（9-1）$\nabla\cdot\vec{D}=\rho$ ，$\nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ ，$\nabla\cdot\vec{B}=0$，$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$，$\rho=0$

$\vec{J}=0$，$\vec{E}=\vec{E}_0e^{i\omega\tau}=\vec{E}_0e^{i(\omega t-kz)}$，$\vec{D}=\vec{D}_0e^{i\omega\tau}=\vec{D}_0e^{i(\omega t-kz)}$，$\vec{H}=\vec{H}_0e^{i\omega\tau}=\vec{H}_0e^{i(\omega t-kz)}$

(i) $\nabla\cdot\vec{B}=0$ ，$\vec{k}\cdot\vec{B}=0$ ，$-i\vec{k}\times\vec{E}=-i\omega\vec{B}$ ，$\vec{B}=\dfrac{\vec{k}}{\omega}\times\vec{E}$ ，$\vec{B}\cdot\vec{E}=0$ ，$\vec{B}=\mu\vec{H}$ ，

$-i\vec{k}\times\vec{H}=i\omega\vec{D}$，$\vec{B}\cdot\vec{D}=0$，

$\nabla\cdot\vec{D}=0$，$\vec{k}\cdot\vec{D}=0$，但$\vec{D}$与$\vec{E}$不在同一方向，因此$\vec{k}\cdot\vec{E}\neq0$，

(ii) $\vec{D}=\dfrac{\vec{H}\times\vec{k}}{\omega}=\dfrac{\vec{B}\times\vec{k}}{\omega\mu}=\left(\dfrac{\vec{k}}{\omega}\times\vec{E}\right)\times\dfrac{\vec{k}}{\omega\mu}=\dfrac{1}{\omega^2\mu}\left[k^2\vec{E}-\left(\vec{k}\cdot\vec{E}\right)\vec{k}\right]$

(iii) $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}=\dfrac{1}{\mu}\vec{E}\times\vec{B}=\dfrac{1}{\mu\omega}\vec{E}\times(\vec{k}\times\vec{E})=\dfrac{1}{\mu\omega}\left[E^2\vec{k}-\left(\vec{E}\cdot\vec{k}\right)\vec{E}\right]$，

$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$ 的方向不在$\vec{k}$ 方向上

（9-2）$\vec{E}=E_0e^{-\alpha z}e^{i(\beta z-\omega t)}\vec{e}_x$，$\vec{H}=\sqrt{\dfrac{\sigma}{2\omega\mu}}(1+i)E\vec{e}_y$

（ ） $\vec{B}=e^{-i\frac{\pi}{4}}\sqrt{\dfrac{\sigma\mu}{\omega}}\cdot\vec{\ }\times\vec{n}$ ，$\dfrac{\sigma}{\varepsilon\omega}>>1$ ，$\langle w_e\rangle=\dfrac{\varepsilon_0}{4}\mathrm{Re}\left(\vec{E}^*\cdot\vec{E}\right)=\dfrac{\varepsilon_0}{4}E_0^2e^{-2\alpha z}$ ，

$\langle w_m\rangle=\dfrac{1}{4\mu_0}\mathrm{Re}\left(\vec{B}^*\cdot\vec{B}\right)=\dfrac{1}{4\mu_0}\left(\dfrac{\sigma\mu_0}{\omega}\right)E_0^2e^{-2\alpha z}=\dfrac{\sigma}{4\omega}E_0^2e^{-2\alpha z}\gg\dfrac{\varepsilon_0}{4}E_0^2e^{-2\alpha z}=\langle w_e\rangle$

（）$\alpha\approx\beta\approx\sqrt{\dfrac{\omega\mu\sigma}{2}}$，$\langle w\rangle\approx\langle w_m\rangle=\dfrac{\beta^2}{2\mu\omega^2}E_0^2e^{-2\alpha z}$

（）$u=\dfrac{\omega}{\beta}=\omega\sqrt{\dfrac{2}{\omega\mu\sigma}}=\sqrt{\dfrac{2\omega}{\mu\sigma}}\approx c\sqrt{\dfrac{2\omega\varepsilon}{\sigma}}\ll c$；

（）$\vec{S}=\dfrac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}=\dfrac{1}{\mu_0}\vec{E}_0e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z)\times\sqrt{\dfrac{\sigma\mu}{\omega}}\left(\vec{n}\times\vec{E}_0\right)e^{-\alpha z}\cos\left(\omega t-\beta z+\dfrac{\pi}{4}\right)$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sigma}{\omega\mu}}E_0^2e^{-2\alpha z}\left[\cos2(\omega t-\beta z)+\cos\frac{\pi}{4}\right]\vec{n}$$

（9-3）（i） $\vec{E}\times\vec{B}=\frac{1}{c}\vec{E}\times\left(\vec{e}_r\times\vec{E}\right)=\frac{1}{c}E^2\vec{e}_r$，因此 $\vec{E}$、$\vec{B}$、$\vec{k}$ 三者互相垂直，能流密度

$$\vec{S}=\frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E^2\vec{e}_r=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{E_0^2}{r^2}\cos^2\left(\omega t-kr\right)\vec{e}_r,$$

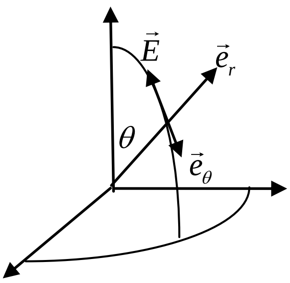
能量密度 $w=\frac{1}{2}\varepsilon_0\vec{E}^2+\frac{1}{2\mu_0}\vec{B}^2=\varepsilon_0\vec{E}^2=\varepsilon_0\frac{E_0^2}{r^2}\cos^2\left(\omega t-kr\right)$，

球面总能流 $\vec{S}_{total}=\oiint\vec{S}\cdot d\vec{\sigma}=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{E_0^2}{r^2}\cos^2\left(\omega t-kr\right)\cdot4\pi r^2=4\pi E_0^2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\cos^2\left(\omega t-kr\right)$

（ii） $\vec{S}=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{A^2\sin^2\theta}{r^2}\cos^2\left(\omega t-kr\right)\vec{e}_r$，$\theta=\frac{\pi}{2}$ 最强，$\theta=0$ 最弱，

$$\vec{S}_{total}=\oiint\vec{S}\cdot d\vec{\sigma}=\oiint\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{A^2\sin^2\theta}{r^2}\cos^2\left(\omega t-kr\right)\cdot r^2\sin\theta d\theta d\varphi,$$

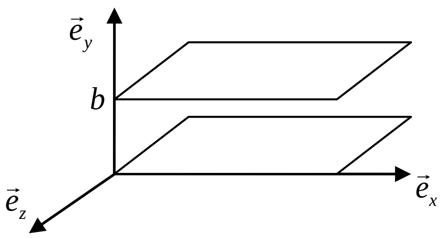
$$=2\pi A^2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\cos^2\left(\omega t-kr\right)\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta=\frac{8\pi A^2}{3}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\cos^2\left(\omega t-kr\right)$$



第十次

（10-1）令 $u(t,x,y,z)=E_i$ 为电场 $\vec{E}$ 的三分量中的任意一个分量，$(i=x,y,z)$，它都要满足波动方程（4.65）式，即：

$$\nabla^2u-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2u}{\partial t^2}=0$$



同时分解波矢为$\vec{k}=k_x\vec{e}_x+k_y\vec{e}_y+k_z\vec{e}_z$，其中$k_x^2+k_y^2+k_z^2=k^2$，且有$k=\dfrac{\omega}{c}$。考虑沿$\vec{e}_z$方向传播的电磁波，则令

代入波动方程（4.65），得：

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}-k_z^2 u(x,y)+\frac{\omega^2}{c^2}u(x,y)=0$$

由数学上的分离变量法，令 $u(x,y)=X(x)Y(y)$，则方程可分解为：

$$\frac{d^2X}{dx^2}+k_x^2X=0$$

$$\frac{d^2Y}{dy^2}+k_y^2Y=0$$

其解为：

$$u(t,x,y,z)=(C_1\cos k_x x+D_1\sin k_x x)(C_2\cos k_y y+D_2\sin k_y y)e^{i(k_z z-\omega t)}$$

由于解与x无关（无限大平面），因此令$k_x=0$，

由切向边界条件$\vec{E}_t=0$和约束条件$\nabla\cdot\vec{E}=\dfrac{\partial E_x}{\partial x}+\dfrac{\partial E_y}{\partial y}+\dfrac{\partial E_z}{\partial z}=0$，相当于在$y=0$面，有$E_x=E_z=0$，$\dfrac{\partial E_y}{\partial y}=0$，于是可得矩型波导中电场的解为：

$$E_x=D_1\sin k_y y\cdot e^{i(k_z z-\omega t)}$$

$$E_y=D_1\cos k_y y\cdot e^{i(k_z z-\omega t)}$$

$$E_z=D_3\sin k_y y\cdot e^{i(k_z z-\omega t)}$$

$$\left.\frac{\partial E_y}{\partial y}\right|_{y=b}=-D_1\sin k_y b\cdot e^{i(k_z z-\omega t)}=0，\quad k_y=\frac{n\pi}{b}$$

所以 $E_x=D_1\sin\left(\dfrac{n\pi}{b}y\right)e^{i(k_z z-\omega t)}$

$$E_y=D_2\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{i(k_z z-\omega t)}$$

$$E_z=D_3\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{i(k_z z-\omega t)}$$

且： $k_z^2 = k^2 - k_y^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$，

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = -D_1 k_y \sin k_y y \cdot e^{i(k_z z - \omega t)} + ik_z D_3 \sin k_y y \cdot e^{i(k_z z - \omega t)} = 0，$$

， $\frac{n\pi}{b} D_2 = ik_z D_3$