

1. 斯特藩——玻耳兹曼定律

$$M_B(T) = \int_0^{\infty} M_{B\lambda}(T) d\lambda = \sigma T^4$$

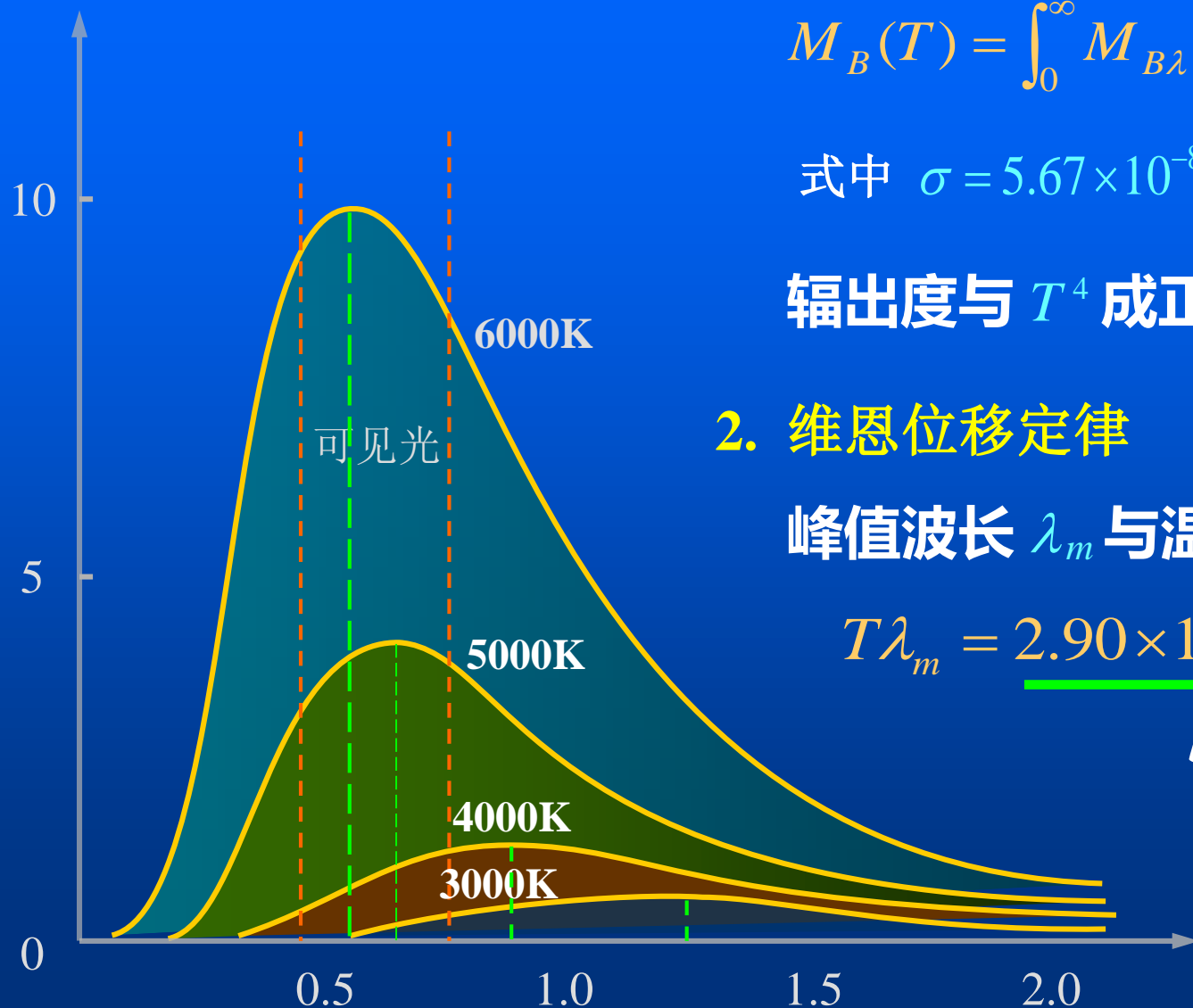
式中 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

辐出度与 T^4 成正比.

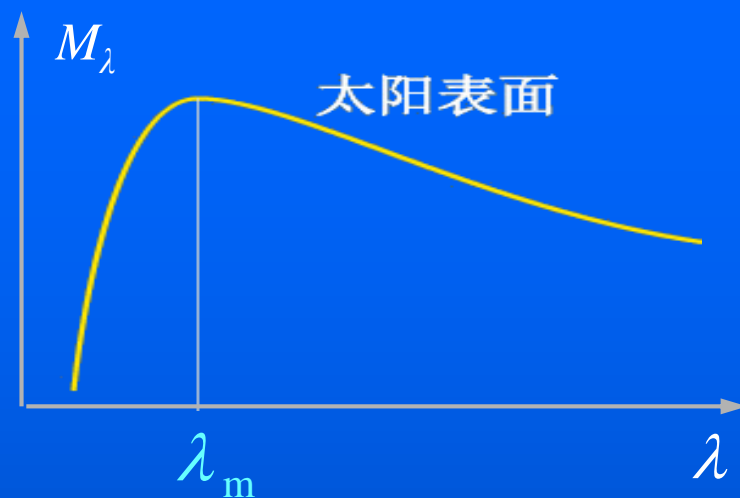
2. 维恩位移定律

峰值波长 λ_m 与温度 T 成反比

$$T\lambda_m = \underbrace{2.90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}_b$$



例 测得太阳光谱的峰值波长在绿光区域, 为 $\lambda_m = 0.47 \mu\text{m}$. 试估算太阳的表面温度和辐出度。



解 太阳表面温度

$$T_s = \frac{2.9 \times 10^{-3}}{\lambda_m} = \frac{2.9 \times 10^{-3}}{0.47 \times 10^{-6}} = 6166 \text{ K}$$

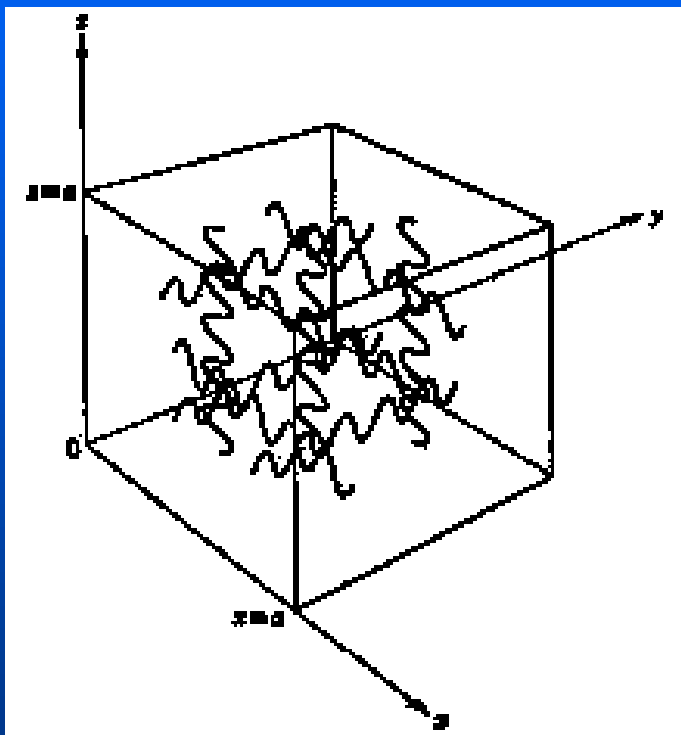
辐出度

$$M_B(T) = \sigma T_s^4 = 8.20 \times 10^7 \text{ W/m}^2$$

★ **说明**

太阳不是黑体, 所以按黑体计算出的 T_s 低于太阳的实际温度;
 $M_B(T)$ 高于实际辐出度。

三. 经典物理学所遇到的困难 —— 如何解释黑体辐射实验曲线？



黑体内的驻波

空腔壁产生的热辐射，想象成空腔壁内有许多以壁为节点的电磁驻波。

但是，

由经典理论导出的 $M_\nu(T) \sim \nu$
公式都与实验结果不符合！

其中最典型的是维恩公式
和瑞利—金斯公式

(1) 维恩公式（非前面的维恩位移公式）

假定驻波能量按频率的分布类似于经典的）麦克斯韦速度分布率。得

$$M_\nu(T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu / T}$$

高频段与实验曲线符合得很好，但在低频段明显偏离实验曲线。

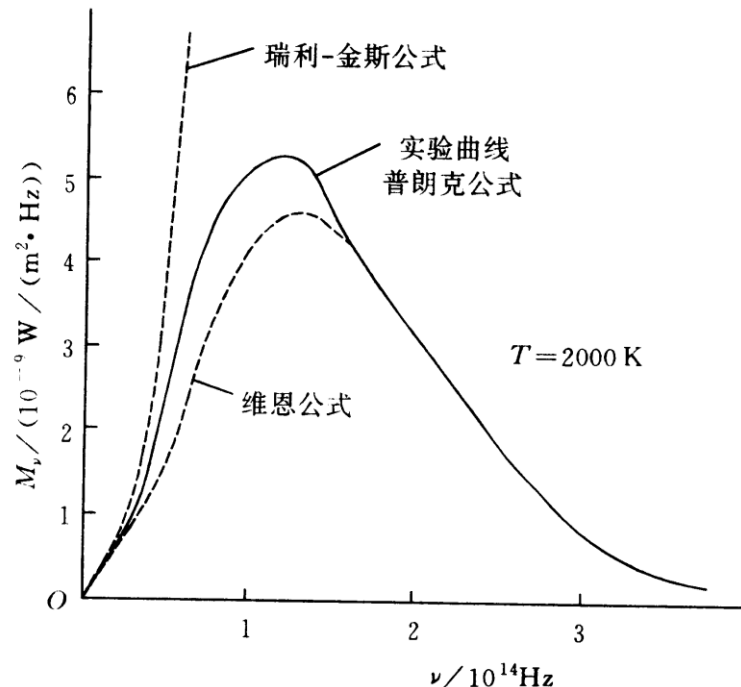


图 1.3 黑体辐射的理论和实验结果的比较



因热辐射定律的发现获**1911**年诺贝尔物理学奖

- 德国人
- **Wilhelm Wien**
- **1864-1928**

(2) 瑞利—金斯公式

假定驻波的平均能量为 kT
(经典的能量均分定理)，得

$$M_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^3}{C^2} kT$$

在高频段（紫外区）与实验明显不符，短波极限为无限大

——“紫外灾难”！

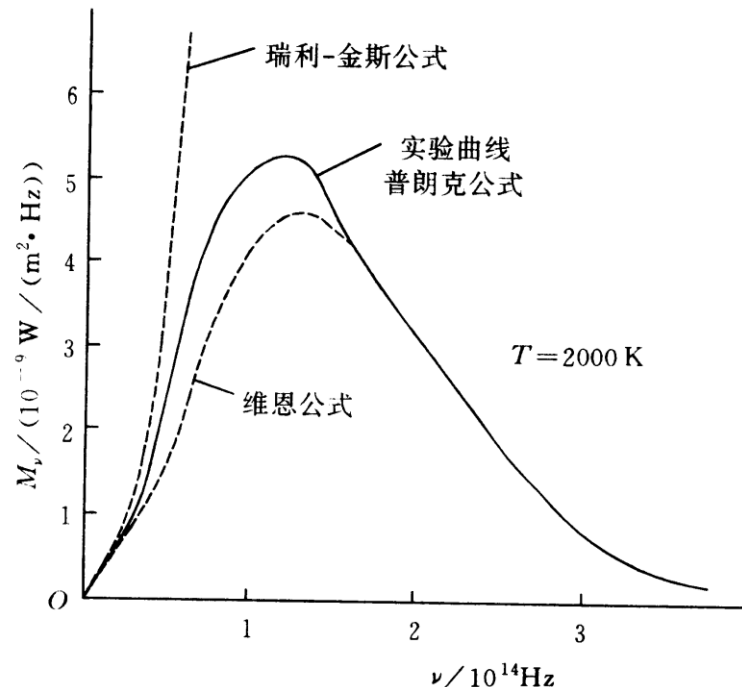


图 1.3 黑体辐射的理论和实验结果的比较

1904年诺贝尔物理学奖获得者——瑞利

- 英国人
- Lord Rayleigh
- 1842-1919
- 氦的发现



四. 普朗克的能量量子假说和黑体热辐射公式

1900.10.7实验物理学家鲁本斯（Rubens）给普朗克带来了热辐射理论与实验比较的信息。当晚普朗克就用内差法搞出了一个公式：

$$\underbrace{M_\nu(T) = \frac{\alpha \nu^3}{e^{\beta \nu/T}}}_{\text{维恩公式}} \xrightarrow[\text{可改写成}]{\nu \text{很大时}} \boxed{M_\nu(T) = \frac{\alpha \nu^3}{e^{\beta \nu/T} - 1}} \quad (*)$$

$$\xrightarrow[\text{分母展开}]{\nu \text{很小时}} M_\nu(T) = \frac{\alpha \nu^3}{1 + \frac{\beta \nu}{T} - 1} = \frac{\alpha T \nu^2}{\beta} \stackrel{\text{令}}{=} \underbrace{\frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT}_{\text{瑞利—金斯公式}}$$

$$\rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2\pi k}{c^2} \rightarrow \text{可引入另一个常量代替 } \alpha \text{ 和 } \beta$$

普朗克引入了常量 h ，作：

$$\alpha = \frac{2\pi}{c^2} k\beta = \frac{2\pi}{c^2} h$$

$$M_{\nu}(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

——普朗克公式
(Planck formula)

普朗克常量 $h = 6.55 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ (1900)

鲁本斯把这“幸运地猜出来的内插公式”同最新的实验结果比较，发现：该公式在全波段与实验结果惊人地符合！

1900.10.19 普朗克在德国物理学会会议上发表了上述黑体辐射公式。

普朗克不满足内差公式的成功，他在给伍德的信中写到：
“这属于物理方面的基本问题……一定要不惜任何代价，
找到一个理论根据”。

1900.12.14普朗克在德国物理学会上报告了论文“**关于正常谱中能量分布的理论**”，从理论上推出了普朗克公式

推导的基本物理思想：

- i ° 空腔黑体的热平衡状态，是组成腔壁的带电谐振子和腔内的电磁辐射交换能量而达到平衡的结果。
- ii ° 谐振子的能量只能是 $E = nh\nu$ $n = 1, 2, \dots$
即物体发射或吸收电磁辐射只能以“量子”方式进行，
每个能量子的能量为 $\varepsilon = h\nu$

普朗克假说不仅圆满地解释了绝对黑体的辐射问题，还解释了固体的比热问题等等。它成为现代理论的重要组成部分。



M. Planck.



1918年诺贝尔物理学奖获得者——
普朗克 (Max Karl Ernst Ludwig Planck)
德国人 1858 — 1947 发现能量子

- 普朗克假设的意义

- ◆ 当时 **Plank** 提出的能量子的假设并没有很深刻的道理，仅仅是为了从理论上推导出一个和实验相符的公式。
- ◆ 这件事本身对物理学的意义是极其深远的。能量子假设是对经典物理的巨大突破，它直接导致了量子力学的诞生。
- ◆ 能量子概念在提出5年后没入理会，首先是**Einstein**认识到，并成功地解释了“固体比热”和“光电效应”。
- ◆ **Plank**本人一开始也没能认识到这一点。13年后才接收了他自己提出的这个概念。

- 玻尔对普朗克量子论的评价：

“在科学史上很难找到其它发现能象普朗克的基本作用量子一样在仅仅一代人的短时间里产生如此非凡的结果…

这个发现将人类的观念——不仅是有关经典科学的观念，而且是有关通常思维方式的观念——的基础砸得粉碎，上一代人能取得有关自然知识的如此的神奇进展，应归功于人们从传统的思想束缚下获得的这一解放。”

- 爱因斯坦在普朗克六十岁生日庆祝会上的一段讲话：

“在科学的殿堂里有各种各样的人：有人爱科学是为了满足智力上的快感；有的人是为了纯粹功利的目的。而普朗克热爱科学是为了得到现象世界那些普遍的基本规律……

他成了一个以伟大的创造性观念造福于世界的人。”

例：设想一质量为 $m=1\text{g}$ 的小珠子悬挂在一个小轻弹簧下面作振幅 $A=1\text{mm}$ 的谐振动。弹簧的劲度系数 $k=0.1\text{N/m}$ 。按量子理论计算，此弹簧振子的能级间隔多大？减少一个能量子时，振动能量的相对变化是多少？

解：弹簧振子的频率 $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{6.28} \sqrt{\frac{0.1}{10^{-3}}} = 1.59 \text{ s}^{-1}$

能级间隔 $\Delta E = h\nu = 6.65 \times 10^{-34} \times 1.59 = 1.05 \times 10^{-33} \text{ J}$

振子现有能量 $E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-8} \text{ J}$

相对能量变化 $\frac{\Delta E}{E} = \frac{1.05 \times 10^{-33}}{5 \times 10^{-8}} \cong 2 \times 10^{-26}$

这样小的相对能量变化在现在的技术条件下还不可能测量出来。现在能达到的最高的能量分辨率约为 10^{-16} ，所以宏观的能量变化看起来都是连续的。