珠海校区 2010 学年度第一学期 10 级《高等数学二》期中考试题 A

学院__________专业______________学号_____________姓名___________评分___________

阅卷老师签名_____________

警 示

《中山大学授予学士学位工作细则》第六条："考试作弊不授予学士学位。"

一.（20 分，每小题5分）计算下列极限：

（1）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^2\arcsin x}$　　　（2）$\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\ln(x+1)}\right]$

（3）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)$　　　（4）已知$\lim\limits_{x\to\infty} f'(x)=2$，求$\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x+3)-f(x)\right]$

二.（10 分）设函数$f(x)=\begin{cases} x^{\sin x}, & x>0 \\ a, & x=0 \\ (1+bx)^{\frac{1}{x}}, & x<0 \end{cases}$，则$a,b$分别取何值时，$f(x)$在$x=0$处连续.

三.（10 分，每小题 5 分）求下列函数的导数 y'.

(1) $y=\arctan^5\left(3^x\right)$　　(2) $y=e^{3x}\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{\sqrt[4]{\cos 2x+2}}$

四.（10 分，每小题 5 分）求下列函数的微分 $\mathrm{d}y$.

(1) $y=\arccos\sqrt{1-x^2}$　　(2) $y=\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x$

五.（10 分）设函数 $y(x)$由参数方程 $\begin{cases} x=3(1+\sin t) \\ y=2(t-\cos t) \end{cases}$ 确定，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 和 $\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$.

六．（10 分）求椭圆$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$在点$(2,\dfrac{3}{2}\sqrt{3})$处的切线方程和法线方程.

七．（10 分）

（1）证明方程$x^{2011}-2011x+1=0$ 至少有一个小于1的正实根.

（2）证明方程$x^{2011}-2011x+1=0$ 只有一个小于1的正实根.

八.（20 分）设函数 $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$.

（1）求该函数的单调区间、极值、函数曲线的凹凸区间；

（2）求 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ 和 $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$；求斜渐近线方程$y=kx+b$, 其中$k=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$, $b=\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-kx\right)$；并绘出$y=f(x)$的草图.