《通信原理》

（04 信号通过线性系统）

蔡志岗

光学与光学工程系

中山大学物理学院

lasers@netease.com

13316105077

光信息实验室：84110909

补：　确定信号通过线性系统

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\text{线性系统}} \longrightarrow y(t)$$

将x(t)变换为y(t)的运算，数学上称为算子，以L表示。则可表示为 $y(t)=L[x(t)]$

线性算子与线性系统

令 $y_i(t) = L[x_i(t)], \qquad i = 1,2,3\ldots\ldots$

若系统算子满足以下关系：

$$y(t) = L\left[\sum_i c_i x_i(t)\right] = \sum_i c_i L[x_i(t)] = \sum_i c_i y_i(t)$$

任意信号可以用单位冲激函数卷积形式表示

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau=x(t)*\delta(t)$$

对于线性算子：

$$y(x)=L[x(t)]$$

$$=L\left[\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau=x(t)*\delta(t)\right]$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)L[\delta(t-\tau)]d\tau$$

令L[δ(t-τ)]=h(t,τ), 系统的<u>单位冲激响应</u>

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t,\tau)d\tau$$

$$h(t-\tau)$$

如果系统满足h(t,τ)=h(t-τ)

恒参线性系统（时不变线性系统）

L[δ(t-τ)]=h(t-τ),

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

或

系统的
单位冲激
响应

$$y(t)=x(t)*h(t)$$

频域关系式

$$Y(\omega) = X(\omega) \cdot \underline{H(\omega)}$$

系统的
传递函数

$$H(\omega) = |H(\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

2、信号不失真的条件

不失真条件

$$y(t)=kx(t-\tau)$$

不失真的时域充分条件

$$h(t)=k\delta(t-\tau)$$

不失真的频域充分条件

重要！

$$H(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}k\delta(t-\tau)e^{-j\omega t}dt \qquad (-\infty<\omega<\infty)$$

$$H(\omega)=\frac{Y(\omega)}{X(\omega)}=\boxed{ke^{-j\omega\tau}}$$

幅-频特性：$|H(\omega)| = k \quad (-\infty < \omega < \infty)$

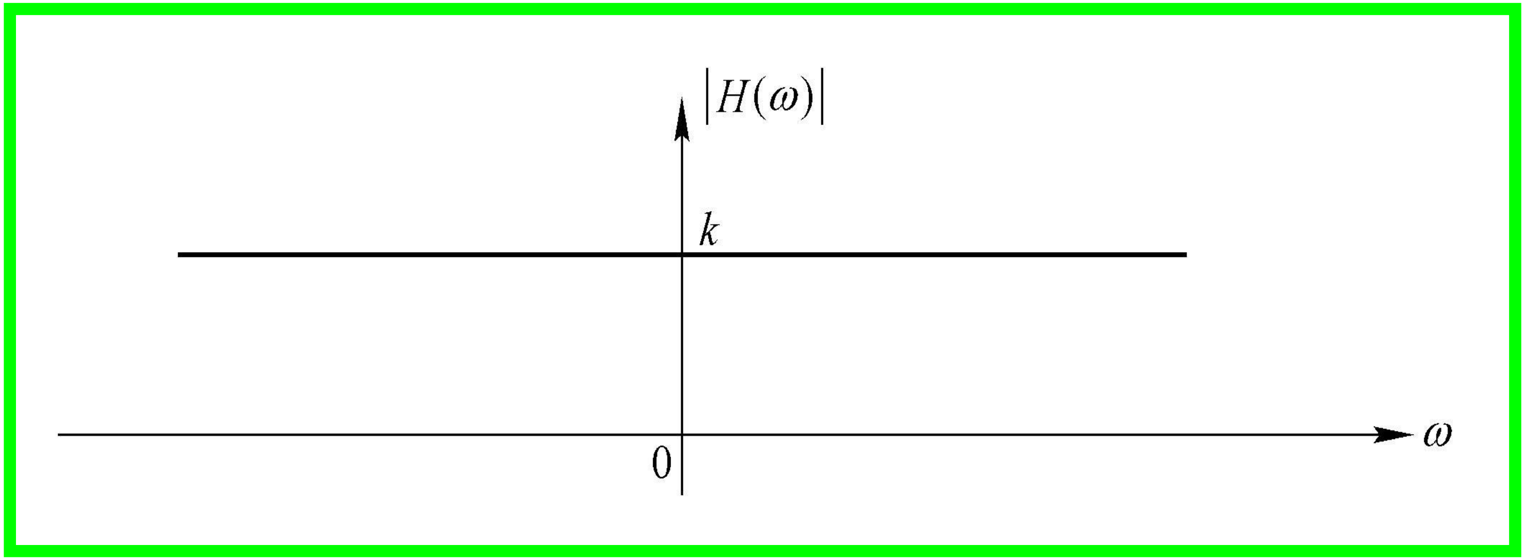


图2.11.1 理想系统的幅-频特性

相-频特性：$\varphi(\omega)=-\omega\tau\ (-\infty<\omega<\infty)$

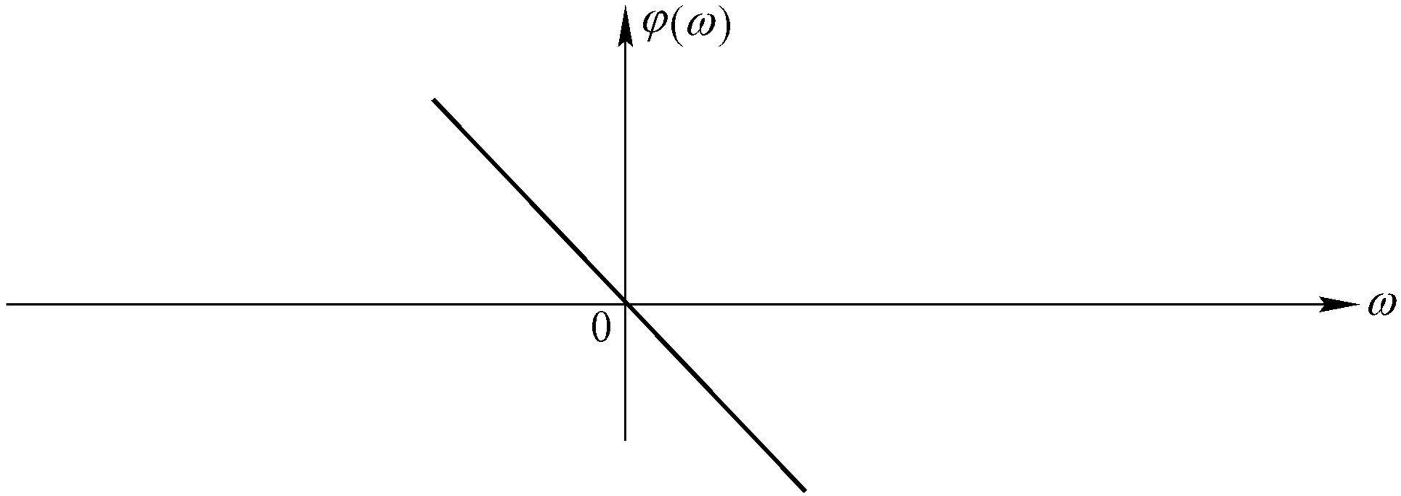


图2.11.2 理想系统的相-频特性

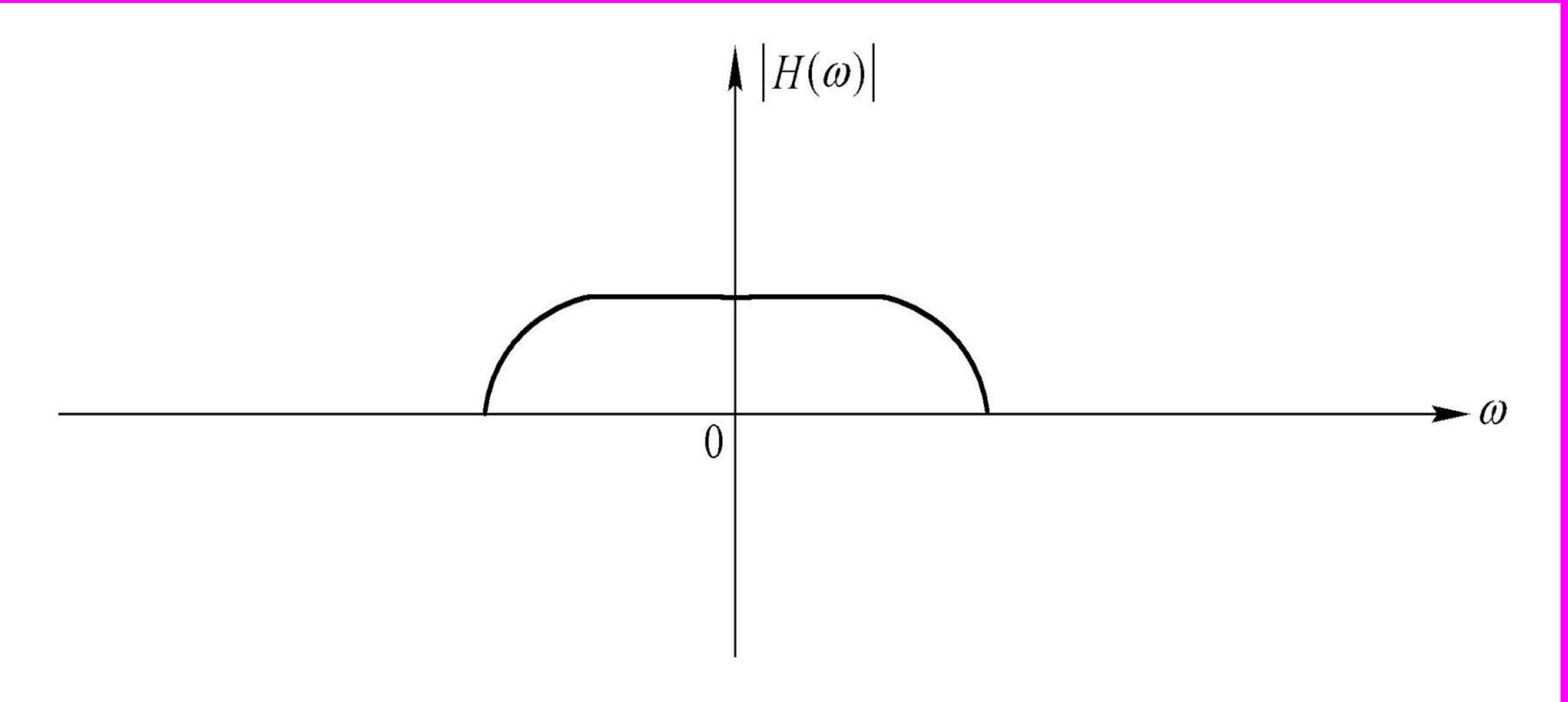


图2.11.3 实际系统的幅-频特性

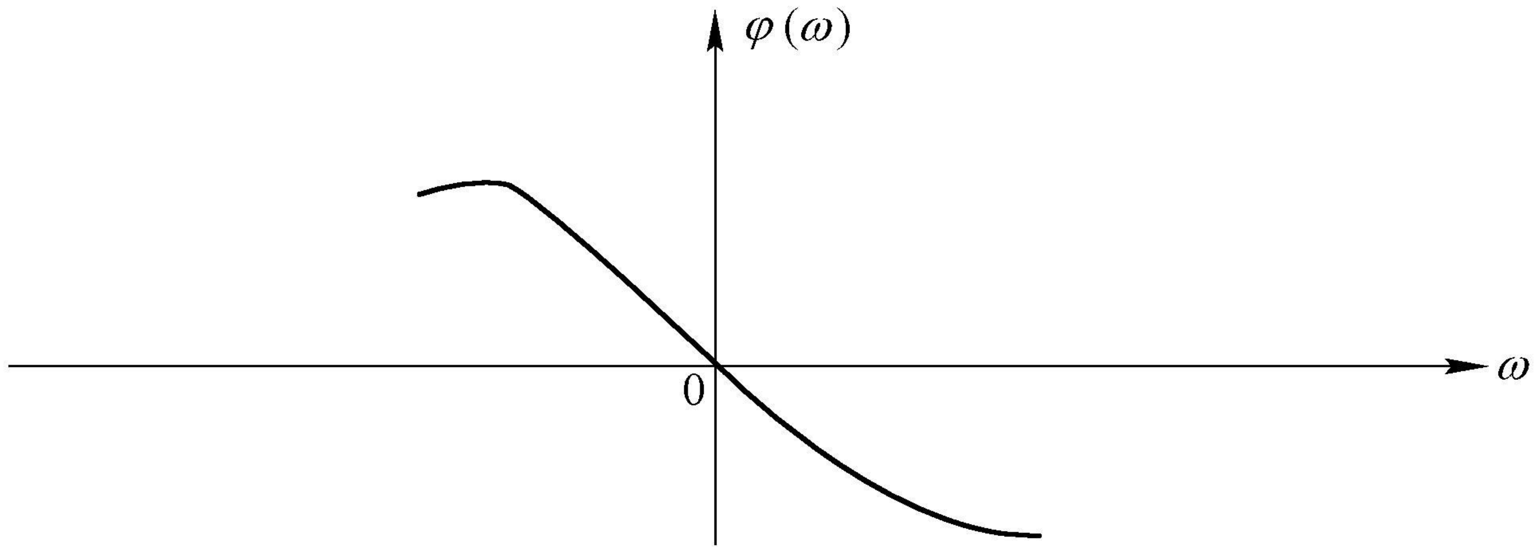


图2.11.4 实际系统的相-频特性

$\varphi(\omega)=-\omega\tau$

"群时延"

$$\tau_G(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

如果τ是一常数，系统不失真；
但一般的，$\tau_G(\omega)$是ω的函数。

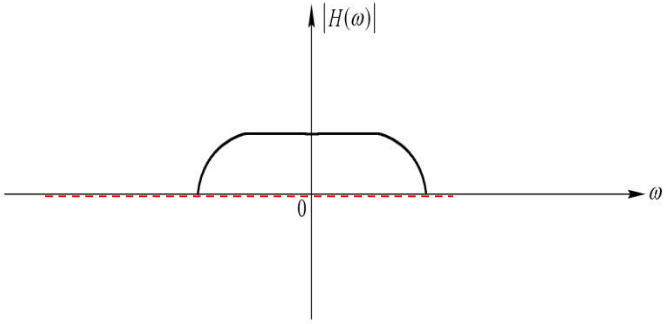
由于系统特性$H(\omega)$不理想引起的信号失真称为线性失真。线性失真包括幅度失真和相位失真。

由于系统的幅-频特性不理想引起的信号失真称为幅度失真。

由于系统的相-频特性不理想引起的信号失真称为相位失真。

3.系统的带宽

通常系统的带宽定义为系统的幅-频特$|H(\omega)|$保持在其频带中心处取值的$1/\sqrt{2}$倍以内(即3dB内或半功率点内)的频率区间，常称为3dB带宽。



4.低通滤波器和带通滤波器

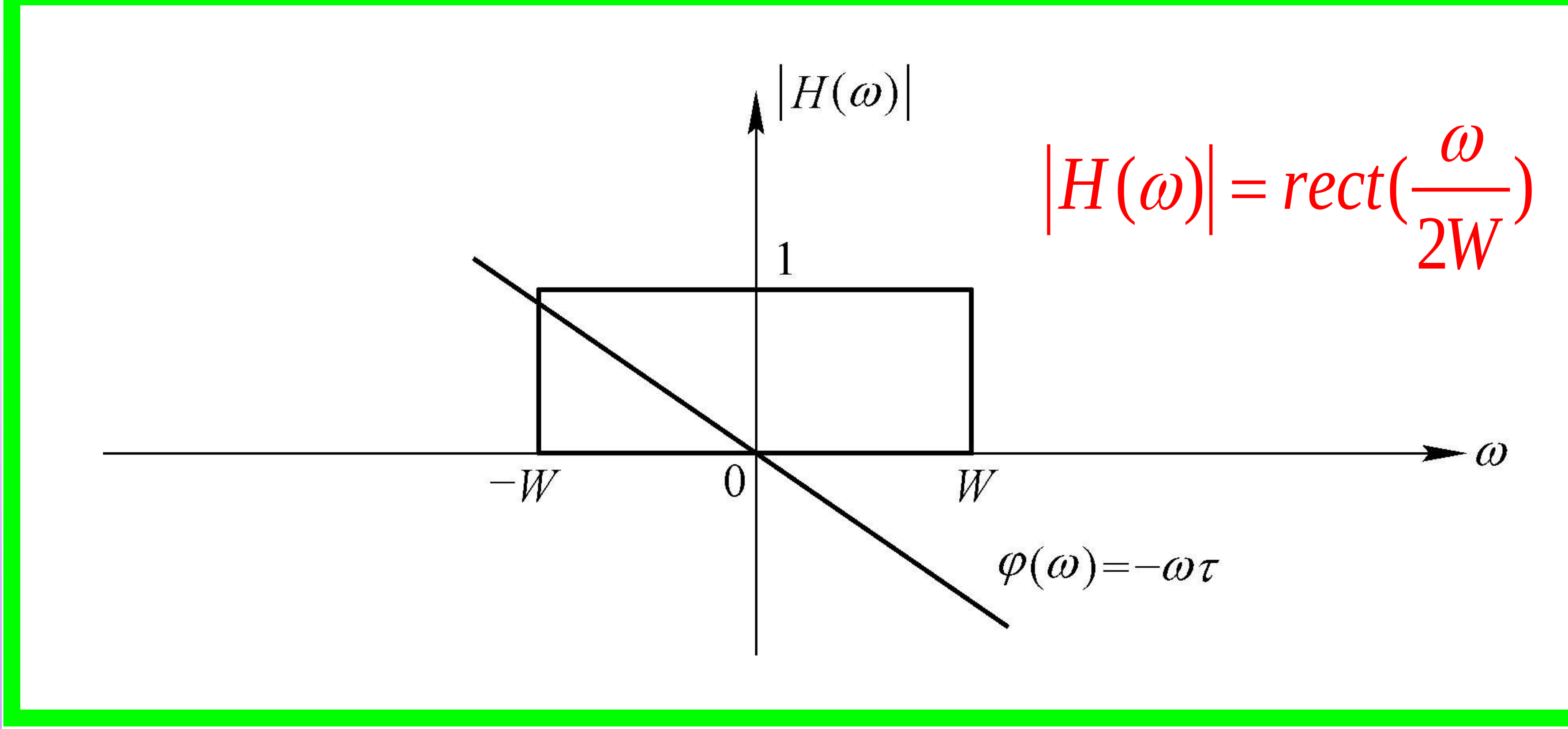


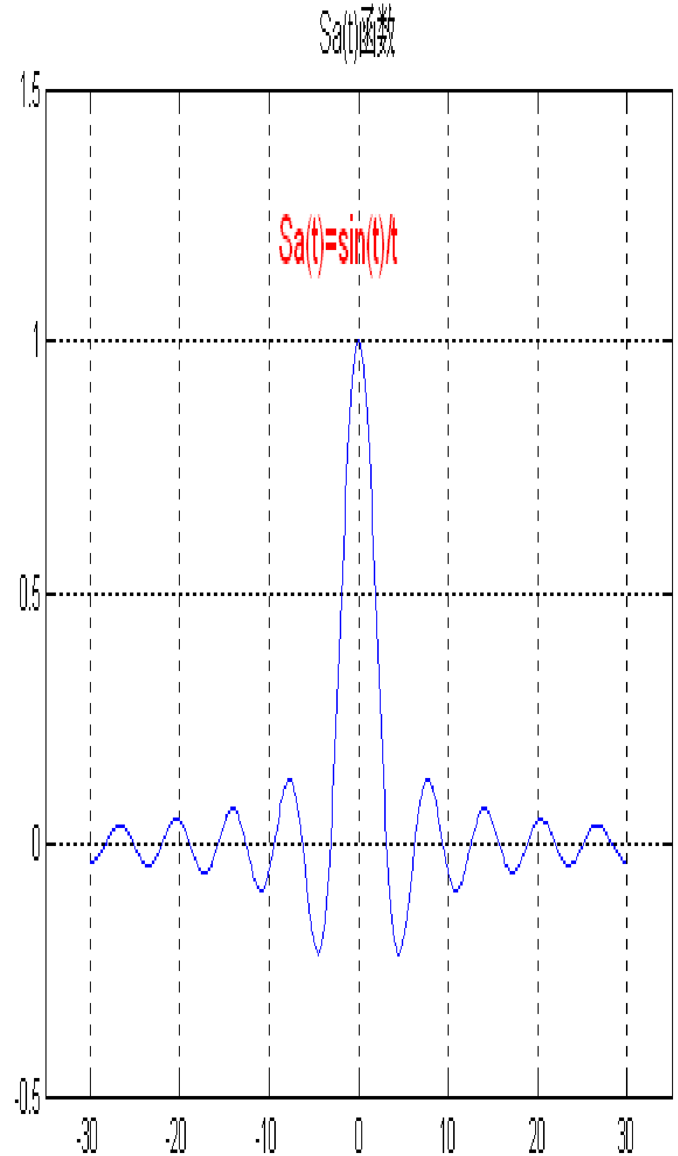
图2.11.5 理想低通滤波器传递函数

理想低通滤波器的传递函数：

$$H(\omega)=rect(\frac{\omega}{2W})e^{-j\omega\tau}$$

理想低通滤波器的冲激响应：

$$h(t)=\frac{W}{\pi}Sa[W(t-\tau)]$$



中大光信息

采样函数*Sa*(*t*)的特性

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t}$$

(1) *Sa*(*t*)是偶函数，$\mathrm{Sa}(-t)=\mathrm{Sa}(t)$

(2) 在*t* 的正负两端衰减：$\lim\limits_{t\to\pm\infty}\mathrm{Sa}(t)=0$

(3) $\int_{-\infty}^{0} Sa(t)dt=\int_{0}^{\infty} Sa(t)dt=\dfrac{\pi}{2}$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty} Sa(t)dt=\pi$

(5) $t=0$,$\mathrm{Sa}(t)=1$，即$\lim\limits_{t\to 0}\mathrm{Sa}(t)=1$

(6) $Sa(t)=0$, $t=\pm\pi$,$\pm 2\pi,\cdots,\pm n\pi$

- 类似定义*Sc*(*t*)信号 $\sin c(t)=\dfrac{\sin \pi t}{\pi t}$

$$\left|H(\omega)\right| = rect\left(\frac{\omega}{2W}\right)$$

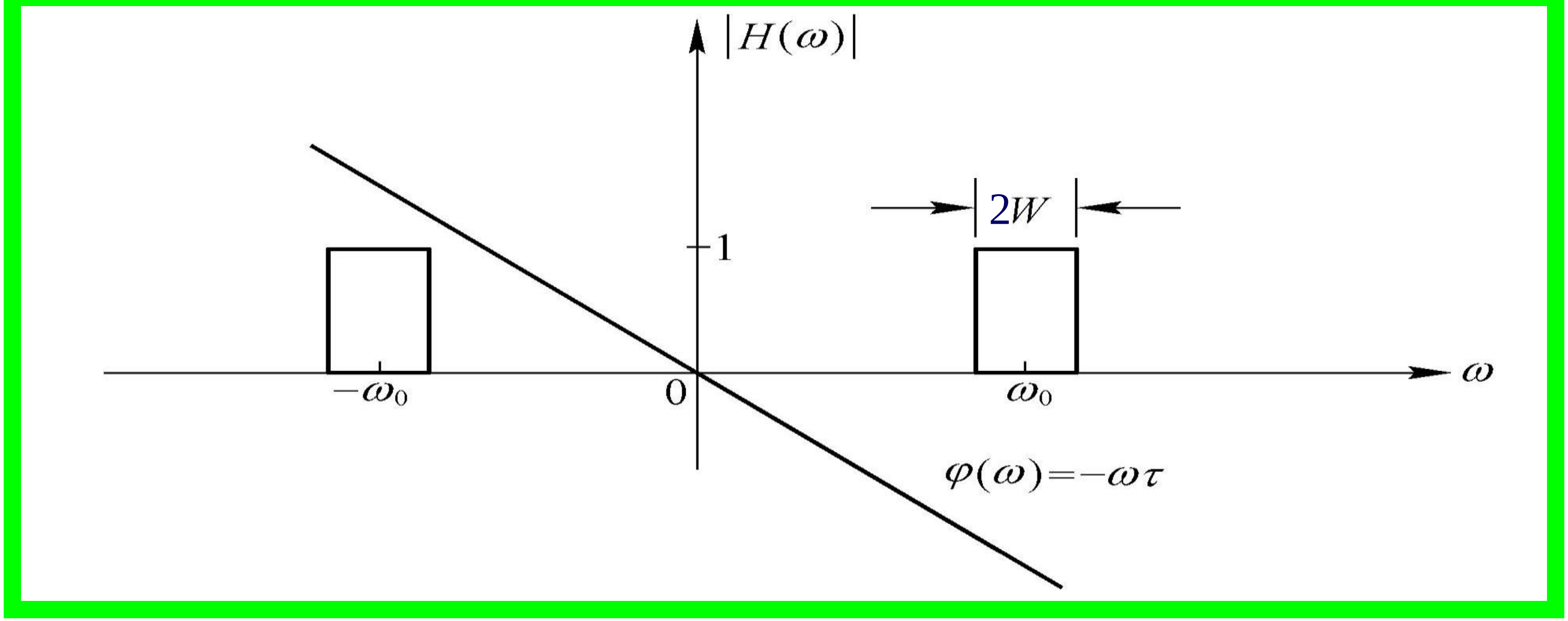


图2.11.6 理想带通滤波器传递函数

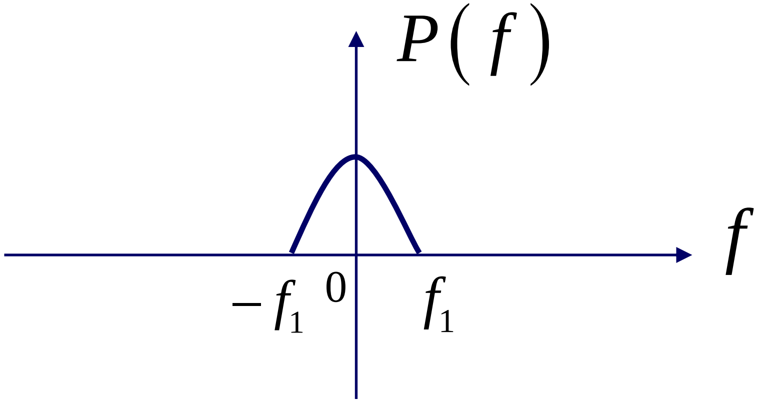
□ 信号的带宽：

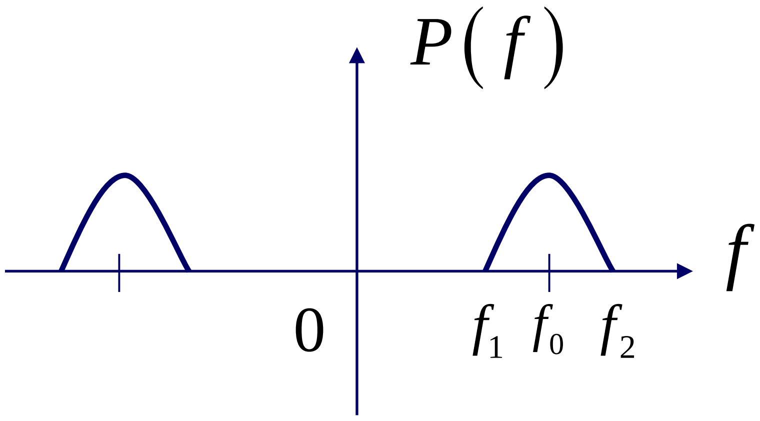
absolute bandwidth

(1) 绝对带宽（所有非零谱的分布范围）

$$B = f_1$$

$$B = f_2 - f_1$$

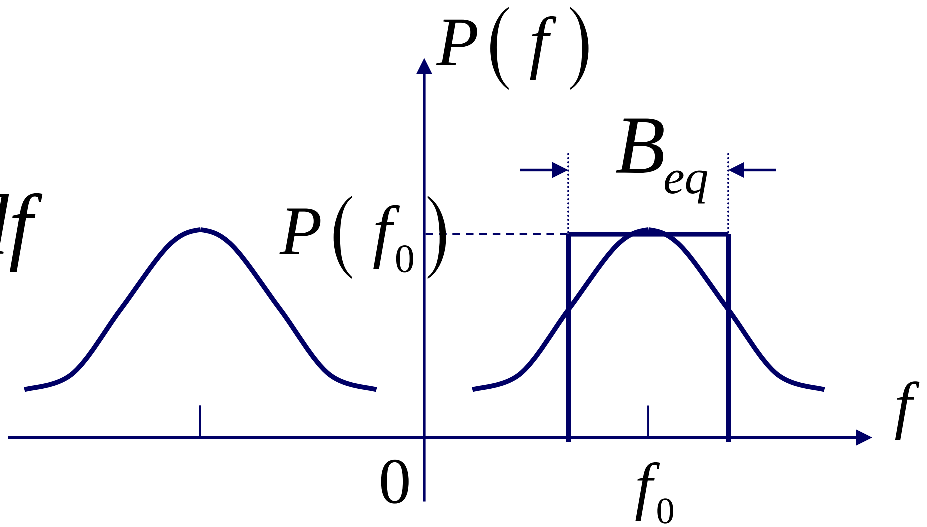




(2) 等效矩形带宽

equivalent rectangular bandwidth

$$B_{eq} = \frac{1}{P(f_0)} \int_0^{+\infty} P(f) df$$



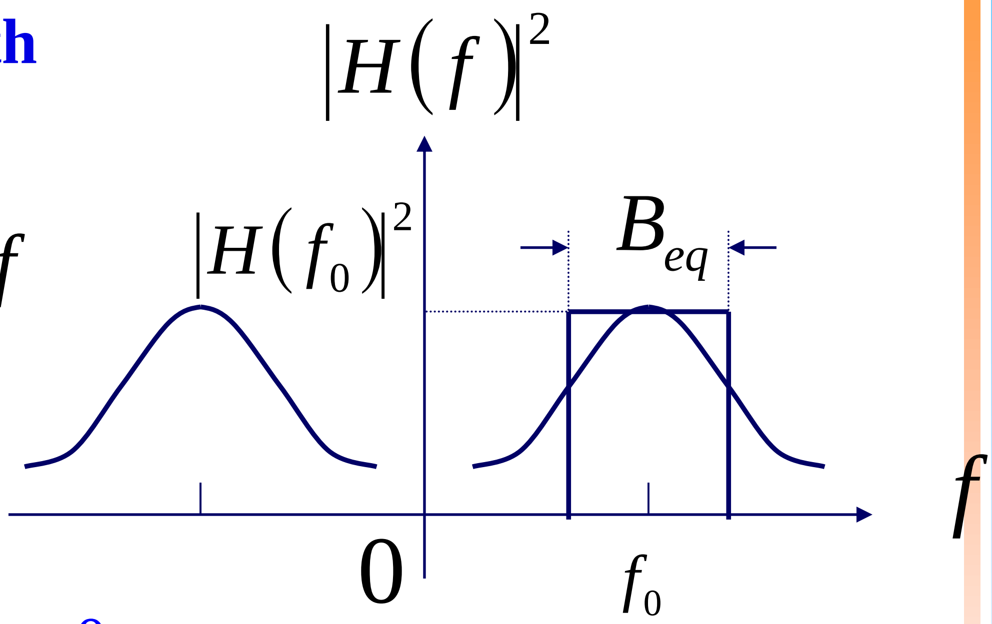
当 $P(f)$ 为低通信号时，$f_0 = 0$

便于计算信号功率， $P = 2B_{eq}P(f_0)$

等效噪声带宽（相对于系统）

equivalent noise bandwidth

$$B_{eq} = \frac{1}{\left|H(f_0)\right|^2}\int_0^{+\infty}\left|H(f)\right|^2 df$$

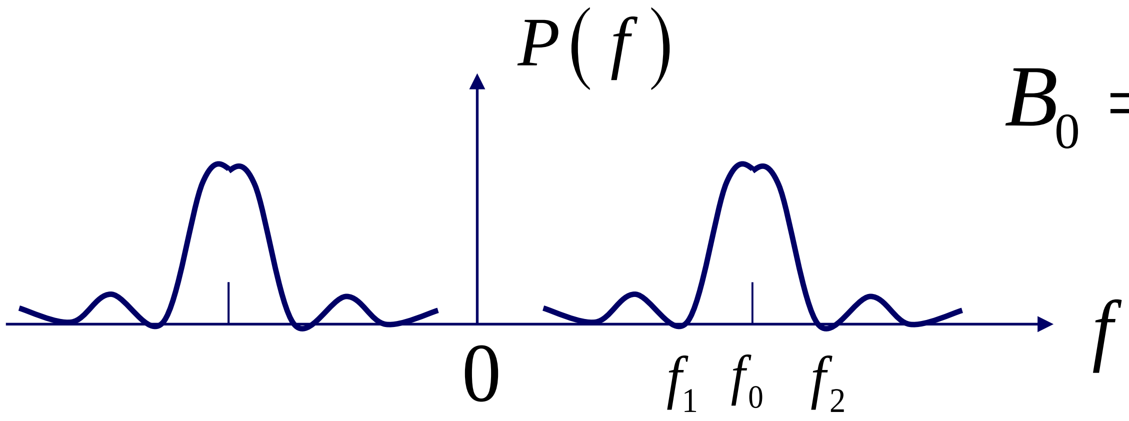


当 $H(f)$ 为低通系统时，$f_0 = 0$

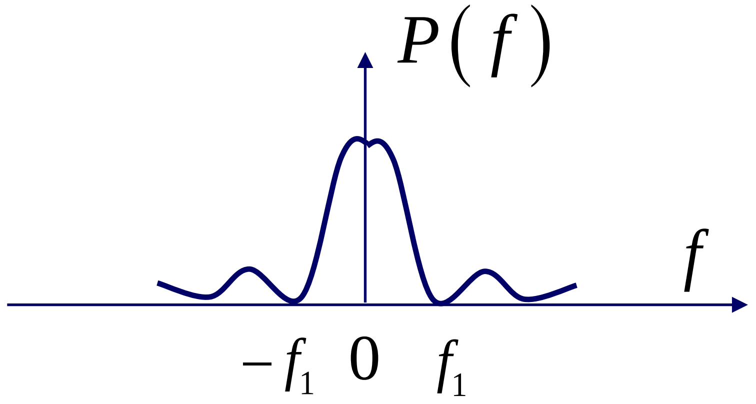
便于计算白噪声通过系统后的噪声功率，

$$P = B_{eq}\cdot\left|H(f_0)\right|^2 N_0$$

(3) 谱零点带宽 **null-to-null bandwidth**



$$B_0 = f_2 - f_1$$

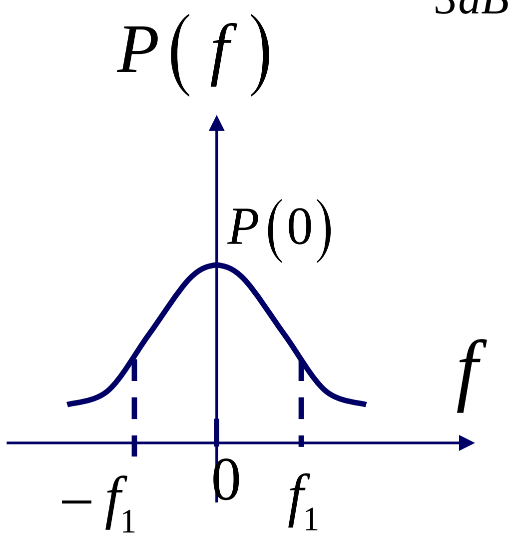


$$B_0 = f_1$$

3dB bandwidth

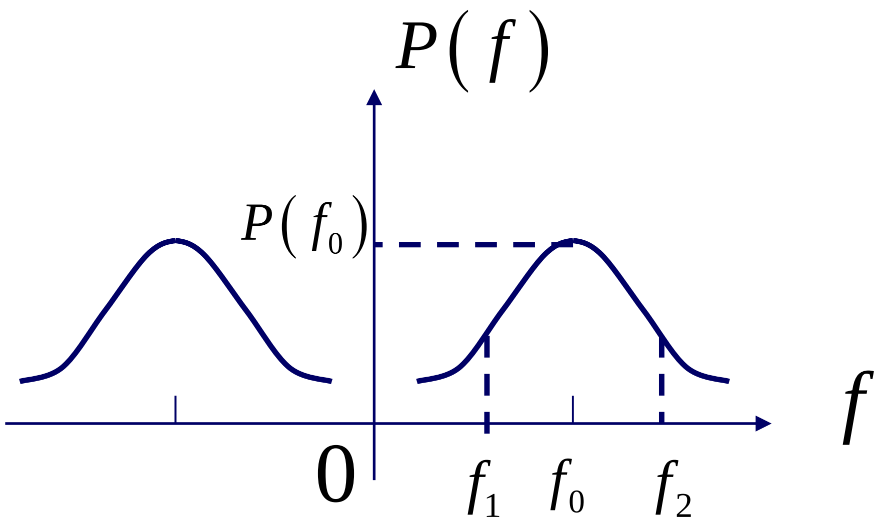
(4）3-dB 带宽 (半功率带宽)

$$B_{3dB} = f_1$$



$$P(f_1) = \frac{1}{2} P(0)$$

$$B_{3dB} = f_2 - f_1$$



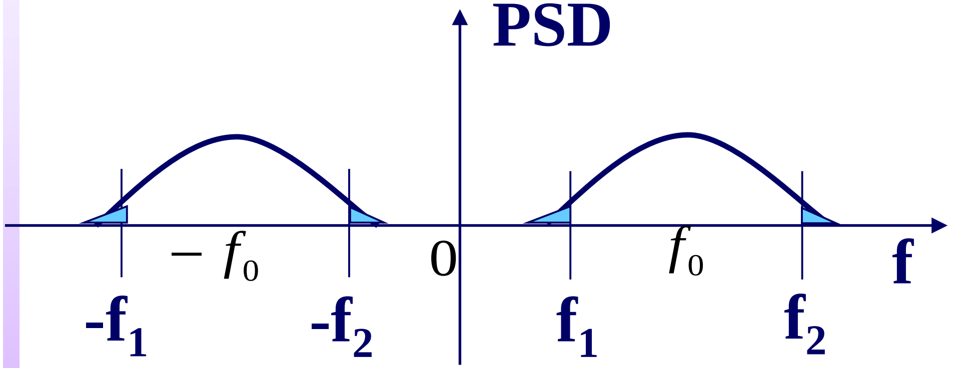
$$P(f_2) = P(f_1) = \frac{1}{2} P(f_0)$$

(5) 99%功率（能量）带宽 **energy or power bandwidth**

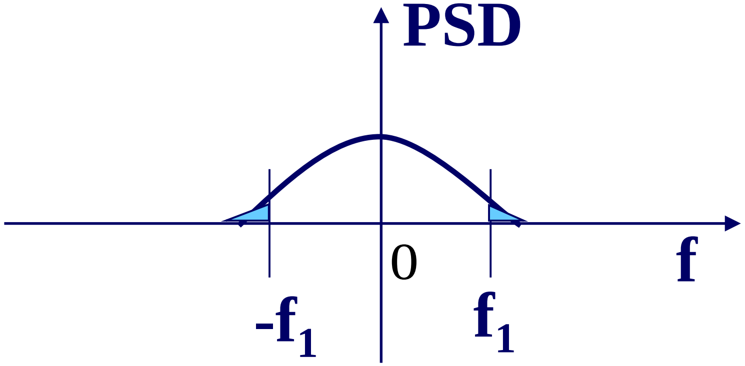
带宽内的功率占总功率的 99% .

$$B_{99} = f_2 - f_1$$

$$B_{99} = f_1$$



带通信号



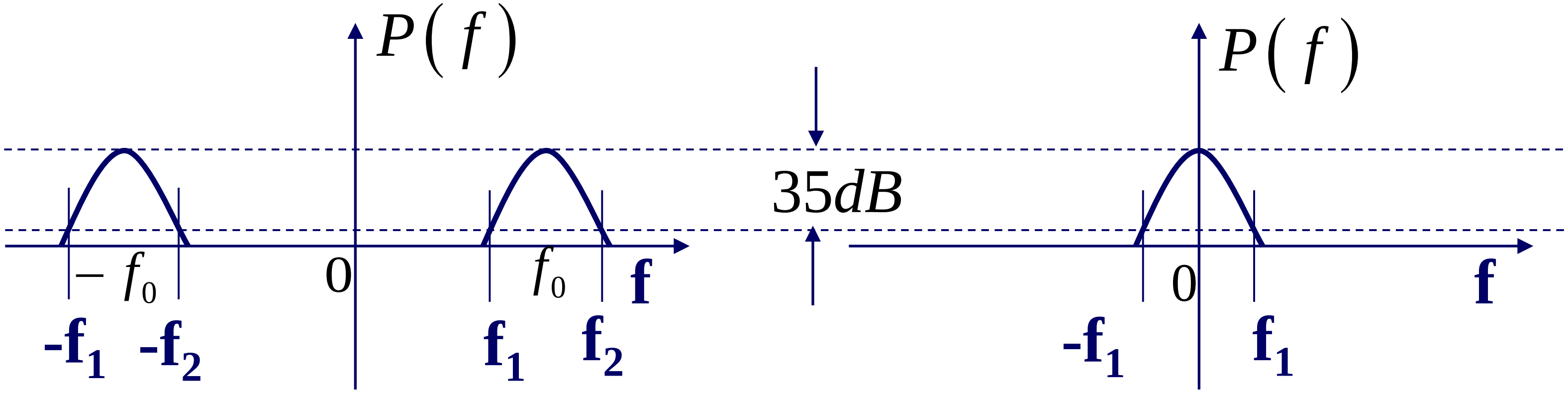
基带信号

PSD: **P**ower **s**pectral **d**ensity

(6) 限定功率谱带宽 bounded power spectral bandwidth

$$B_{35dB} = f_2 - f_1$$

$$B_{35dB} = f_1$$



带通信号

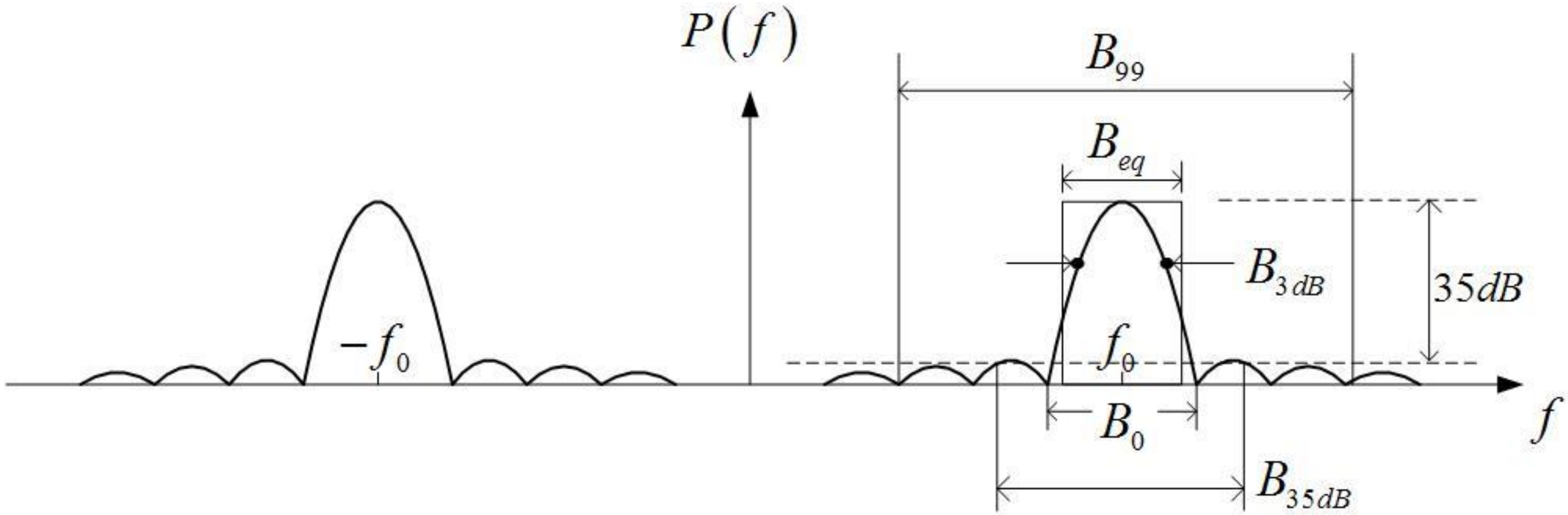
基带信号

条件:

$$P(f_0) - P(f_1) = 35(dB)$$

$$P(f_0) - P(f_2) = 35(dB)$$

$$P(0) - P(f_1) = 35(dB)$$



P(f)
B99
Beq
B3dB
35dB
−f0
f0
B0
B35dB
f

小复习

理想系统

恒参(时不变)系统

不失真条件

带宽

问题？