

积分

1. 计算累次积分 $I = \int_0^1 dy \int_y^1 \sin x^2 dx.$

2. 计算累次积分 $\int_0^1 dy \int_y^1 y^2 e^{-x^4} dx.$

3. 求曲线积分 $I = \int_L (e^y + x) dx + (xe^y - 2y) dy,$

4. 计算二重积分 $\iint_D \frac{\sin x}{x} dx dy$, 其中 D 是由 $y = x^2, y = 0, x = 1$ 所围成的区域

5. 计算二重积分 $I = \iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$, 其中 D 为圆域 $x^2 + y^2 \leq 1$.

6. 计算曲线积分 $I = \int_C (x^2 - y) dx - (x + \sin^2 y) dy$, 其中 C 是圆周 $x^2 + y^2 = 2x$

的上半部分, 方向从点 $O(0,0)$ 到点 $A(2,0)$.

7. 计算曲线积分 $I = \oint_{L^+} (ye^x - \sin x^3) dx + (e^x + x^3 + \sin y^3) dy$ 其中 L 是圆周

$x^2 + y^2 = 1$, 逆时针方向

8. 计算曲面积分 $I = \iint_{S^+} (x^3 z + x) dy dz + (\cos y - x^2 y z) dz dx - x^2 z^2 dx dy$, 其

中 S^+ 为曲面 $z = 2 - x^2 - y^2, 1 \leq z \leq 2$, 取上侧

9. 计算曲面积分 $I = \iint_{S^+} x dy dz + y dz dx + z dx dy$, 其中 S 为锥面

$z = \sqrt{x^2 + y^2}, 0 \leq z \leq 4$, 取外侧

10. 设曲线积分 $I = \int_L xy^2 dx + y\varphi(x) dy$ 与路径无关, 其中函数 $\varphi(x)$ 连续可导且

$\varphi(0) = 0$, 求函数 $\varphi(x)$; 又设 L 为曲线 $y = x^{2009}$ 上从点 $O(0,0)$ 到 $A(1,1)$ 的弧段, 求如上曲线积分 I .

11. 曲面积分 $I = \iint_{S^+} (x^4 - xz) dy dz + (x^3 + yz) dz dx - 4y^2 dx dy$, 其中 S 为上半球面

$$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, \text{取上侧}$$

12. 计算曲面积分 $I = \iint_{S^+} (y^2 + z^2) dydz + yz dz dx + z(x^3 + y^2) dx dy$, 其中 S 为

上半球面 $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ 与锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所围区域的表面, 取外侧

初值问题

1. 求初值问题:
$$\begin{cases} (2xy - 1)dx + x^2 dy = 0, \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

2. 求解一阶线性微分方程 $\frac{dy}{dx} + y \cos x = e^{-\sin x}$.

3. 求解初值问题:
$$\begin{cases} y'' - 2y' - 3y = 3x + 1, \\ y(0) = \frac{1}{3}, y'(0) = 3. \end{cases}$$

4. 求解一阶常微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x - y}$.

5. 求解初值问题:
$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = 1 + e^x, \\ y(0) = 2, y'(0) = 2. \end{cases}$$

6. 求一阶常微分方程 $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ 满足初始条件 $y(0) = 0$ 的解

7. 求解一阶常微分方程: $\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x} + xy^2 = 0$.

8. 求解二阶非齐次方程的初值问题:
$$\begin{cases} y'' + y = 1 + e^x, \\ y(0) = y'(0) = 1. \end{cases}$$

含参变量的积分求导

1. 若函数 $g(y) = \int_{\sqrt{y}}^{y^3} \frac{\cos(xy)}{x} dx$, $y > 0$, 求 $g'(x)$.

2. 若函数 $F(x) = \int_1^x \frac{\sin(xt^2)}{t} dt$, $x \neq 0$, 求 $F'(x)$.

3. 设函数 $g(y) = \int_{\sqrt{y}}^{y^3} \frac{\cos(xy)}{x} dx$, $y > 0$, 求 $g'(y)$.

级数收敛半径, 收敛域, 和函数

1. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{n-1}}{n2^n}$ 的收敛半径, 收敛区间和收敛域, 并求其和函数

2. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$ 的收敛半径和收敛域, 并求其和函数

3. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} x^{2n}$ 的收敛半径, 收敛域及和函数

4. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n3^n}$ 的收敛半径, 收敛域及和函数

级数展开和收敛域

1. 求函数 $f(x) = \ln x$ 在 $x_0 = 2$ 处的泰勒展开式, 并求其收敛域

2. 把函数 $f(x) = \frac{x-2}{4-x}$ 展开成 $(x-2)$ 的幂级数, 并求其收敛域

3. 将函数 $f(x) = \ln 3x$ 在点 $x_0 = 2$ 展开成幂级数, 并求其收敛域

4. 把函数 $f(x) = \ln(5+x)$ 展开成 $(x-2)$ 的幂级数, 并求其收敛域