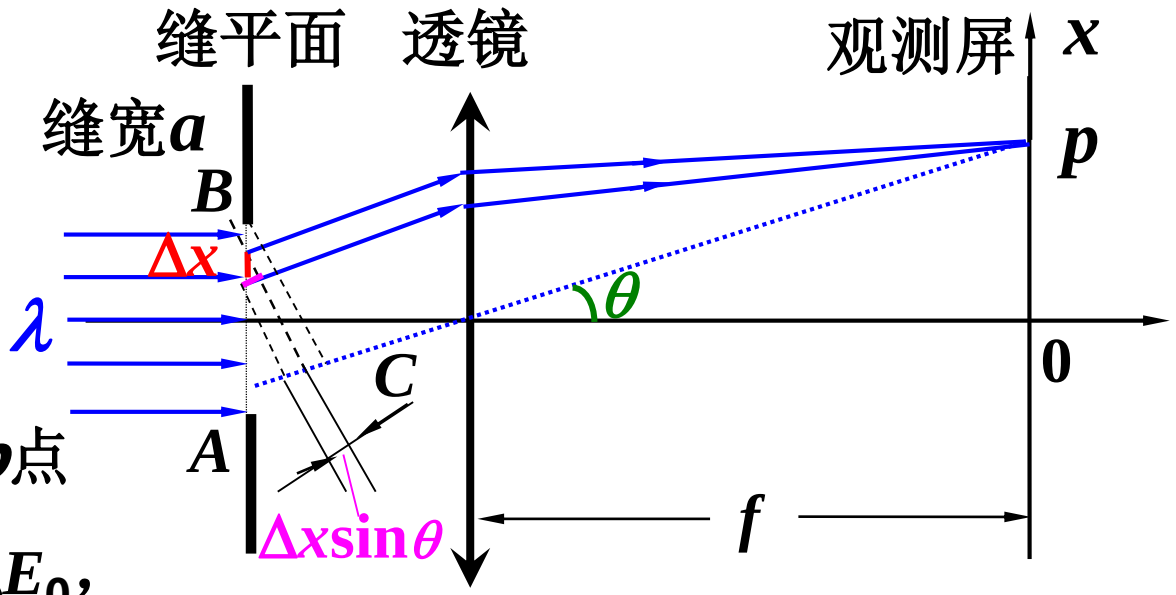
- ii° 矢量图法

将缝等分成 N个窄带，每个窄带宽为：

$$\Delta x = \frac{a}{N}$$



各窄带发的子波在 p点振幅近似相等,设为ΔE_0，

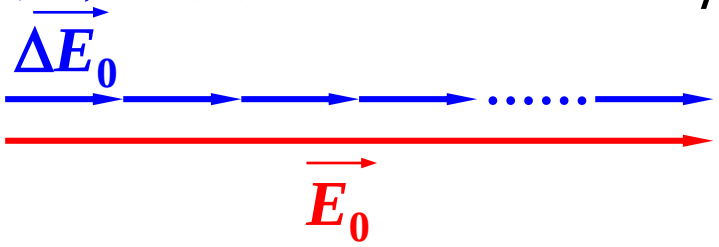
相邻窄带发的子波到 p点的相位差为：

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x \sin\theta}{\lambda}\cdot 2\pi = \frac{a\cdot\sin\theta}{N}\cdot\frac{2\pi}{\lambda} \quad (N\text{很大})$$

p点的合振幅E_p就是各子波的振幅矢量和的模。

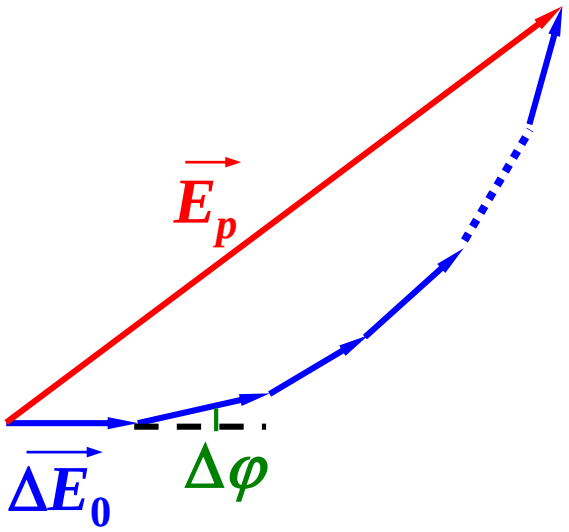
p点处是多个同方向、同频率、同振幅、初相依次差一个恒量$\Delta\varphi$的简谐振动的合成，合成的结果仍为简谐振动。

对于中心点：$\theta = 0$，$\Delta\varphi = 0$，$E_0 = N\Delta E_0$。



对于其他点 p：$\Delta\varphi \neq 0$，$E_p < E_0$。

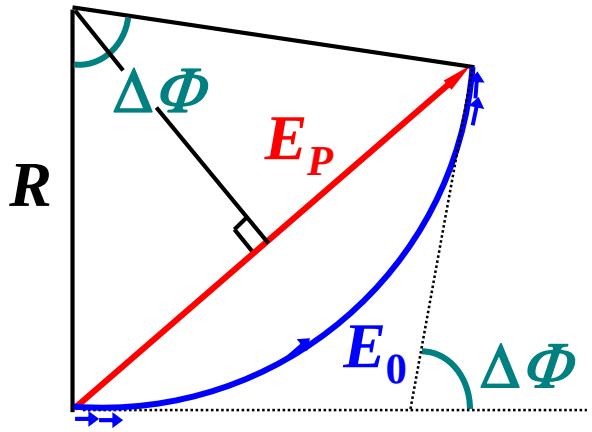
当$N \to \infty$时，N个相接的折线将变为一个圆弧。



$$\Delta\Phi = N\Delta\varphi = \frac{a\sin\theta}{\lambda}2\pi$$

$$E_p = 2R\sin\frac{\Delta\Phi}{2}, \quad E_0 = R\Delta\Phi$$

$$E_p = 2\frac{E_0}{\Delta\Phi}\sin\frac{\Delta\Phi}{2} = \frac{E_0}{\Delta\Phi/2}\sin\frac{\Delta\Phi}{2}$$



令 $\alpha = \dfrac{\Delta\Phi}{2} = \dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$, 有 $E_p = E_0\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}$,

又 $I \propto E_p^2$, $I_0 \propto E_0^2$,

∴ p点的光强 $I = I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$

- iii° 积分法

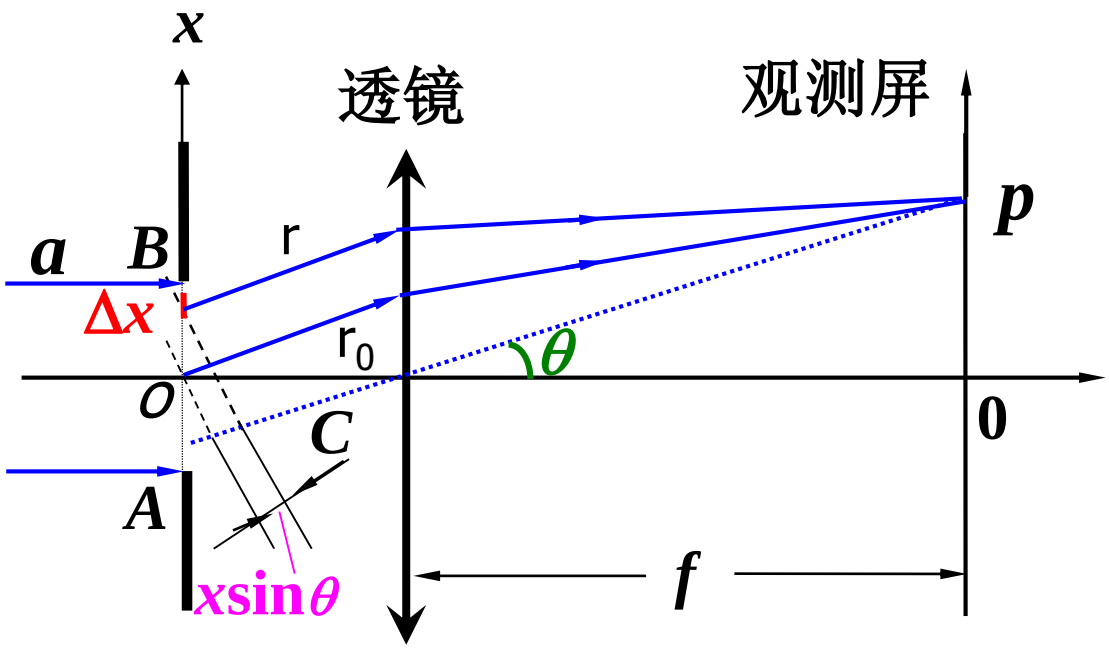
考虑距离O点为x，宽dx的窄条

$ds = l dx$

x点与O点的光程差

$r = r_0 + \Delta r$

$\Delta r = x\sin\theta$



$$E(p) = \iint_{\Sigma} C \cdot F(\theta) E(Q) \frac{e^{ikr}}{r} dS$$

- 考虑近似
  - 对于平行光垂直入射，倾斜因子F(θ) ≈ 1
  - 狭缝a很小，E(Q)处处相等，为常数
  - $r = r_0 + \Delta r \approx r_0$
  - $e^{ikr} = e^{ikr_0} e^{ik\Delta r}$ 其中的 e^{ikr_0} 为常数

$$E(p) = C' \cdot \int_{-a/2}^{a/2} e^{ik\Delta r} dx = C' \cdot \int_{-a/2}^{a/2} e^{ik\sin\theta \cdot x} dx = C \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

$$I = E^*(p) \cdot E(p) = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2$$

与矢量图法结果一致。