



第6节 电磁力

电磁场对电荷的作用力服从洛伦兹力公式

洛伦兹力公式还给出电磁场在空间反演和时间反演的行为

磁场无源，有矢势表示；静电场无旋，有电势表示



一. 电场强度和磁感应强度

1. 电磁力

在电磁场中以速度 \mathbf{v} 运动的电荷 q 除受到**电力**外还受到依赖于速度的**洛伦兹力**，总结为**洛伦兹力公式**

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

- $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ 为电荷 q 所在处的**电场强度**， $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ 为该处的**磁感应强度**
- 电磁场具有线性叠加性， \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 分别按照三维矢量的平行四边形法则相加。
- (1)式中 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 不含 q 产生的电磁场
- 速度依赖于惯性参考系，因此把电磁力分解成电力和磁力依赖于参照系。
电场和磁场分别反映分布在空间的电磁场的两个侧面。

体元 dV 内电荷受到的电磁力 $\mathbf{F} = \mathbf{f} dV$ ，即电磁力密度为

$$\mathbf{f} = \rho\mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (2)$$



2. 空间反演

空间反演: $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}' = -\mathbf{x}$

基本假设: 在空间反演下, 电荷、质量、和所有电磁规律均不变.

例如电荷, $q \rightarrow q' = q$

电荷密度的变换 (主动变换):

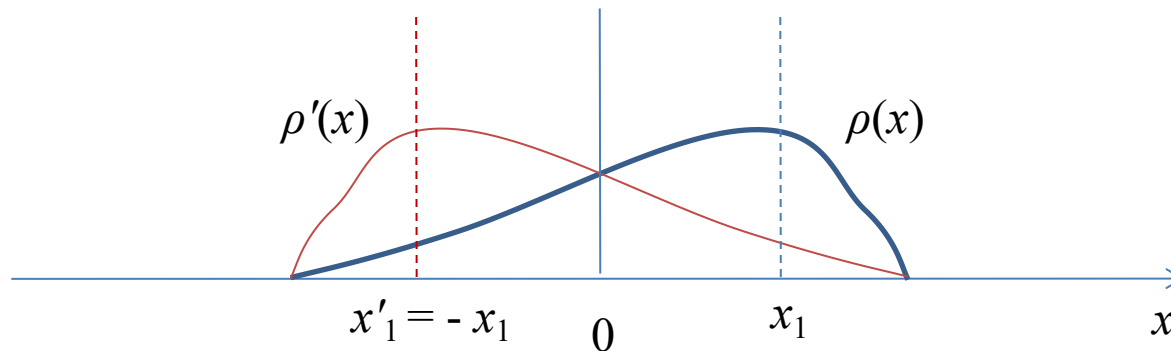


图1. 在空间反演下电荷密度的变换

$$\rho(\mathbf{x}) \rightarrow \rho'(\mathbf{x}) = \rho(-\mathbf{x})$$

即 $\rho'(\mathbf{x}') = \rho(\mathbf{x})$

空间反演下 $\mathbf{F} \rightarrow \mathbf{F}' = -\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{v}' = -\mathbf{v}$, 洛伦兹力公式形式不变:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{F}' = -\mathbf{F} = -q\mathbf{E} - q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q'\mathbf{E}' + q'\mathbf{v}' \times \mathbf{B}'$$

电流密度 $\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) \rightarrow \mathbf{J}'(\mathbf{x}', t) = \rho'(\mathbf{x}', t)\mathbf{v}' = -\rho(\mathbf{x}, t)\mathbf{v} = -\mathbf{J}(\mathbf{x}, t)$

电场强度 $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \rightarrow \mathbf{E}'(\mathbf{x}', t) = -\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$

磁感应强度 $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \rightarrow \mathbf{B}'(\mathbf{x}', t) = \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$

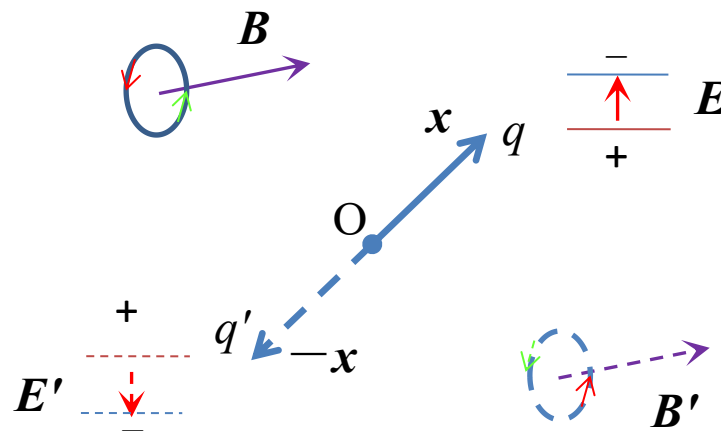


图2. 空间反演下电磁场的变换

3. 时间反演

时间反演: $t \rightarrow t' = -t$

基本假设: 在时间反演下, 电荷、质量、和所有电磁规律均不变.

时间反演下 $\mathbf{F} \rightarrow \mathbf{F}' = \mathbf{F}$ 和 $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{v}' = -\mathbf{v}$, 洛伦兹力公式形式不变:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F}' = \mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q'\mathbf{E}' + q'\mathbf{v}' \times \mathbf{B}'$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) \rightarrow \mathbf{J}'(\mathbf{x}, t') = \rho'(\mathbf{x}, t')\mathbf{v}' = -\rho(\mathbf{x}, t)\mathbf{v} = -\mathbf{J}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \rightarrow \mathbf{E}'(\mathbf{x}, t') = \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \rightarrow \mathbf{B}'(\mathbf{x}, t') = -\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$$

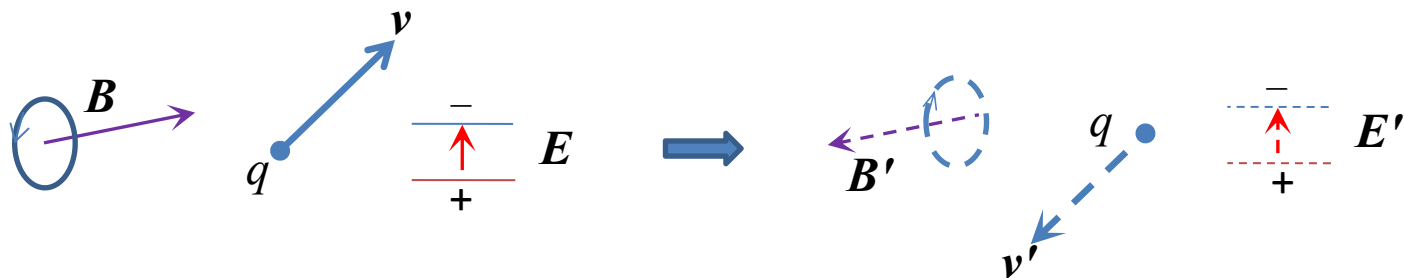


图3. 时间反演下电磁场的变换



表I. 空间和时间反演下电磁量的变换方式

	数学属性	三维空间转动	空间反演	时间反演	SI量纲
ρ	三维空间标量	如距离	不变	不变	C/M ³ =库仑/米 ³
\mathbf{J}	三维空间矢量	如位移矢量	反向	反向	A=安培
\mathbf{E}	三维空间矢量	如位移矢量	反向	不变	N/C=伏/米
\mathbf{B}	三维空间赝矢量	如位移矢量	不变	反向	N/A/M=特斯拉

若外电场给定，则系统的空间反演对称性被破坏.

若外磁场给定，则系统的时间反演对称性被破坏.



二. 矢勢

1. 无磁单极

磁感应强度是无源场（横场）

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

(3)

它反映没有发现磁单极子的事实.

每根磁场线带有单位磁通，以 \mathbf{B} 为切线方向. 无磁荷使得磁场线连续、不相交、无端点.



2. 矢勢

散度为零的三维矢量场可以用矢勢的旋度表示（第3节）

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (4)$$

在笛卡尔坐标（第3节），

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \mathbf{e}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \mathbf{e}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \mathbf{e}_z \quad (5)$$

规范变换

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla \phi \quad (6)$$

式中 ϕ 为任意标量场，而其梯度在笛卡尔坐标中为

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial \phi}{\partial z} \mathbf{e}_z \quad (7)$$

规范对称性：物理上不能区分 \mathbf{A} 和 \mathbf{A}' ，因而矢勢 \mathbf{A} 有任意性.



小结

- 洛伦兹力公式与电场强度和磁感应强度
- 时空反演变换下电磁量的变换
- 磁场无源
- 矢势

(第6节 完)