

《通信原理》

(17 数字频带传输 二进制)

蔡志岗

光学与光学工程系

中山大学理工学院

lasers@netease.com

13316105077

光信息实验室：84110909

中大光信息

第六章 数字信号的载波传输

6.1 引言

6.2 二进制数字调制原理

6.3 二进制数字调制系统的抗噪声性能

6.4 多进制数字调制系统

第六章 数字信号的载波传输

6.1 引言

6.2 二进制数字调制原理

6.3 二进制数字调制系统的抗噪声性能

6.4 多进制数字调制系统

6.1 引言

实际传输系统大多数都采用**载波传输**。主要原因是：一方面，我们知道，为了使数字基带信号能够在信道中传输，要求信道具有低通形式的传输特性。然而，实际通信中大多数**信道都具有带通传输特性**，不能直接传送基带信号，必须借助载波调制进行**频率搬移**，将数字基带信号变成适于信道传输的数字频带信号；

另一方面，由于通信系统可传输的信息容量与载波工作频率范围相关，因此，提高载波频率在理论上就可以增加传输带宽，通常也就可以提供大的信息传输容量。因此，数字通信系统总是倾向于采用高频载波传输。

一般地，受调制载波的波形（信号表示式）可以是任意的，只要已调信号适合于信道传输就可以了。

但是实际上，在大多数数字通信系统中，都选择**正弦信号**作为载波。这主要是因为正弦信号形式简单，便于产生及接收。

数字信号的载波传输从原理上讲，与模拟调制几乎没有区别。但是

模拟调制是对载波信号的参量进行连续调制，在接收端对载波信号的调制参量连续地进行估值；

而数字信号的载波传输是用载波信号的某些离散状态来表征所传送的信息，在接收端也只是对载波信号的离散调制参量进行检测。数字信号的载波传输信号也称为**键控信号**。

根据已调信号参数改变类型的不同，数字调制可以分为**幅移键控（ASK）**、**频移键控（FSK）**和**相移键控（PSK）**。其中幅移键控属于线性调制，而频移键控属于非线性调制。

本章重点讨论二进制数字调制系统的原理及其抗噪声性能。另外，我们也将简单介绍多进制数字调制系统基本原理及相关知识。

6. 2二进制数字调制原理

调制信号为二进制数字信号时的调制方式统称为二进制数字调制。在这类调制中，载波的某个参数（例如**幅度**、**频率**或**相位**）只有两种变化状态。

$$C(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi)$$

二进制调制常分为幅移键控（**2ASK**）、频移键控（**2FSK**）和相移键控（**2PSK**和**2DPSK**）三种。

6.2.1 二进制幅移键控 (2ASK)

1、2ASK信号的时域表达

二进制幅移键控 (2ASK) 是指高频载波的幅度受调制信号的控制，而频率和相位保持不变。也就是说，用二进制数字信号的“1”和“0”控制载波的通和断，所以又称**通—断键控 OOK** (On—Off Keying)。

假定载波信号 $C(t) = \cos \omega_c t$ ，设发送的二进制符号序列由0、1序列组成，发送0符号的概率为P，发送1符号的概率为1-P，且相互独立。该二进制**基带**符号序列：

$$s(t) = \sum_n a_n g(t - nT_s) \quad (6.1)$$

其中， T_s 是二进制基带信号序列（码元）的时间间隔， $g(t)$ 是调制信号的脉冲表达式，为方便讨论，这里设其是宽度 T_s 为的**单极性**脉冲波形且幅度为1. 即：

$$g(t)=\begin{cases} 1, & 0\leq t\leq Ts \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6.2)$$

a_n 是二进制数字信号，其取值服从下述关系：

$$a_n=\begin{cases} 1, & \text{概率为} p \\ 0, & \text{概率为} 1-p \end{cases} \quad (6.3)$$

由2ASK的定义可得其表达式为

$$S_{2ASK}(t) = s(t) \cos \omega_c t = \left[\sum_n a_n g(t - nT_s) \right] \cos \omega_c t \quad (6.4)$$

可见，2ASK信号可以表示为一个**单极性矩形脉冲序列**与一个**正弦型载波**相乘。一个典型的2ASK信号时间波形如图6-1所示（图中载波频率在数值上是码元速率的3倍）。

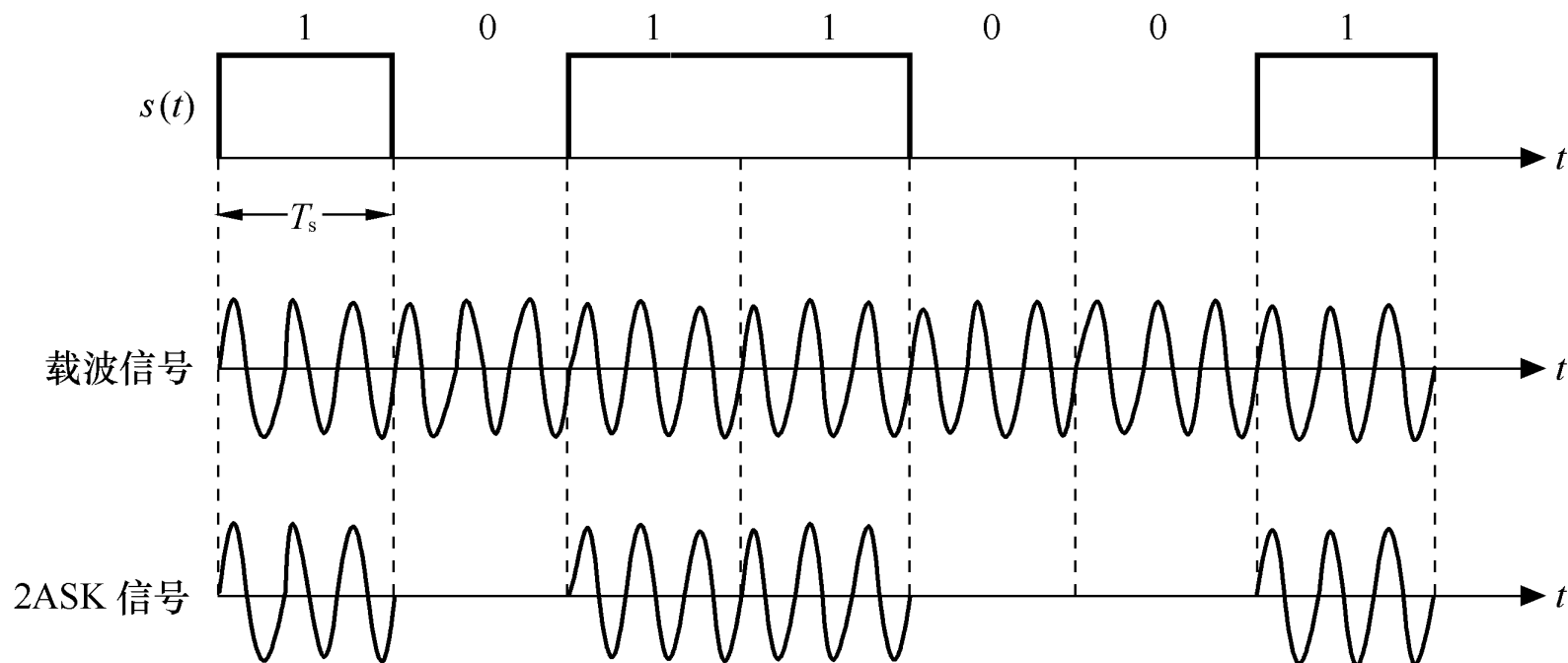


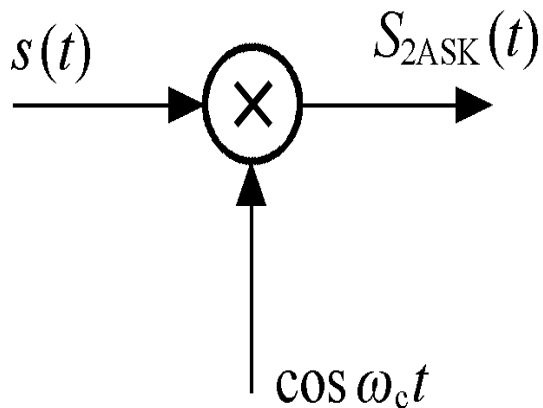
图6-1 2ASK信号时间波形

2、2ASK信号的产生

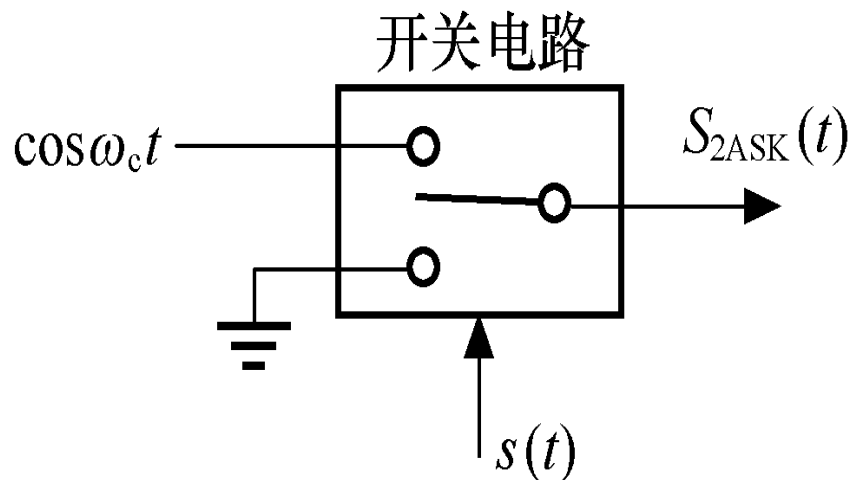
2ASK信号的产生方法有两种：

(a) 是通过二进制基带信号序列与载波**直接相乘**而产生2ASK信号的**模拟调制法**；

(b) 是一种**键控法**，这里的电子开关受调制信号的控制。



(a) 模拟调制法



(b) 键控法

(a) 模拟调制法

(b) 键控法

图6-2 2ASK信号的产生

3、2ASK信号的功率谱及带宽

下面我们来分析2ASK信号的频谱特性。为便于表示，假定调制信号 $s(t)$ 是一个平稳随机序列信号，由于一个平稳随机过程通过乘法器后，其输出过程的功率谱已经在2.7中给出，由式（2.129）可得2ASK信号的功率谱为：

$$P_{2ASK}(f) = \frac{P_s(f + f_c) + P_s(f - f_c)}{4} \quad (6.5)$$

（随机过程通过乘法器）

上式中 $P_s(f)$ 是调制信号 $S(t)$ 的功率谱。

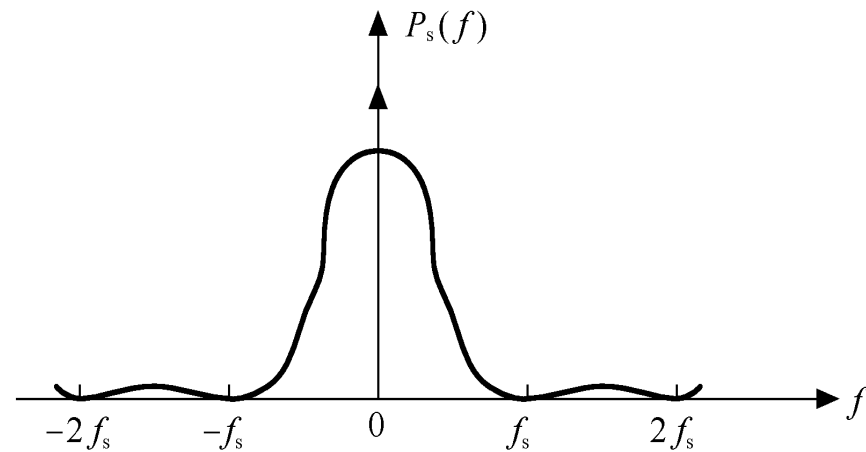
当 $S(t)$ 为0、1等概率出现的**单极性矩形**随机脉冲序列（码元间隔为 T_s ）时，由式（5.10）知其功率谱密度为：

$$\begin{aligned} P_s(f) &= \frac{1}{4} f_s T_s^2 \left[\frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right]^2 + \frac{1}{4} \delta(f) \\ &= \frac{1}{4} T_s S a^2 (\pi f T_s) + \frac{1}{4} \delta(f) \end{aligned} \quad (6.6)$$

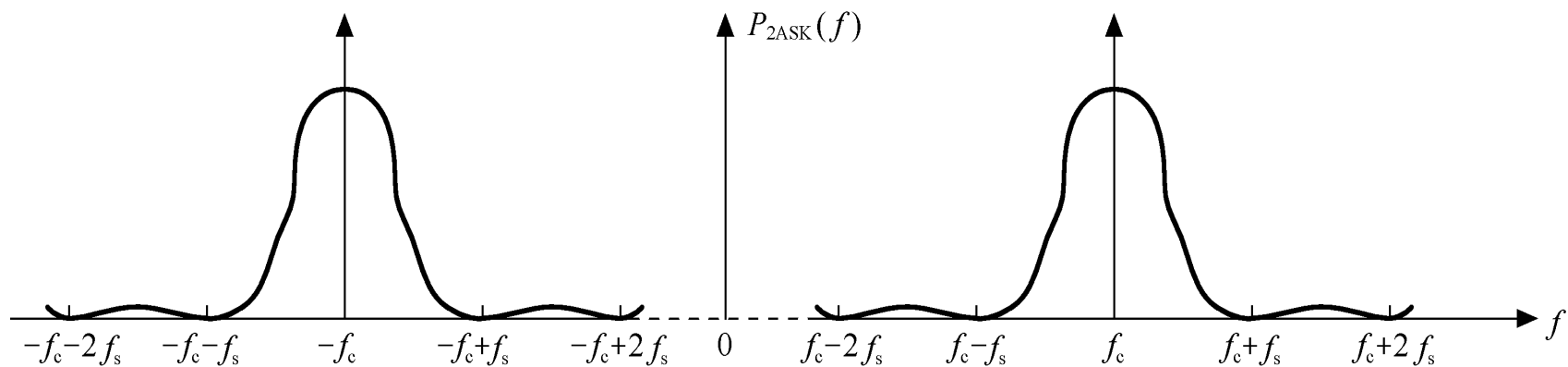
将上式代入式（6.5），得：

$$P_{2ASK}(f) = \frac{T_s}{16} \left\{ Sa^2[\pi(f + f_c)T_s] + Sa^2[\pi(f - f_c)T_s] \right\} \\ + \frac{1}{16} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] \quad (6.7)$$

2ASK信号的功率谱如图6-3所示，图6-3（a）是调制信号的功率谱，图6-3（b）是已调信号的功率谱。



(a) 调制信号的功率谱



(b) 已调信号的功率谱

图6-3 2ASK信号的功率谱

由图6-3可以看出，第一：2ASK信号的功率谱包含连续谱和离散谱。其中连续谱是数字基带信号 $S(t)$ 经线性调制后的双边带谱，而离散谱为载波分量。第二：2ASK信号的频带宽度 B_{2ASK} 为基带调制信号带宽 f_s 的两倍：

$$B_{2ASK} = 2f_s = 2R_B \quad (6.8)$$

上式中， $R_B = 1/T_s$ 为码元传输速率。

若数字信号采用滚降频谱特性

如基带信号带宽(无码间串扰):

$$B_S = (1 + \alpha) B_N = (1 + \alpha) \frac{R_B}{2}$$

则无码间串扰时调制信号的带宽:

$$B_{2ASK} = 2B_S = (1 + \alpha) R_B$$

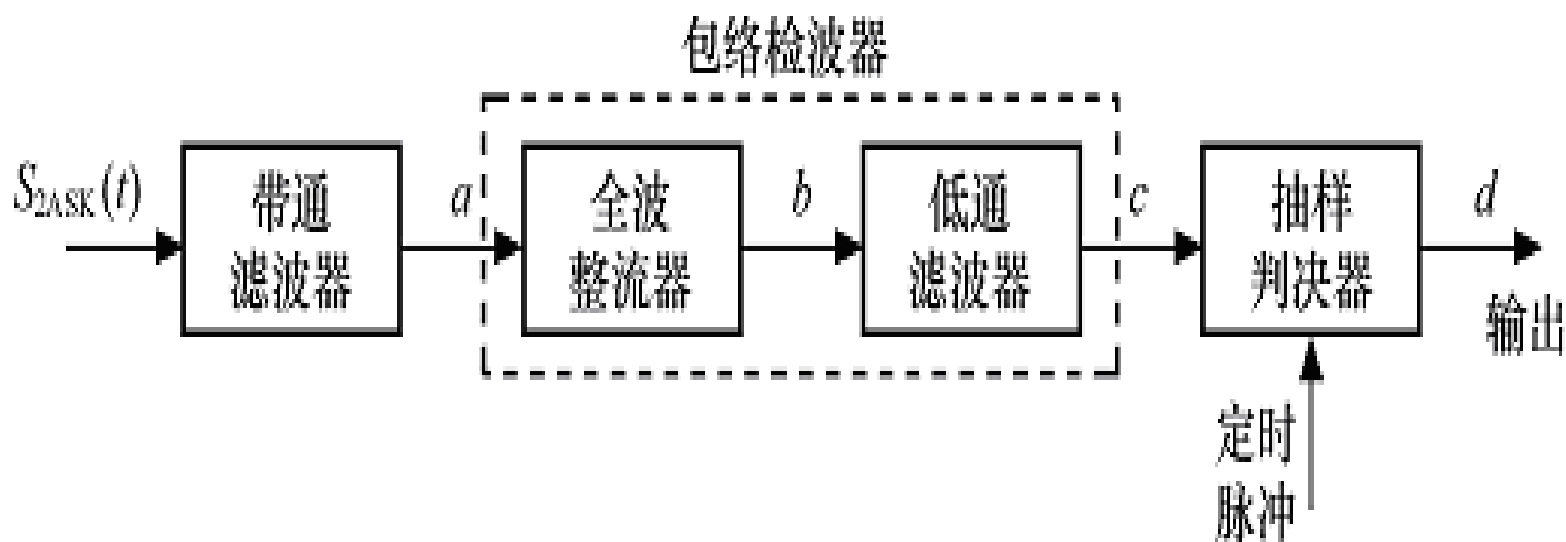
和码元频带利用率:

$$\eta = \frac{R_B}{B_{2ASK}} = \frac{1}{(1 + \alpha)} \quad (Baud / Hz)$$

4、2ASK信号的解调

2ASK信号的解调可以采用**非相干解调**（包络检波）和**相干解调**两种方式来实现。

① 包络检波



2ASK

全波
整流

低通

判决

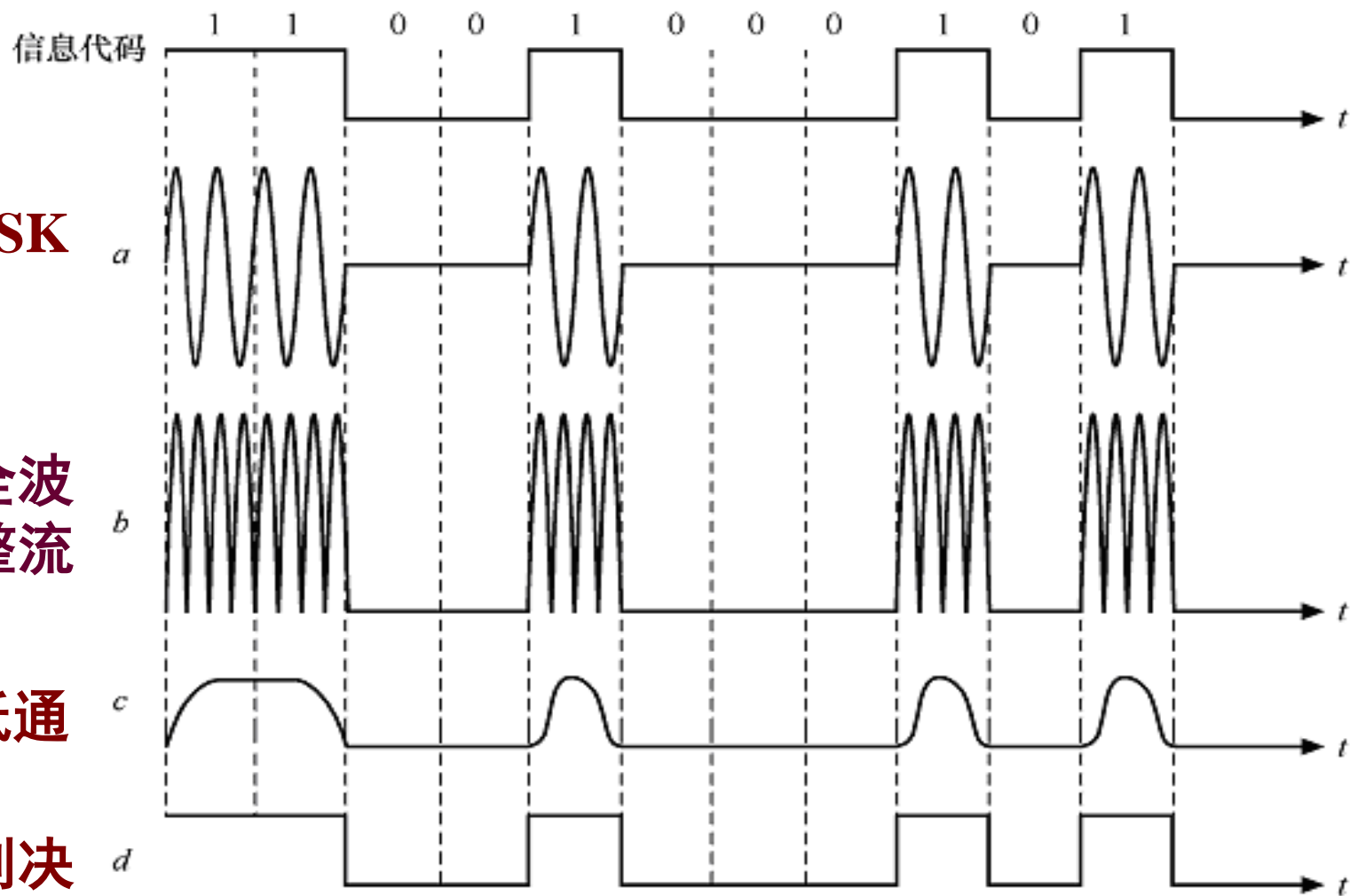
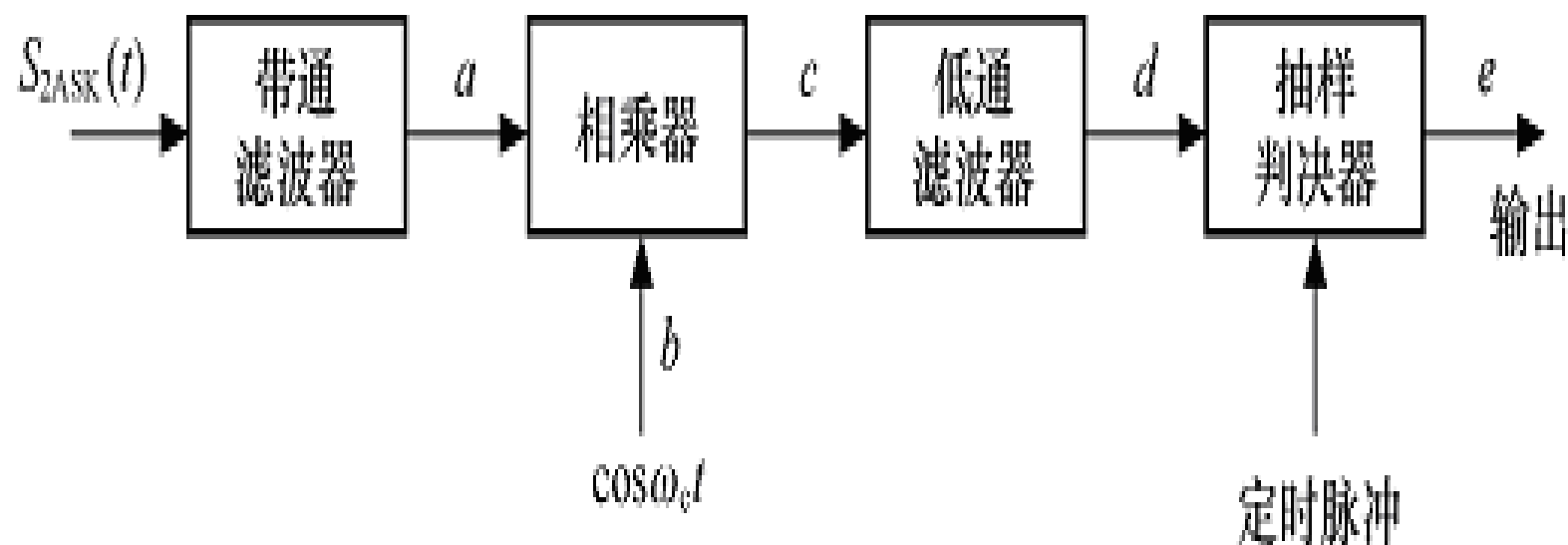


图6-4 (b) 包络检波各点波形图



6-5 (a) 相干解调原理框图

相干解调:

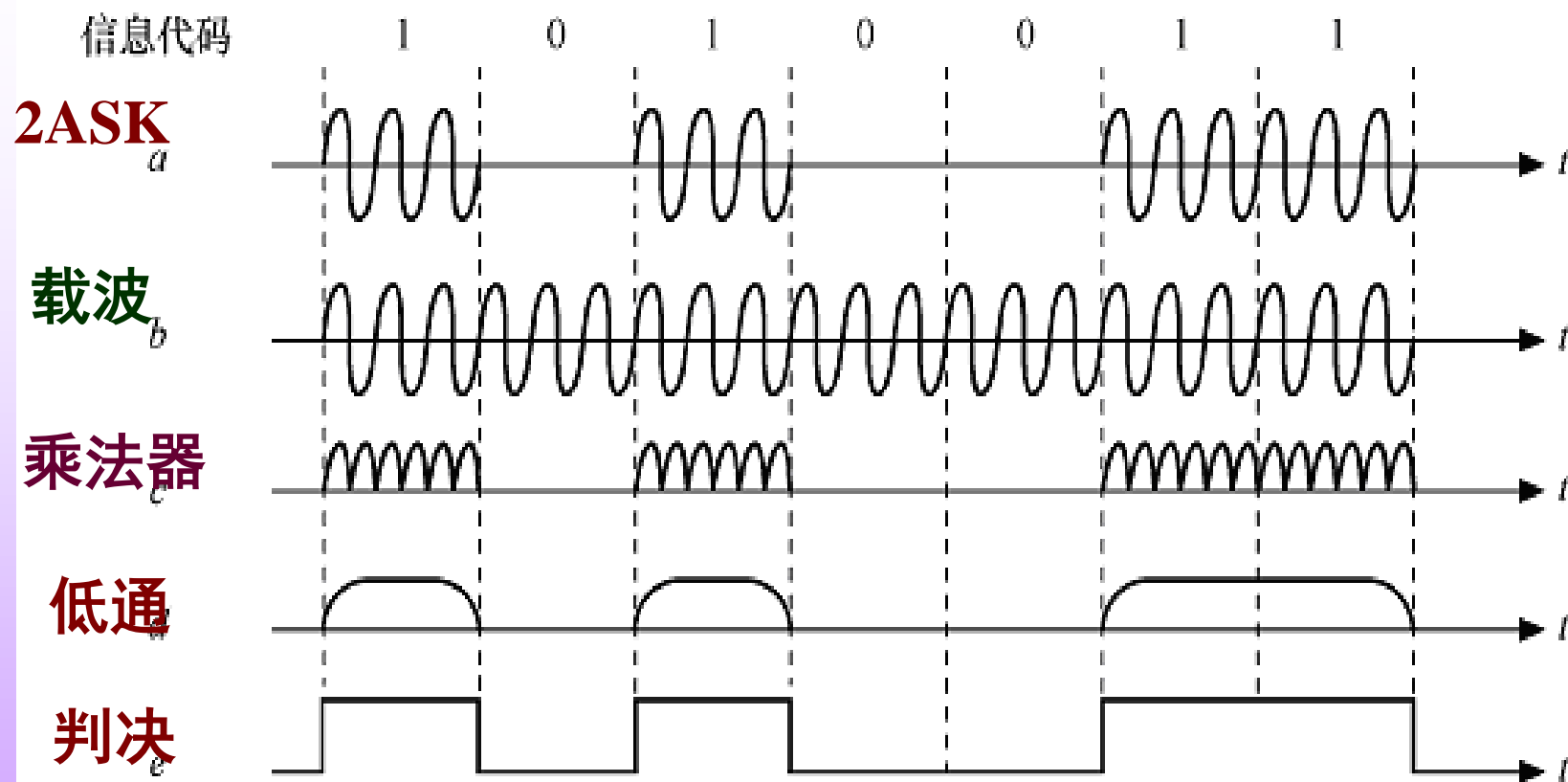


图6-5 (b) 相干解调各点波形图

6.2.2 二进制频移键控 (2FSK)

1、2FSK信号的时域表达

二进制频移键控 (2FSK) 是指载波的频率受调制信号的控制，而幅度和相位保持不变。设二进制数字信号的“1”对应载波频率 f_1 ，“0”对应载波频率 f_2 ，而且 f_1 和 f_2 之间的改变是瞬间完成的。

二进制频移键控信号可以看成是两个不同载波的二进制幅移键控信号的叠加。根据以上分析，得出2FSK信号的时域表达式为

$$S_{2FSK}(t) = \left[\sum_n a_n g(t - nT_s) \right] \cos(\omega_1 t + \theta_n) + \left[\sum_n \bar{a}_n g(t - nT_s) \right] \cos(\omega_2 t + \varphi_n) \quad (6.9)$$

这里， θ_n 和 φ_n 分别表示第n个信号码元的初始相位， \bar{a}_n 是 a_n 的反码，有：

$$a_n = \begin{cases} 0, \text{概率为 } p \\ 1, \text{概率为 } 1-p \end{cases} \quad \overline{a_n} = \begin{cases} 0, \text{概率为 } 1-p \\ 1, \text{概率为 } p \end{cases} \quad (6.10)$$

一般地，将 $g(t)$ 看作式宽度为 T_s 的单极性脉冲波形。设：

$$\begin{cases} S_1(t) = \sum_n a_n \cdot g(t - nT_s) \\ S_2(t) = \sum_n \overline{a_n} \cdot g(t - nT_s) \end{cases}$$

2FSK信号表示为：

$$S_{2FSK}(t) = s_1(t)\cos(\omega_1 t + \theta_n) + s_2(t)\cos(\omega_2 t + \varphi_n)$$

(6.11)

2FSK信号的典型时间波形如下图所示.

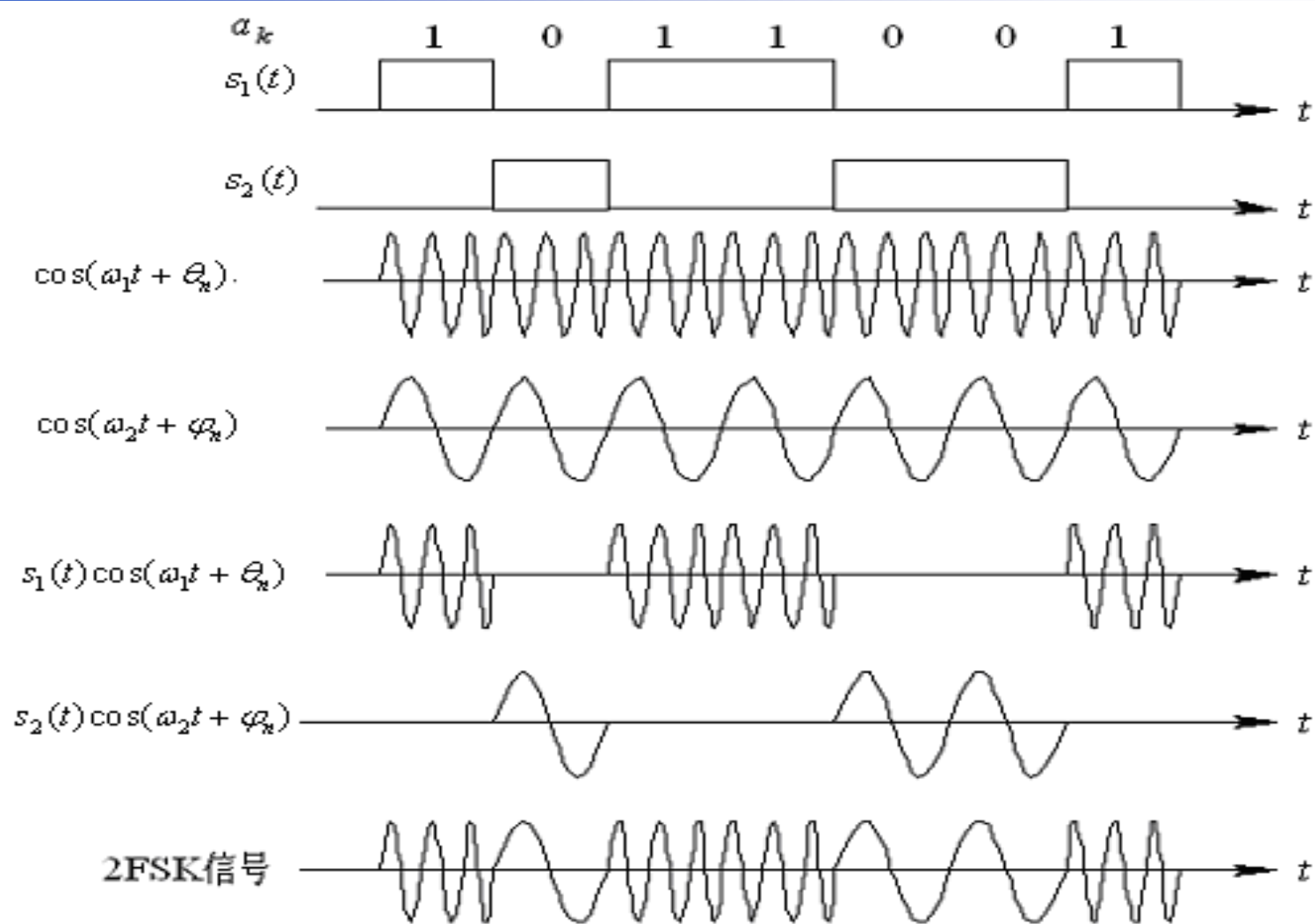
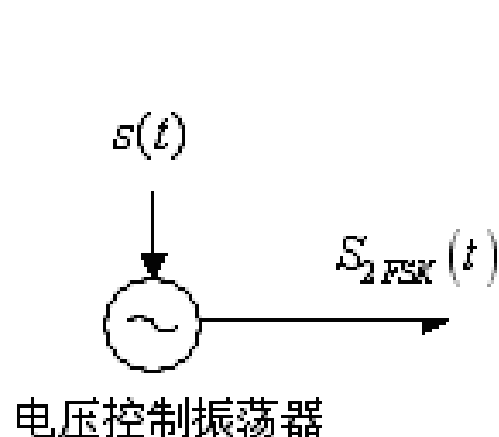


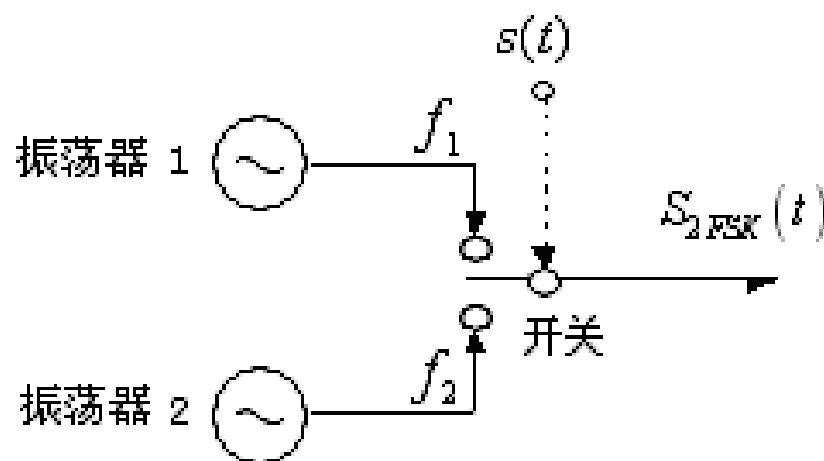
图6—6 2FSK信号时间波形

2、2FSK信号的产生

通常2FSK信号可以由两种电路实现。



(a) 模拟调频法



(b) 键控法

图6-7 2FSK信号的产生

3、2FSK信号的功率谱及带宽

由定义可知，一个2FSK信号可看作两个不同频率2ASK信号的合成。在二进制移频键控信号中， θ_n 和 φ_n 不携带信息，通常可令 θ_n 和 φ_n 为零。

因此，2FSK信号的时域表达式可简化为：

$$S_{2FSK}(t) = s_1(t) \cos \omega_1 t + s_2(t) \cos \omega_2 t$$

式中，

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \sum a_n g(t - nT_s) \\ s_2(t) &= \sum_n \bar{a}_n g(t - nT_s) \end{aligned} \quad (6.12)$$

由式（6. 5）2ASK信号功率谱密度的表达式，可以得到2FSK信号功率谱密度的表达式为：

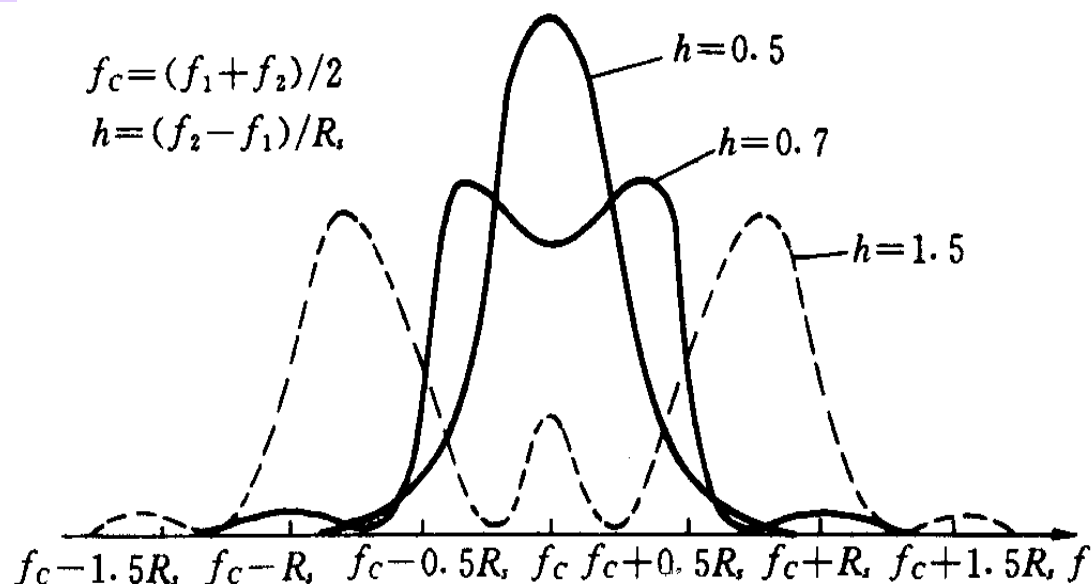
$$P_{2FSK}(f) = \frac{1}{4} [P_{s1}(f - f_1) + P_{s1}(f + f_1) + P_{s2}(f - f_2) + P_{s2}(f + f_2)]$$

(6. 13)

上式中， $P_{s1}(f)$ 和 $P_{s2}(f)$ 分别是基带信号 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的功率谱。

当概率 $p=1/2$ 时，可以得2FSK信号功率谱的表达式为：

$$P_{2FSK}(f) = \frac{T_s}{16} \left\{ Sa^2 \left[\pi(f + f_1)T_s \right] + Sa^2 \left[\pi(f - f_1)T_s \right] \right\} + \\ + \frac{T_s}{16} \left\{ Sa^2 \left[\pi(f + f_2)T_s \right] + Sa^2 \left[\pi(f - f_2)T_s \right] \right\} + \\ \frac{1}{16} \left[\delta(f + f_1) + \delta(f - f_1) + \delta(f + f_2) + \delta(f - f_2) \right]$$



(6.14)

2FSK信号的功率谱如图6-8所示。图中

$$f_0 = (f_1 + f_2) / 2$$

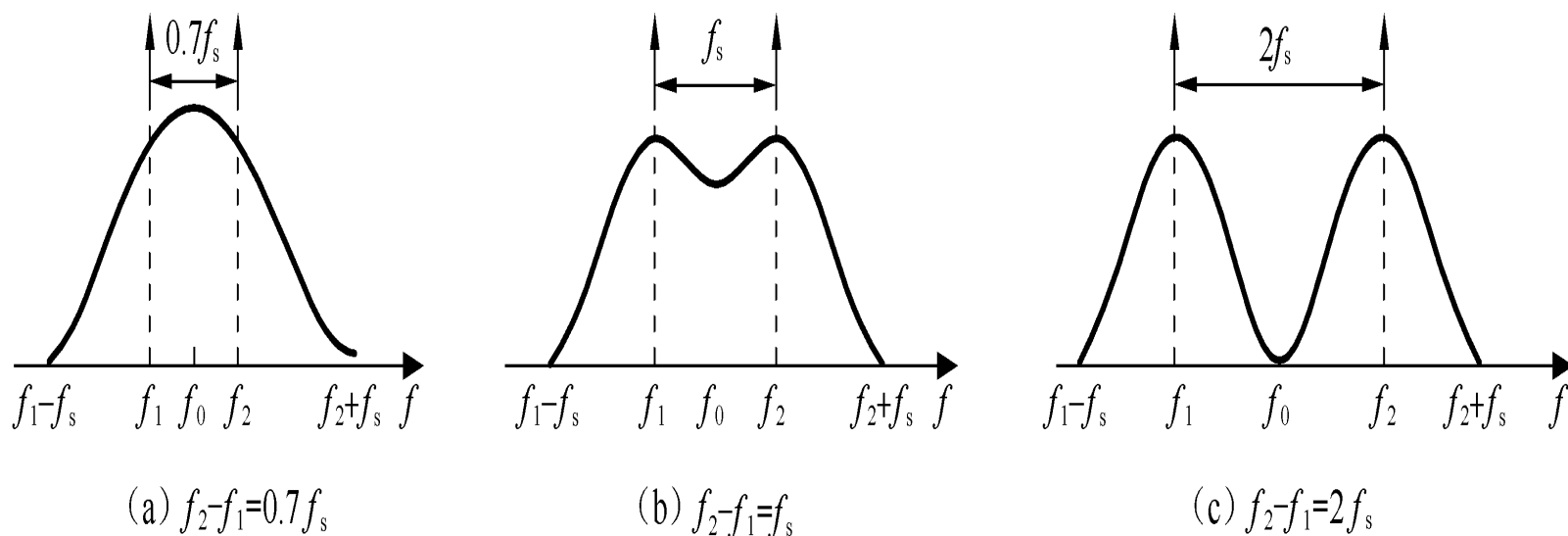


图6-8 2FSK信号的功率谱

由图6—8可见，第一，2FSK信号的功率谱与2ASK信号功率谱相似，同样包含连续谱和离散谱。其中，连续谱由两个双边谱叠加而成，而离散谱出现在两个载频位置上。

第二，连续谱的形状随着 $|f_2 - f_1|$ 的大小而异。当 $|f_2 - f_1| > f_s$ 出现双峰， $|f_2 - f_1| < f_s$ 出现单峰，只有 $|f_2 - f_1| \geq 2f_s$ 时双峰完全分离。通信中，常见的是 $|f_2 - f_1| \geq 2f_s$ 的情况。

同样，由6—8可以定义2FSK的频谱宽度为：

$$B_{2FSK} = |f_2 - f_1| + 2f_s \quad (6.15)$$

若考虑滚降系统，

$$B_{2FSK} = |f_2 - f_1| + 2B_s = |f_2 - f_1| + (1 + \alpha)R_B$$

$$\eta = \frac{R_B}{B_{2FSK}} = \frac{R_B}{|f_2 - f_1| + (1 + \alpha)R_B} \quad (\text{Baud} / \text{Hz})$$

4、2FSK信号的解调

2FSK的解调也可以分为非相干（包络检波）和相干解调，分别如图6-9和图6-10所示，其原理和2ASK解调时相同，只是这里使用两套电路。

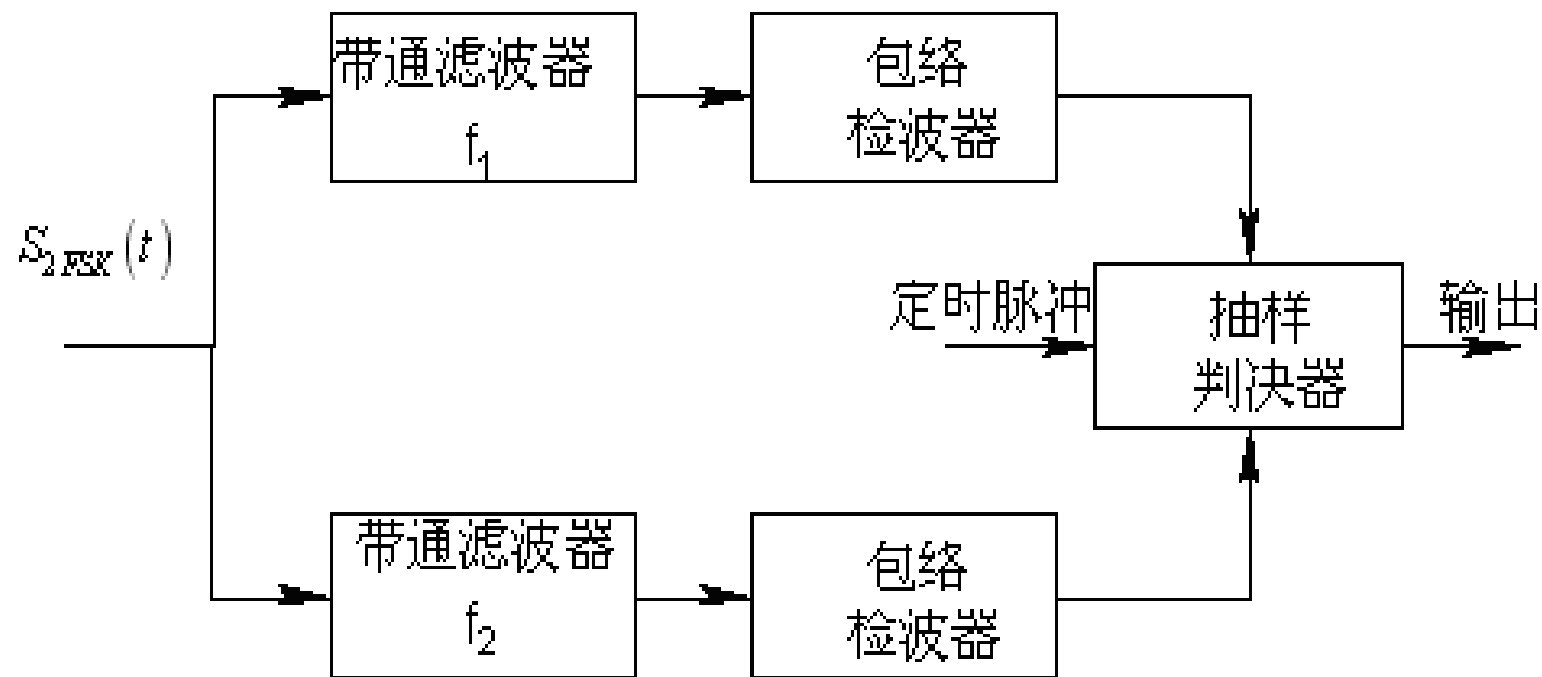


图6-9 2FSK包络检波方框图

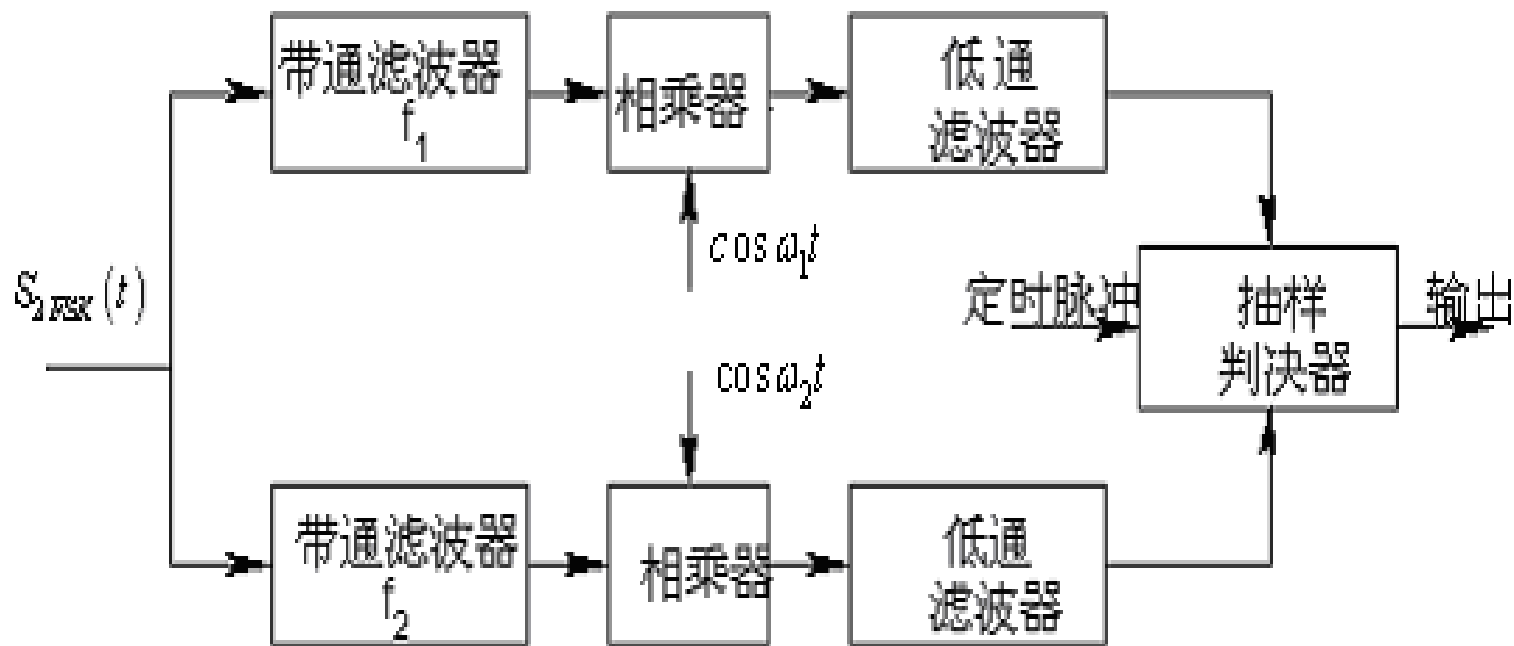
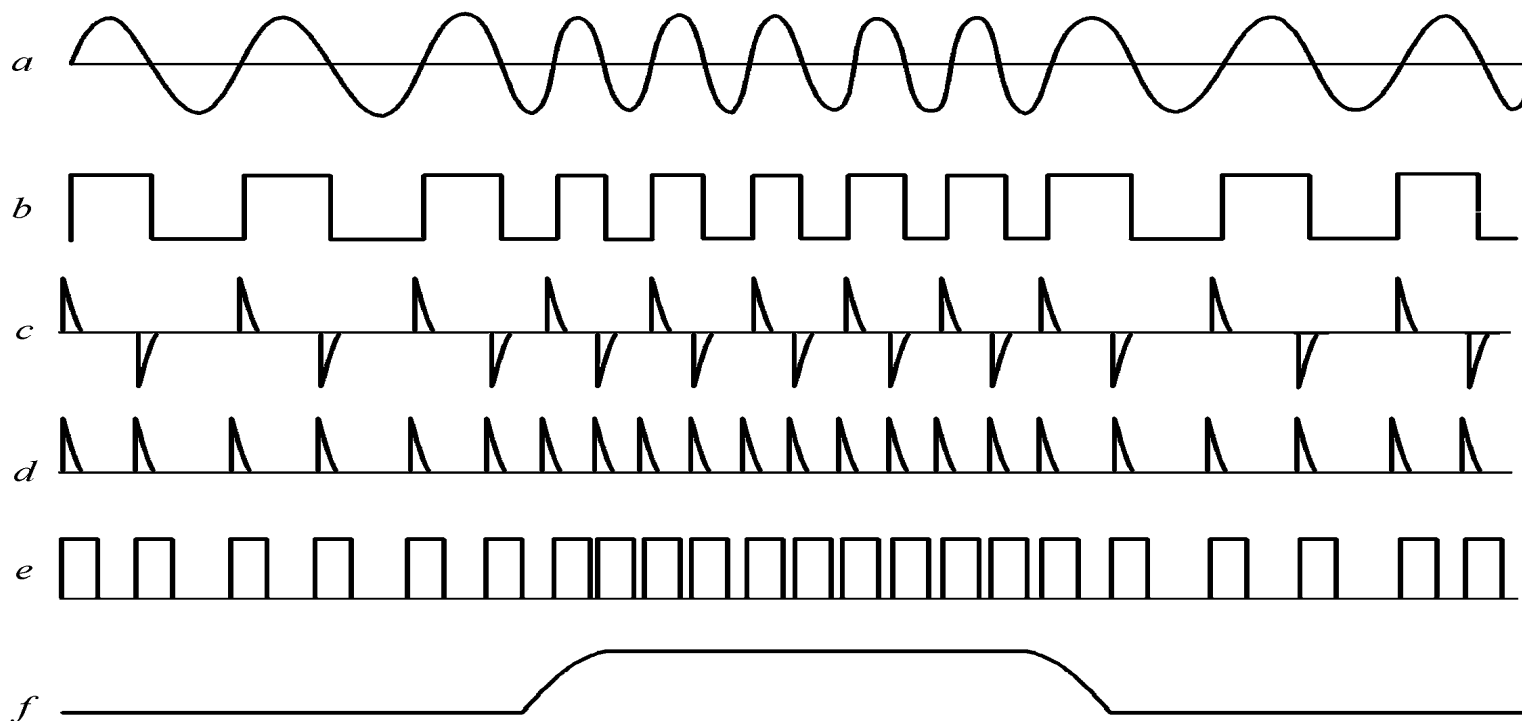


图6-10 2FSK相干解调方框图

2FSK还有另外一种常用而简便的解调方法是**过零检波解调法**，其解调原理框图及各点时间波形如图6-11（a）和（b）所示。其基本原理是：**二进制移频键控信号的过零点数随载波频率不同而异，通过检测过零点数从而得到频率的变化。**



(a) 原理框图



(b) 各点波形

图6-11 2FSK信号的过零检测法

在图6-11中，输入信号经过限幅后产生矩形波，经微分、整流、脉冲波形成形后得到与频率变化相关的矩形脉冲波，再经低通滤波器滤除高次谐波，便恢复出与原数字信号对应的数字基带信号。

6. 2. 3 二进制相移键控（2PSK）和二进制差分移相键控（2DPSK）

相移键控是利用载波相位的变化来传递数字信息，通常可以分为绝对相移键控（2PSK）和相对相移键控（2DPSK）两种方式，下面分别讨论。

1、二进制绝对相移键控（2PSK）

一般地如果二进制序列的数字信号“1”和“0”，分别用载波的相位 π 和 0 这两个离散值来表示，而其幅度和频率保持不变，这种调制方式就称为二进制**绝对相移键控**。也就是说，绝对相移键控是指已调信号的相位直接由数字基带信号控制。设二进制符号及其基带信号波形与前面假设一样，则2PSK信号的一般表达式为：

$$S_{2PSK}(t) = \sum_n a_n g(t - nT_s) \cos \omega_c t \quad (6.23)$$

值得注意的是，虽然式（6.23）与2ASK的表示形式一样，但这里的 a_n 有着不同的含义，即**双极性矩形脉冲序列**：

$$a_n = \begin{cases} +1, \text{出现概率为} P \\ -1, \text{出现概率为} 1-P \end{cases} \quad (6.24)$$

不失一般性，仍然假定 $g(t)$ 是一个宽度为 T_s 的单极性脉冲波形且幅度为1，则二进制绝对相移键控信号在一个码元周期 T_s 内可以表示为：

$$S_{2PSK}(t) = \begin{cases} \cos(\omega_c t + 0) & \text{概率为 } P \\ \cos(\omega_c t + \pi) & \text{概率为 } 1 - P \end{cases} \quad (6.25)$$

即发送二进制符号“0”时（ a_n 取+1） $S_{2PSK}(t)$ 取 **0 相位**；发送二进制符号“1”时（ a_n 取-1） $S_{2PSK}(t)$ 取 **π 相位**。

2PSK信号的典型时间波形如图6-12所示，图中所有数字信号“1”码对应载波信号的相位，而“0”码对应载波信号的0相位（也可以反之）。

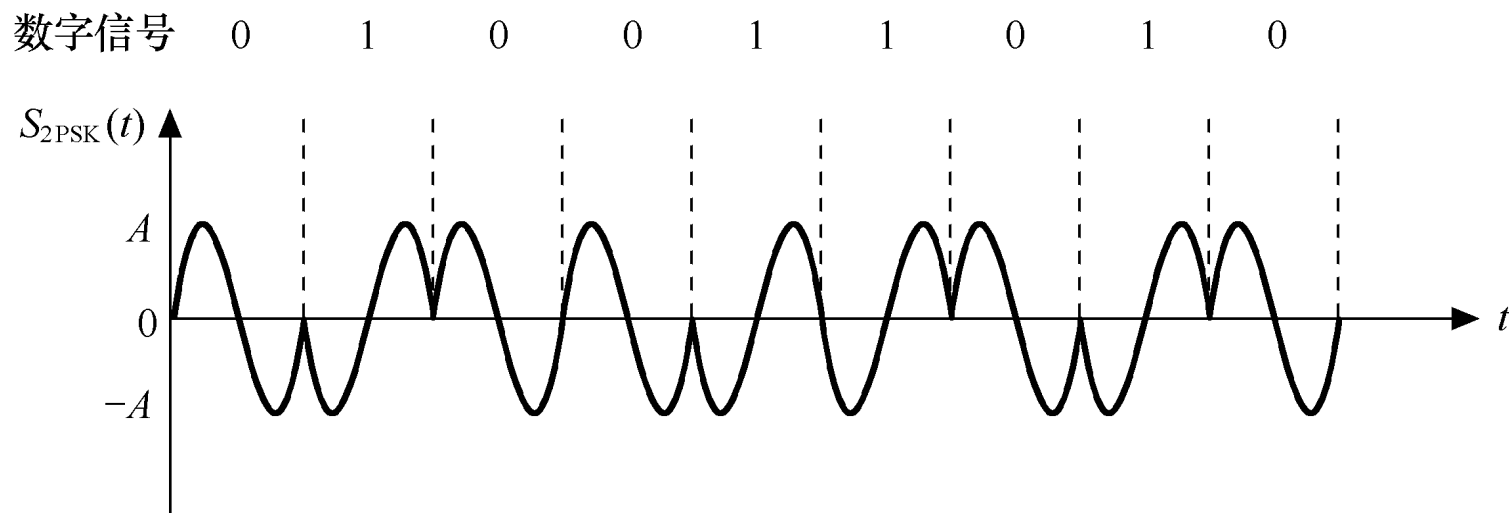
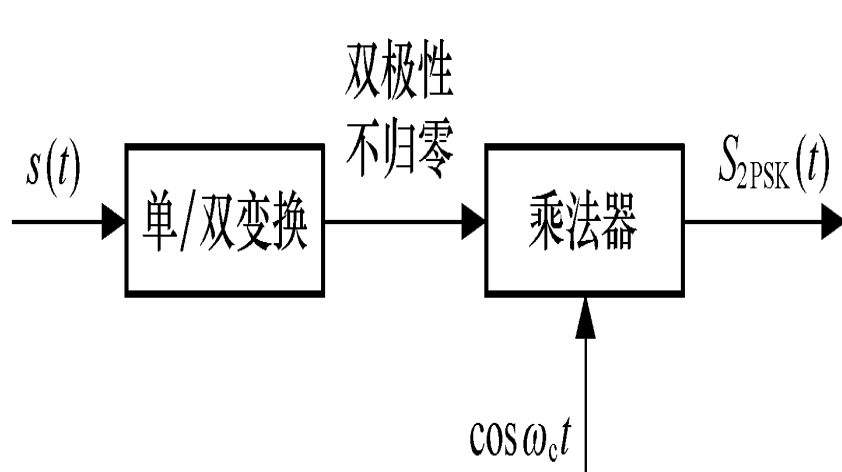


图6-12 2PSK波形

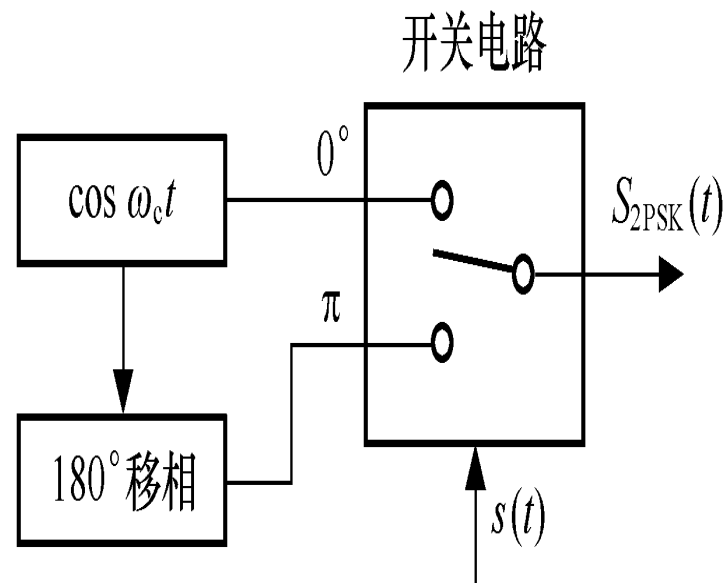
2PSK信号可以采用两种方法实现：

(a) **模拟调制法**，二进制数字序列经码型变换，由单极性码形成幅度为的双极性不归零码，与载波相乘而产生2PSK信号。

(b) **键控法**。



(a) 模拟调制法



(b) 相移键控法

图6-13 2PSK的实现方式

下面我们来分析2PSK信号的频谱特性。

2PSK信号实质上可以被看成是一个特殊的2ASK信号，即当数字信号为“0”时的取值 a_n 为1，当数字信号为“1”时 a_n 的取值为-1。也就是说，在2ASK中是 $g(t)$ 单极性信号，而在2PSK中则可以看作是一个双极性信号。

则求2PSK信号的功率谱，也可以采用与求2ASK信号功率谱相同的方法。所以，2PSK信号的功率谱也可以写成式（6.5）的形式，即：

$$P_{2PSK}(f) = \frac{P_s(f + f_c) + P_s(f - f_c)}{4} \quad (6.26)$$

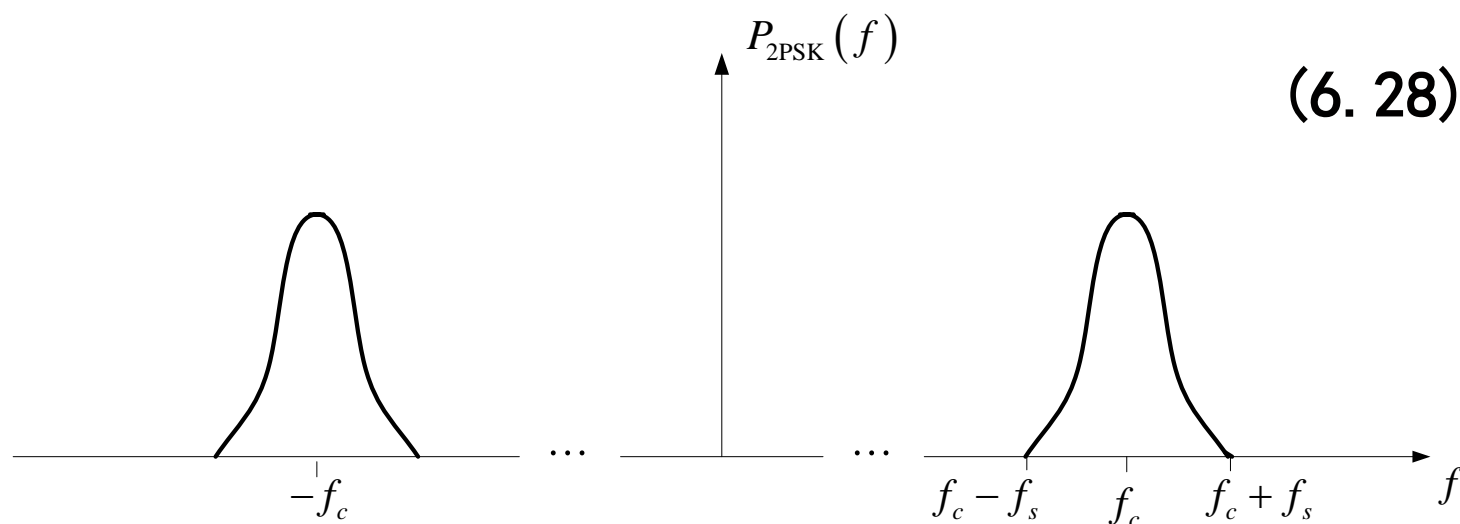
式中， $P_s(f)$ 是调制信号 $S(t)$ 的功率谱密度。

$S(t)$ 的功率谱密度为：

$$P_s(f) = T_s S a^2 (\pi f T_s) \quad (6.27)$$

将上式代入式（6. 26），得

$$P_{2PSK}(f) = \frac{T_s}{4} \left\{ Sa^2[\pi(f + f_c)T_s] + Sa^2[\pi(f - f_c)T_s] \right\}$$

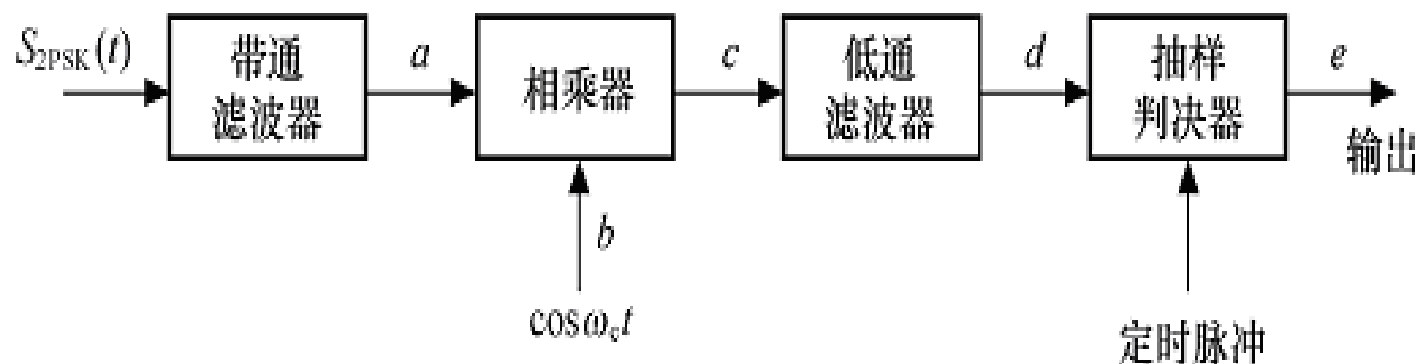


上式与2ASK信号的功率谱表达式（6.7）相比较可见，2PSK信号的功率谱与2ASK信号功率谱中的连续谱部分的形状相同。因此这两种信号的带宽相同。

$$B_{2PSK} = 2B_S = (1 + \alpha) R_B$$

另一方面，当双极性基带信号以相等的概率出现时，2PSK信号的功率谱中无离散谱分量，而此离散分量就是2ASK信号的载波分量。所以，2PSK信号可以看成是抑制载波的双边带幅移键控信号。

2PSK信号的解调一般采用相干解调。 2PSK
相干解调原理框图和各点波形分别如图6-14
(a) 和 (b) 所示。



6-14 (a) 2PSK相干解调原理框图

2PSK

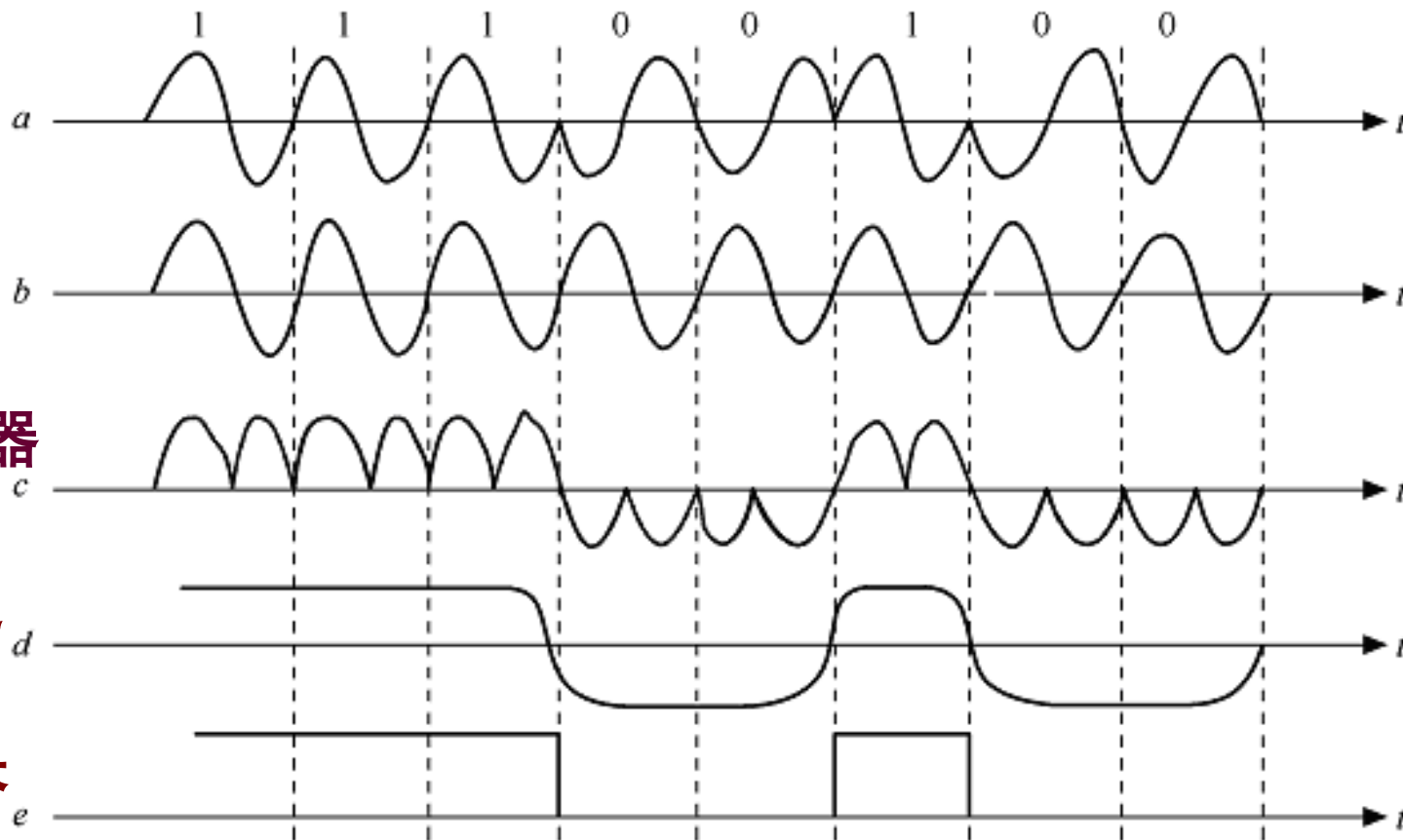


图6-14 (b) 2PSK各点波形

2、二进制相对移相键控（2DPSK）

在绝对调相方式中，发送端是以**未调载波相位**作基准，然后用已调**载波相位**相对于基准相位的绝对值（0或 π ）来表示数字信号，因而在接收端也必须有这样一个固定的基准相位作参考。

如果这个参考相位发生变化
($0 \rightarrow \pi$ 或 $\pi \rightarrow 0$) 则恢复的数字信号也就会
发生错误 (“1”到 “0”或 “0”到 “1”) 。

这种现象通常称为2PSK方式的“倒 π 现象”
或“**反向工作现象**”。

为了克服这种现象，实际中一般不采用2PSK
方式，而采用相对移相键控 (**2DPSK**) 方式。

相对移相键控（2DPSK）是利用前后相邻码元载波相位的相对变化来表示数字信号。相对调相值 $\Delta\varphi$ 是指本码元的初相与前一码元的初相之差。并设：

$$\begin{cases} \Delta\varphi = \pi \rightarrow \text{数字信息 “1”} \\ \Delta\varphi = 0 \rightarrow \text{数字信息 “0”} \end{cases} \quad (6.29)$$

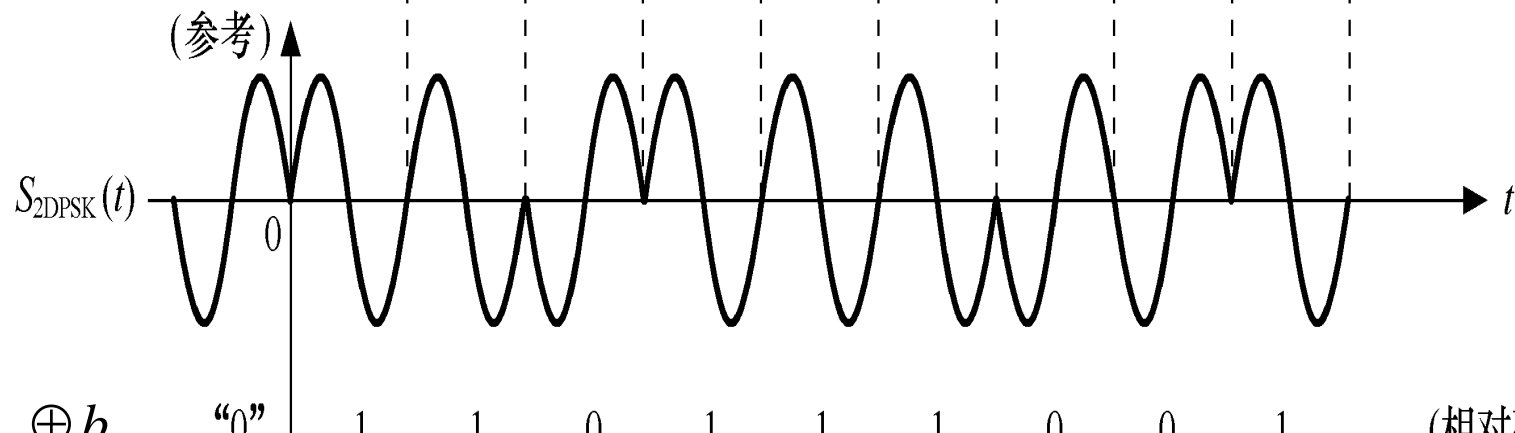
2DPSK的典型时间波形如图6-15所示。

ϕ

数字信息

1 0 1 1 0 0 1 0 1

(绝对码)
 $\{a_n\}$



$$b_k = a_k \oplus b_{k-1}$$

“0”

1 1 0 1 1 1 0 0 1

(相对码)
 $\{b_n\}$

$$a_k = b_{k-1} \oplus b_k$$

图6-15 2DPSK的波形★

注意：如果把原始码 $\{a_n\}$ 按 $\Delta\phi$ 来发送，实质已经等效于按相对码 $\{b_n=\phi\}$ 的方式来发送了！

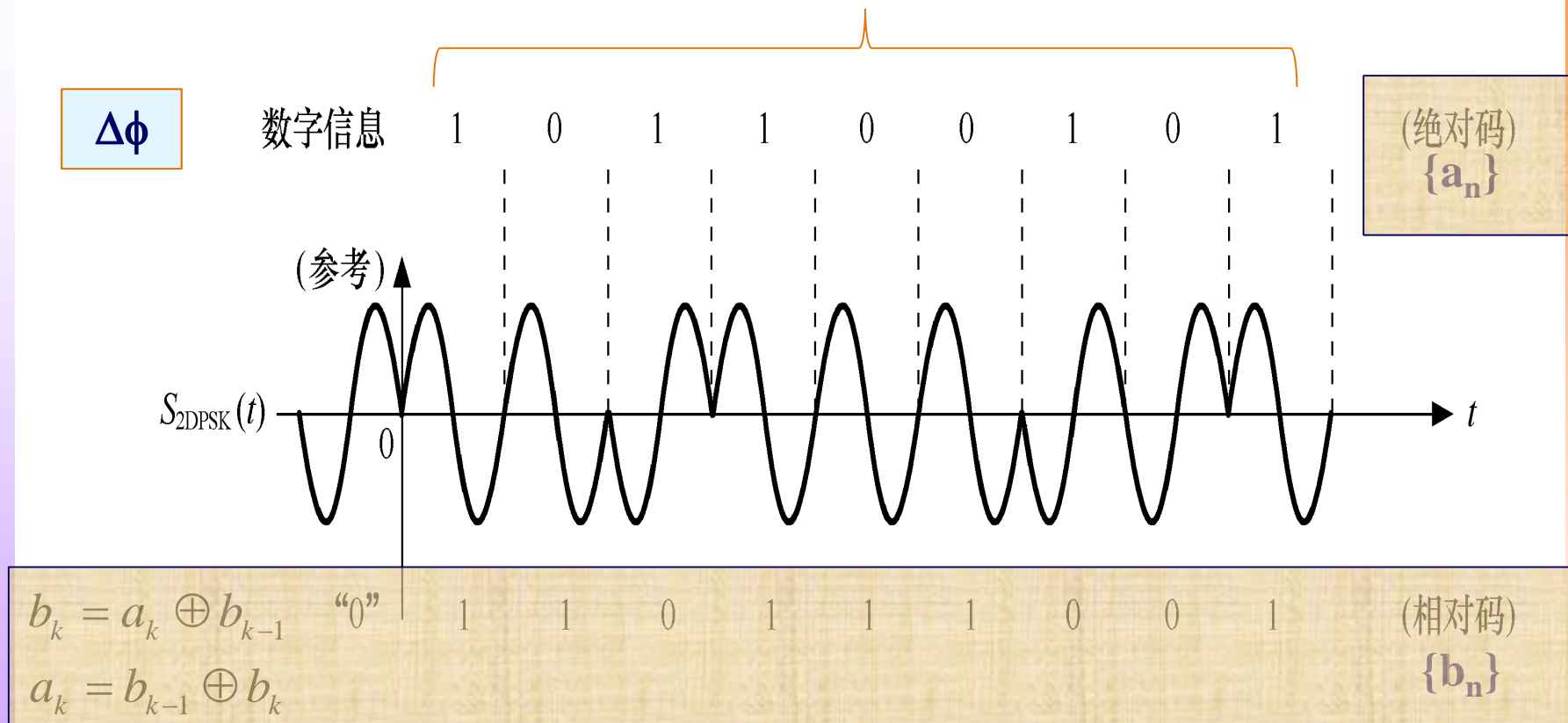
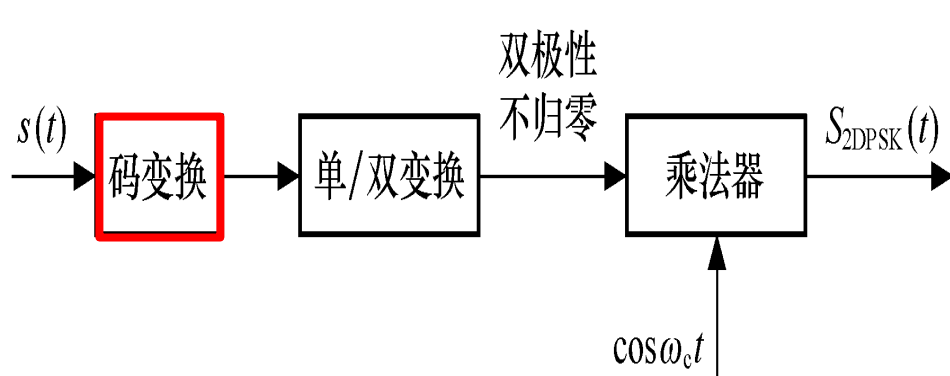
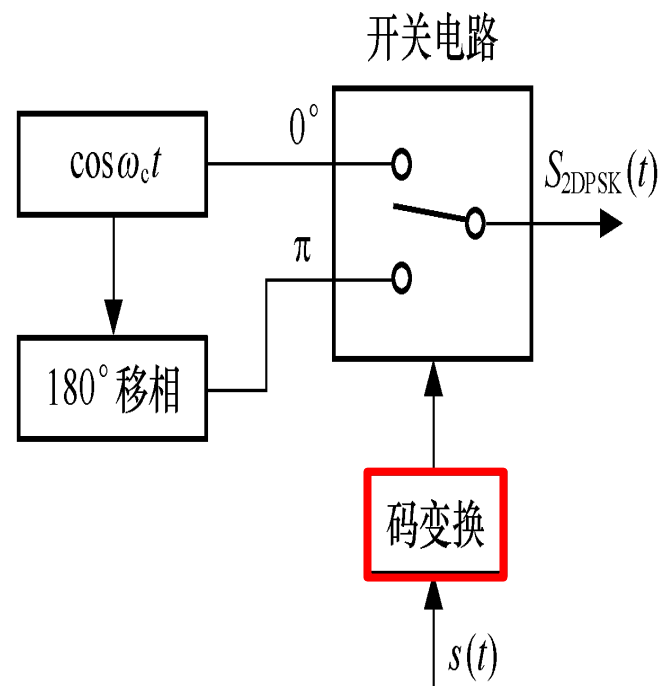


图6-15 2DPSK的波形★

2DPSK的产生基本类似于2PSK，只是调制信号需要经过码型变换，将绝对码变为**相对码**。2DPSK产生的原理框图如图6-16所示，图（a）为**模拟调制法**，图（b）为**键控法**。



(a) 模拟调制法



(b) 相移键控法

图6-16 2DPSK的实现方式

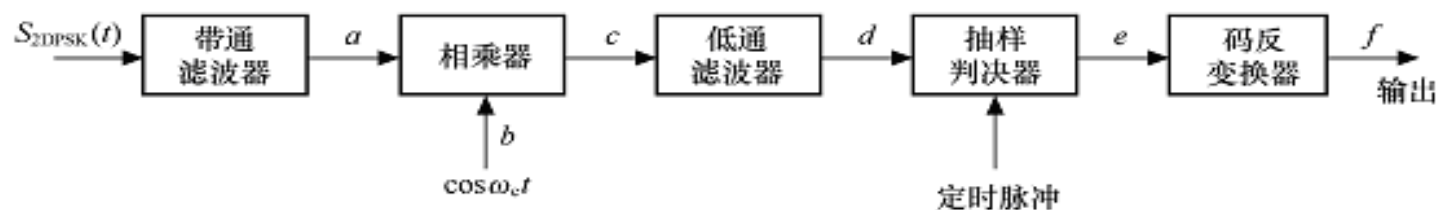
从上面分析可见，无论接收信号是2DPSK还是2PSK信号，单从接收端看是区分不开的。因此，**2DPSK信号的功率谱密度和2PSK信号的功率谱密度是完全一样的。**

2DPSK信号的解调

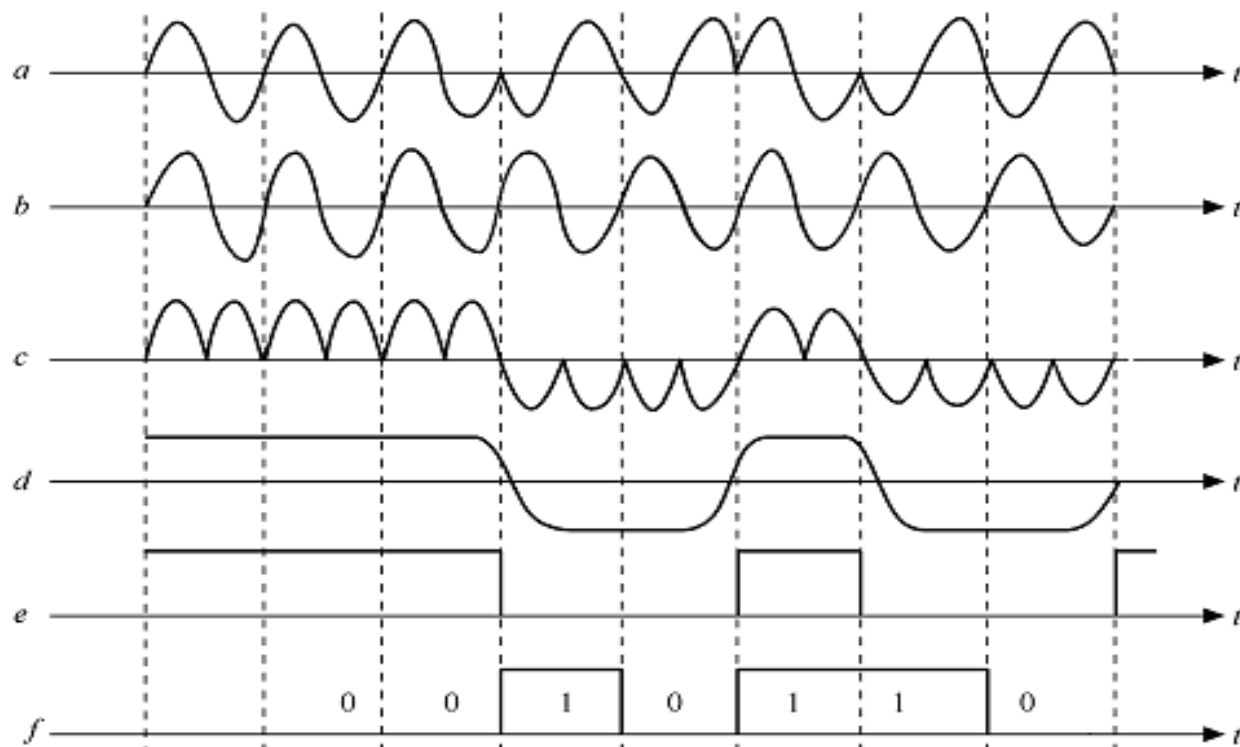
2DPSK信号可以采用**相干解调法** (极性比较法) 和**差分相干解调法** (相位比较法)。

相干解调法：解调器是：先对2DPSK信号进行相干解调，恢复出相对码，再通过码反变换器变换为绝对码，从而恢复出发送的二进制数字信息。

在解调过程中，若相干载波产生 180° 相位模糊，解调出的**相对码**将产生**倒置现象**，但是经过**码反变换器**后，输出的绝对码不会发生任何倒置现象，从而解决了载波相位模糊的问题。



(a) 原理框图



(b) 各点波形

图6-17 2DPSK的相干解调

码反变换器

1 1 1 0 0 1 0 0

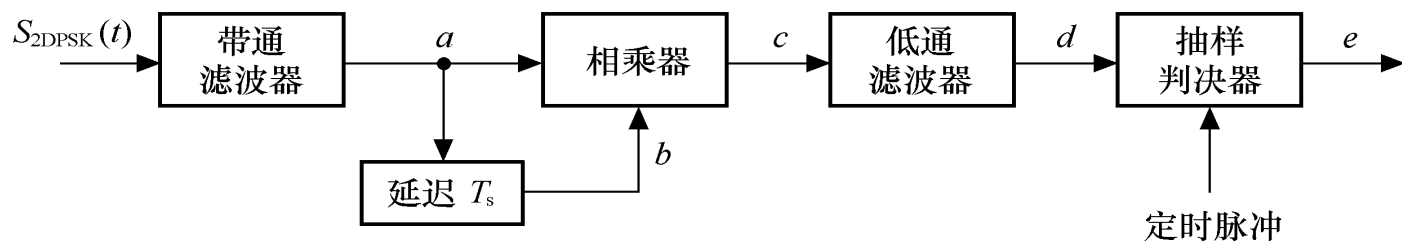
0 0 1 0 1 1 0

若反相:

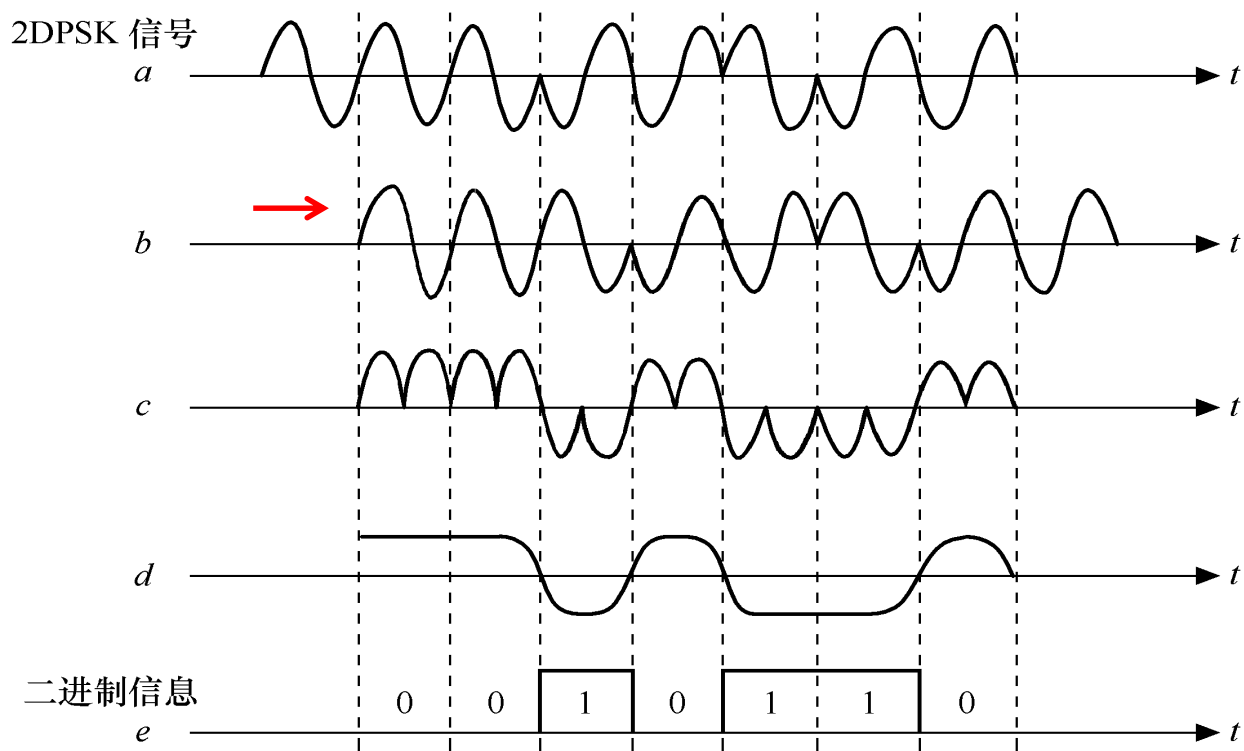
0 0 0 1 1 0 1 1

0 0 1 0 1 1 0

★ 注: 如果采用相对码 $\{b_n\}$, 即使有“ π 相位模糊”, 也不影响绝对码 $\{a_n\}$ 的正确还原!



(a) 原理框图



(b) 各点波形

图6-18 2DPSK的差分相干解调 ★

图6-18所示是2DPSK信号的**差分相干解调**
(**相位比较**)法，

解调器原理是：直接比较前后码元的相位差，从而恢复发送的二进制数字信息。由于解调的同时完成了码反变换作用，故解调器中不需要码反变换器。同时差分相干解调方式不需要专门的相干载波，因此是一种非相干解调方法。

下面分析图6—18 (a) 所示2DPSK信号采用差分相干解调的原理。

设输入已调信号为：(a点)

$$y_1(t) = \cos(\omega_c t + \varphi_n) \quad (6.30)$$

设输入已调信号经过延时器的输出为
(b点)：

$$y_1(t) = \cos(\omega_c(t - T_s) + \varphi_{n-1}) \quad (6.31)$$

式中 φ_n φ_{n-1} 分别为本码元载波的初相和前一码元载波的初相。

令 $\Delta\varphi_n = \varphi_n - \varphi_{n-1}$ ，相乘器输出为：
(c点)

$$\begin{aligned} z(t) &= \cos(\omega_c t + \varphi_n) \cos[\omega_c (t - T_s) + \varphi_{n-1}] \\ &= \frac{1}{2} \cos(\Delta\varphi_n + \omega_c T_s) + \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t - \omega_c T_s + \varphi_n + \varphi_{n-1}) \end{aligned}$$

(6. 32)

低通滤波器输出为：（d点）

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2} \cos(\Delta\varphi_n + \omega_c T_s) \\ &= \frac{1}{2} \cos(\Delta\varphi_n) \cdot \frac{1}{2} \cos(\omega_c T_s) - \frac{1}{2} \sin(\Delta\varphi_n) \frac{1}{2} \sin(\omega_c T_s) \end{aligned}$$

(6. 33)

通常认为数字信号传输速率 ($1/T_s$) 与载波频率有整数k倍关系。取 $f_c = k f_s$
则 $\omega_c T_s = 2\pi k$

则式 (6.2-33) 可简化为:

$$x(t) = \frac{1}{2} \cos \Delta \varphi_n = \begin{cases} 1/2 & \Delta \varphi_n = 0 \\ -1/2 & \Delta \varphi_n = \pi \end{cases}$$

(6.34)

可见，当码元宽度是载波周期的整数倍时，相位比较法对本码元的初相与前一码元的初相进行了比较。

抽样判决器的判决准则为：

$$\begin{cases} x > 0 & \text{判为0} \leftarrow \Delta\varphi_n = 0 \\ x < 0 & \text{判为1} \leftarrow \Delta\varphi_n = \pi \end{cases}$$

其中， x 为抽样时刻的值（抽样值）。从而完成正确解调。

小复习

幅移键控2ASK:

- 定义、公式、产生、功率谱、带宽
- 包络检波；相干解调

频移键控2FSK:

- 包络检波；相干解调；过零检波解调法

相移键控2PSK:

- 相干解调；倒 π 现象

差分相移键控2DPSK:

- 相干解调（码反变换）；差分相干解调（相位比较）

中大光信息

第12章 正交编码与伪随机序列

12.3 伪随机序列

▪ 12.3.1 基本概念

- 什么是伪随机噪声？

具有类似于随机噪声的某些统计特性，同时又能够重复产生的波形。

- 优点：它具有随机噪声的优点，又避免了随机噪声的缺点，因此获得了日益广泛的实际应用。
- 如何产生伪随机噪声？

目前广泛应用的伪随机噪声都是由周期性数字序列经过滤波等处理后得出的。在后面我们将这种周期性数字序列称为伪随机序列。它有时又称为伪随机信号和伪随机码。

▪ 12.3.2 m 序列

- m 序列的产生： m 序列是最长线性反馈移位寄存器序列的简称。它是由带线性反馈的移存器产生的周期最长的一种序列。

第12章 正交编码与伪随机序列

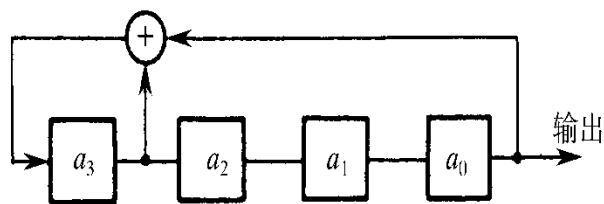
- 例：下图中示出一个4级线性反馈移存器。

设其初始状态为 $(a_3, a_2, a_1, a_0) = (1, 0, 0, 0)$ ，则在移位1次时，变为 $(a_4, a_3, a_2, a_1) = (1, 1, 0, 0)$ 。

这样移位15次后又回到初始状态 $(1, 0, 0, 0)$ 。

若初始状态为全“0”，即 $(0, 0, 0, 0)$ ，则移位后得到的仍为全“0”状态。

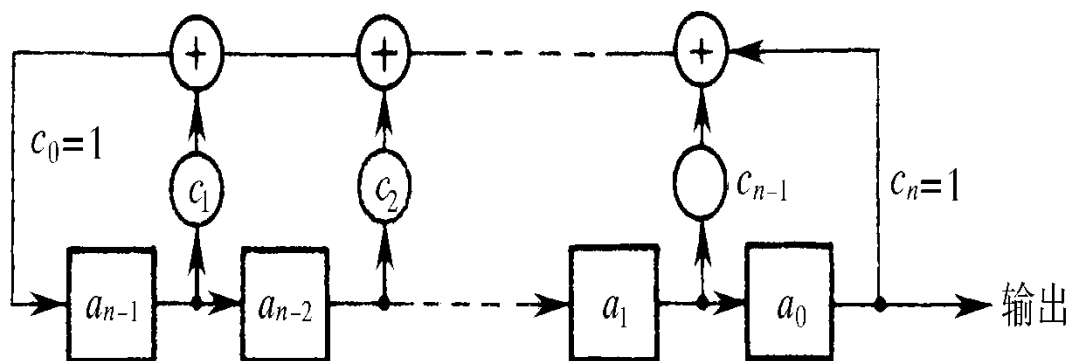
应该避免出现全“0”状态，否则移存器的状态将不会改变。



初始状态	1	0	0	0
	1	1	0	0
	1	1	1	0
	1	1	1	1
	0	1	1	1
	1	0	1	1
	0	1	0	1
	1	0	1	0
	1	1	0	1
	0	1	1	0
	0	0	1	1
	1	0	0	1
	0	1	0	0
	0	0	1	0
	0	0	0	1
	1	0	0	0

第12章 正交编码与伪随机序列

- 一般的线性反馈移存器原理方框图



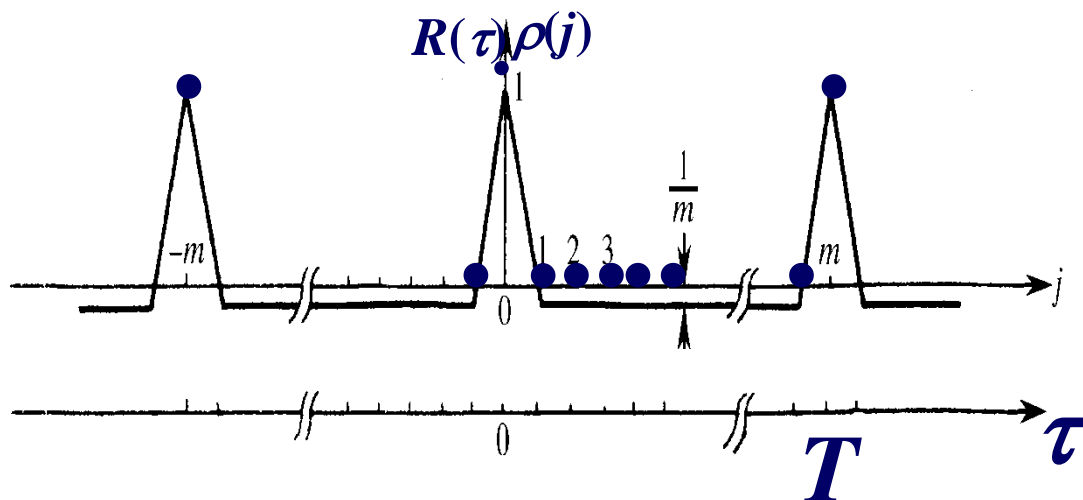
图中各级移存器的状态用 a_i 表示， $a_i = 0$ 或 1 ， $i = \text{整数}$ 。

反馈线的连接状态用 c_i 表示， $c_i = 1$ 表示此线接通（参加反馈）； $c_i = 0$ 表示此线断开。

反馈线的连接状态不同，就可能改变此移存器输出序列的周期 p 。

第12章 正交编码与伪随机序列

按照上面的公式画出的 $\rho(j)$ 和 $R(\tau)$ 的曲线示于下图中。



图中的圆点表示 j 取整数时的 $\rho(j)$ 取值，而折线是 $R(\tau)$ 的连续曲线。可以看出，两者是重合的。由图还可以看出，当周期 T_0 非常长和码元宽度 T_0/m 极小时， $R(\tau)$ 近似于冲激函数 $\delta(t)$ 的形状。

由上述可知， m 序列的自相关函数只有两种取值： 0 和 $(1/m)$ 。有时把这类序列称为双值自相关序列。

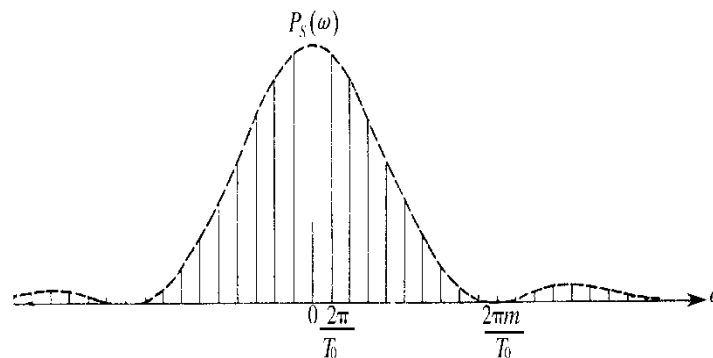
第12章 正交编码与伪随机序列

• 功率谱密度

信号的自相关函数与功率谱密度构成一对傅里叶变换。因此，很容易对 m 序列的自相关函数式作傅里叶变换，求出其功率谱密度

$$P_s(\omega) = \frac{m+1}{m^2} \left[\frac{\sin(\omega T_0 / 2m)}{(\omega T_0 / 2m)} \right]^2 \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T_0}\right) + \frac{1}{m^2} \delta(\omega)$$

按照上式画出的曲线示于下图中。由此图可见，在 $T_0 \rightarrow \infty$ 和 $m/T_0 \rightarrow \infty$ 时， $P_s(\omega)$ 的特性趋于白噪声的功率谱密度特性。



6.3 二进制数字调制系统的抗噪声性能

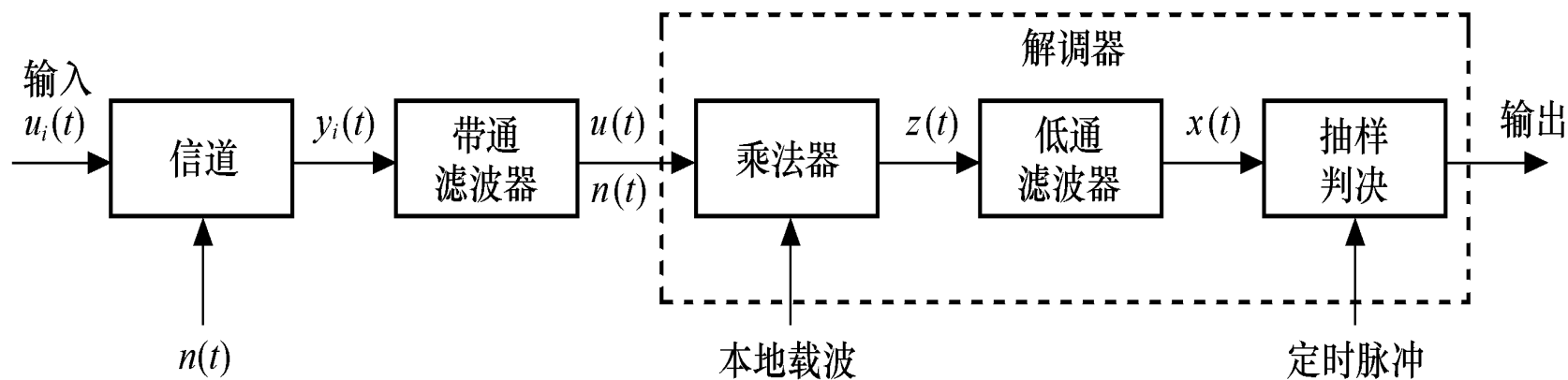
通信系统的抗噪声性能是指系统克服加性噪声影响的能力。在数字通信中，信道的加性噪声能使传输码元产生错误，错误程度通常用**误码率**来衡量。

与数字基带系统一样，分析二进制数字调制系统的抗噪声性能，也就是要计算系统由加性噪声产生的**总误码率**。

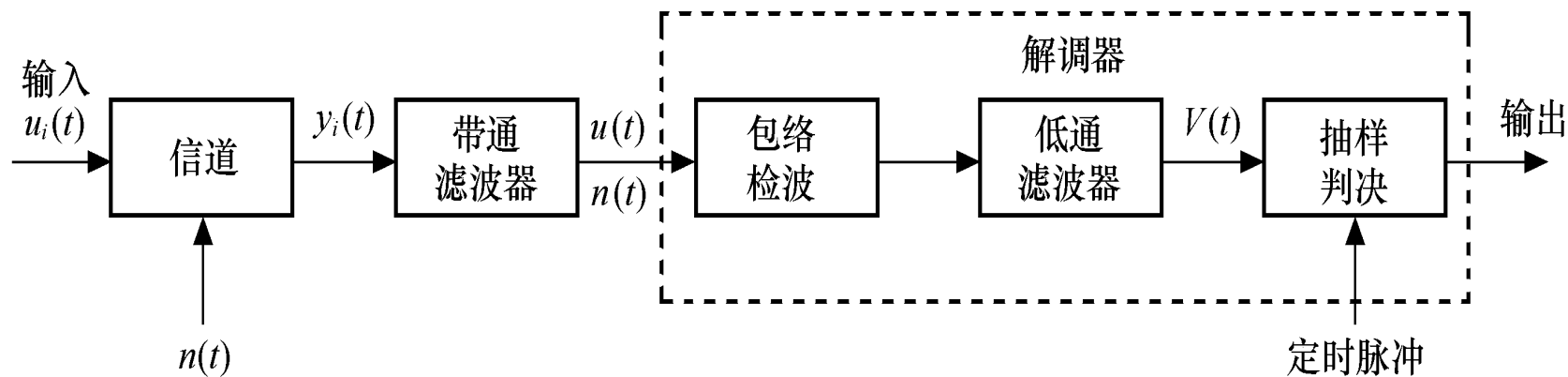
6.3.1 2ASK的抗噪声性能

2ASK有两种解调方式：相干解调和非相干解调。

基本分析模型：相干解调（同步解调）和非相干解调（包络检波）的如图6-19所示。图中 $u_i(t)$ 表示在一个观察周期 T_s 内发射端发出的已调信号波形， $n(t)$ 表示高斯白噪声信号。当 $y_i(t)$ 经过带通滤波器后，我们可认为 $u_i(t)$ 不变，而 $n(t)$ 则变成窄带的 高斯噪声 $n_i(t)$ 。



(a) 相干解调 (同步解调)



(b) 非相干解调 (包络解调)

图6-19 2ASK相干解调和非相干解调模型

设发送端的载波为 $A\cos\omega_c t$ ，在一个码元持续时间内，收端信号 $y_i(t)$ 经过带通滤波器后已调信号加窄带噪声的合成波形为：

$$y(t) = u_i(t) + n_i(t) \quad 0 < t \leq T_s \quad (6.35)$$

$$\text{其中 } u_i(t) = \begin{cases} a \cos \omega_c t, & \text{发送“1”时} \\ 0, & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.36)$$

式中， a 是考虑由于信道影响而带来幅度衰减后的值。

由于 $n_i(t)$ 是一个窄带高斯过程，设其均值为0、方差为 σ_n^2 。由式（2.131）可得：

$$n_i(t) = n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \quad (6.37)$$

将(6.36)和式(6.37)代入式(6.35)得到带通滤波器的输出波形：

$$y(t) = \begin{cases} [a + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t & \text{发送“1”时} \\ n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t & \text{发送“0”时} \end{cases}$$

(6.38)

1、相干解调性能分析

由图6-19 (a) 所示, $u_i(t)$ 和 $n_i(t)$ 信号经过相乘器与本地载波 $\cos\omega_c t$ 相乘后, 有

$$z(t) = y(t) \cdot \cos \omega_c t = \begin{cases} [a + n_c(t)] \cos^2 \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \cdot \cos \omega_c t \\ n_c(t) \cos^2 \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \cos \omega_c t \end{cases} \quad (6.39)$$

经过低通滤波器后, 在抽样判决器输入端得到的波形 $x(t)$ 可以表示为:

$$x(t) = \begin{cases} a + n_c(t), & \text{发送 “1” 时} \\ n_c(t), & \text{发送 “0” 时} \end{cases} \quad (6.40)$$

式中未计入系数 $1/2$ ，这是因为该系数可以由电路中的增益来加以补偿。

由于 $n_c(t)$ 是高斯过程，因此当发送“1”时，过程 $a+n_c(t)$ 的一维概率密度为：

$$f_1(x) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp\left[-(x-a)^2 / 2\sigma_n^2\right] \quad (6.41)$$

而当发送“0”时， $n_c(t)$ 的一维概率密度为：

$$f_0(x) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp\left[-x^2 / 2\sigma_n^2\right] \quad (6.42)$$

设抽样判决器的判决门限为 b ，我们规定判决准则如下： $x(t)$ 的抽样值 $x > b$ ，则判为“1”码，若 $x \leq b$ ，则判为“0”码。显然，此时产生误码只有两种情形：（1）发“1”**错判**为“0”码；（2）发“0”错判为“1”码。假定出现这两种情形的条件概率分别为 P_{e1} 和 P_{e0} ，则有：

$$P_{e1} = P\{x \leq b\} = \int_{-\infty}^b f_1(x) dx = 1 - \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{b-a}{\sqrt{2}\sigma_n} \right) \right]$$

(6.43)

$$P_{e0} = P(x \geq b) = \int_b^{\infty} f_0(x) dx = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{b}{\sqrt{2\sigma_n^2}} \right) \right] \quad (6.44)$$

其中

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du \quad (6.45)$$

系统总误码率 P_e 为：

$$P_e = P(1)P_{e1} + P(0)P_{e0} \quad (6.46)$$

这里， $P(1)P(0)$ 分别表示发“1”码和发“0”码的概率。如果 $P(1)=P(0)$ ，上式可以进一步表示为：

$$P_e = \frac{1}{2}P_{e1} + \frac{1}{2}P_{e0} = \frac{1}{4} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{b-a}{\sqrt{2}\sigma_n} \right) \right] + \frac{1}{4} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{b}{\sqrt{2}\sigma_n} \right) \right]$$

(6. 47)

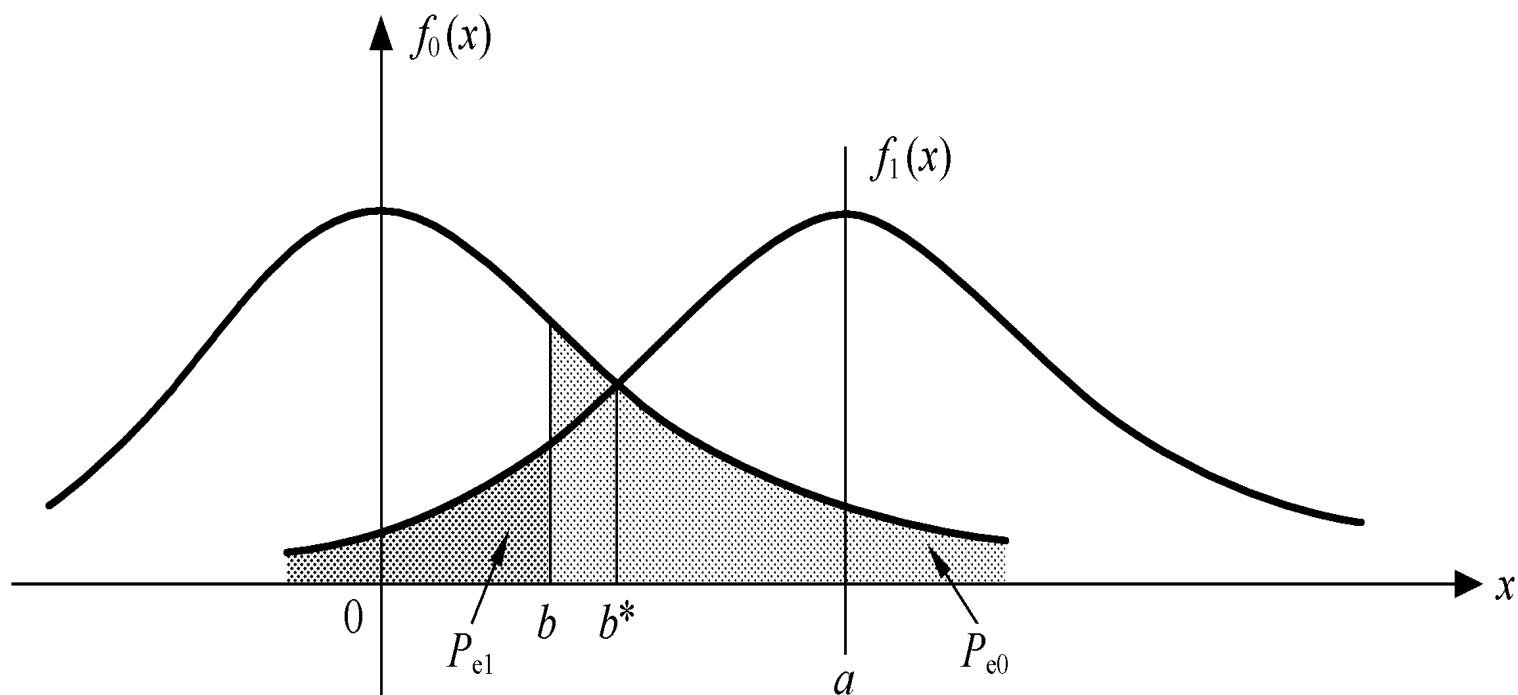


图 6-20 $f_1(x)$ 与 $f_0(x)$ 的曲线

由图6-20可以看出，式（6.47）表示的系统总误码率等于图中画有斜线区域总面积的一半。显然，为了取得**最小误码率**，判决门限值应位于图中 $f_1(x)$ 与 $f_0(x)$ 曲线的交点，即 b^* （最佳门限）点，此时有：

$$f_1(b^*) = f_0(b^*) \quad (6.48)$$

将式 (6.41) 及式 (6.42) 代入上述方程，
即得：

$$b^* = \frac{a}{2} \quad (6.49)$$

将式 (6.49) 代入式 (6.47)，最后得到

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r}/2) \quad (6.50)$$

其中， $r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$ 称为解调器的**输入信噪比**

当 $r \gg 1$ 时，式 (6.50) 可以近似表示为：

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-r/4} \quad (6.51)$$

2、非相干解调（包络检波）性能分析

当采用包络解调时，解调模型如图6-19（b）所示。当发送“1”码时，则在 $(0, T_s)$ 内，带通滤波器输出的包络为：

$$V(t) = \sqrt{[a + n_c(t)]^2 + n_s(t)^2} \quad (6.52)$$

而发送“0”码时，带通滤波器输出的包络

$$V(t) = \sqrt{n_c(t)^2 + n_s(t)^2} \quad (6.53)$$

根据第二章的讨论可知，由式（6.52）给出的包络函数，其一维概率密度函数服从**广义瑞利分布**；而由式（6.53）给出的包络函数，其一维概率密度函数服从**瑞利分布**。它们的概率密度函数可分别表示为

$$f_1(V) = \frac{V}{\sigma_n^2} I_0 \left(\frac{aV}{\sigma_n^2} \right) e^{-(V^2 + a^2)/2\sigma_n^2} \quad (6.54)$$

$$f_0(V) = \frac{V}{\sigma_n^2} e^{-V^2/2\sigma_n^2} \quad (6.55)$$

显然， $V(t)$ 信号经过抽样后按照规定的判决门限进行判决，从而确定接收码元是“1”码还是“0”码。

仍设判决门限为 b ，并规定 $V(t)$ 的抽样值 $V > b$ 时，判为“1”码； $V \leq b$ 时，判为“0”码。同理，我们可以分别得到发“1”错判为“0”码的条件概率 P_{e1} 和发“0”错判为“1”码的条件概率 P_{e0} 分别为：

$$\begin{aligned}
 P_{e1} &= P(V \leq b) = \int_0^b f_1(V) dV = 1 - \int_b^\infty f_1(V) dV \\
 &= 1 - Q\left(\frac{a}{\sigma_n}, \frac{b}{\sigma_n}\right)
 \end{aligned} \tag{6.56}$$

式(6.56)中 $Q[\cdot]$ 函数定义为:

$$Q(\alpha, \beta) = \int_\beta^\infty t I_0(\alpha t) e^{-(t^2 + \alpha^2)/2} dt \tag{6.58}$$

$$\alpha = \frac{a}{\sigma_n}, \beta = \frac{b}{\sigma_n}, t = \frac{V}{\sigma_n} \tag{6.59}$$

$$P_{e0} = P(V > b)$$

$$= \int_b^{\infty} f_0(V) dV = \int_b^{\infty} \frac{V}{\sigma_n^2} e^{-V^2/2\sigma_n^2} dV$$

$$= e^{-b^2/2\sigma_n^2} \quad (6.57)$$

经分析可得系统总误码率 P_e 为：

$$P_e = P(1)P_{e1} + P(0)P_{e0} \quad (6.60)$$

如果 $P(1)=P(0)$ ，则有

$$P_e = \frac{1}{2} \left\{ 1 - Q\left(\frac{a}{\sigma_n}, \frac{b}{\sigma_n}\right) + e^{-b^2/2\sigma_n^2} \right\} \quad (6.61)$$

在大信噪比条件下（在实际应用中，采用包络检波器的接收系统都设计成工作于**大信噪比**的情况），按照前面的分析方法，同样可以求得该系统的最佳门限值为：

$$b^* = V^* = a/2 \quad (6.62)$$

从而， $P(1)=P(0)$ 在条件下，可以求得2ASK非相干解调时误码率为：

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/4} \quad (6.63)$$

式中，

$$r = a^2 / 2\sigma_n^2$$

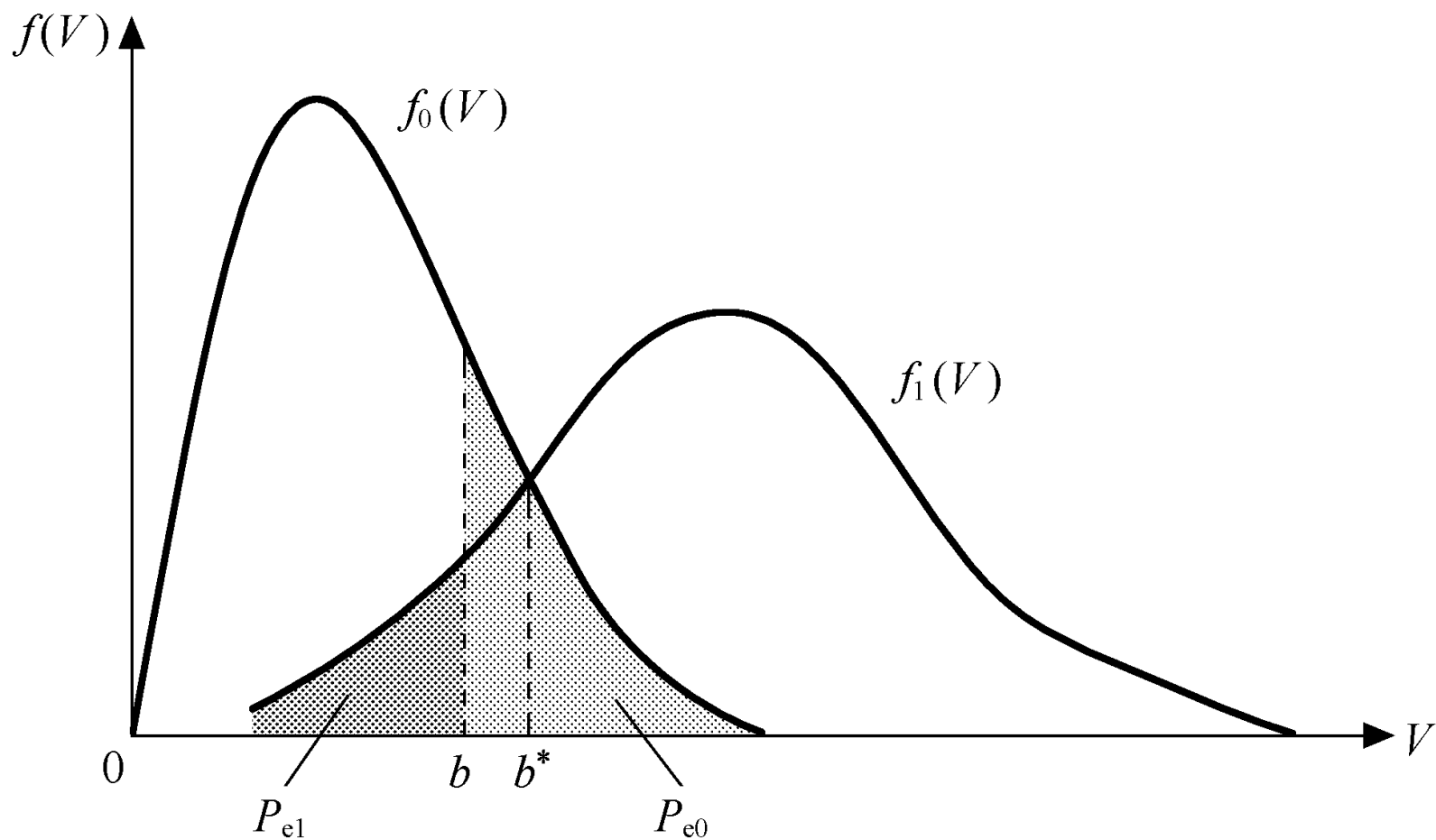


图 6-21 $f_1(V)$ 与 $f_0(V)$ 的曲线

$$P_{e, \text{相干}} = \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-r/4} \quad P_{e, \text{包络}} = \frac{1}{2} e^{-r/4}$$

比较式（6.51）和式（6.63）可以看出，在相同的大信噪比下，2ASK信号相干解调的误码率低于非相干解调的误码率，但**两者的误码性能相差并不大**。然而，由于非相干解调时不需要稳定的本地载波信号，故在电路上要比相干解调时简单。

[例6.1]若采用2ASK方式传送“1”和“0”等概率的二进制数字信息，已知码元宽度为 $T_s = 100\mu\text{s}$ ，信道输出端高斯白噪声的单边功率谱密度为 $n_0 = 1.338 \times 10^{-5}$ 。

(1) 若利用相干方式解调，限定误码率为 $P_e = 2.055 \times 10^{-5}$ ，求所需2ASK接收信号的幅度 a ？

(2) 若保证误码率 P_e 不变，改用非相干解调方式，求所需2ASK接收信号的幅度 a ？

解： $T_s = 100\mu s$ $B_{2ASK} = 2/T_s = 2 \times 10^4 (Hz)$

(1) 相干接收时，系统误码率

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{\sqrt{r}}{2} = 2.055 \times 10^{-5}$$

查阅附录四中的“误差函数表”，可得

$$\frac{\sqrt{r}}{2} = 2.9 \quad , \quad \text{则} \quad r = 33.64$$

$$\text{由} \quad r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} = \frac{a^2}{2 \times n_0 \times B_{2ASK}} = 33.64$$

，求得 $a = 4.24V$

(2) 当非相干接收时，由

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/4} = 2.055 \times 10^{-5}$$

，解得 $r = 40.4$

，同理由

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$$

求得 $a = 4.65V$

6.3.2 2FSK的抗噪声性能

2FSK的解调同样可以采用相干解调和非相干解调。但是由于**2FSK**中有两个不同的频率，因此我们在利用图6-19分析其抗噪声性能时，可以认为有两路不同频率的2ASK信号通过图中各部分，显然图中带通滤波器的中心频率以及本地载波频率必须和两路已调信号的载频一致，最后判决器根据上下两个支路解调输出样值的大小作出判决，从而解调出原始数字基带信号。

设两个带通滤波器的中心频率分别对应于2FSK的两个信号频率 f_1 和 f_2 ，由式(6.38)可写出在一个码元持续时间内，2FSK信号经过两个带通滤波器后的输出波形分别为

$$y_1(t) = \begin{cases} [a + n_{1c}(t)] \cos \omega_1 t - n_{1s}(t) \sin \omega_1 t & \text{发送“1”时} \\ n_{1c}(t) \cos \omega_1 t - n_{1s}(t) \sin \omega_1 t & \text{发送“0”时} \end{cases}$$

(6.64)

另一个频率：

$$y_2(t) = \begin{cases} n_{2c}(t) \cos \omega_2 t - n_{2s}(t) \sin \omega_2 t & \text{发送“1”时} \\ [a + n_{2c}(t)] \cos \omega_2 t - n_{2s}(t) \sin \omega_2 t & \text{发送“0”时} \end{cases}$$

(6. 65)

$$P_e = P(1)P_{e1} + P(0)P_{e0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$$

1、相干解调性能

大信噪比条件下，有

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-r/2} \quad (6.73)$$

式中，

$$r = a^2 / 2\sigma_n^2$$

2、非相干解调性能

2FSK非相干接收系统的总误码率为

$$\begin{aligned} P_e &= P(1)P_{e1} + P(0)P_{e0} \\ &= \frac{1}{2}e^{-r/2} \end{aligned} \quad (6.78)$$

式中，

$$r = a^2 / 2\sigma_n^2$$

[例6. 2] 若采用2FSK方式传送二进制数字信息。已知发送端发出的信号幅度为5V，输入接收端解调器的高斯噪声功率 $\sigma_n^2 = 3 \times 10^{-12} \text{W}$ ，今要求误码率 $P_e = 10^{-4}$

试求：

- (1) 非相干接收时，由发送端到解调器输入端的衰减应为多少？
- (2) 相干接收时，由发送端到解调器输入端的衰减应为多少？

解 (1) 非相干解调时, 2FSK信号的误码率

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/2} = 10^{-4}$$

由此可得

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} = -2\ln(2P_e) = 17$$

$$a = \sqrt{r \cdot 2\sigma_n^2} = \sqrt{17 \times 2 \times 3 \times 10^{-12}} = 1.01 \times 10^{-5} V$$

因此, 从发送端到解调器输入端的衰减分贝数

$$k = 20\lg \frac{A}{a} = 20\lg \frac{5}{1.01 \times 10^{-5}} = 113.9 dB$$

(2) 相干接收时, 2FSK信号的误码率:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{r}{2}} = 10^{-4}$$

由此可得

$$r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} = 13.8$$

$$a = \sqrt{r \cdot 2\sigma_n^2} = \sqrt{13.8 \times 2 \times 3 \times 10^{-12}} = 9.1 \times 10^{-6} \text{V}$$

因此从发送端到解调器输入端的衰减分贝数

$$k = 20 \lg \frac{A}{a} = 20 \lg \frac{5}{9.1 \times 10^{-6}} = 114.8 \text{dB}$$

6.3.3 2PSK和2DPSK的抗噪声性能

1、2PSK的相干解调性能分析

2PSK相干解调系统模型与图6-19 (a) 相同。
在一个码元持续时间 T_s 内，低通滤波器的输出波形可以表示为：

$$x(t) = \begin{cases} a + n_c(t) & \text{发送“1”时} \\ -a + n_c(t) & \text{发送“0”时} \end{cases} \quad (6.79)$$

上式中，当发送“1”时， $x(t)$ 的一维概率密度函数服从均值为 a ，方差为 σ_n^2 的高斯分布。
当发送“0”时， $x(t)$ 的一维概率密度函数服从均值为 $-a$ ，方差为 σ_n^2 的高斯分布。

$x(t)$ 经抽样后的判决准则为： $x(t)$ 的抽样值大于0时，判为“1”码； x 小于0时，判为“0”码。

当发送“1”码和“0”码的概率相等时，系统总误码率可以由下式计算：

$$P_e = P(1)P_{e1} + P(0)P_{e0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r})$$

(6.80)

当 $r \gg 1$ 时, 可得:

$$P_e \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi r}} e^{-r} \quad (6.81)$$

式中,

$$r = a^2 / 2\sigma_n^2$$

2、2DPSK的差分相干解调性能分析

现在我们来分析如图6-18 (a) 所示的2DPSK的差分相干解调系统的误码率。这里分析误码率需要同时考虑两个相邻的码元。设码元宽度是载波周期的整倍数，且假定在一个码元时间内发送的是“1”，且令前一个码元也为“1”码（也可以令为“0”码），则在差分相干解调系统里加到乘法器的两路波形分别表示为

$$y_1(t) = [a + n_{1c}(t)] \cos \omega_c t - n_{1s}(t) \sin \omega_c t \quad (6.82)$$

$$y_2(t) = [a + n_{2c}(t)] \cos \omega_c t - n_{2s}(t) \sin \omega_c t$$

式中, $y_1(t)$ ——无延迟支路的输入信号;
 $y_2(t)$ ——有延迟支路的输入信号;

两路相乘之后, 经低通滤波器的输出信号为:

$$x(t) = \frac{1}{2} \left\{ [a + n_{1c}(t)] [a + n_{2c}(t)] + n_{1s}(t) n_{2s}(t) \right\} \quad (6.83)$$

经抽样后的判决准则为： $x(t)$ 的抽样值

x 大于 0 时，判为 “1” 码是正确判决；

x 小于 0 时，判为 “0” 码是错误判决。

经分析求得将 “1” 码错判为 “0” 码的条件概

率 P_{e1} 为：

$$P_{e1} = \frac{1}{2} e^{-r} \quad (6.84)$$

同理可求得将“0”码错判为“1”码的条件概率 P_{e0} 与式(6.84)完全一样。

因此，当发送“1”码和“0”码的概率相等时2DPSK的差分相干检测系统的总误码率为：

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-r} \quad (6.85)$$

式中，

$$r = a^2 / 2\sigma_n^2$$

3、2DPSK的相干解调性能分析

2DPSK的相干解调电路参见图6-17 (a) 所示，它是在如图6-14 所示2PSK相干解调电路的输出端再加**码反变换器**构成，所以前面讨论的2PSK相干解调系统的误码率公式 (6.81) 不是它的最终结果。

理论分析可以证明，接入码反变换器后会**使误码率增加 (1~2倍)**。

仅就抗噪声性能而言，2DPSK的**相干解调**误码率指标仍优于**差分相干解调**系统，但是，由于2DPSK系统的差分相干解调电路比相干解调电路简单得多，因此2DPSK系统中大都采用**差分相干解调**。

6.3.4 二进制数字调制系统的性能比较

1、误码率

表6.1列出了本章中讨论的各种二进制数字调制系统的误码率计算公式。由表6.1和前面的分析可知，对同一种调制方式，在接收机输入信噪比 r 较小时，相干解调的误码率小于非相干解调的误码率；在 $r \gg 1$ 时，由于指数项起主要作用，相干解调与非相干解调的误码率几乎相等。

表 6.1

二进制数字调制系统的误码率

调制方式	解调方式	误码率 P_e	$r \gg 1$ 时的近似 P_e
2ASK	相干	$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r}/2)$	$P_e = \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-r/4}$
	非相干		$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/4}$
2FSK	相干	$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{r}{2}}$	$P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-r/2}$
	非相干	$P_e = \frac{1}{2} e^{-r/2}$	
2PSK	相干	$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r})$	$P_e \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi r}} e^{-r}$
2DPSK	差分相干	$P_e = \frac{1}{2} e^{-r}$	

根据表6.1 所画出的三种数字调制系统的误码率 P_e 与信噪比 r 的关系曲线如图6-22所示。

可以看出，在相同的信噪比 r 下，相干解调的2PSK系统的误码率 P_e 最小；

在误码率相同条件下，相干2PSK要求 r 最小，2FSK系统次之，2ASK系统要求 r 最大，它们之间分别相差约3dB。

对不同的调制方式，当信噪比 r 相同时，2PSK、2DPSK的误码率小于2FSK，而2FSK系统的误码率又小于2ASK系统：

$$P_{e2ASK\text{非相干}} = \frac{1}{2} e^{-r/4} \quad P_{e2ASK\text{相干}} = \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-r/4}$$

$$P_{e2FSK\text{非相干}} = \frac{1}{2} e^{-r/2} \quad P_{e2FSK\text{相干}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-r/2}$$

$$P_{e2DPSK} = \frac{1}{2} e^{-r} \quad P_{e2PSK} = \frac{1}{2\sqrt{\pi r}} e^{-r}$$

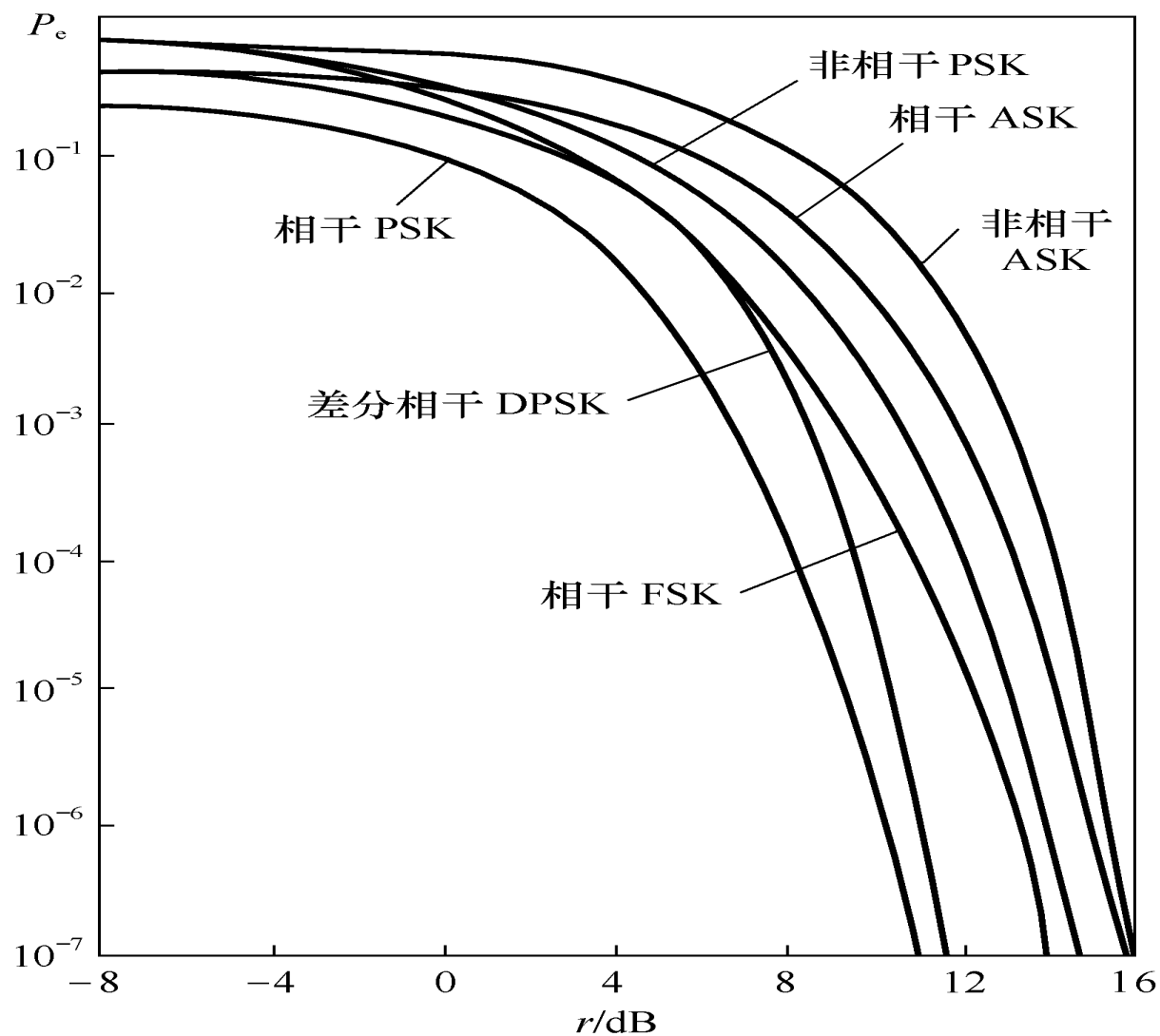


图6-22 误码率 P_e 与信噪比 r 的关系曲线

中大光信息

2、频带宽度

若传输的码元时间宽度为 T_s ，则

$$B_{2ASK} = B_{2PSK} = B_{2DPSK} = \frac{2}{T_s}$$

在**2FSK**系统中，

$$B_{2FSK} = |f_1 - f_2| + \frac{2}{T_s}$$

3、对信道特性变化的敏感性

在实际通信系统中，除恒参信道之外，还有很多信道属于**随参信道**，也即信道参数随时间变化。因此，在选择数字调制方式时，还应考虑系统对信道特性的变化是否敏感。

在**2FSK**系统中，判决器是根据上下两个支路解调输出样值的大小来作出判决，不需要人为地设置判决门限，因而对信道的变化不敏感。

在**2PSK**系统中，当发送符号概率相等时，判决器的最佳判决门限为零，与接收机输入信号的幅度无关。因此，判决门限不随信道特性的变化而变化，接收机总能保持工作在最佳判决门限状态。

对于**2ASK**系统，判决器的最佳判决门限为 $a/2$ ，它与接收机输入信号的幅度 a 有关。

当信道特性发生变化时，接收机输入信号的幅度将随着发生变化，从而导致最佳判决门限也随之而变。这时，接收机不容易保持在最佳判决门限状态，误码率将会增大。

可见，从对信道特性变化的敏感程度上看，2ASK调制系统性能最差。

4、设备复杂度

从设备复杂度方面考虑，一般说来，相干解调因为要提取相干载波，故设备相对比较复杂些，从而使设备成本也略高，所以除在高质量传输系统中采用相干解调外，一般应尽量采用非相干解调方式。

小复习

二进制系统的性能比较:

1、误码率

- a) r 一定, 相干2PSK最小
- b) r 相同, $2\text{PSK} < 2\text{DPSK} < 2\text{FSK} < 2\text{ASK}$
- c) 相同 P_e , 信噪比: 相干2PSK $<$ 2FSK $<$ 2ASK
- d) r 足够, 差分相干2DPSK $<$ 相干2FSK

2、频带宽度

3、对信道的敏感度: 2ASK最差

4、设备复杂度: 一般用非相干解调

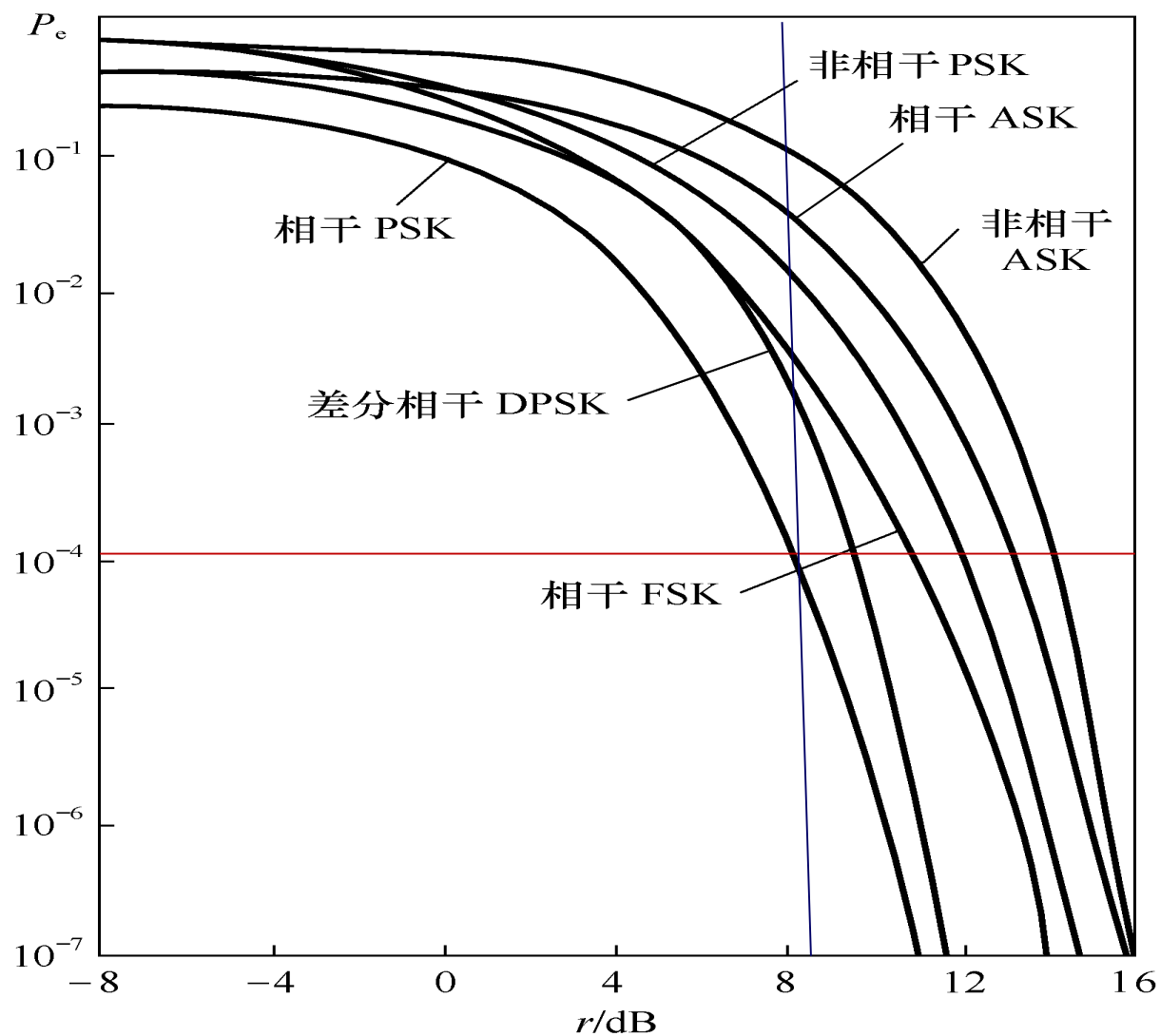


图6-22 误码率 P_e 与信噪比 r 的关系曲线

中大光信息

6.4 多进制数字调制系统

为更有效地利用通信资源，提高信息传输效率，现代通信往往采用多进制数字调制。多进制数字调制是利用多进制数字基带信号去控制载波的幅度、频率或相位。

因此，相应地有多进制数字幅移键控 (MASK)、多进制数字频移键控 (MFSK)以及多进制数字相移键控 (MPSK)等三种基本方式。

与二进制调制方式相比，多进制调制方式的特点是：

(1) 在相同码元速率下，多进制数字调制系统的**信息传输速率**高于二进制数字调制系统；

(2) 在相同的信息速率下，多进制数字调制系统的**码元传输速率**低于二进制调制系统。

采用多进制数字调制的缺点是设备复杂，判决电平增多，误码率高于二进制数字调制系统。

6.4.1 多进制幅移键控 (MASK)

1、MASK的时域表达

M进制幅移键控信号中，载波幅度有M种，而在每一码元间隔 T_s 内发送**一种幅度**的载波信号，MASK的时域表达式为：

$$S_{MASK}(t) = \left[\sum_n a_n g(t - nT_s) \right] \cos \omega_c t = s(t) \cos \omega_c t$$

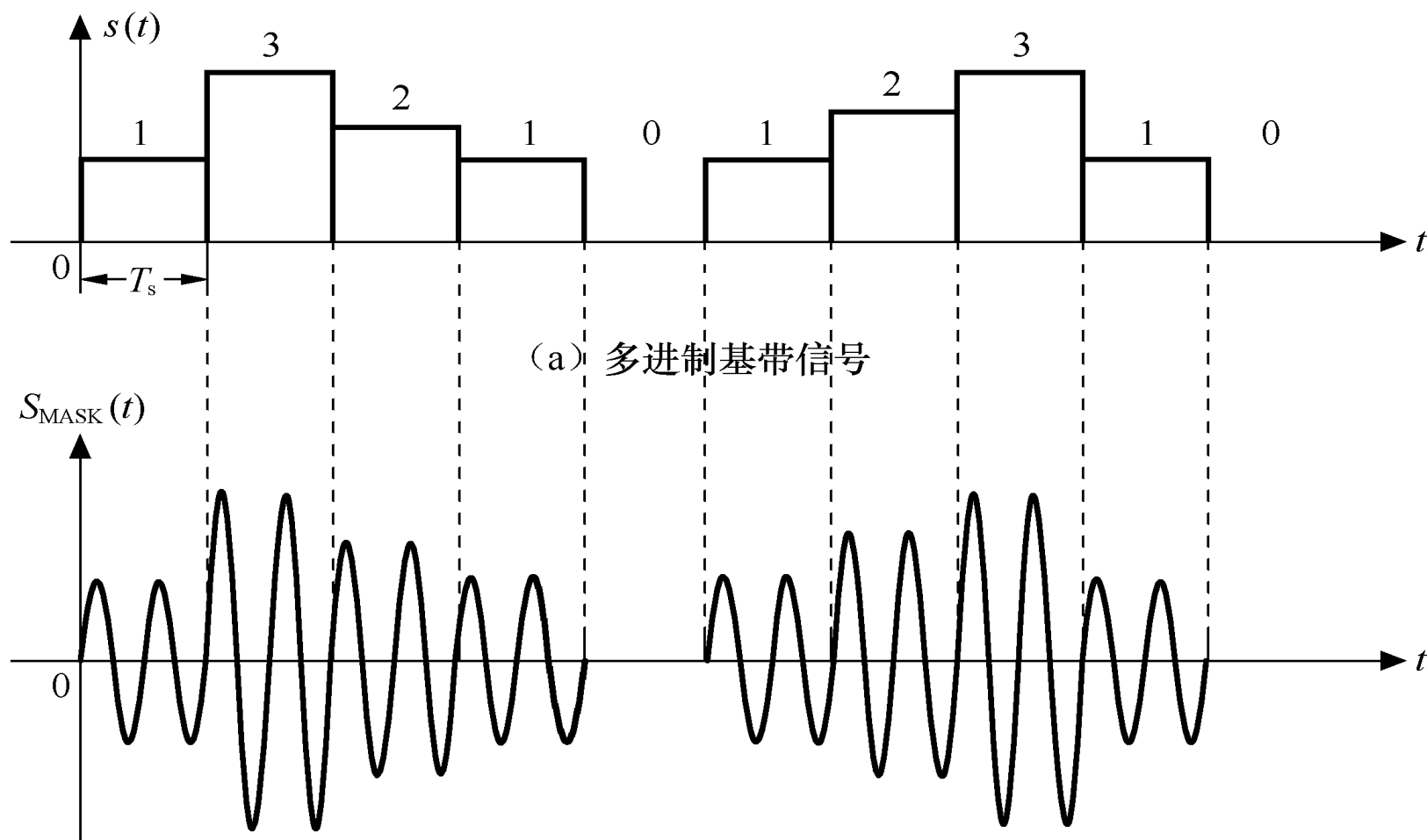
(6.86)

式中

$$a_n = \begin{cases} 0 & \text{概率为 } P_1 \\ 1 & \text{概率为 } P_2 \\ 2 & \text{概率为 } P_3 \\ \vdots & \\ M-1 & \text{概率为 } P_M \end{cases}$$

且有 $P_1 + P_2 + \cdots + P_M = 1$

MASK的波形如图6-23所示，图（a）为多进制基带信号，图（b）为MASK的已调波形。



(a) 多进制基带信号

(b) MASK 的已调波形

图6-23 MASK的调制波形

由于基带信号的频谱宽度与其脉冲宽度有关，而与其脉冲幅度无关，所以MASK信号的功率谱的分析同2ASK。其**带宽**为：

$$B_{MASK} = 2f_s = \frac{2}{T_s} = 2R_B \quad (6.87)$$

其中， R_B 是多进制**码元速率**。

所以，系统**码元频带利用率**为

$$\eta = \frac{R_B}{B} = \frac{1}{2} \quad (\text{Baud} / \text{Hz}) \quad (6.88)$$

系统**信息频带利用率**为

$$\eta = \frac{R_b}{B} = \frac{R_B}{B} \log_2 M \quad [\text{bit} / (\text{s} \cdot \text{Hz})] \quad (6.89)$$

2、MASK系统的抗噪声性能

MASK抗噪声性能的分析方法与2ASK系统相同。有相干解调和非相干解调两种方式。若M个振幅出现的概率相等，当采用相干解调和最佳判决门限电平时，系统总的误码率为：

$$P_{eMASK} = \left(1 - \frac{1}{M}\right) \operatorname{erfc} \left(\frac{3}{M^2 - 1} r \right)^{1/2} \quad (6.90)$$

式中， M 为进制数或幅度数； r 为信号平均功率与噪声功率之比。

图6-24示出了在 $M=2、4、8、16$ 时系统相干解调的误码率与信噪比 r 的关系曲线。由图可见，为了得到相同的误码率 P_e ， M 进制数越大，需要的有效信噪比 r 就越高，其抗噪声性能也越差。

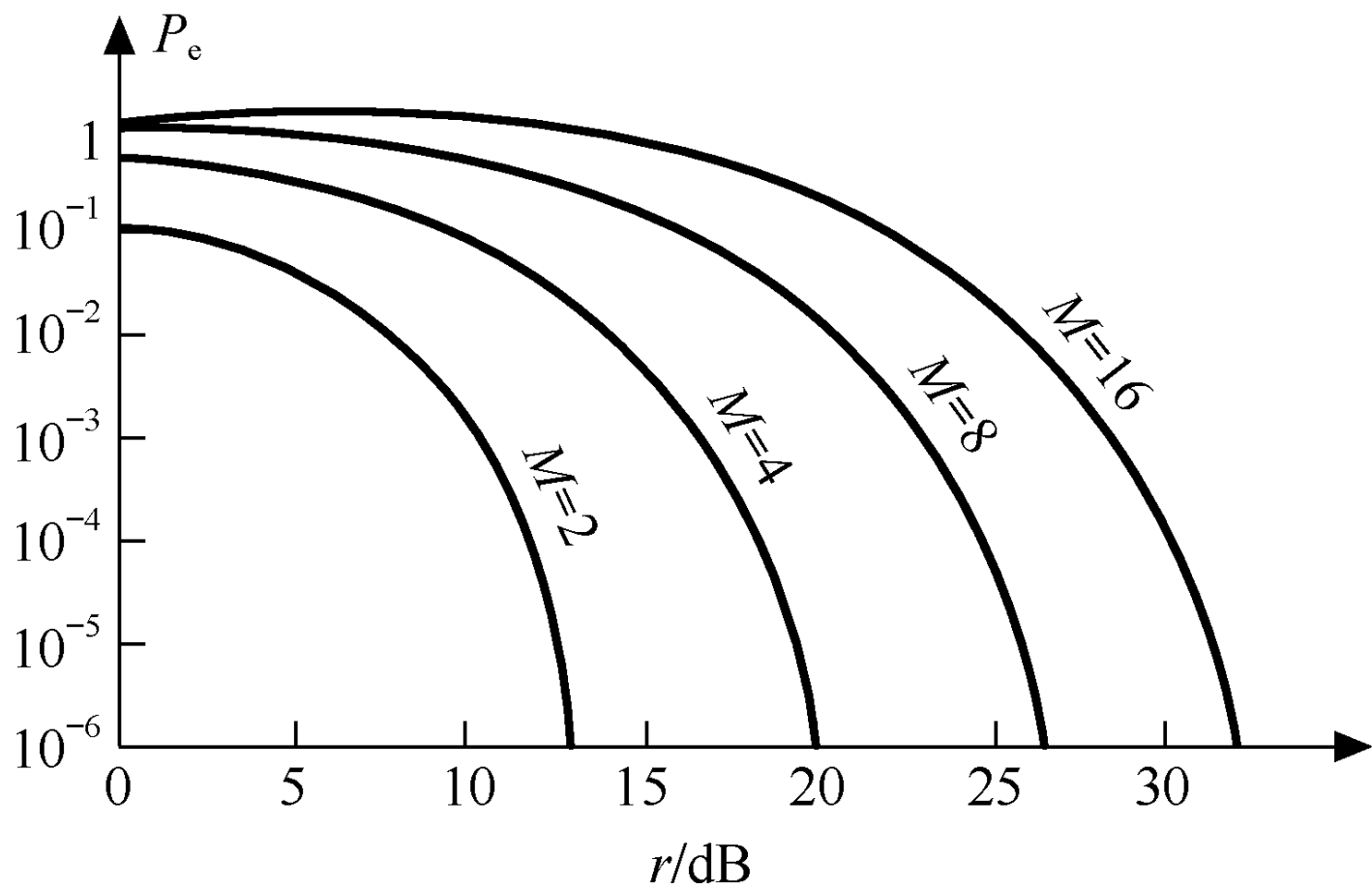


图6-24 MASK系统的性能曲线

6.4.2 多进制频移键控（MFSK）

多进制数字频移键控是用多个频率的正弦振荡分别代表不同的数字信息。它基本上是二进制数字频率键控方式的直接推广。

大多数的MFSK系统可用图6-25表示。

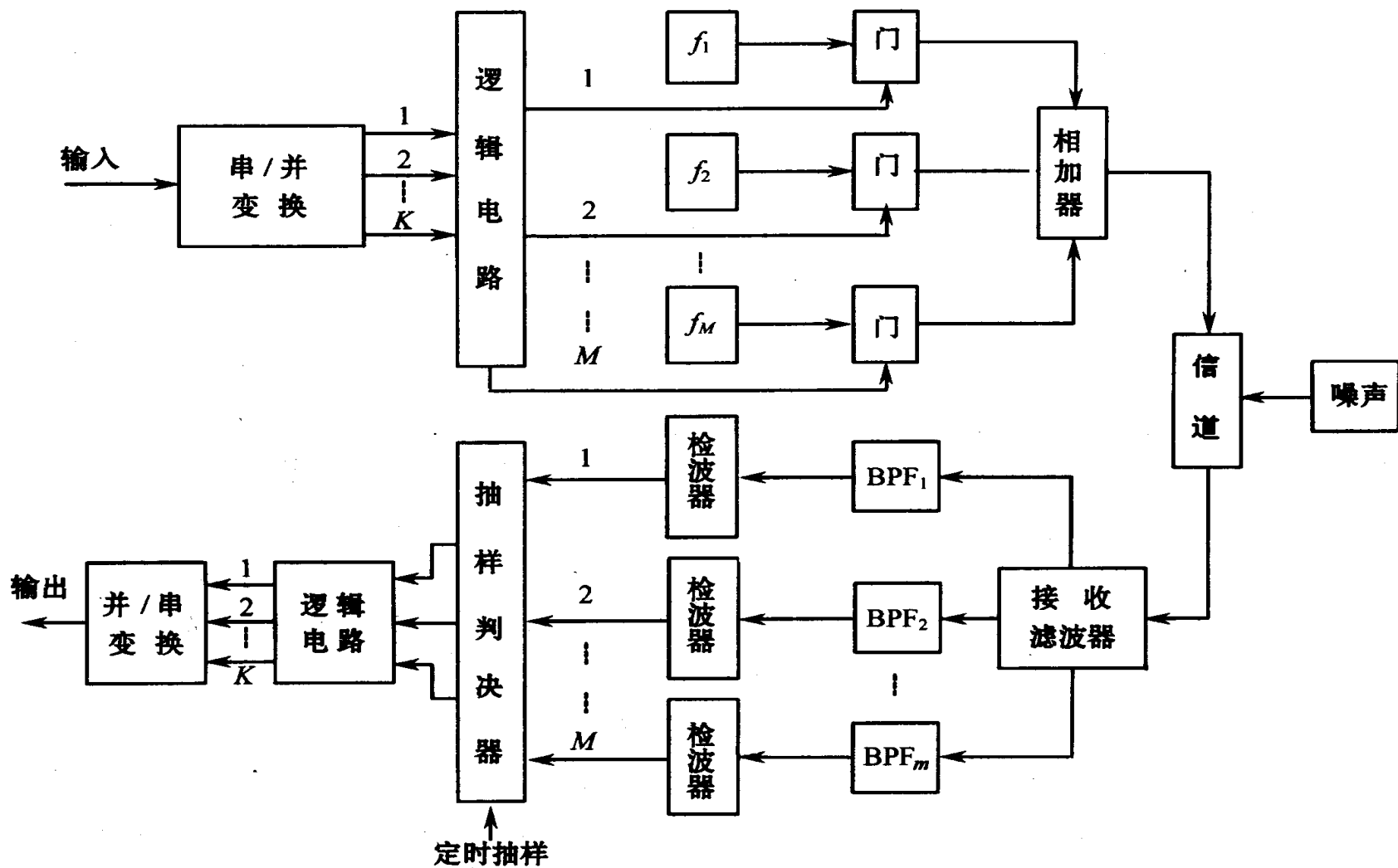


图6-25 多进制频移键控系统框图

MFSK系统可看做是M个振幅相同，载波频率不同，时间上互不相容的2ASK信号的叠加，故带宽为：

$$B_{MFSK} = f_H - f_L + 2f_s = f_H - f_L + 2R_B \quad (6.91)$$

式中， f_H 为最高载频； f_L 为最低载频； $R_B=1/T_s$ 为多进制码元速率。

MFSK抗噪声性能的分析方法与2FSK系统相同，有相干解调和非相干解调两种方式。

图6-26所示为 $M=2$ 、32、1024时相干解调和非相干解调的误码率曲线。其中实线表示相干解调时的误码率曲线，虚线表示非相干解调时的误码率曲线。

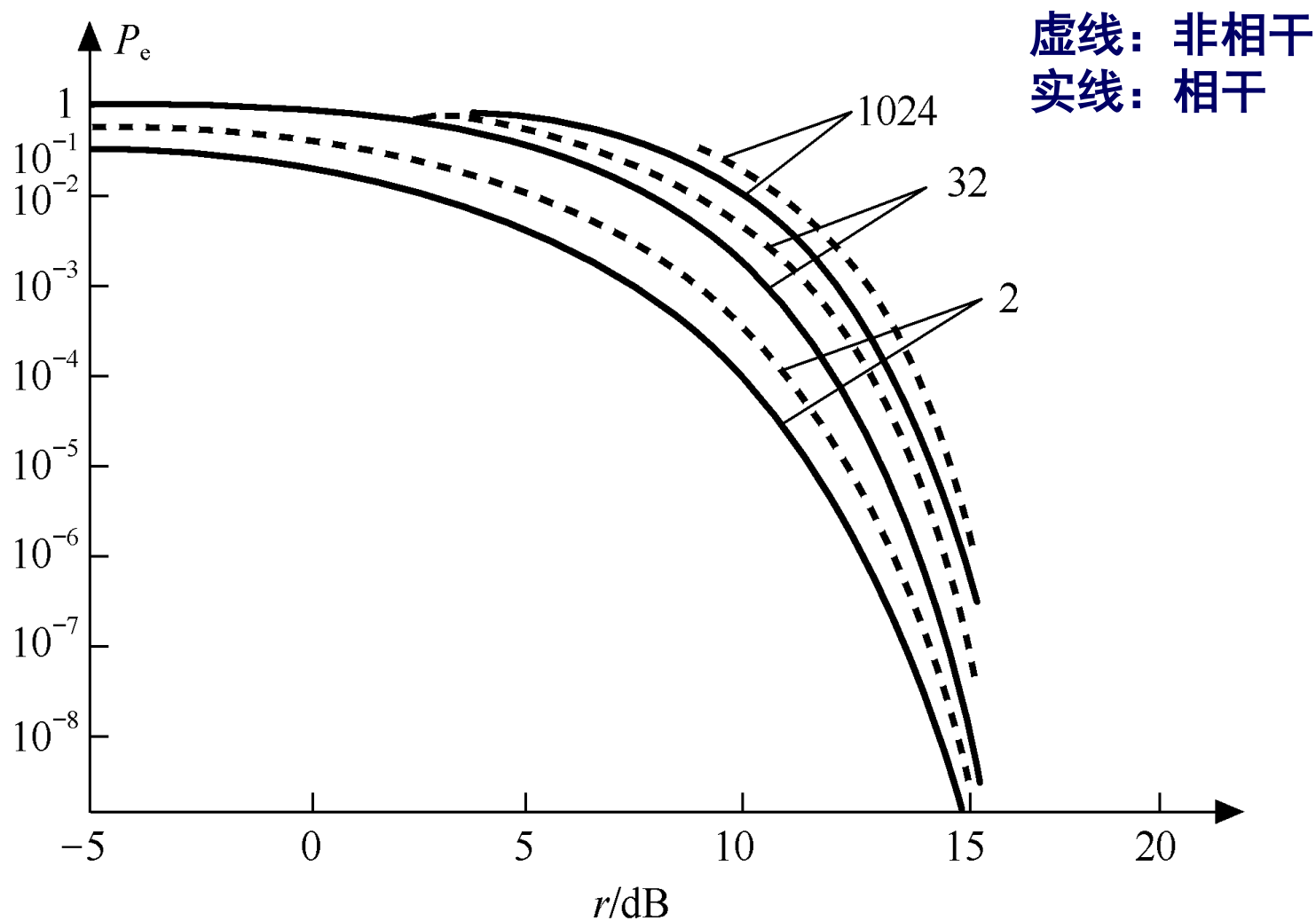


图6-26 MFSK系统的性能曲线

由图可见，

第一：M一定时， r 越大，误码率越小； r 一定时，M越大，误码率越大；

第二：同一M下的每对相干和非相干曲线将随信噪比 r 的增加而趋于同一极限值，即相干解调与非相干解调性能之间的差距将随M的增大而减小。

6.4.3 多进制相移键控

多进制数字相移键控又称多相制，是二进制相移键控方式的推广，也是利用载波的**多个不同相位**（或相位差）来代表数字信息的调制方式。它和二进制一样，也可分为绝对移相和相对移相。通常，**相位数**用 $M = 2^k$ 计算，分别与k位二进制码元的不同组合相对应。

1、多进制绝对移相（MPSK）

假设k位二进制码元的持续时间仍为 T_s ，则M相调制波形可写为如下表达式：

$$S_{MPSK}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(t - kT_s) \cos(\omega_c t + \varphi_k)$$

A方式

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT_s) \cos \omega_c t - \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k g(t - kT_s) \sin \omega_c t$$

B方式

其中， φ_k 为受调相位，可以有M种不同取值。 $a_k = \cos \varphi_k$ ； $b_k = \sin \varphi_k$ 。

中大光信息

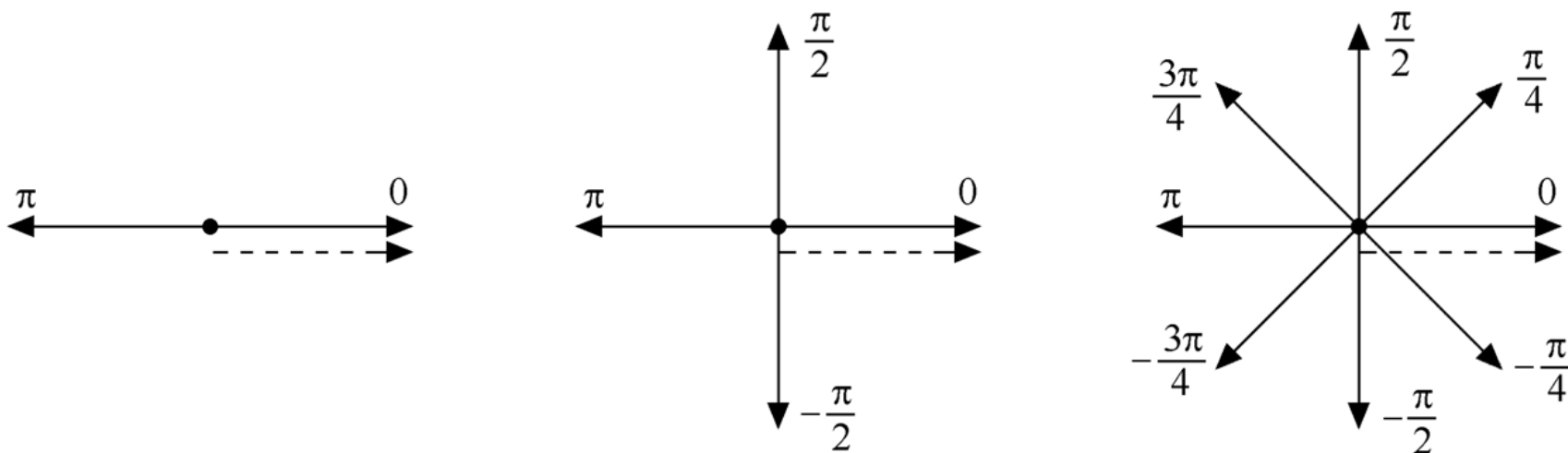
$$\varphi_i = i \cdot \frac{2\pi}{M}$$

$$M = 2^k$$

$$S_{MPSK}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(t - kT_s) \cos(\omega_c t + \varphi_k)$$

从上式可见，多相制信号既可以看成是M个幅度及频率均相同、初相不同的2ASK信号之和，又可以看成是对两个正交载波进行多电平双边带调制所得的信号之和。

$$S_{MPSK}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(t - kT_s) \cos(\omega_c t + \varphi_k)$$



(a) A 方式相移系统

$$S_{MPSK}(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT_s) \cos \omega_c t$$

$$\varphi_i = i \cdot \frac{2\pi}{M}$$

$$- \sum_{-\infty}^{\infty} b_k g(t - kT_s) \sin \omega_c t$$

$$(a_k, b_k)$$

$$\varphi = i \cdot \pi$$

$$\varphi = i \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = i \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$a_k = \cos \varphi_k$$

$$1$$

$$1 \quad 0$$

$$1 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \quad 0 \quad -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$-1$$

$$-1 \quad 0$$

$$-1 \quad -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$0$$

$$0 \quad 1$$

$$0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \quad 1 \quad -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$b_k = \sin \varphi_k$$

$$0$$

$$0 \quad -1$$

$$0 \quad -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad -1 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{M}{2} = 1$$

$$\frac{M}{2} = 2$$

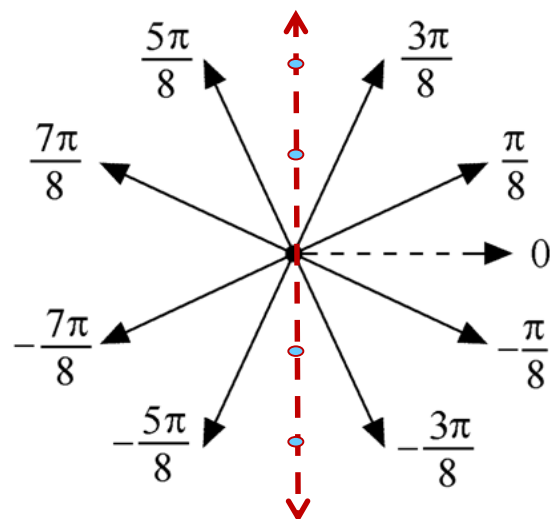
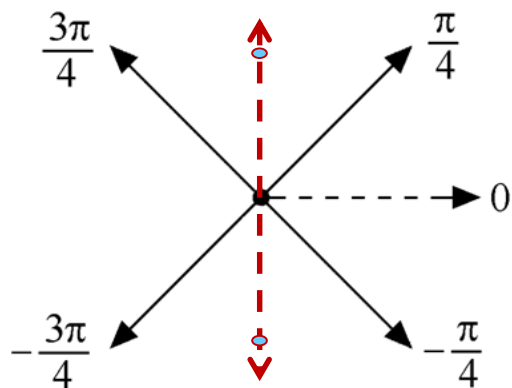
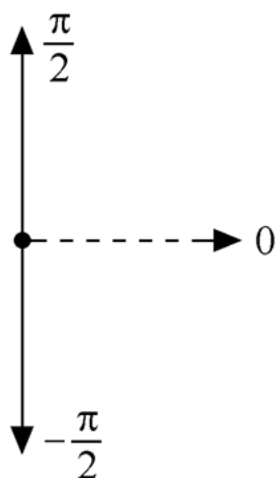
$$\frac{M}{2} = 4$$

$$S_{MPSK}(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT_s) \cos \omega_c t$$

a_k 取 $\frac{M}{2}$ 状态

$$- \sum_{-\infty}^{\infty} b_k g(t - kT_s) \sin \omega_c t$$

b_k 取 $\frac{M}{2}$ 状态



(b) B 方式相移系统

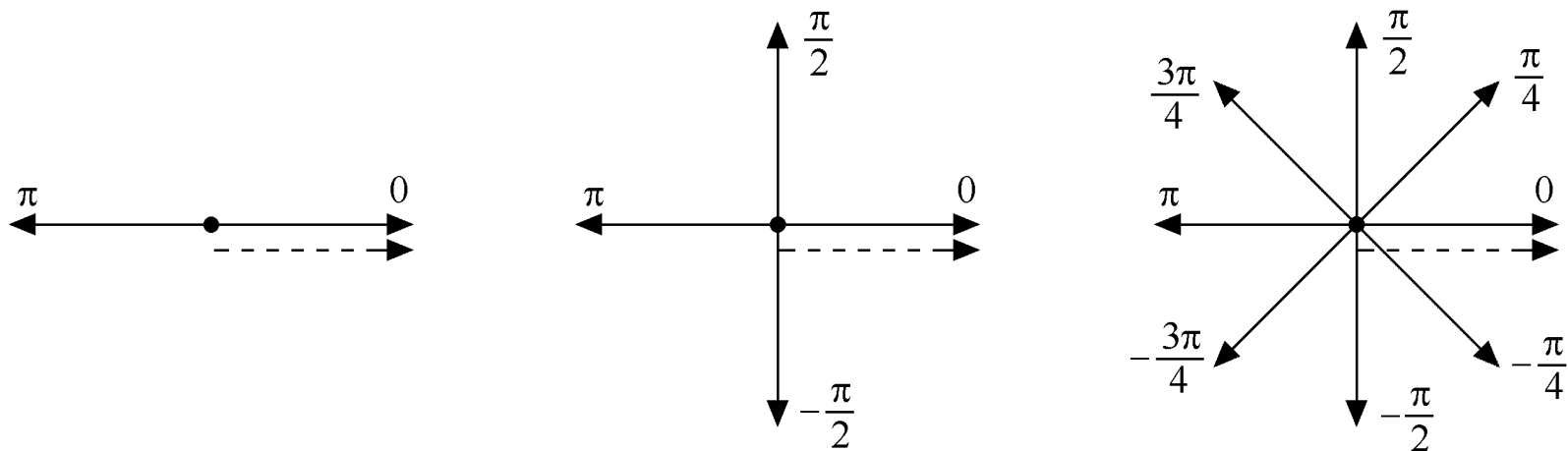
带宽与MASK带宽相同，即：

$$B_{MPSK} = 2f_s = \frac{2}{T_s} = 2R_B \quad (6.93)$$

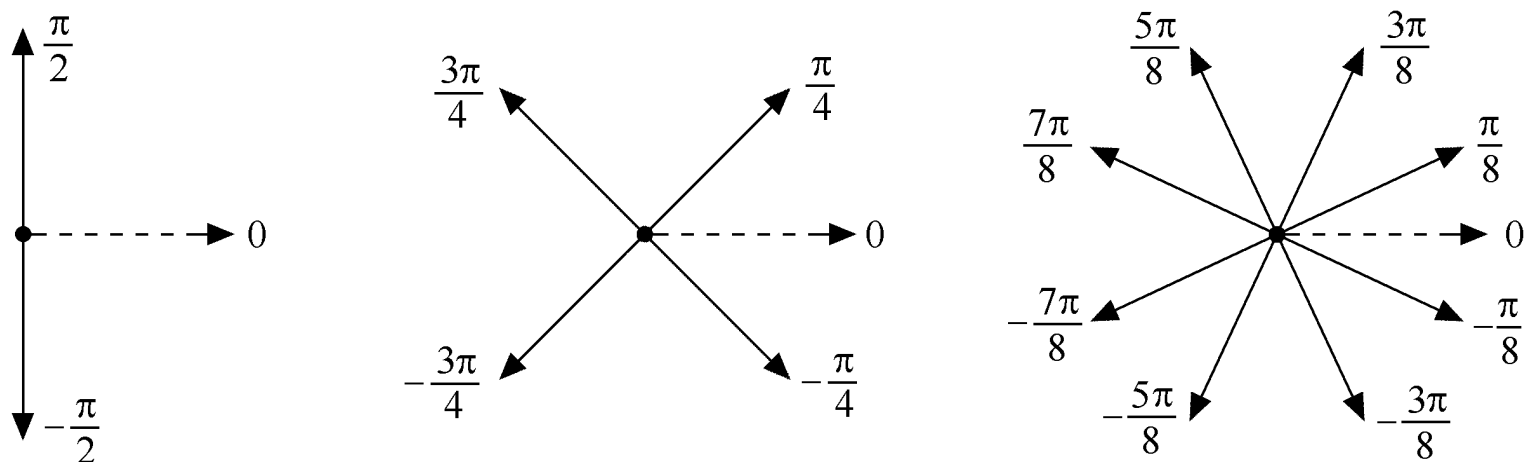
其中 R_B 为多进制码元速率。此时其信息速率与MASK相同，是2ASK及2PSK系统的 $\log_2 M$ 倍。也就是说，MPSK系统的信息频带利用率是2PSK的 $\log_2 M$ 倍。

可见，多相制是一种信息频带利用率高的效率传输方式。另外其也有较好的抗噪声性能，因而得到广泛的应用。

MPSK信号还可以用**矢量图**来描述，在矢量图中通常以未调载波相位作为参考矢量。图6-27分别画出 $M=2$ ， $M=4$ ， $M=8$ 时3种情况下的矢量图。当采用相对移相时，矢量图所表示的相位为**相对相位差**。因此图中将基准相位用虚线表示，在相对移相中，这个基准相位也就是前一个调制码元的相位。相位配置常用两种方式：A方式如图6-27（a）所示和B方式如图6-27（b）所示。



(a) A 方式相移系统



(b) B 方式相移系统

图6-27 多进制的两种矢量图

四相相移键控4PSK (QPSK)

四相制是用载波的4种不同相位来表征数字信息。由于4种不同相位可代表4种不同的数字信息，因此，对输入的二进制数字序列先进行分组，将每两个比特编为一组，可以有四种组合（00，10，11，01），然后用载波的四种相位来分别表示它们。由于每一种载波相位代表两个比特信息，故每个四进制码元又被称为**双比特码元**。表6.4-1是双比特码元与载波相位的一种对应关系。

双比特码元

表 6.2

双比特码元与载波相位的关系

双比特码元	载波相位 φ_k	
	A 方式	B 方式
0 0	0	$-3\pi/4$
1 0	$\pi/2$	$-\pi/4$
1 1	π	$\pi/4$
0 1	$-\pi/2$	$3\pi/4$

4PSK的产生方法可采用调相法和相位选择法。图6-28所示为调相法产生B方式4PSK信号的原理框图。

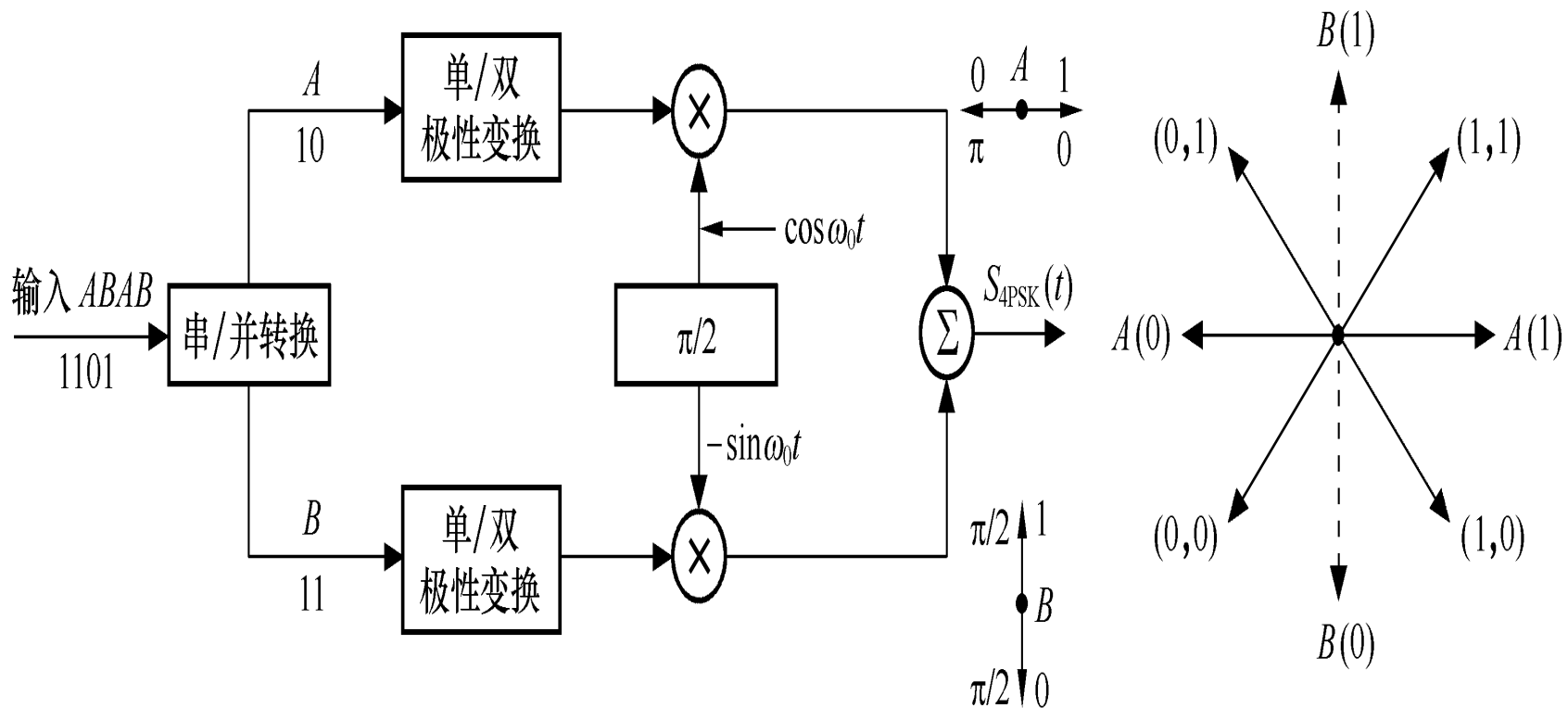


图6-28 调相法产生B方式4PSK信号

图6-28中输入的二进制串行码元经串/并转换器变为并行的**双比特码**流，经极性变换后，将单极性码变为双极性码，然后与载波相乘，完成二进制相位调制，两路信号叠加后，即得到B方式4PSK信号。

若需产生**A方式**4PSK信号，只需把**载波相移 45°** 后再与调制信号相乘即可。

用相位选择法产生4PSK信号的组成方框图如图6-29所示。图中，四相载波发生器分别输出调相所需的4种不同相位的载波。按照串/并变换器输出的双比特码元的不同，逻辑选相电路输出相应的载波。

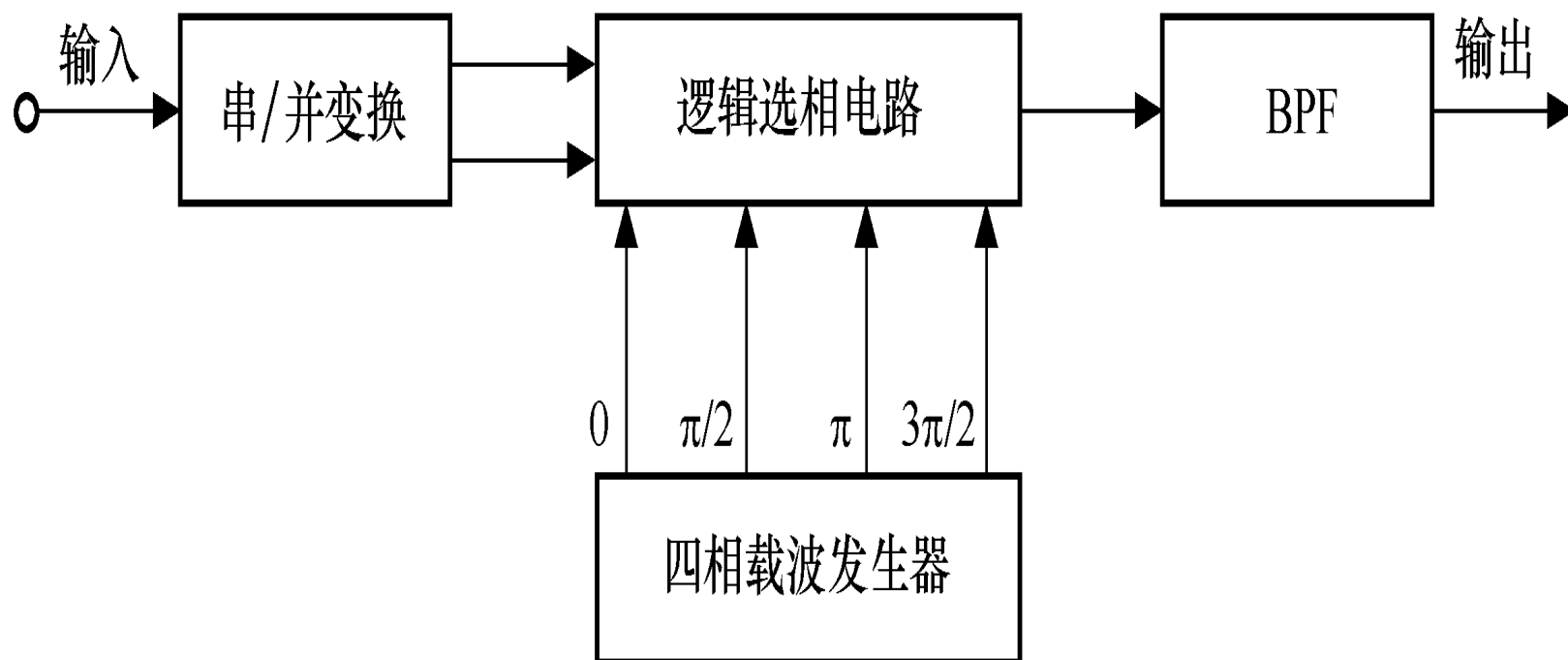


图6-29 相位选择法产生4PSK信号

由于**四相绝对移相**信号可以看作是两个正交2PSK信号的合成，对应图6-28 B方式的4PSK信号的解调，可采用与2PSK信号类似的解调方法进行解调。

用两个正交的相干载波分别对两路2PSK进行相干解调，如图6-30所示，再经并 / 串变换器将解调后的并行数据恢复成串行数据。

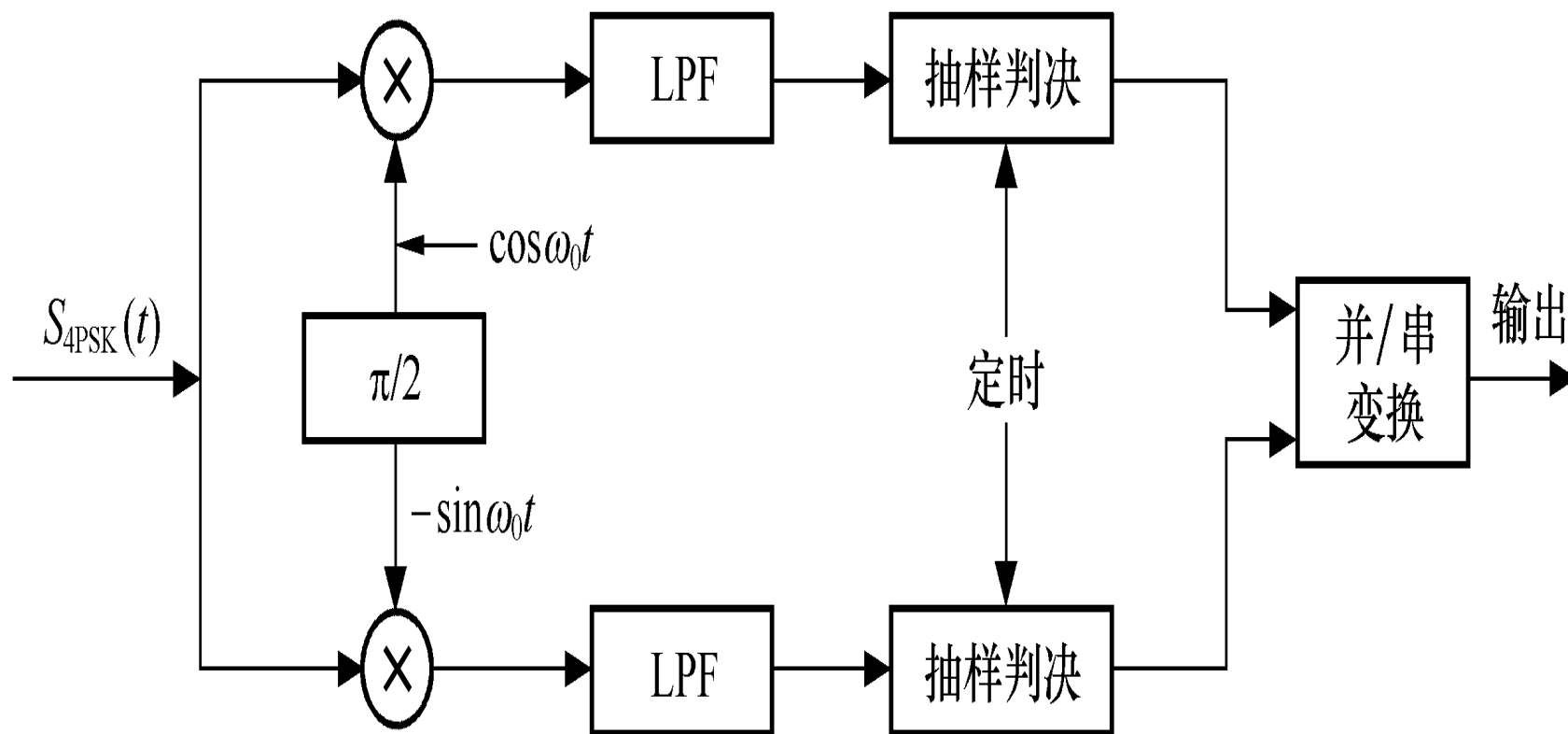


图6-30 B方式4PSK信号相干解调原理框图

需要注意的是，在2PSK信号的相干解调过程中会产生“倒 π 现象”即“相位模糊现象”。同样对于4PSK相干解调也会产生相位模糊现象，并且是 0^0 、 90^0 、 180^0 和 270^0 四个相位模糊。

因此，在实际中更常用的是四相相对移相调制，即**4DPSK**。

2、多进制的相对移相 (MDPSK)

以四进制相对相移信号**4DPSK**为例进行讨论。所谓四相相对移相调制是利用前后码元之间的相对相位变化来表示数字信息。若以前一码元相位作为参考，并令 $\Delta\varphi_k$ 作为本码元与前一码元的初相差，信息编码与载波相位变化关系仍可采用表6.2来表示，它们之间的矢量关系也可用图6-27表示。不过，这时表6.2中的 φ_k 应改为 $\Delta\varphi_k$ ；

双比特码元

表 6.2 **b DPSK**

双比特码元与载波相位的关系

双比特码元	相对相位 $\Delta\varphi_k$	
	A 方式	B 方式
0 0	0	$-3\pi/4$
1 0	$\pi/2$	$-\pi/4$
1 1	π	$\pi/4$
0 1	$-\pi/2$	$3\pi/4$

图6-27中的参考相位应是前一码元的相位。
四相**相对移相**调制仍可用式（6.4-10）表示，
不过，这时它并不表示数字序列的调相信号波形，
而是表示**绝对码变换成相对码**后的数字序列的调相信号波形。

$$S_{MDPSK}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(t - kT_s) \cos(\omega_c t + \Delta\varphi_k)$$

[例6. 3] 设发送数字信息序列为101100100100，双比特码元与载波相位的关系如表6. 4-1所示，已知双比特码组的宽度为 T_s ，载波周期也为 T_s 。请画出4PSK、4DPSK 信号A、B两种方式的波形。

解：根据A方式和B方式对载波相位的不同要求，可分别画出4PSK信号和4DPSK信号的两种可能波形如图6-31所示。

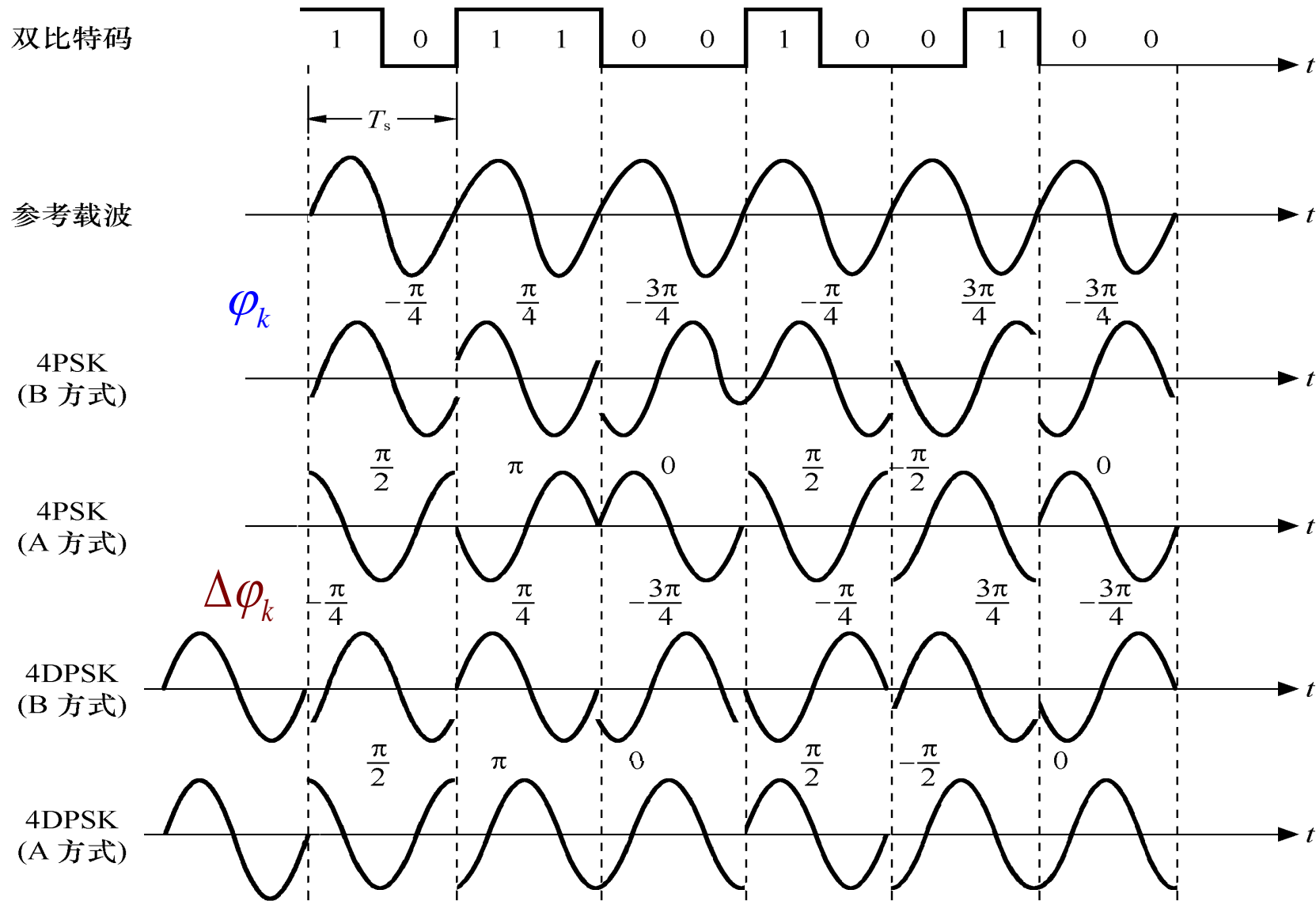


图6-31 4PSK、4DPSK信号的调制波形

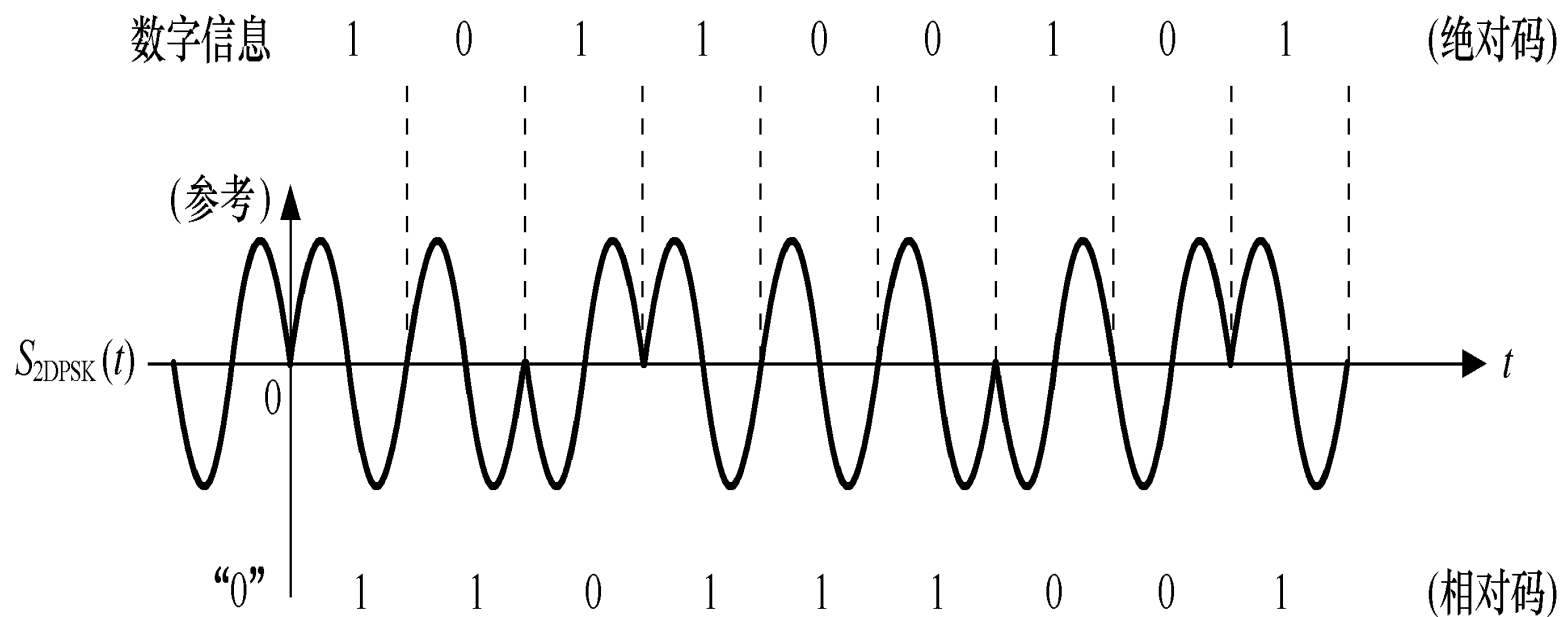


图6-15 2DPSK的波形

下面讨论4DPSK信号的**产生和解调**。

我们已经知道，为了得到2DPSK信号，可以先将绝对码变换成**相对码**，然后用相对码对载波进行绝对移相。4DPSK也可先将输入的双比特码经码变换器变换为相对码，然后用双比特的相对码再进行四相绝对移相，所得到的输出信号便是四相相对移相信号。

4DPSK的产生方法基本上同4PSK，仍可采用**调相法**和**相位选择法**，只是这时需将输入信号由绝对码转换成相对码。

图6-32所示是产生A方式4DPSK信号的原理框图，其中载波采用了 $\pi/4$ 相移器。图中在串/并变换后增加了一个码变换器，它负责把绝对码变换为相对码（**差分码**）。

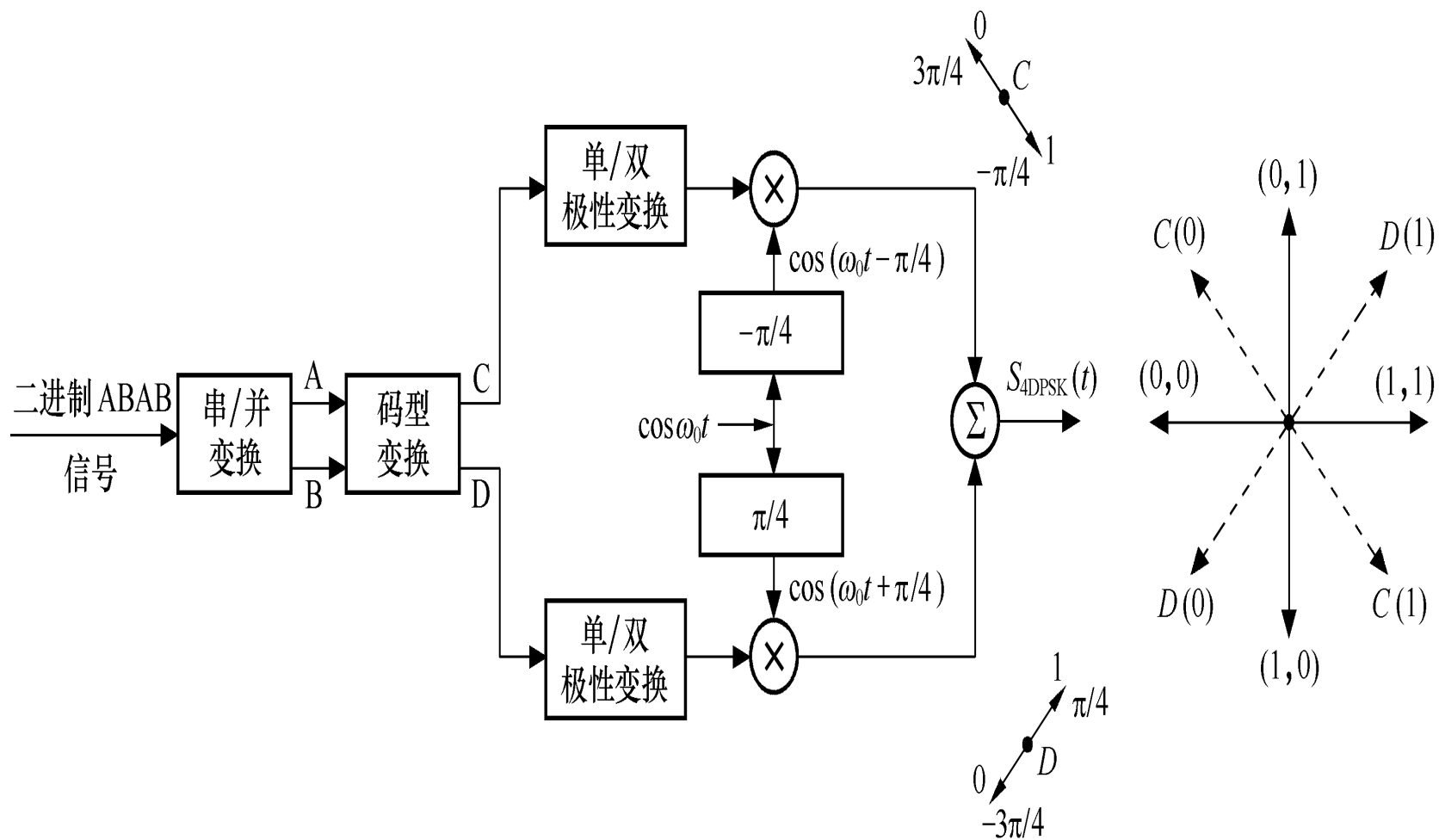
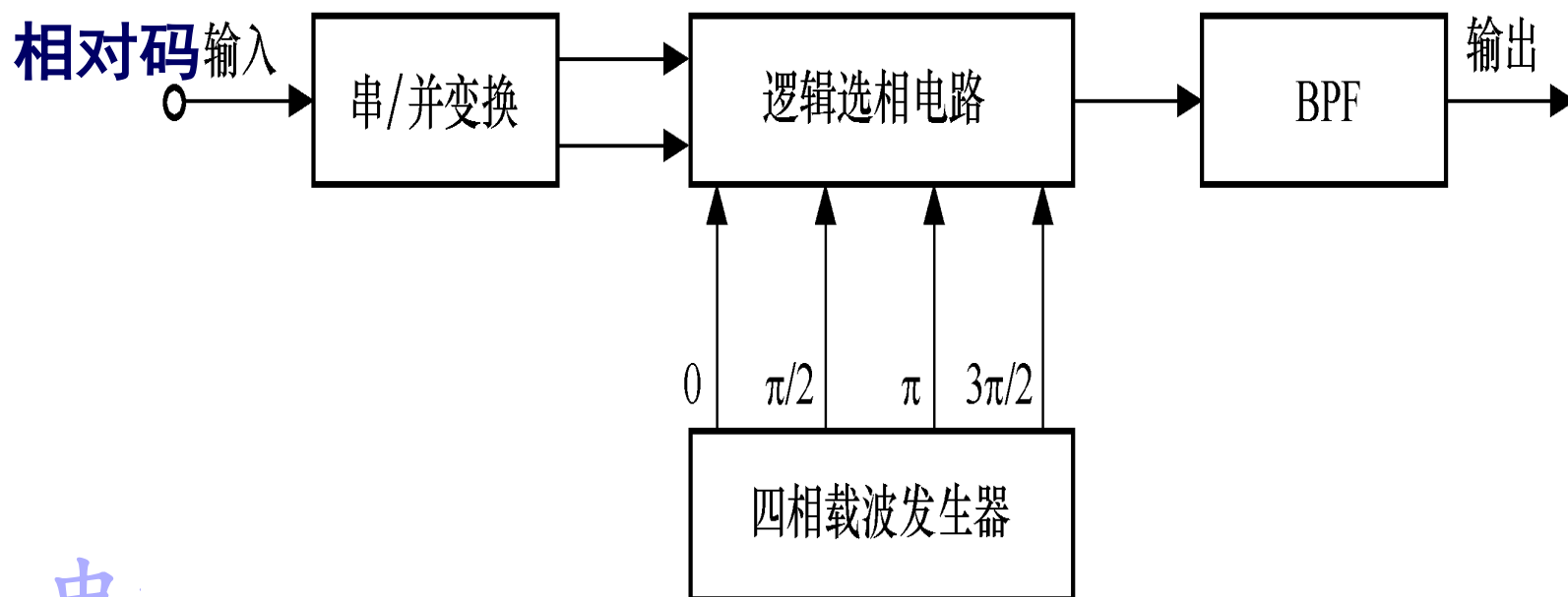


图6-32 A方式4DPSK信号产生原理框图

相位选择法产生4DPSK信号的原理也基本上同4PSK的产生方法（参照图6-29），但也需要将绝对码经码变换器变为相对码，然后再采用相位选择法进行4PSK调制，即可得到4DPSK信号。



4DPSK信号的**解调**与2DPSK信号解调方法相类似。

可采用**相干解调**法和**差分相干解调**法。

图6-33为相干解调法，相干解调法的输出是相对码，需将相对码经过码变换器变为绝对码，再经并/串变换，变为二进制数字信息输出。

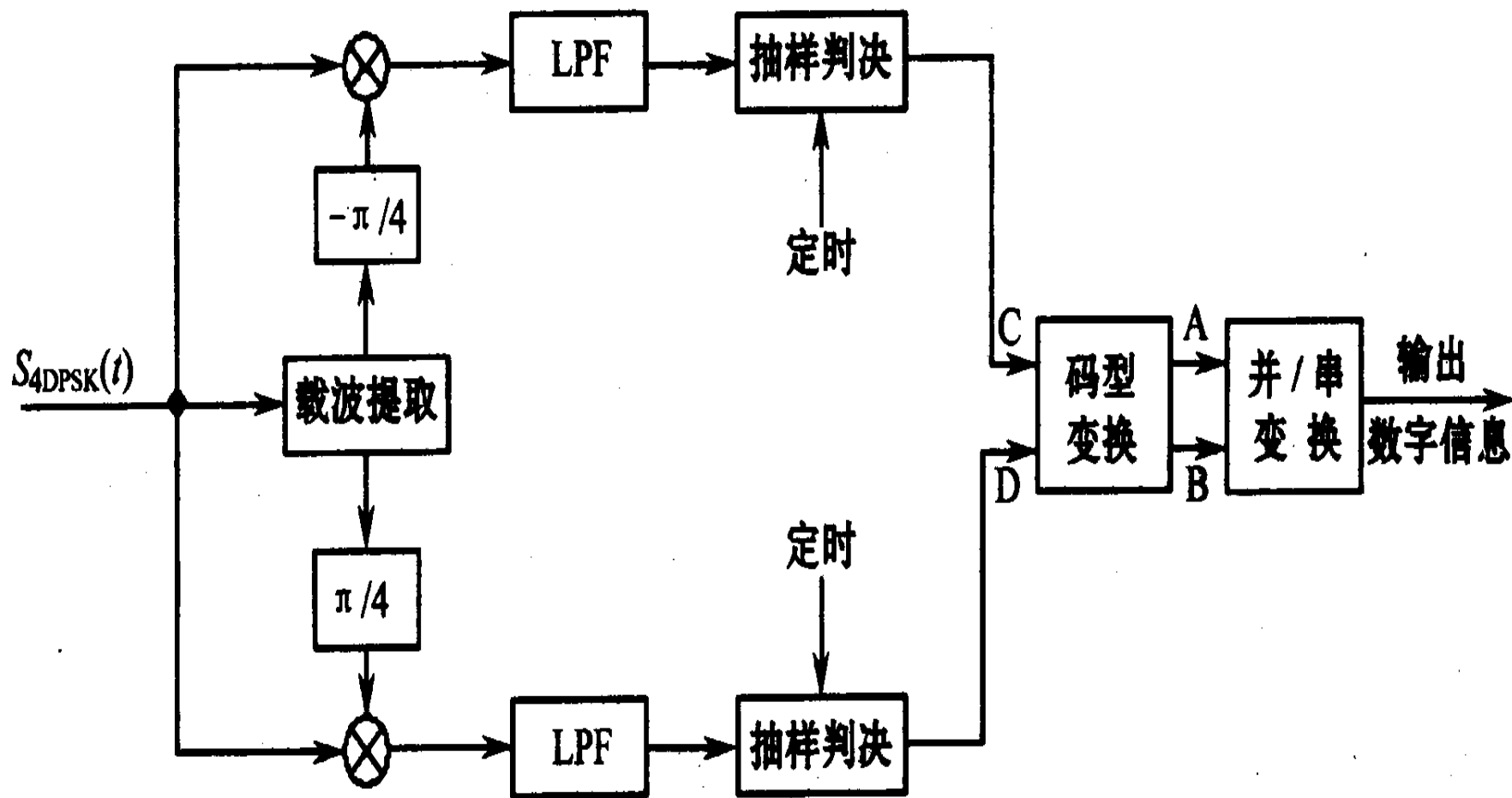


图6-33 4DPSK的相干解调原理框图

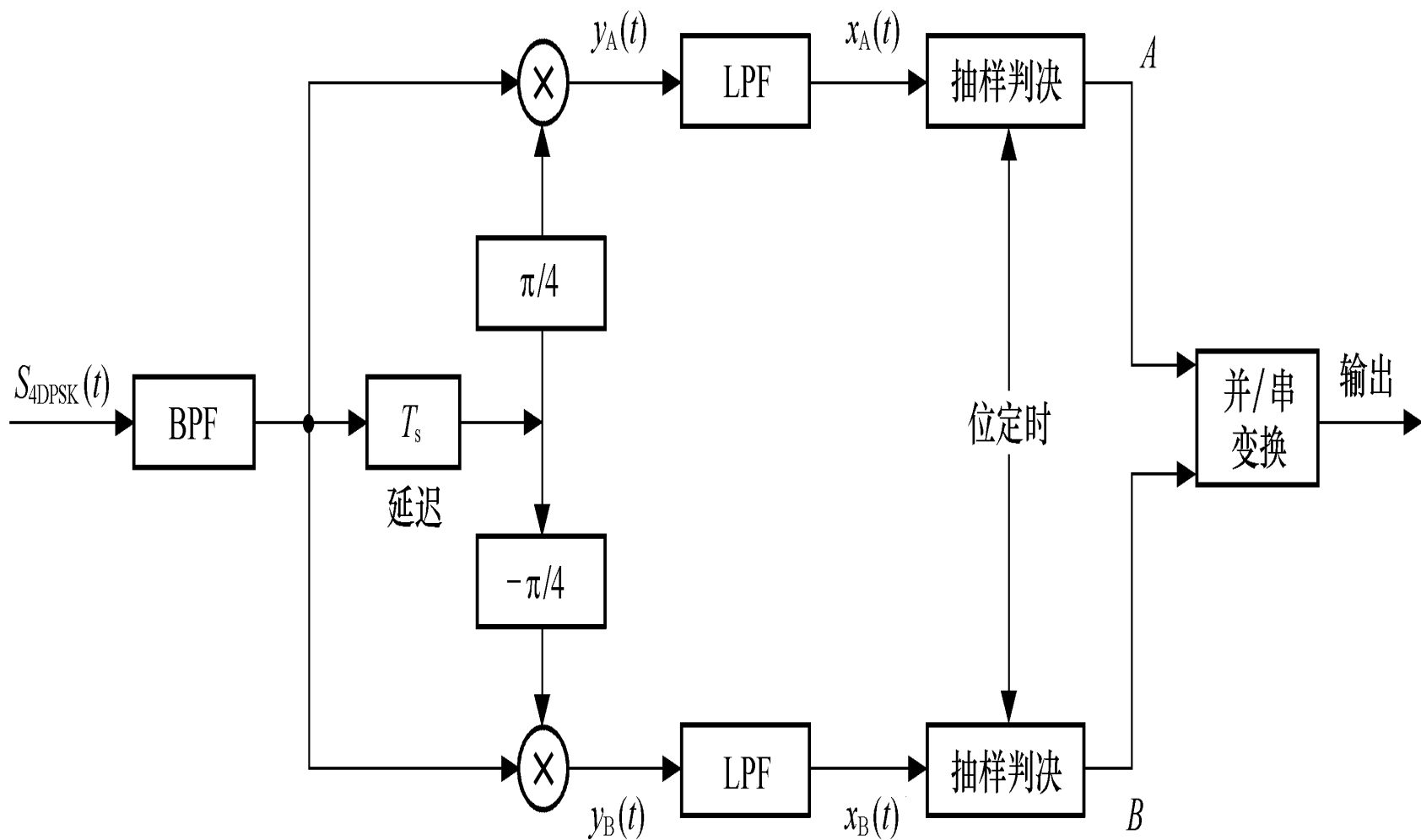


图6-34 4DPSK信号的差分相干解调

中大光信息

3、多进制相移键控的抗噪声性能

对于多进制绝对移相（MPSK），当信噪比 r 足够大时，误码率可近似为：

$$P_e = e^{-r \sin^2(\pi / M)} \quad (6.94)$$

对于多进制相对移相（MDPSK），当信噪比 r 足够大时，误码率可近似为：

$$P_e = e^{-2r \sin^2(\pi / 2M)} \quad (6.95)$$

比较式（6.94）和式（6.95）可见，在相同误码率下，将有下式成立：

$$\frac{r_{\text{差分}}}{r_{\text{相干}}} = \frac{\sin^2(\pi / M)}{2 \sin^2(\pi / 2M)} \quad (6.96)$$

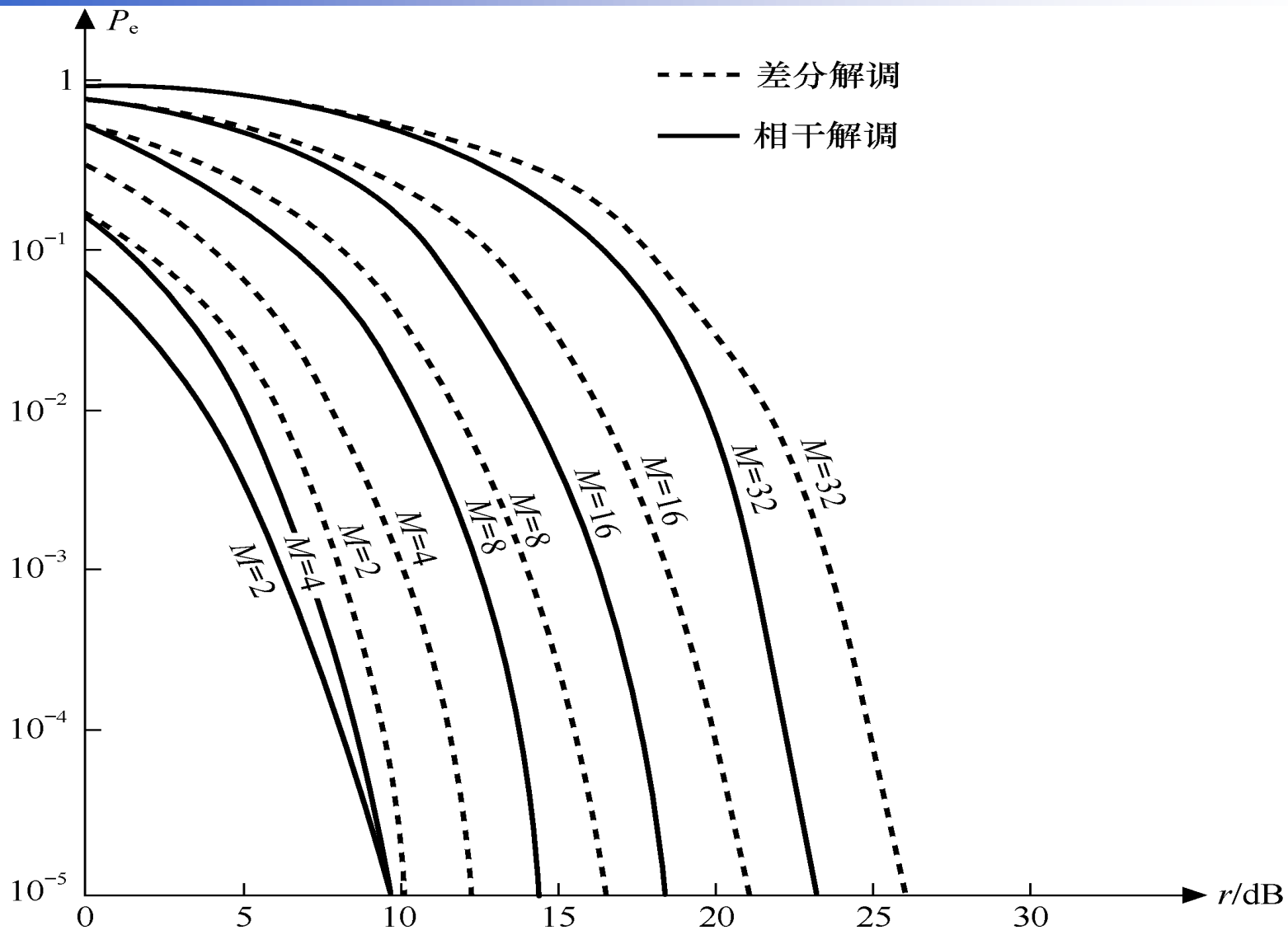


图6-35 MPSK系统的误码率性能曲线

**在M值很大时，差分移相和相干移相相比
约损失3dB的功率。**

在四相时，大约损失2.3dB的功率。

小复习

MASK

MFSK

MPSK

MDPSK