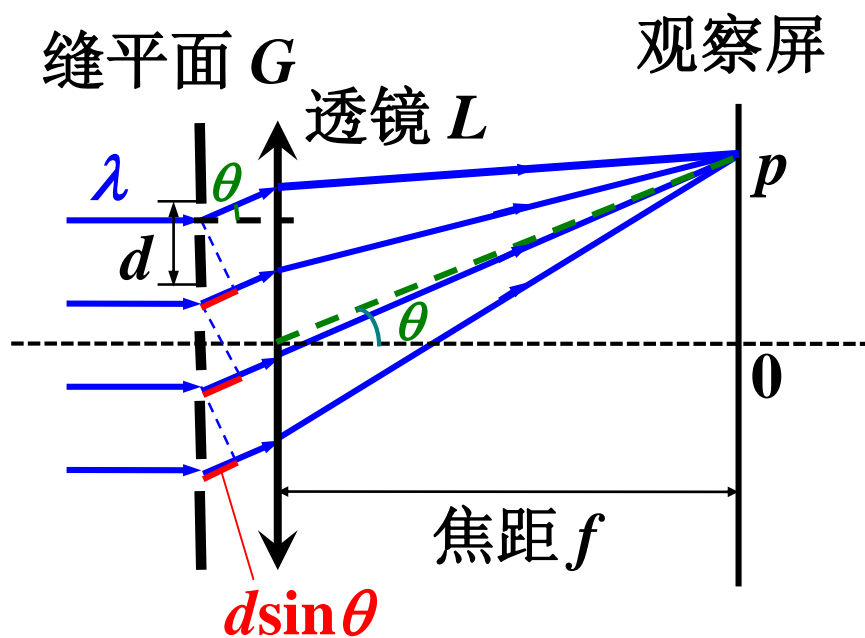


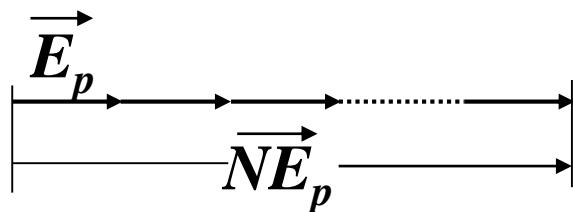
## § 4.4 多光束干涉



设有  $N$  个缝，每个缝发的光在对应衍射角  $\theta$  方向的  $p$  点的光振动的振幅为  $E_p$ ，相邻缝发的光在  $p$  点的相位差为  $\Delta\varphi$ 。

$p$  点为干涉主极大时，

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi$$



$$I_p \propto N^2 E_p^2$$

暗纹条件:

各振幅矢量构成闭合多边形, 多边形外角和:

$$N\Delta\varphi = \pm 2k'\pi \quad (1)$$

$$k' = 1, 2, \dots \neq Nk$$

$$\Delta\varphi = \frac{d \cdot \sin\theta}{\lambda} \cdot 2\pi \quad (2)$$

由(1),(2)得  $d \cdot \sin\theta = \frac{\pm k'}{N} \lambda$  ( $k' \neq Nk, k' \neq 0$ ) (3)

由(3)和  $d \sin\theta = \pm k\lambda \Rightarrow$  暗纹间距 =  $\frac{\text{主极大间距}}{N}$

相邻主极大间有  $N-1$  个暗纹和  $N-2$  个次极大。

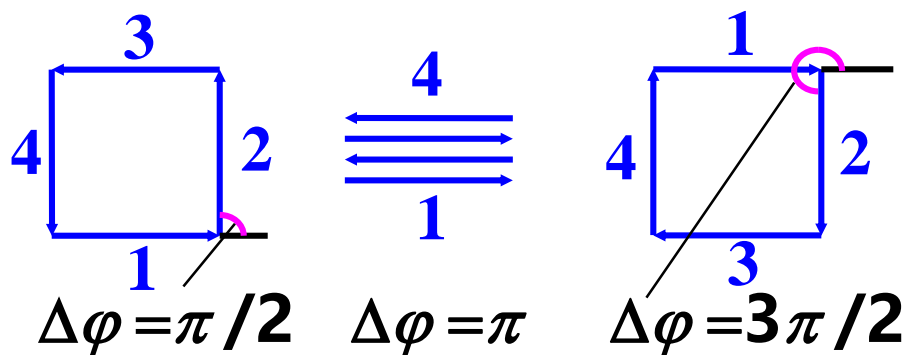
## § 4.4 多光束干涉

例如  $N = 4$ ，在 0 级和 1 级亮纹之间  $k'$  可取 1、2、3，即有三个极小：

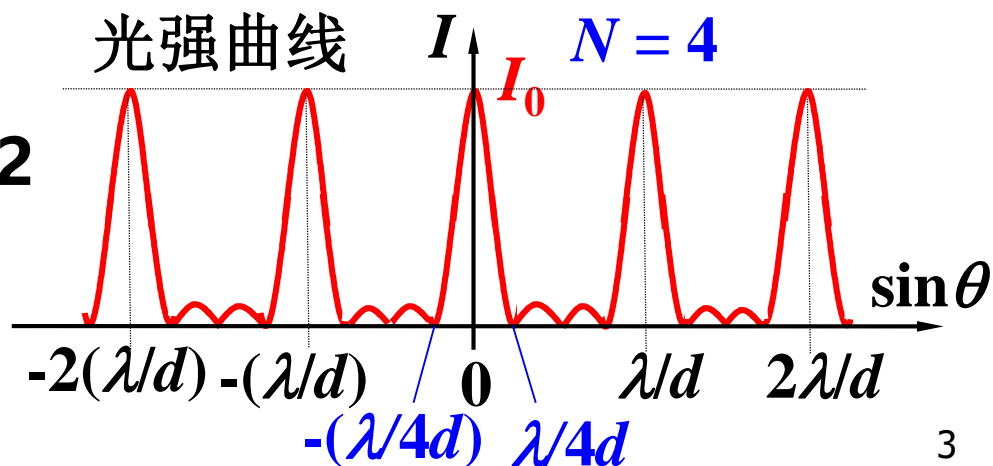
$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{4} \cdot \frac{\lambda}{d}, \quad \frac{2}{4} \cdot \frac{\lambda}{d}, \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{\lambda}{d}$$

( $k' = 1$ ), ( $k' = 2$ ), ( $k' = 3$ )

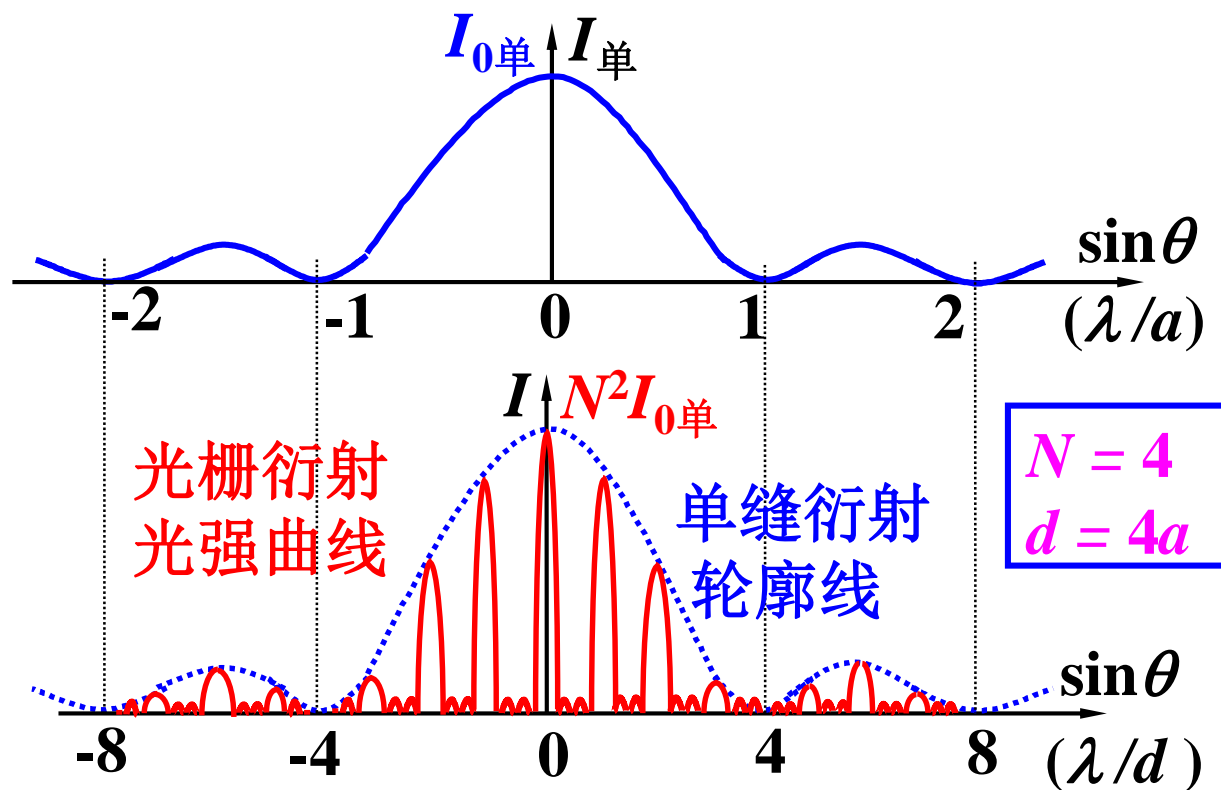


$N$ 大时光强向主极大集中，使条纹亮而窄。



### 3. 光栅衍射 (grating diffraction)

(1) 各干涉主极大受到单缝衍射的调制。



主极大缺  
 $\pm 4, \pm 8 \dots$ 级

## § 4.4 多光束干涉

主极大的半角宽:  $\Delta\theta_k = \frac{\lambda}{d \cos\theta_k N}$

$$d \cdot \sin\theta = \frac{\pm k'}{N} \lambda$$

缝数N越多，条纹越细锐。

相邻主极大明条纹的角间距:

$$\Delta\theta_k = \left( \frac{\Delta k \cdot \lambda}{d \cos\theta_k} \right)_{\Delta k=1} = \frac{\lambda}{d \cos\theta_k}$$

$$d \sin\theta = \pm k \lambda$$

光栅常数越小，条纹分布就越稀疏；反之越密。

(2)  $d/a$ 为整数比时, 会出现缺级。

明纹缺级现象的分析:

干涉明纹位置:  $d \sin \theta = \pm k \lambda, k = 0, 1, 2, \dots$

衍射暗纹位置:  $a \sin \theta' = \pm k' \lambda, k' = 1, 2, 3, \dots$

$\frac{d}{a} = \frac{k}{k'}$  时,  $\theta = \theta'$ , 此时在应该干涉加强的位置上没有衍射光到达, 从而出现缺级。

干涉明纹缺级级次

$$k = \frac{d}{a} k'$$

例如  $d = 4a$ , 则缺  $\pm 4$  级,  $\pm 8$  级...

### (3) $d$ 、 $a$ 对条纹的影响:

$d/a$  决定衍射中央明纹范围内的干涉条纹数。

这是因为  $\frac{\lambda}{a}$  决定衍射中央明纹的宽度,

而  $\frac{\lambda}{d}$  决定干涉主极大的间距。

▲ 若  $a$  不变  $\Rightarrow$  单缝衍射的轮廓线不变;

$d$  减小  $\Rightarrow$  主极大间距变稀, 单缝中央亮纹范围内的主极大个数减少, 如果出现缺级的话, 则缺级的级次变低。

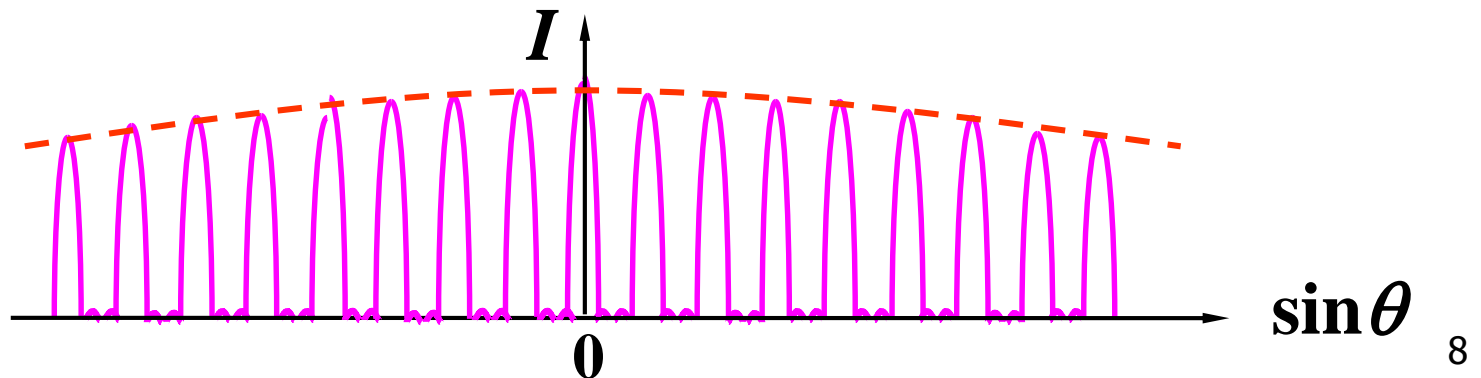
▲ 若  $d$  不变  $\Rightarrow$  各主极大位置不变;

$a$  减小  $\Rightarrow$  单缝衍射的轮廓线变宽, 单缝中央明纹范围内的主极大个数增加, 缺级的级次变高。

极端情形:

当  $a \rightarrow \lambda$  时, 单缝衍射的轮廓线变为很平坦, 第一暗纹在距中心  $\infty$  处, 此时各主极大光强几乎相同。

多缝衍射图样  $\rightarrow$  多光束干涉图样:





## 4. 光栅夫琅禾费衍射的光强公式

每个单缝在  $p$  点（对应衍射角  $\theta$ ）均有

$$E_p = E_{0\text{单}} \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

相邻缝在  $p$  点的相位差

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin \theta$$

$p$  点合振幅为

$$A_p = 2R \sin \frac{N\Delta \varphi}{2}, \quad E_p = 2R \sin \frac{\Delta \varphi}{2}$$

