

1.一台显微镜物镜的垂轴放大率为 $\beta_o = -3 \times$ ，数值孔径 $NA = 0.1$ ，共轭距 $L = 180\text{mm}$ ，物镜框是孔径光阑，目镜焦距为 $f'_e = 25\text{mm}$ ，求：

①显微镜的视觉放大率；

解：根据显微镜视觉放大率的公式

$$\Gamma = \frac{\tan \omega'}{\tan \omega} = \frac{250\text{mm}}{f'[\text{mm}]} = \beta_o \cdot \frac{250\text{mm}}{f'_e[\text{mm}]} \quad (1.1)$$

将题目所给参数代入上式可得

$$\Gamma = -3 \times \frac{250}{25} = -30$$

答：显微镜的视觉放大率为 $\Gamma = -30$ 。

②求出射光瞳直径和镜目距离；

解：设显微镜的出瞳直径为 D' 。根据阿贝正弦条件，对于物镜有

$$NA = n \sin u = n' \sin u' \frac{y'}{y} = n' \sin u' \beta_o = -n' \sin u' \frac{\Delta}{f'_o} \quad (2.1)$$

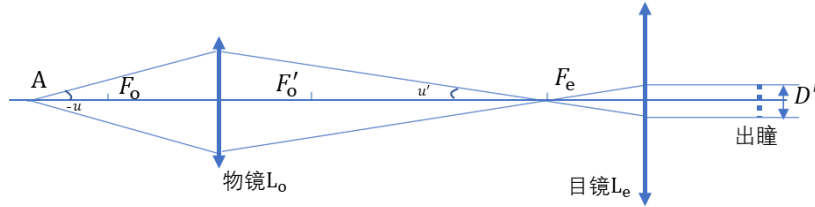


图 显微镜成像光路图

对于像方孔径角 u' ，下式近似成立：

$$\sin u' \approx \tan u' = \frac{D'}{2f'_e} \quad (2.2)$$

在 $n' = 1$ 的情况下，我们可结合(2.2)式与公式 $\Gamma = 250/f'$ ，将式(2.1)化为

$$NA = -n' \frac{D'}{2f'_e} \frac{\Delta}{f'_o} = -\frac{D'}{2f'_e} = -\frac{D'\Gamma}{2 \times 250\text{mm}}$$

即出射光瞳的直径为

$$D' = -\frac{NA}{\Gamma} \times 500\text{mm} = \frac{0.1}{30} \times 500\text{mm} = \frac{5}{3}\text{mm}$$

若 $n = n' = 1$ ，我们可根据题目提供的条件计算物体对物镜成像的相关线度，即

$$\beta_o = \frac{l'_o}{l_o} = -3, \quad L = -l_o + l'_o = 180\text{mm}, \quad \frac{f'_o}{l'_o} + \frac{f_o}{l_o} = 1$$

解得

$$l_o = -45\text{mm}, \quad l'_o = 135\text{mm}, \quad f'_o = -f_o = (135/4)\text{mm}$$

考虑物镜为系统孔径的情况，由于镜目距离即出瞳与目镜的距离，而物镜与目镜的距离为 $d = l'_o - f_e = 160\text{mm}$ ，将物镜对目镜成像便可列出相应的高斯公式为

$$\frac{f'_e}{l'_e} + \frac{f_e}{l_e} = \frac{f'_e}{l'_e} - \frac{f_e}{d} = 1$$

解得 $l'_e \approx 29.63\text{mm}$ ，此即为镜目距离 l'_z

答：出射光瞳的直径为 $D' = (5/3)\text{mm}$ ，镜目距离 $l'_z = 29.63\text{mm}$ 。

③斜入射照明时，波长为 550nm ，求显微镜的分辨率；

解：斜入射照明时，最小可分辨物距 σ 为

$$\sigma = \frac{0.5\lambda}{NA} = \frac{0.5 \times 550\text{nm}}{0.1} = 2750\text{nm}$$

答：显微镜的分辨率为 $\sigma = 2750\text{nm}$ 。

④求物镜通光孔径。

解：根据阿贝正弦条件，对于物镜有

$$NA = n \sin u = n' \beta_o \sin u'$$

对于像方孔径角 u' ，下式近似成立：

$$\sin u' \approx \tan u' = \frac{D}{2l'_o}$$

其中， D 为物镜通光孔径的直径。代入题目所给数据可得，在 $n' = 1$ 的情况下，有

$$\frac{D}{2l'_o} = \left| \frac{NA}{\beta_o} \right| = \frac{1}{30}$$

代入②中得到的计算结果 $l'_o = 135\text{mm}$ 可解得物镜的通光孔径为

$$D = \frac{2 \times 135}{30} \text{mm} = 9\text{mm}$$

答：物镜的通光孔径为 $D = 9\text{mm}$ 。

2.有一个开普勒望远镜，物镜焦距为300mm，目镜焦距为30mm，中间加入一个由两块透镜组成的-1倍的转像系统，透镜焦距分别为200mm和300mm，间隔为250mm。该系统的物方孔径角为 $2\omega = 4^\circ$ ，在物镜的像方焦平面上有一场镜，在目镜的物方焦平面上有一分划板，物镜的通光口径为60mm，是系统的入瞳。假设所有的透镜均为薄透镜，求：

①系统的像方视场角；

解：我们先给出此望远镜系统的部分光路图(仅绘出了物镜与目镜)。由于场镜的垂轴放大率为 $\beta_f = +1$ ，转像系统的垂轴放大率为 $\beta_t = -1$ ，故其组合得到的下图内的中间部分光组的垂轴放大率为 $\beta = \beta_f \beta_t = -1$ 。因此，若经过物镜节点的光线在物镜的像方焦平面的交点高度为 y ，则经过目镜节点的光线在目镜的物方焦平面的交点高度应为 $-y$ 。

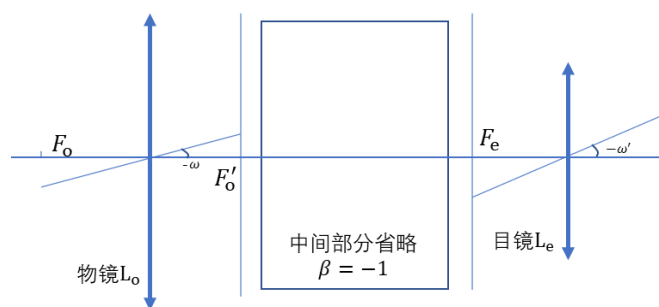


图 望远镜系统的部分光路图

若设系统的物像方视场角分别为 2ω 与 $2\omega'$ ，则根据图中的几何关系可得

$$\tan(-\omega) = \frac{y}{f'_o}, \quad \tan(-\omega') = \frac{y}{f'_e}$$

因而系统的视觉放大率为

$$\Gamma = \frac{\tan \omega'}{\tan \omega} = \frac{f'_o}{f'_e} = \frac{300}{30} = 10$$

可知，系统的像方视场角为

$$2\omega' = 2 \times \arctan[10 \times \tan \omega] = 2 \times \arctan[10 \times \tan 2^\circ] \approx 38.5^\circ$$

答：系统的像方视场角为 $2\omega' = 38.5^\circ$ 。

②场镜的直径和分划板的直径；

解：场镜和分划板的直径分别为

$$D_{\text{field}} = 2 \times f_o' \tan \omega = [2 \times 300 \times \tan 2^\circ] \text{mm} = 20.952 \text{mm}$$

$$D_{\text{reticle}} = 2 \times f_e' \tan \omega' = [2 \times 30 \times 10 \tan 2^\circ] \text{mm} = 20.952 \text{mm}$$

答： $D_{\text{field}} = D_{\text{reticle}} = 20.952 \text{mm}$ 。

③如果在第一块转像透镜后100mm处设一个光阑，且使主光线通过其中心，求光阑距物镜的距离和整个镜筒长度。

解：若需要使转镜系统的横向放大率为 $\beta_t = -1$ ，则其中相距为 $d = 250 \text{mm}$ 的前后两个凸透镜 L_1 与 L_2 的物距与像距满足

$$\frac{f_1}{l_1} + \frac{f_1'}{l_1'} = 1 ; \quad \frac{f_2}{l_2} + \frac{f_2'}{l_2'} = 1 ; \quad l_2 = l_1' - d ; \quad \beta_t = \frac{l_1' l_2'}{l_1 l_2} = -1$$

代入数据解得

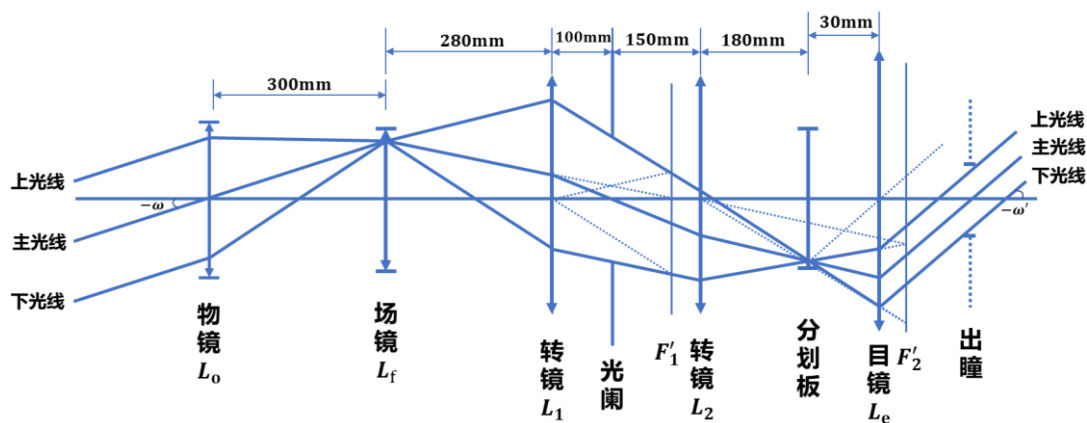
$$l_1 = -280 \text{mm} ; \quad l_1' = 700 \text{mm} ; \quad l_2 = 450 \text{mm} ; \quad l_2' = 180 \text{mm}$$

可知，场镜与凸透镜 L_1 的间距即为 $|l_1| = 280 \text{mm}$ ，凸透镜 L_2 与目镜的物方焦平面的间距即为 $l_2' = 180 \text{mm}$ ，光阑距物镜的距离为 $300 + 280 + 100 = 680 \text{mm}$ ，整个镜筒的长度为 $300 + 280 + 250 + 180 + 30 = 1040 \text{mm}$ 。

答：光阑距物镜的距离为 680mm ，整个镜筒的长度为 1040mm 。

④画出该望远镜的结构和光路图(包括主光线、上光线和下光线)。

答：望远镜的结构和光路图如下：



利用题目③给出的要求(主光线应通过第一块转像透镜 L_1 后 100mm 处的光阑中心)，我们可通过高斯公式得到主光线在经过场镜 L_f 偏折后将正好射向 L_1 的像方焦点 F'_1 ，进而通过 L_1 射向光阑中心。由于场镜 L_f 与转像透镜组 (L_1 与 L_2) 所构成的中间部分的垂轴放大率为 $\beta = \beta_f \beta_t = -1$ ，因而光线在场镜处的成像高度 $y_f = D_{\text{field}}/2$ 与分划板处的成像高度 $y_r = -D_{\text{reticle}}/2$ 存在关系： $y_f = -y_r$ 。再结合①中的计算结果，我们便可得到主光线通过整个望远镜系统后的出射方向 ($\omega' \approx 19.2^\circ$)，进而得到主光线在整个望远镜系统中的传播光路。注意，主光线出射系统后与光轴的交点即为出瞳中心。

根据望远镜的视觉放大率公式可知

$$\Gamma = \frac{\tan \omega'}{\tan \omega} = \frac{f'_o}{f'_e} = \frac{D}{D'} = 10$$

系统的出瞳直径为 $D' = D/10 = (60/10)\text{mm} = 6\text{mm}$ 。考虑到上下光线相对于主光线的对称性，二者与出瞳面的交点高度应分别为 3mm 与 -3mm 。我们在该二交点作平行于主光线的光线，从而得到上下光线出射系统的光线。再根据几何光学的绘图方法，反向绘制上下光线直至其与主光线在场镜上交于同一点，便完成了整个光路的绘制。