像平面上的光强分布为

$$\begin{aligned} I_i(\xi', \eta') &= E_i(\xi', \eta') E_i^*(\xi', \eta') \\ &= (\lambda f')^4 A^2 [1 + \phi^2(\xi, \eta)] \end{aligned}$$

由于 ϕ^2 是一个二级小量，所以像的反衬是**很小**的



加了泽尼克变相板，在像平面上得到的像函数为

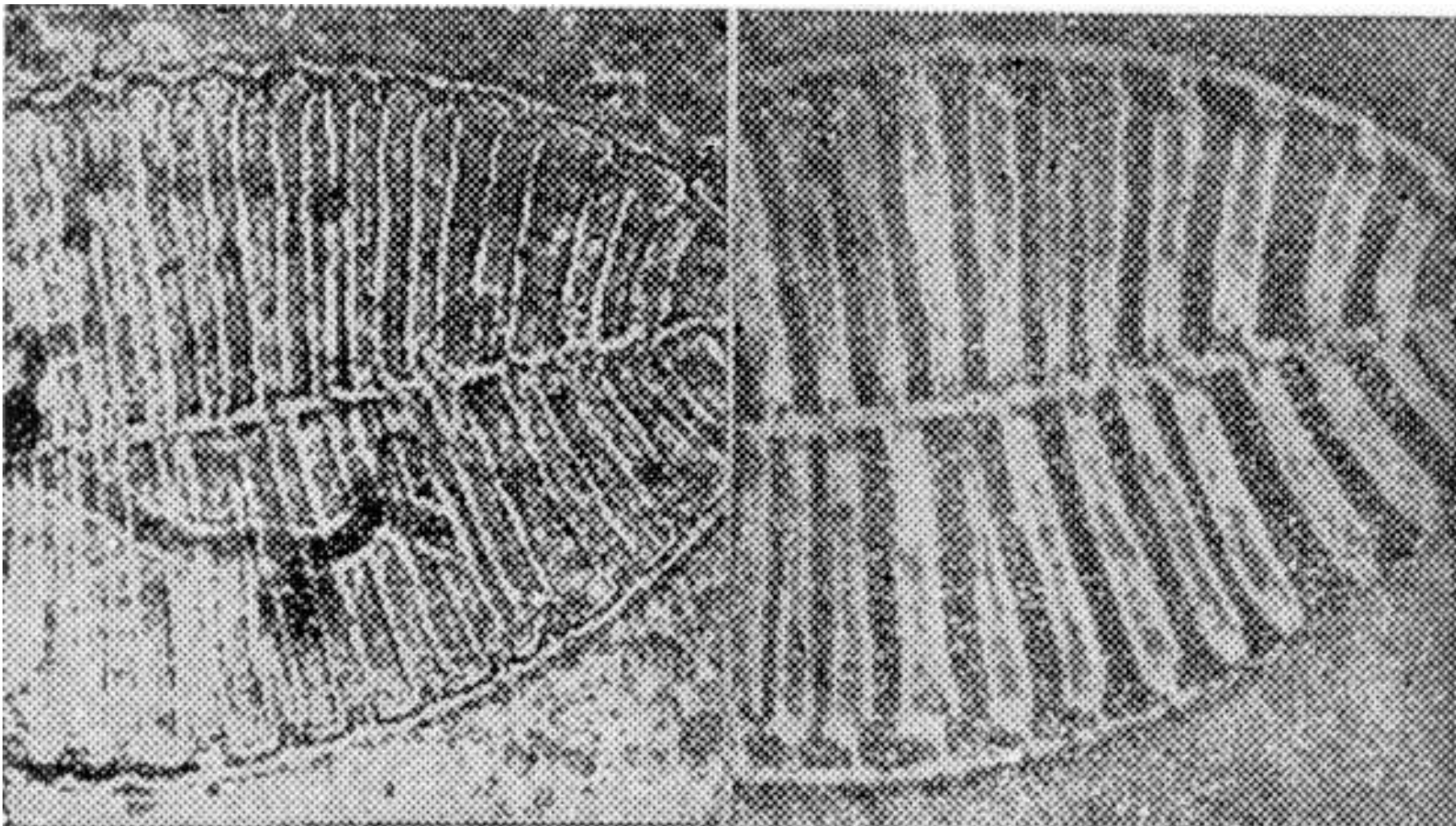
$$E_i(\xi', \eta') = (\lambda f')^2 A[\pm i\beta + i\phi(\xi, \eta)]$$

在像平面上的光强分布为

$$\begin{aligned} I_i(\xi', \eta') &= E_i(\xi', \eta') E_i^*(\xi', \eta') \\ &= (\lambda f')^4 A^2 [\beta^2 \pm 2\beta\phi(\xi, \eta) + \phi^2(\xi, \eta)] \end{aligned}$$

上式表明当 ϕ 很小时，像的强度与位相 $\phi(\xi, \eta)$ 成线性关系，
注意 $\xi' = -\xi$ ， $\eta' = -\eta$ 。

当本底位相被延迟 $\pi/2$ 时，取“+”号，称为正的位相反衬，
或亮场相衬；而位相延迟 $3\pi/2$ 时，取“-”号，称为负的位
相反衬，或暗场相对。



普通显微镜（左）和相衬显微镜拍摄的硅藻照片

Zernike 因此获得了**1953**年诺贝尔物理奖。

总之，信息处理的**关键**在于研究清楚信息的**频谱特征**，然后针对它研制相应的**空间滤波器**，从而按照需要改变频谱，以达到对图象信息进行处理的目的。



Frits (Frederik) Zernike



Born: 16 July 1888 in Amsterdam, Netherlands

Died: 10 March, 1966 in Groningen