第二章: 光学谐振腔

§2.1 闭合腔中的振荡模

1、敞开腔:比如太空中，电磁波以任意波长传播→单色性差

2、良导体（如金属）闭合空腔：电磁波碰到腔壁时受到反射，和入射的波相互干涉而形成为驻波。稳定驻波的腔壁是波节。

3、闭合谐振腔中的每一个稳定的驻波就是腔的一个振荡模。

模的特征：一定的传播方向，一定的频率（或波长）以及一定的偏振。

4、模参数的描述：

长方形闭合腔体积

$$V = l_x l_y l_z$$

无源腔：无工作物质

有源腔：有工作物质

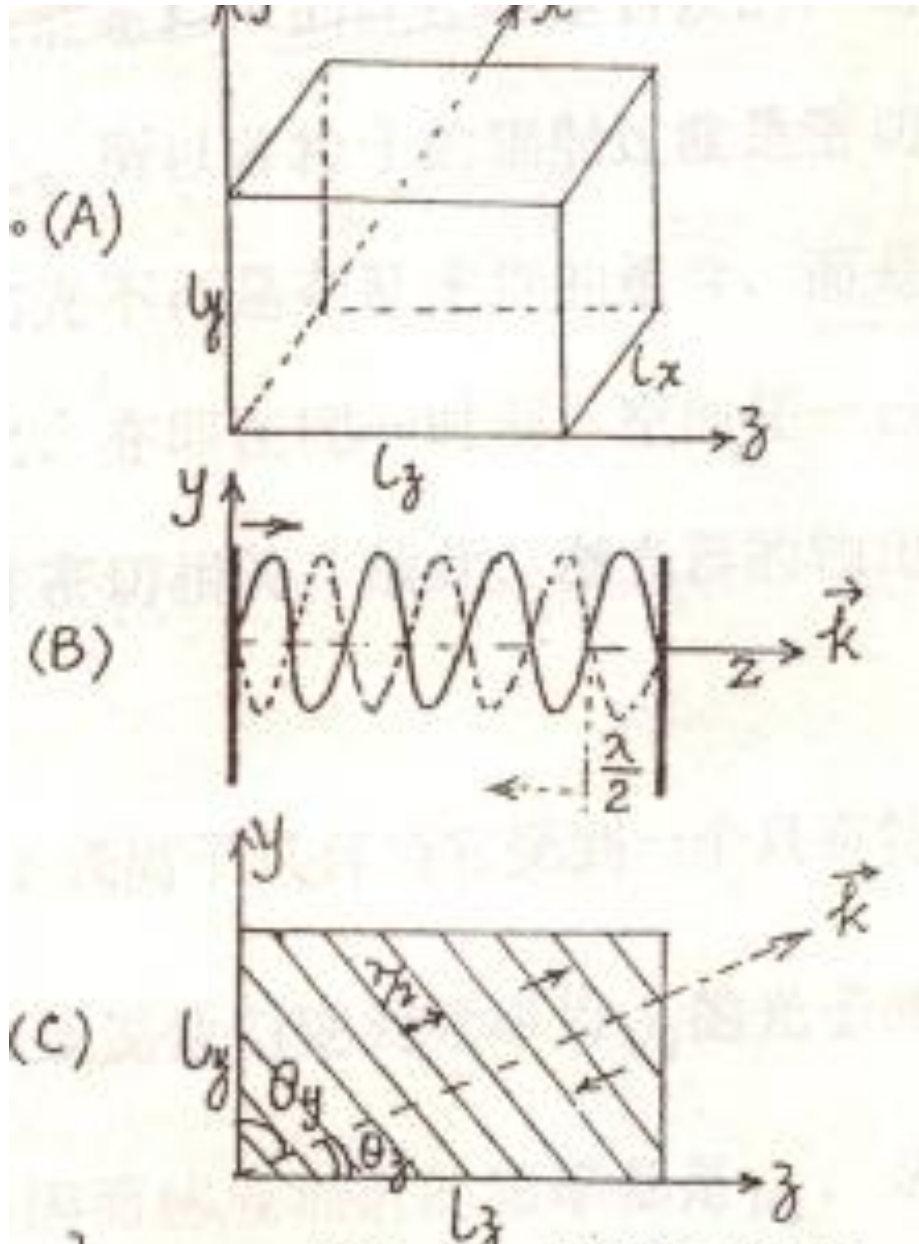


图 1-2.1 闭合腔中的驻波

沿Z方向传播的平面波

$$A_z = A_{oz}\sin(\omega t - kz) = A_{oz}\sin(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}z)\ldots\ldots\ldots\ldots(2.1)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{\omega}{c}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.2)$$

（1）入射与反射波干涉形成驻波的条件：波节处总振幅恒为零，波腹处振幅在正极大值与负极大值之间瞬时改变。形成稳定驻波的要求是：在线度l_z为之内能容纳半波长的整数倍，

$$q\frac{\lambda}{2} = l_z, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots q = 1,2,,3,\ldots\text{整数}\ldots\ldots\ldots\ldots(1-2.3)$$

$$k = k_z = k_q = q\frac{2\pi}{2l_z}$$

类似 $$m\frac{\lambda}{2} = l_x \qquad n\frac{\lambda}{2} = l_y$$

（2）一个振荡模用一组（m,n,q）描述

$$k_{x,y,z} = m\frac{2\pi}{2l_x}, n\frac{2\pi}{2l_y}, q\frac{2\pi}{2l_z} = k_{m,n,q}$$

（3）模体积（k空间中单个模的体积）

$$\Delta k_m = k_{m+1,n,q} - k_{m,n,q} = \frac{2\pi}{2l_x}$$

$$\Delta k_n = k_{m,n+1,q} - k_{m,n,q} = \frac{2\pi}{2l_y}$$

$$\Delta k_q = k_{m,n,q+1} - k_{m,n,q} = \frac{2\pi}{2l_z}$$

$$\Delta k_m \Delta k_n \Delta k_q = \frac{(2\pi)^2}{8l_x l_y l_z} = \frac{(2\pi)^2}{8V}$$

$V = l_x l_y l_z$……实空间体积

（4）模密度（K空间）

$$\frac{1}{\text{模体积}} = \frac{8l_x l_y l_z}{(2\pi)^3} = \frac{8V}{(2\pi)^3}$$

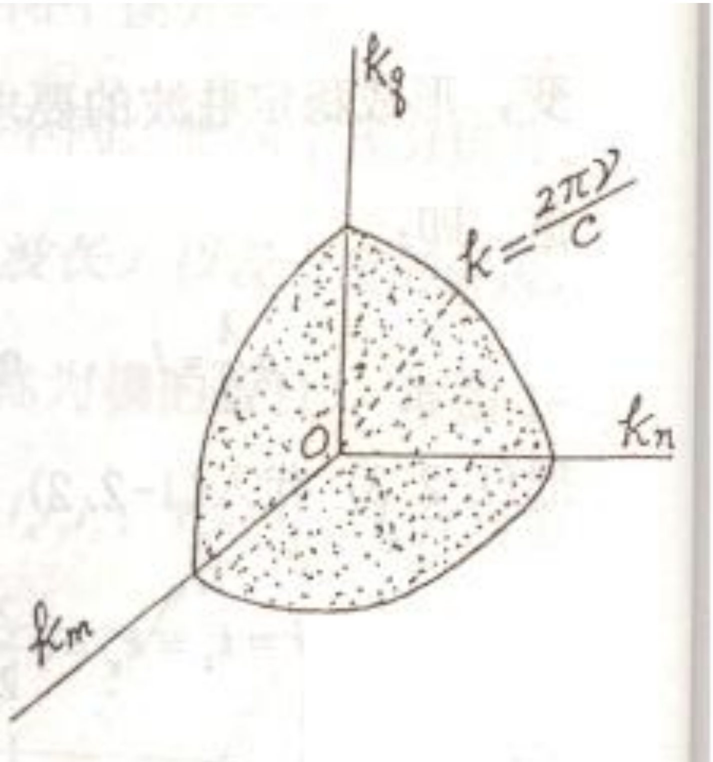


图 1-2.2. k 空间

（5）振荡模总数

$$k_m, k_n, k_q > 0$$

$$N_{模} = 2\times\frac{1}{8}(\text{球体积})\times k\text{空间的模密度}$$

因子2：每一个模有两个相互垂直偏振方向

$$N_{模} = 2\times\frac{1}{8}[\frac{4\pi}{3}(\frac{2\pi\nu}{c})^{3}]\times\frac{8V}{(2\pi)^{3}}$$

$$\therefore N_{模} = \frac{8\pi}{3}\frac{\nu^{3}}{c^{3}}V$$

（6）实际空间振荡模密度（x,y,z空间）

P_m 即单位体积与单位频率间隔内的振荡模数目为：

$$P_m = \frac{1}{V}\frac{dN_{模}}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

（7）同样在V=1cm^{3}的闭合谐振腔中，其所包含的可能振荡的模数目是差异很悬殊的：

微波区	光频区，
λ=3cm	λ=5000埃
υ=c/λ=10^{10}Hz	υ=c/λ=6*10^{14}Hz
带宽Δυ=10^{10}Hz	Δυ=10^{10}Hz

$$N_{总} = P_m V\Delta\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\cdot V\Delta\nu$$

$$P_m\Delta\nu = \frac{8\pi\times10^{20}}{3^3\times10^{30}}\times10^{10}\approx1 \quad \Big| \quad P_m\Delta\upsilon = \frac{8\pi\times6^2\times10^{28}}{3^3\times10^{30}}\times10^{10}\approx3\times10^9$$

获得单模振荡	该腔激起的模巨大，多模

§2.2 开放式谐振腔的模间距及带宽

1、在光频区采用敞开式反射镜谐振器

（在微波区采用闭合腔）

一对平行平面（球面）反射镜

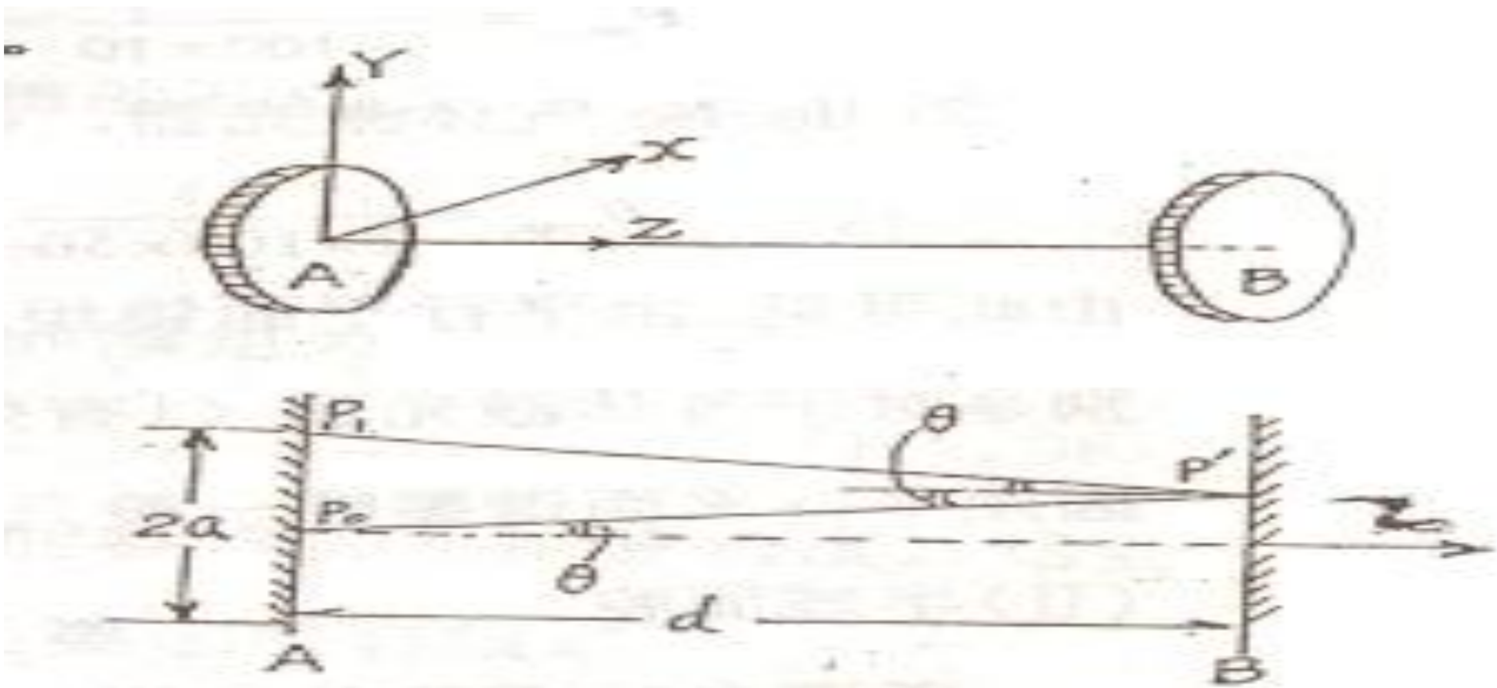


图 1-2.4. 平行平面腔

2、其他方向开放导致损耗，限制了模数

（包括扩散、衍射、镜面非完全反射、工作物质吸收等）

纵模：只有沿轴方向传播的模才能维持振荡，

满足

$$q\frac{\lambda}{2}=\eta l\ldots\ldots\ldots\ldots(\text{折射率}\,\eta=1,m,n=0)$$

$$\text{波矢}k=k_{0,0,q},\ldots\ldots\ldots\ldots\nu=\nu_q$$

He-Ne：λ=6328埃，

腔长为*l*=100cm时，

$$q=\frac{2l}{\lambda}=\frac{2\times100}{6328\times10^{-8}}\approx3\times10^{6}$$

横模：凡是m,n不等于零的模叫横模。

3、限制和减少模数的方法

$$\frac{\text{敞开腔模数}N_{\text{开}}}{\text{闭合腔模数}N_{\text{合}}}=\frac{\text{镜对轴中点立体角}d\Omega}{\text{闭合腔立体角}4\pi}$$

$$=\frac{\pi a^2 / (\frac{l}{2})^2}{4\pi}=\frac{a^2}{l^2}$$

气体激光腔：

a=1cm,

l=100cm

$$\frac{d\Omega}{4\pi}=(\frac{a}{l})^2=10^{-4}$$

还有其他方法和原因使得模的数目受到限制或者减少

4、谐振器的若干重要参数

（1）谐振器时间常数

腔内单位时间辐射强度的衰减

$$\frac{1}{I}\frac{dI}{dt}=-\frac{f}{l/c}=\frac{-fc}{l} \qquad 其中 f\equiv\frac{dI}{I}$$

$$I=I_0e^{-\frac{fc}{l}\cdot t}=I_0e^{-t/t_c}$$

其中$t_c\equiv\dfrac{l}{fc}$光子在腔内的寿命，也称腔的时间常数

若只考虑反射损耗R,则

f=1-R

$$t_c = \frac{l}{(1-R)c}$$

例如： l=100cm,

$$R = 0.98 \ldots\ldots t_c = 100/0.02 \times 3 \times 10^{10} = 1.7 \times 10^{-7}$$

$$R = 1 \ldots\ldots t_c = \infty$$

$$R = 0 \ldots\ldots t_c \approx \frac{l}{c} = \frac{100}{3 \times 10^{10}} \approx 3.3 \times 10^{-9} s$$

(2)纵模间距

- **暂不考虑横模，即m=n=0。** $q\dfrac{\lambda}{2}=\eta l$

- **纵模的波长满足：** $\lambda=\dfrac{2\eta l}{q}$ **，即相应的频率为：**

$$\nu_q=\nu_c=\frac{c}{\lambda}=q\cdot\frac{c}{2\eta l}$$

$$\Delta\nu_q=\Delta\nu_c=\nu_{q+1}-\nu_q=[(q+1)-q]\frac{c}{2\eta l}=\frac{c}{2\eta l}$$

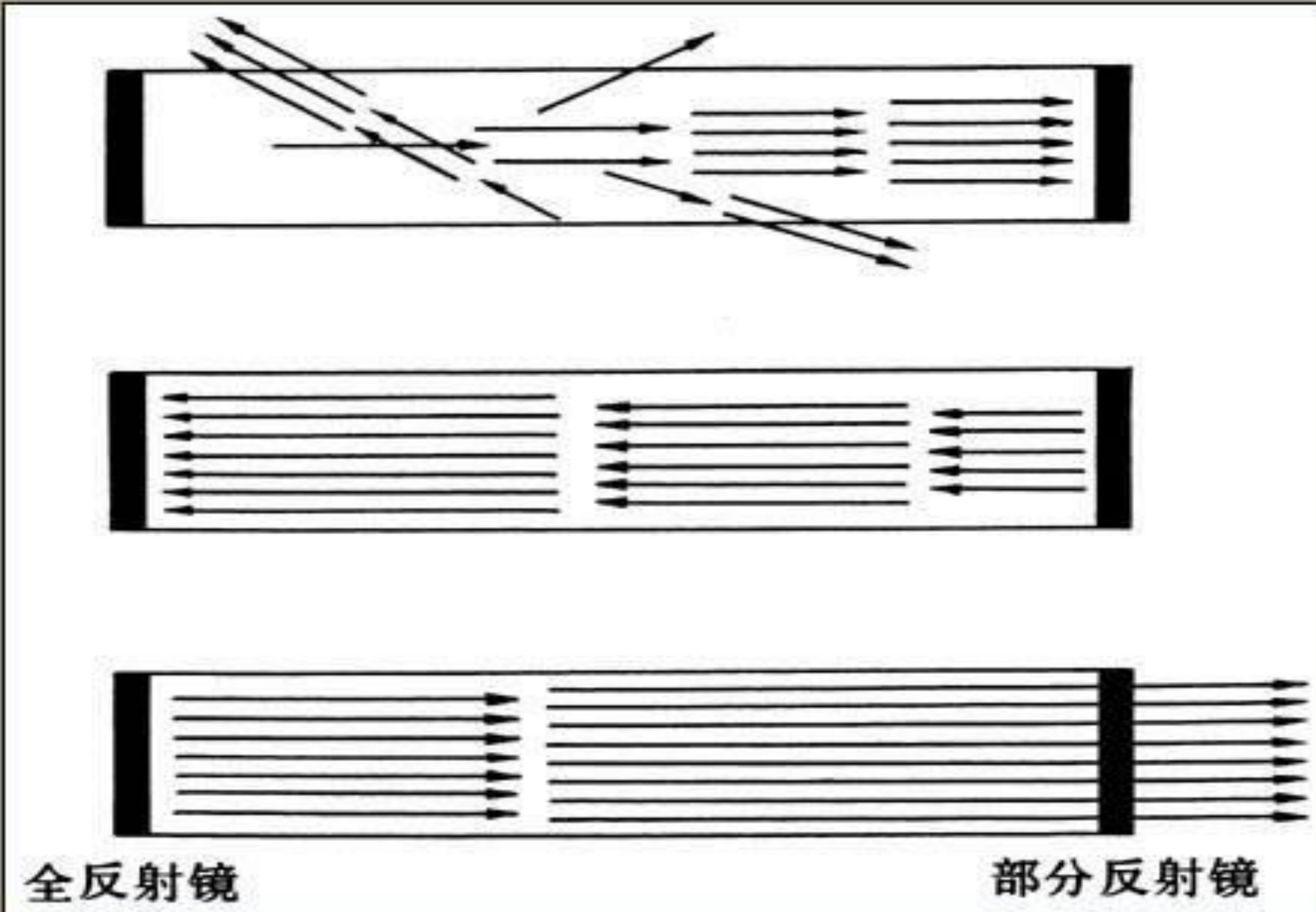
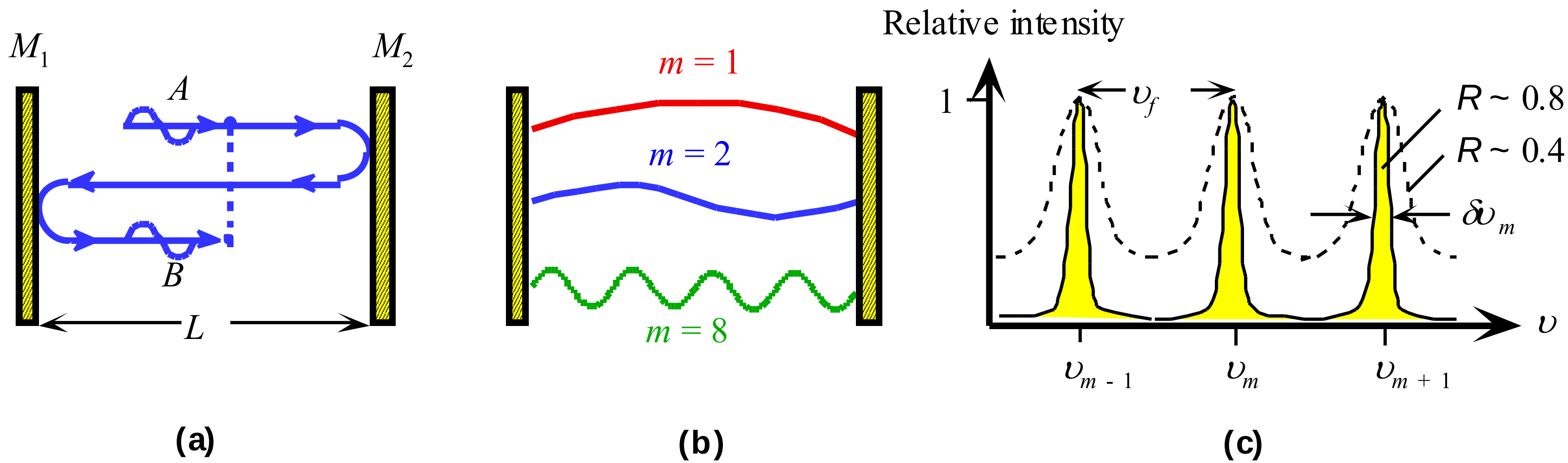


图2 激光形成示意图



Schematic illustration of the Fabry-Perot optical cavity and its properties. (a) Refl
waves interfere. (b) Only standing EM waves, *modes,* of certain wavelengths are allowe
in the cavity. (c) Intensity vs. frequency for various modes. *R* is mirror reflectance and
lower *R* means higher loss from the cavity.

(3) 谐振腔产生的带宽

在原子光谱学中，研究谱线轮廓与宽度时，我们知道发光粒子的寿命t与谱线的宽度有着如下关系

$$\delta\nu = \frac{1}{2\pi t}$$

在一个谐振腔中，当光子寿命为 $t_c = \frac{l}{(1-R)c}$ 时，由于反射损耗R而产生的带宽为

$$\delta\nu_c = \frac{1}{2\pi t_c} = \frac{(1-R)c}{2\pi l} \approx \frac{(1-R)c}{l}$$

R越大，带宽越窄。

三种情况：

R≈0；R<1；R≈1。

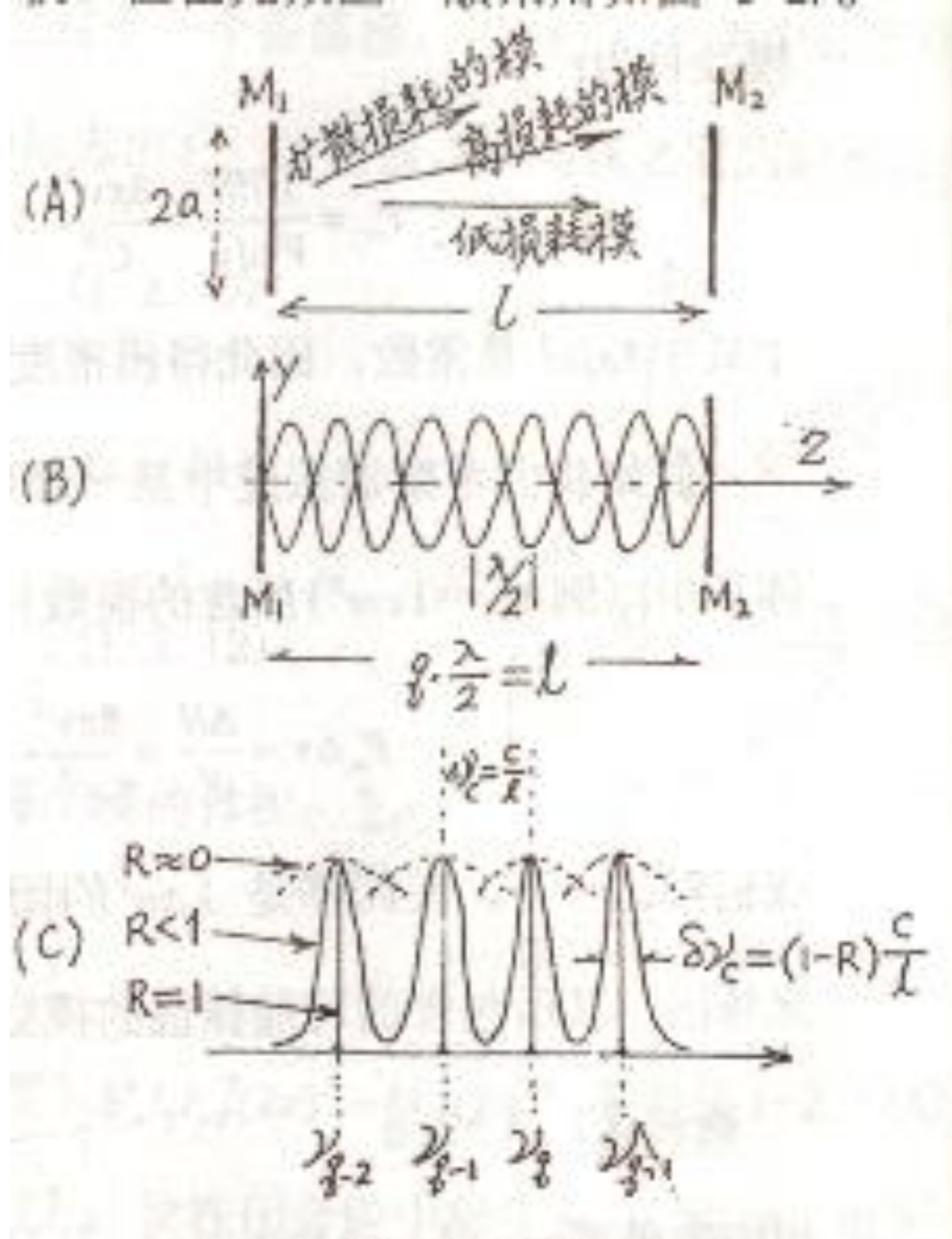


图 1-2. 3. 光学谐振腔的纵模

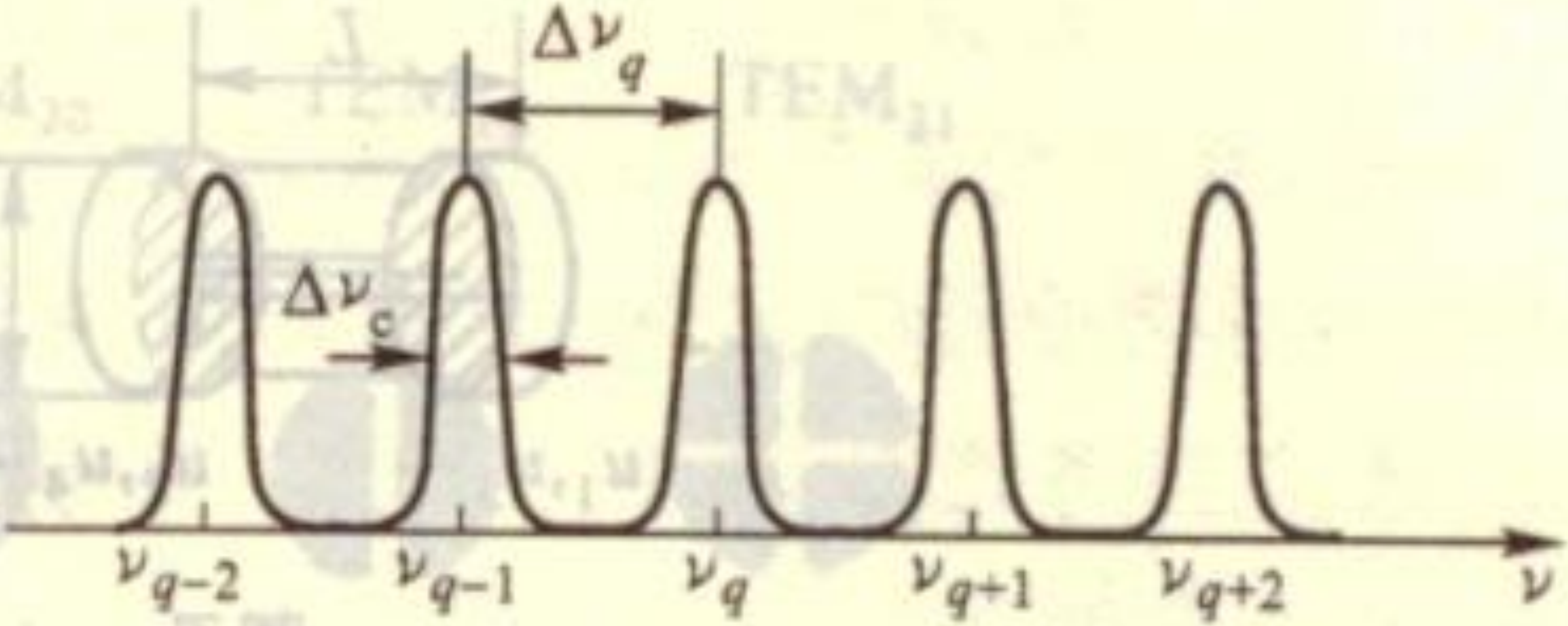


图 2.3　平平腔的频谱

(4)谐振腔的品质因素Q

$$Q \equiv \frac{\nu_0}{\delta\nu_c} = 2\pi\nu_0 t_c = 2\pi l\,\nu_0/(1-R)c = \frac{\omega l}{c(1-R)}$$

He-Ne激光器，其谐振腔的长度l=60cm,反射镜对波长6328 $\overset{0}{A}$ 的反射率为R=0.98。

光子在腔内的寿命

$$t_c = \frac{l}{(1-R)c} = \frac{60}{(1-0.98)\times 3\times 10^{10}} = 1\times 10^{-7}s$$

纵模间距

$$\Delta\nu_c = \frac{c}{2l} = \frac{3\times 10^{10}}{2\times 60} = 250\times 10^{6}\,Hz$$

无源腔带宽

$$\delta\nu_c = \frac{(1-R)c}{2\pi l} = \frac{(1-0.98)\times 3\times 10^{10}}{2\pi\times 60} \approx 1.6\times 10^{6}\,Hz$$

§2.3 谐振腔的稳定条件

稳定要求： 光在腔内 **？** 来回反射得到足够大的放大形成激光。

1、几个特例谐振腔的稳定性分析

（1）平行平面镜

x-z平面

$P_0(x_0,0)$

$P'(x_0+\theta l, l)$

$P_n(x_n, 0)$

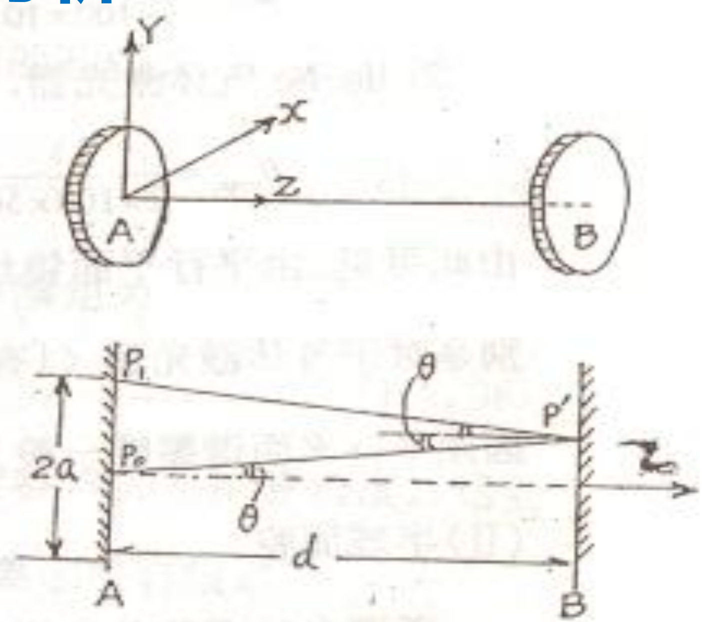


图 1-2.4. 平行平面腔

- **其中** $x_n = x_0 + 2n\theta l$

- **要求** $2n\theta l \le a$ $\theta_{\max} \le \dfrac{a}{2nl}$

- **设n=100，红宝石激光器l=10cm;2a≈1cm.**

$$\theta_{\max} = \frac{0.5}{2\times100\times10} = 2.5\times10^{-4}\text{弧度} \approx 50''$$

- **He-Ne气体激光器，d≈50cm;2a≈0.2cm**

$$\theta_{\max} = \frac{0.1}{2\times100\times50} = 1\times10^{-5}\text{弧度} \approx 2''$$

结论：平行度要求很高

问题：平行平面腔通常用于

固体激光器？

还是气体激光器？

(2)半球面腔

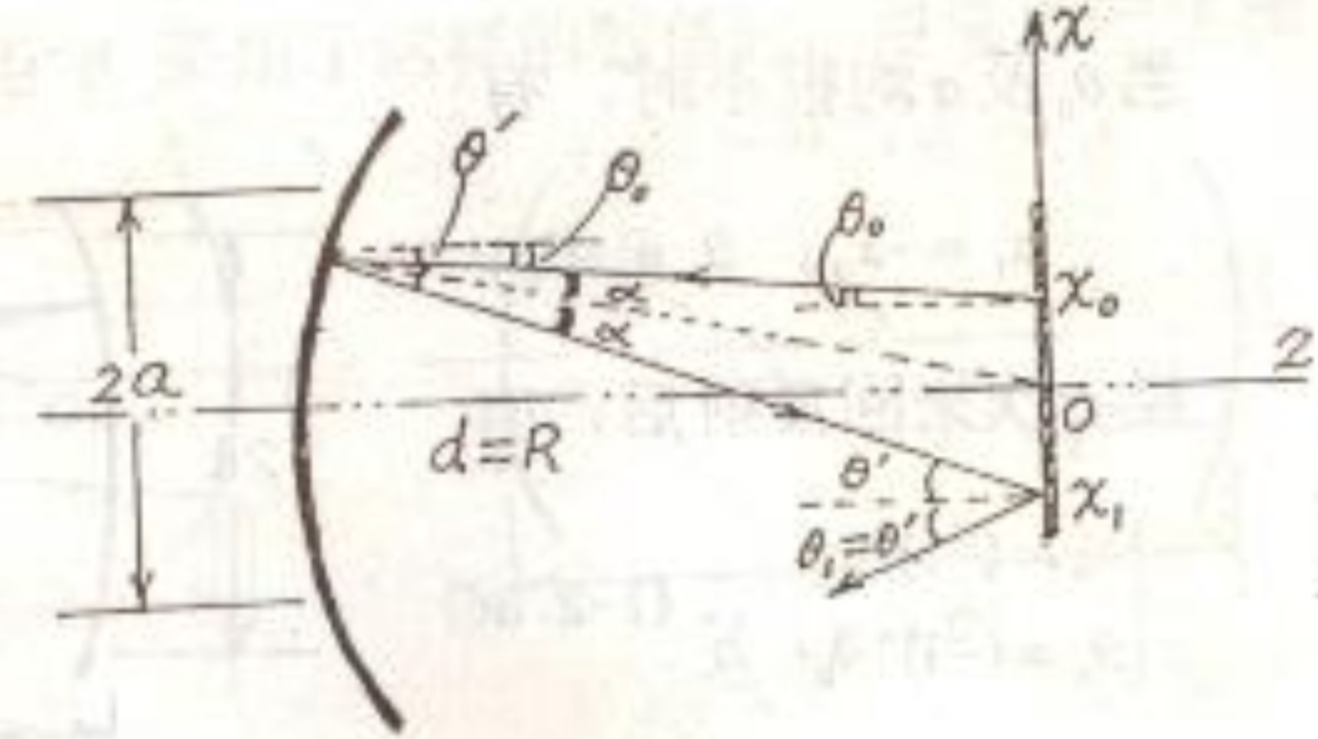


图 1-2.5. 半球面腔

- 一次反射 $$\theta_1 = \theta' = \theta_0 + 2\alpha = \theta_0 + 2\frac{x_0}{R}$$
- 经过 n次来回反射后，光束与Z轴方向的夹角将为

$$\theta_n = \theta_0 + 2n\frac{x_0}{R}$$

- 稳定条件 $$\theta_n \cdot R \le a \text{或} \theta_0 + 2n\frac{x_0}{R} \le \frac{a}{R}$$
- 对始发于原点（x_0=0） $$\left|\theta_{max}\right| \le \frac{a}{R}(\text{弧度})$$
- 比平行平面腔要求松很多

(3)共焦腔

谐振腔的两凹面镜曲率半径相同，

即 $R_1 = R_2 = R$ ，且镜距d=R，则称为共焦腔。

因为凹面镜的焦距f=R/2，故两个凹镜的焦点共同落在两镜心联线的中点。

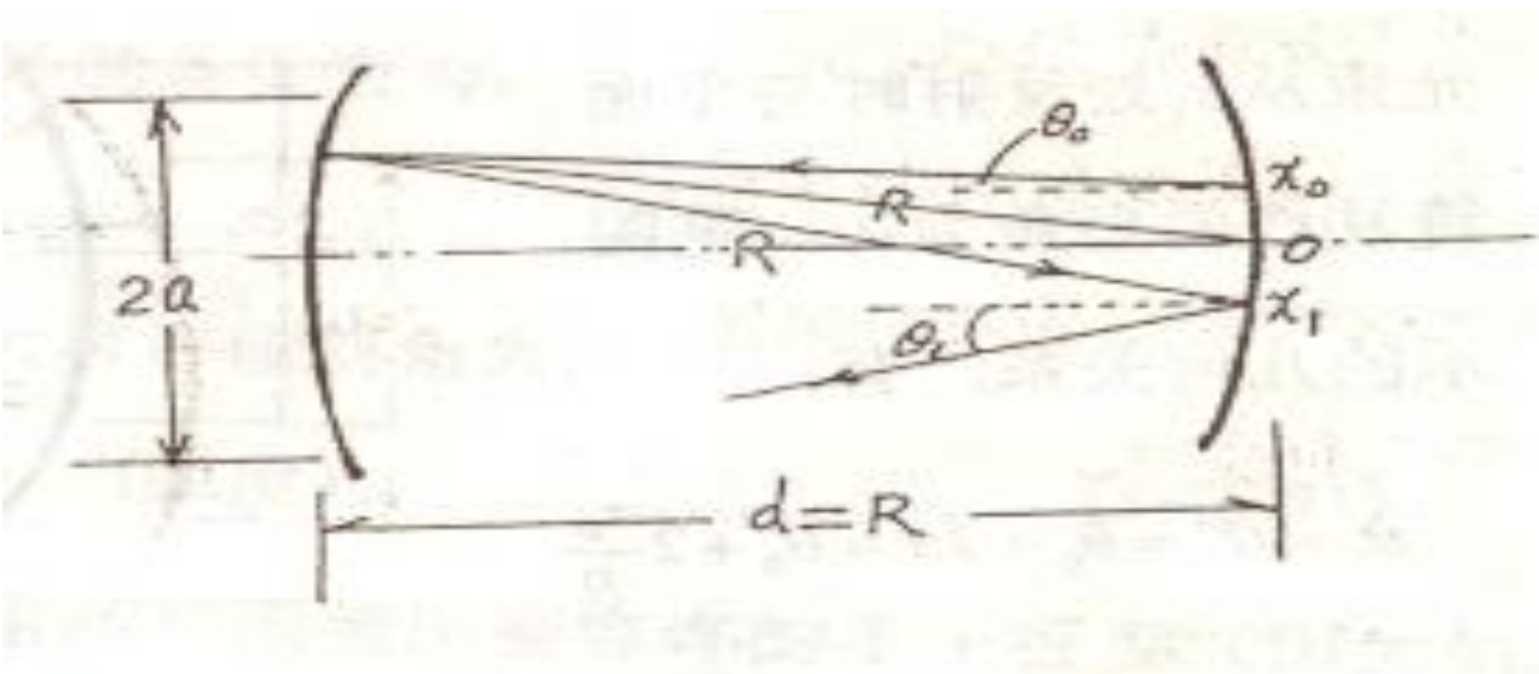


图 1-2. 6. 共焦腔

- 经n次来回反射后，有

$$\begin{cases} x_n = (-1)^n x_0 \\ \theta_n = (-1)^n \theta_0 \end{cases}$$

- 只要开始时
  轴心附近光束的方向

$$\theta_0 \le \frac{a}{R}$$

不会反射出腔外，特别稳定 ！！

2、一般情况下谐振腔的稳定条件

谐振腔两面反射镜的曲率半径各为R_1及R_2，镜的距离为d。几何光学的分析表明，R_1、R_2、d三者必须满足下述关系式，光束才能在腔内往返传播，亦即激光振荡才有可能（不考虑衍射损耗）。

$$0 \le \left(1-\frac{d}{R_1}\right)\left(1-\frac{d}{R_2}\right) \le 1$$

$$J_1 = 1-\frac{d}{R_1}, J_2 = 1-\frac{d}{R_2}, \ldots\ldots 0 \le J_1 J_2 \le 1$$

- **若$R_2 > R_1$**

（1） $d \le R_1 < R_2$(稳定)

（2） $R_2 \le d \le R_1 + R_2$(稳定)

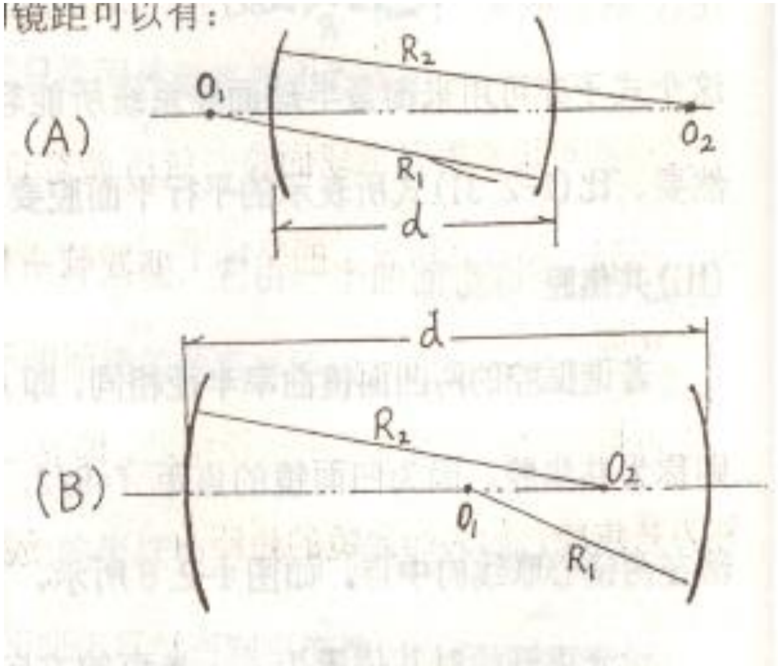


图 1-2.7. 稳定的谐振腔

（3） $R_1 < d < R_2$,或者$d > R_1 + R_2$(不稳定)

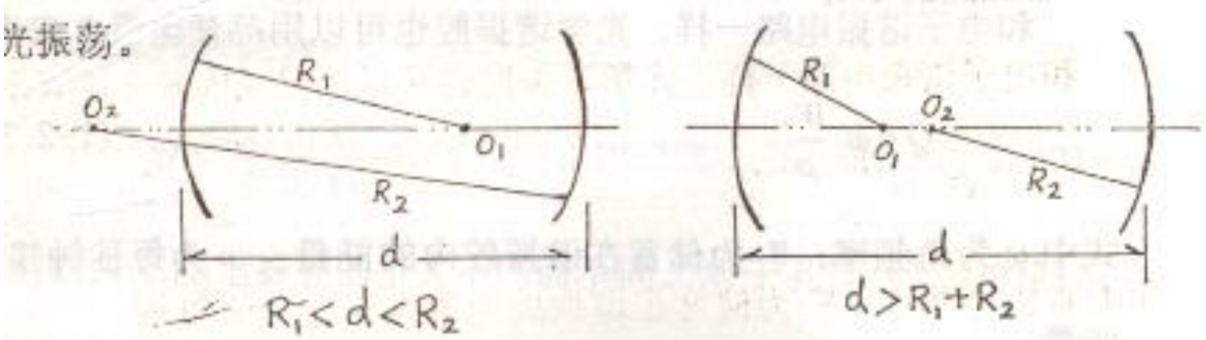


图 1-2.8 不稳定的谐振腔

● **总结：**

（1）非稳腔 $J_1 J_2 > 1$或者$J_1 J_2 < 0$

（2）临界稳定腔 $J_1 J_2 = 1$或者$J_1 J_2 = 0$

（A）对称共焦腔 $R_1 = R_2 = d, J_1 J_2 = 0$

（B）平行平面腔 $R_1 = R_2 = \infty, J_1 J_2 = 1$

（C）共心腔 $d = R_1 + R_2, J_1 J_2 = 1$

性质介于稳定与不稳定腔之间

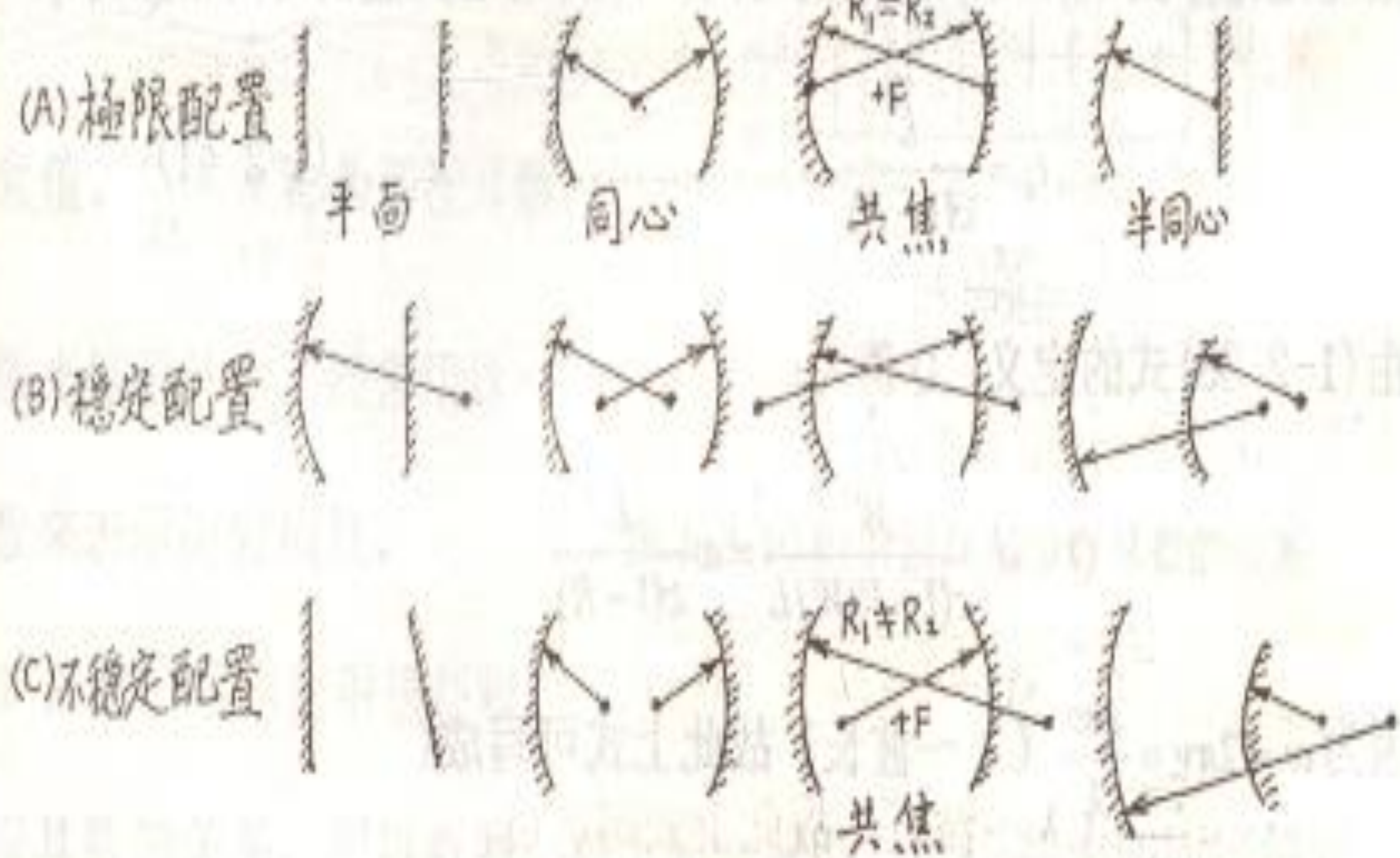


图 I-2.9 各种常见的光学谐振腔的配置形式

§2.4 谐振腔的特性

1、谐振腔的Q值（品质因素）

定义 $$Q = \omega \cdot \frac{W}{\rho}$$

W：储蓄在谐振腔内的能量；ω为角频率；

ρ：每秒钟损失的能量；

- **反射镜的反射率为R，镜间距离为L。设最初的光量为1，那么经过一次反射后，回到谐振腔的光量为R，损失的光量等于(1-R)。光在谐振腔内传播距离L所需的时间是L/c秒(c是激光物质中的光速）**

$$\rho = \frac{dW}{dt} = \frac{(1-R)W}{L/c} = -\frac{c(1-R)W}{L}$$

积分有

$$W = W_0 e^{-\frac{c(1-R)}{L}t} \qquad t = t_0, W = W_0$$

- 谐振腔的时间常数为能量减少到 W_0/e 时所经历的时间

$$t_c = \frac{L}{c(1-R)} = \frac{L}{cf}$$

$$Q = \omega\frac{W}{\rho} = \omega\cdot\frac{W}{c(1-R)W/L} = \omega\frac{L}{c(1-R)}$$

$$= \omega t_c = 2\pi\upsilon_0 t_c = \frac{2\pi}{\lambda}ct_c = \frac{2\pi L}{\lambda f} \ldots. f \equiv 1-R$$

由于光谱自然加宽

$$\Delta\upsilon = \frac{1}{2\pi t_c} \Rightarrow Q = 2\pi\upsilon_0 t_c = \frac{\upsilon_0}{\Delta\upsilon}$$

Q值越高，单色性越好！

当增益=损耗，即光在谐振腔中渡越一次的损耗百分比 $f = 1 - R = 0$

$$Q \to \infty, \ldots\ldots\Delta\upsilon \to 0$$

实际上 $\upsilon = \frac{c}{2\eta L} q, \ldots\ldots\Delta\upsilon \neq 0$

2、谐振腔衍射损耗和菲涅耳数N的关系

$$f = \delta_r(\text{反射损耗}) + \delta_d(\text{衍射损耗}), \ldots\ldots N \equiv \frac{a^2}{\lambda L}$$

$$Q = \frac{2\pi L}{\lambda}\frac{1}{\delta_r + \delta_d}$$

（1）孔径为2a的圆形平行平面镜谐振腔，有

$$\delta_d = 0.207(\frac{\lambda L}{a^2})^{1.4} = 0.207\frac{1}{N^{1.4}}$$

令dQ/dL=0，求极值可得：在 $\delta_d = 2.5\delta_r$ **时，Q达到极大值。**

(2)共焦腔

$$\delta_d = A \cdot 10^{-B\frac{a^2}{\lambda L}}$$

- **对于基模，常数A=10.9,B=4.94。**

- **令** $\frac{dQ}{dL} = 0$**，求极值可得：**

在 $\delta_r = [2.3B(\frac{a^2}{\lambda L}) - 1]\delta_d$ **时，Q达到极大值。**

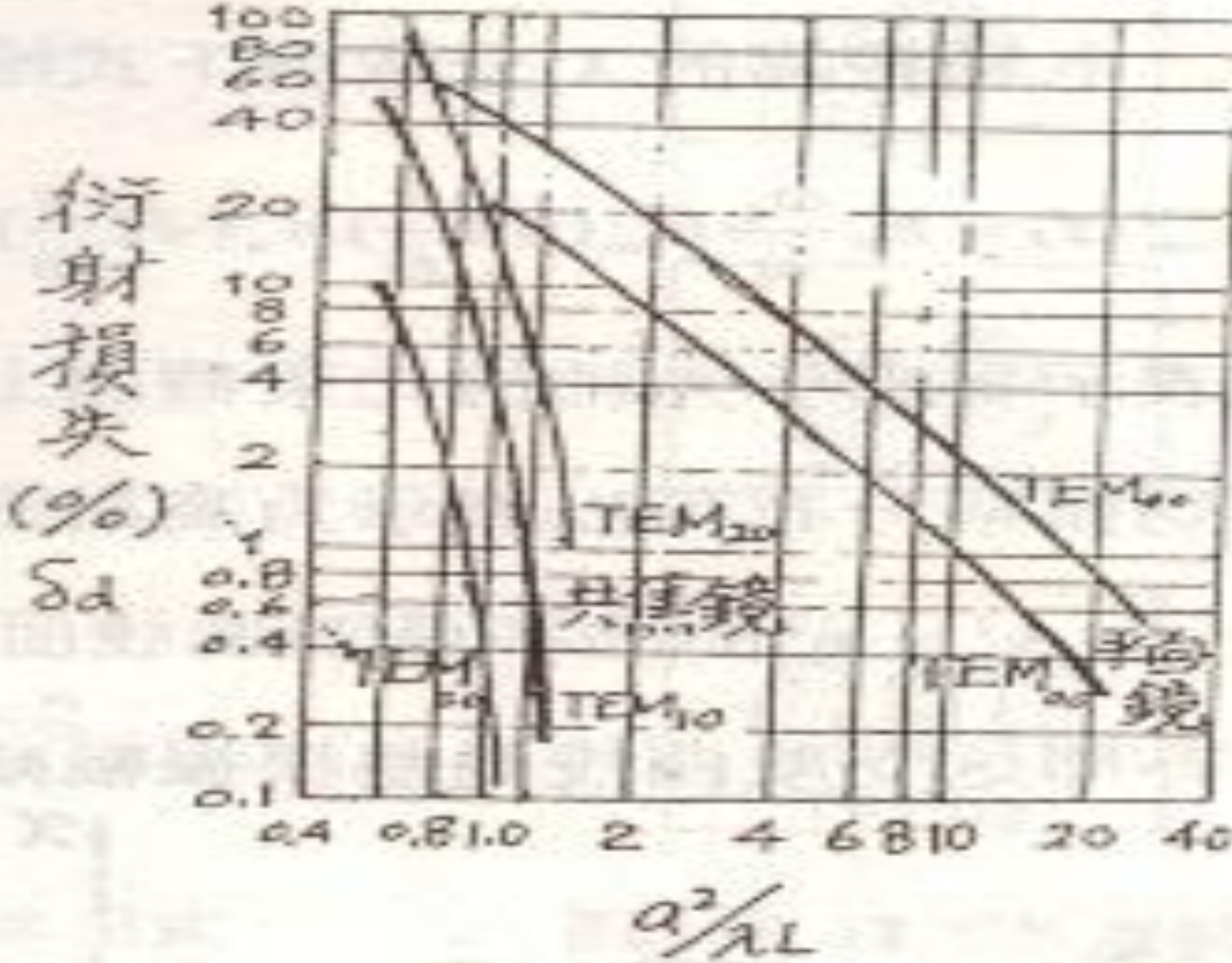
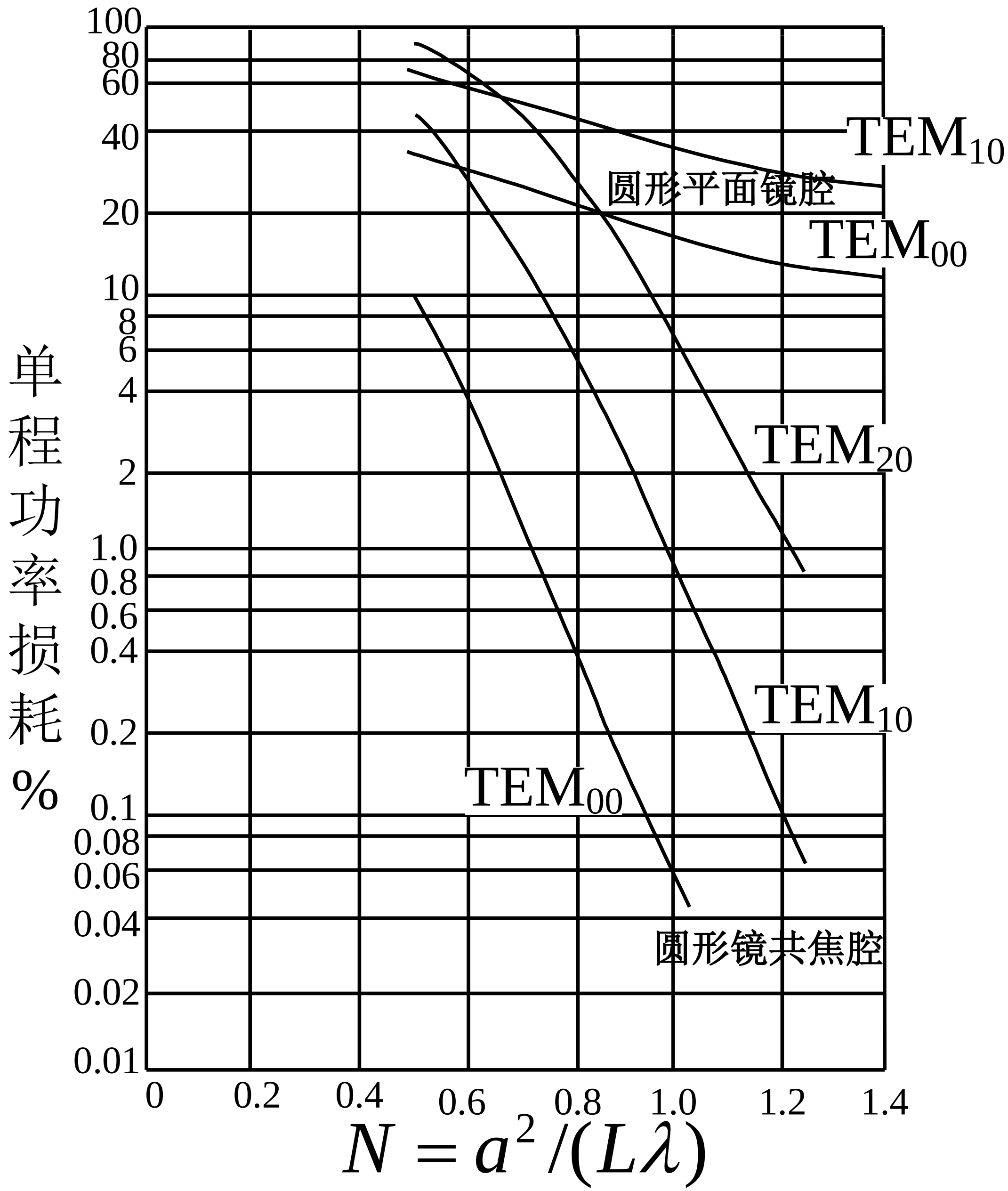


图 1-2. 10 衍射损耗和菲涅耳数的关系



100
80
60
40
20
10
8
6
4
2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0.01
单程功率损耗%
TEM10
圆形平面镜腔
TEM00
TEM20
TEM10
TEM00
圆形镜共焦腔
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
$N=a^2/(L\lambda)$

3、谐振腔的模式场图

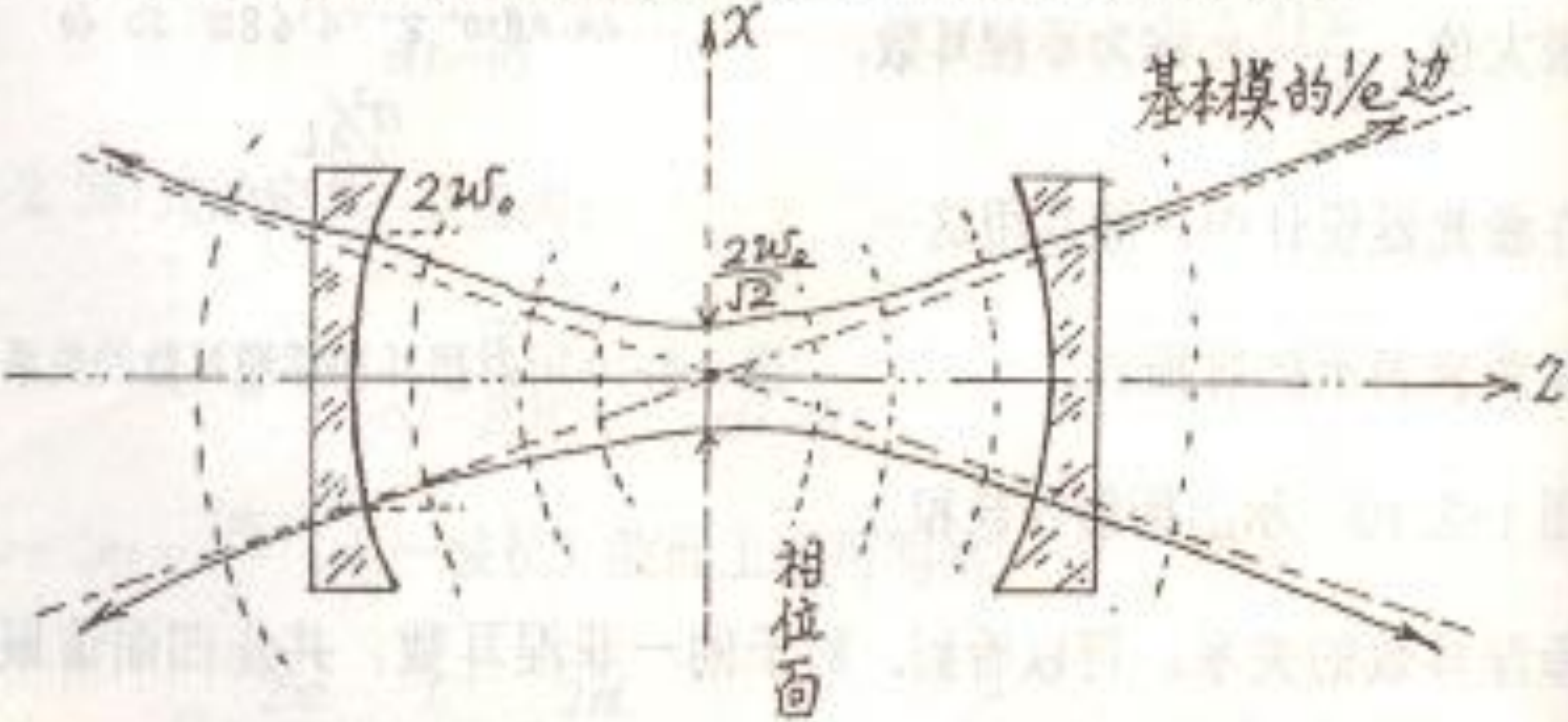


图 1-2.11 对称共焦（$R_1 = R_2 = L$）谐振腔中的基模

- **以共焦腔为例 :取激光器的轴线方向作为直角坐标系的Z轴。以谐振腔中心为原点。**

在坐标Z点，由波动理论得到电场振幅的X分量(高斯函数与厄密多项式的乘积)

$$E_{mn}^{(x)}(z) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega} H_m(\sqrt{2}\frac{x}{\omega}) H_n(\sqrt{2}\frac{y}{\omega}) e^{-\frac{x^2+y^2}{\omega^2}}$$

谐振腔输出激光束强度正比于IEI²

m表示X方向场的节点（即E=0）数目；

n表示沿Y方向场的节点的数目。

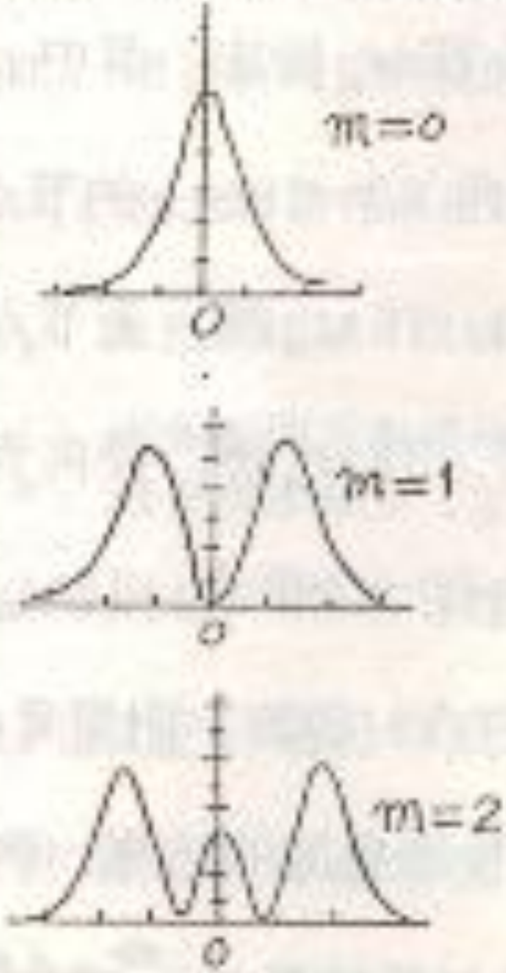


图 1-2.12 高斯函数与厄密多项式乘积的平方。它表示着横模光强分布

图 1-2.13 实验观察得的模式场图

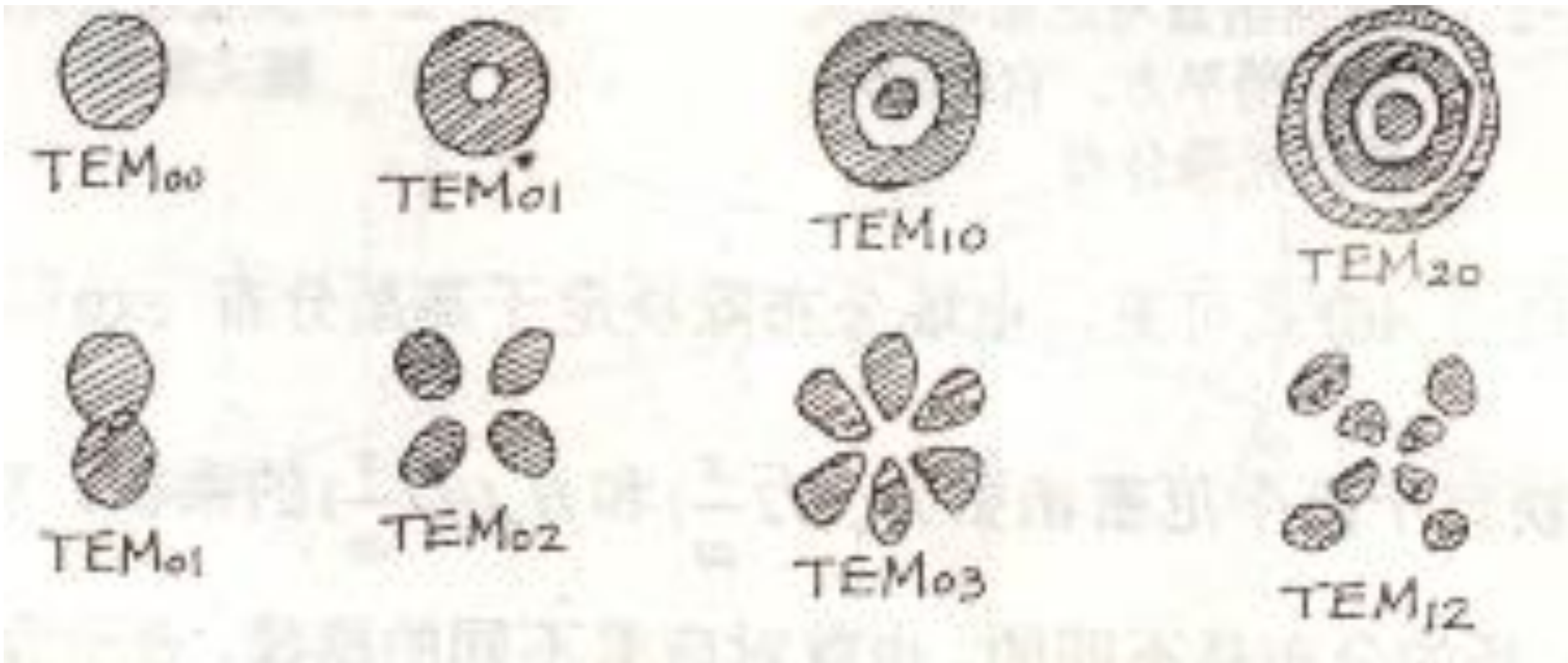


图 1-2.15 轴对称横模 TEM_{pl}

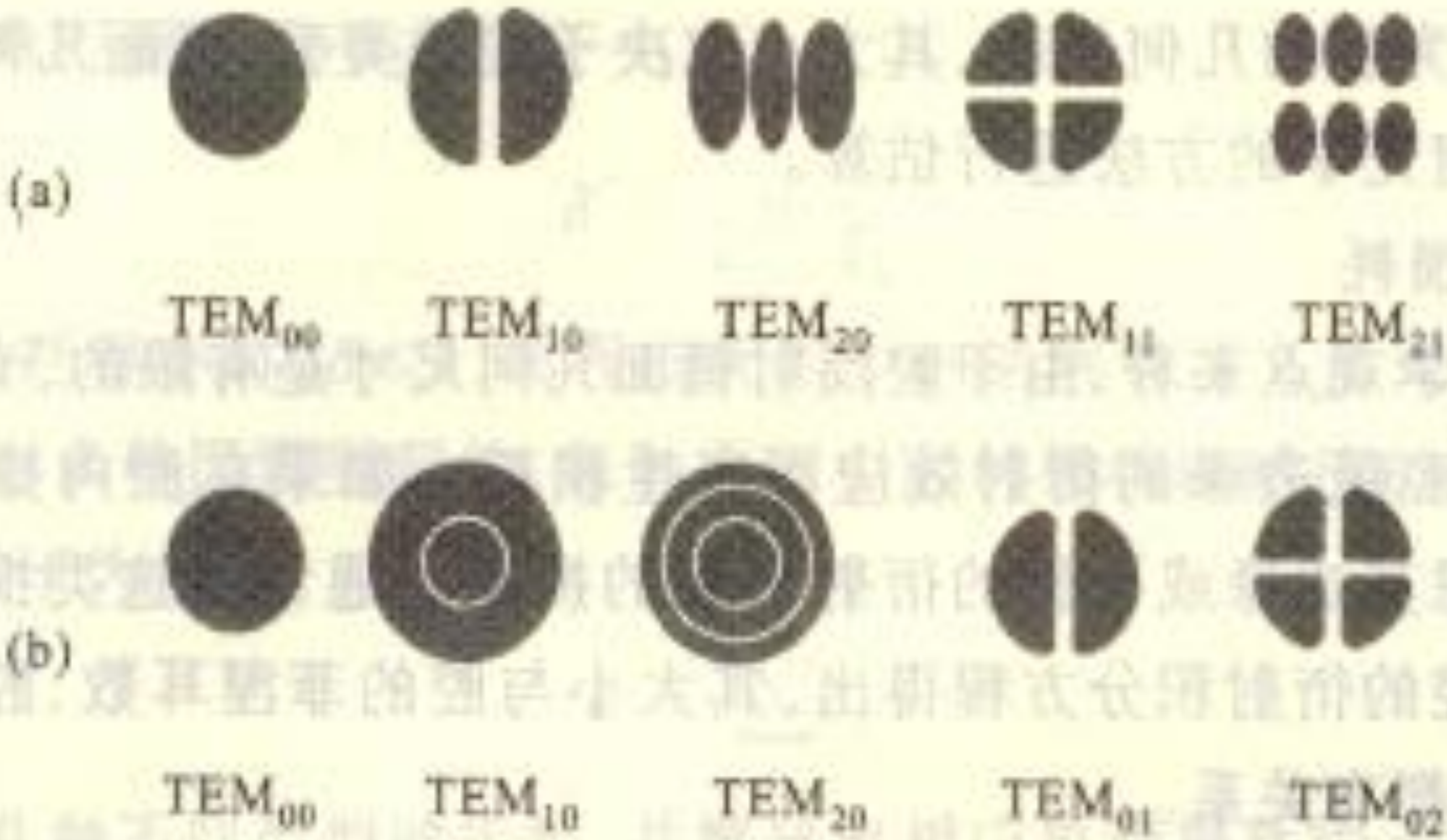


图 2.5 谐振腔的横模强度花样

(a) 方形镜腔 (b) 圆形镜腔

4、从谐振腔参数计算：光斑直径、模体积、光束发散角

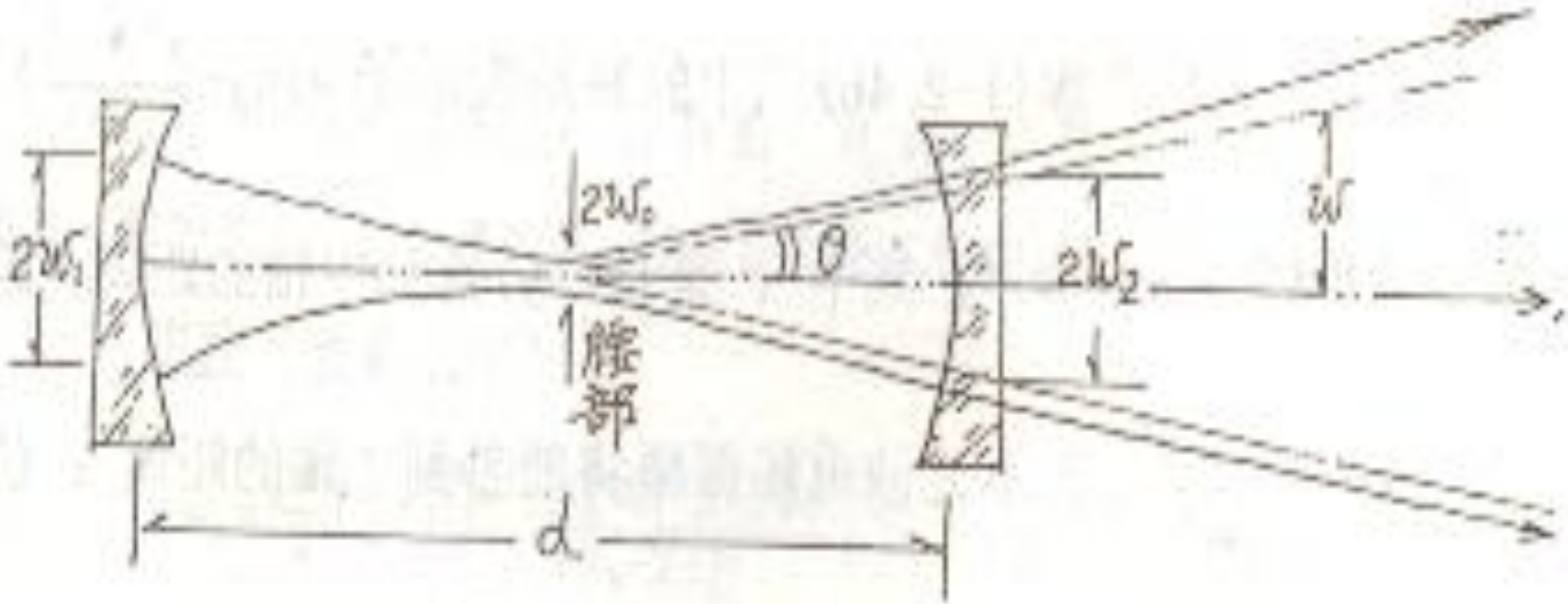


图 1-2.16 光斑半径、模体积，光束发散角的计算

- R_1, R_2 ：谐振腔两反射镜的曲率半径
- ω_1、ω_2 ：激光束在两反射镜面上光斑半径
- ω_0 ：激光束腰部（最细的地方）光斑半径
- d ：谐振腔两反射镜间距离
- θ ：激光束半顶角（发射角）

（1）光斑面积与直径

波动理论，求得的共焦腔各处电场分布的近似式

$$E_{mn}^{(x)}(z) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega} H_m(\sqrt{2}\frac{x}{\omega}) H_n(\sqrt{2}\frac{y}{\omega}) \exp\{-\frac{x^2+y^2}{\omega^2}\}$$

其中$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda R}{2\pi}} = \sqrt{\frac{\lambda f}{\pi}}$,........$2f = R = R_1 = R_2 = L = d$

$f = \frac{\pi\omega_0^{\ 2}}{\lambda}$,..........高斯光束共焦参数

$$R = \frac{2\pi\omega_0^{\ 2}}{\lambda} = 2f$$

- **任何位置光斑半径**

$$\omega=\omega(z)=\omega_0\sqrt{1+(\frac{2z}{R})^2}$$

$$=\omega_0\sqrt{1+\left(\frac{z\lambda}{\pi\omega_0}\right)^2}=\omega_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{f}\right)^2}$$

- **因此共焦腔处z=0,** $\omega=\omega_0$

在镜面 $z=\pm\frac{R}{2}\Rightarrow\omega=\sqrt{2}\omega_0$

当 $z>>R,\to\infty$时， $\omega=\omega_0\sqrt{1+\left(\frac{2z}{R}\right)^2}\approx\frac{2\omega_0}{R}z$

(2) 光束的发散角（半顶角θ）

Z很大时

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 + (\frac{2z}{R})^2} \approx \frac{2\omega_0}{R} z$$

$$\theta = tg^{-1}\frac{\omega}{z} \approx tg^{-1}\frac{2\omega_0}{R} \approx \frac{2\omega_0}{R} \qquad \text{因} R >> \omega_0$$

$$R = \frac{2\pi}{\lambda}\omega_0^2 = 2f \qquad \Rightarrow \theta = \frac{\lambda}{\pi\omega_0}$$

(3) 模式体积:谐振腔内振荡光束的体积。

激光输出功率大致正比于模式体积（实空间）

$$V_{00} = \pi(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2})^2 \cdot d$$

（4）一般情况下

（A）一般腔

$$\omega_0=\left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\left[\frac{d(R_1-d)(R_2-d)(R_1+R_2-d)}{(R_1+R_2-2d)^2}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\omega_1=\left(\frac{\lambda}{\pi}R_1\right)^{\frac{1}{2}}\left[\frac{(R_2-d)d}{(R_1-d)(R_1+R_2-d)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\omega_2=(\frac{\lambda}{\pi}R_2)^{1/2}[\frac{R_1-d}{R_2-d}\cdot\frac{d}{R_1+R_2-d}]^{1/4}$$

$$\theta=\frac{\lambda}{\pi\omega_0}$$

($R_1\approx R_2$ 时θ表式才正确）

（B）共焦腔 （ $R_1 = R_2 = R = d$ ）

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda d}{2\pi}}$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{\lambda d}{\pi}}$$

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi\omega_0}$$

（C）平面—凹面腔

（ $R_1 = \infty, R_2 = R$ ）

$$\omega_0 = \omega_1 = (\frac{\lambda}{\pi})^{1/2}[d(R-d)]^{1/4}$$

$$\omega_2 = (\frac{\lambda R}{\pi})^{1/2}[\frac{d}{R-d}]^{1/4}$$

例子：课后练习P52！！

5、谐振腔的模频谱及谱线加宽与宽度

（1）谐振腔的模频谱

谐振腔电场的位相分布的分析有:

$$\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{2d}[q+\frac{1}{\pi}(1+m+n)Cos^{-1}\sqrt{(1-\frac{d}{R_1})(1-\frac{d}{R_2})}]$$

对于基模（m=n=0), $$\frac{1}{\lambda}=\frac{q}{2d}$$

$$\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right)=\frac{1}{2d}\left[\Delta q+\frac{1}{\pi}\Delta(m+n)Cos^{-1}\sqrt{\left(1-\frac{d}{R_1}\right)\left(1-\frac{d}{R_2}\right)}\right]$$

(A) 对于曲率半径腔，$R_1=R_2>>d$ 。

$$\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right)=\frac{1}{2d}\left[\Delta q+\frac{1}{\pi}\Delta(m+n)\varepsilon\right]\approx\frac{1}{2d}\Delta q \qquad \varepsilon<<1$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\equiv\frac{\Delta\upsilon}{c}=\frac{1}{2d},\ldots\ldots\Delta q=1\Rightarrow\Delta\upsilon=\frac{c}{2d}$$

（B）共焦腔，$R_1=R_2=d$，

$$Cos^{-1}\sqrt{(1-\frac{d}{R_1})(1-\frac{d}{R_2})}=Cos^{-1}0=\frac{\pi}{2}$$

$$\Delta(\frac{1}{\lambda})=\frac{1}{2d}[\Delta q+\frac{1}{2}\Delta(m+n)]=\frac{1}{4d}[2\Delta q+\Delta(m+n)]$$

由于q不同而引起的波数改变外，还出现了由于m+n的不同而引起的波数改变。

(C) 非共焦腔

频谱结构更为复杂。这时除了由

$$\Delta(\frac{1}{\lambda}) = \frac{1}{2d}\Delta q$$

所决定的谱线外，还出现了由于

$$m \neq n \neq 0$$

所引起的其他一些谱线，

大曲率半径（及平行平面）腔的情形
虚线表示 m+n≠0 所引起的其他一些谱线

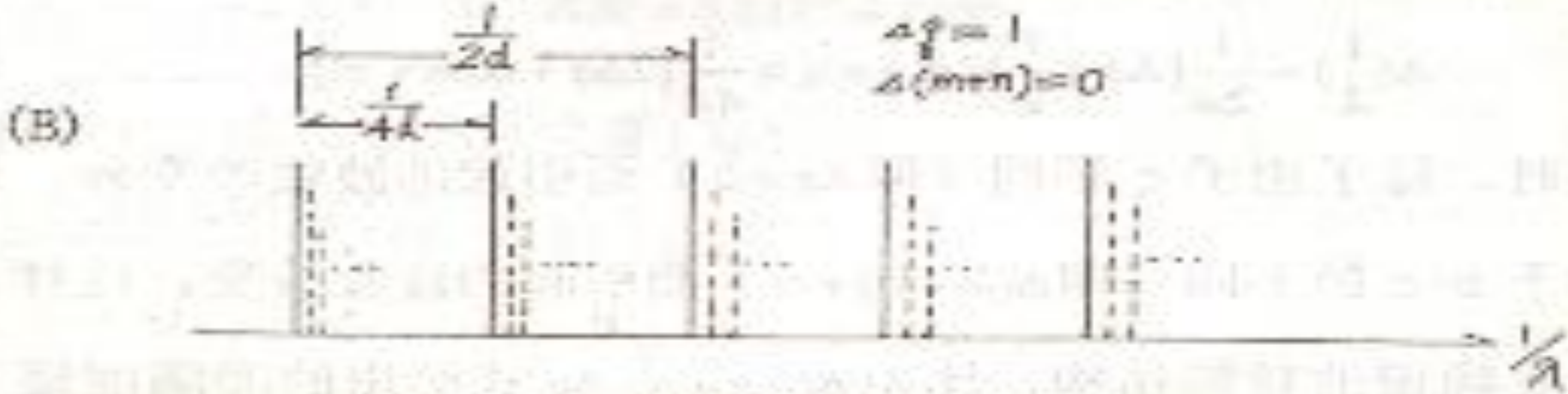


图 1-2.18 光学谐振腔的模频谱

$$\Delta(\frac{1}{\lambda})=\frac{1}{2d}[\Delta q+\frac{1}{2}\Delta(m+n)]=\frac{1}{4d}[2\Delta q+\Delta(m+n)]$$

(2) 谱线加宽与宽度

实际上辐射功率不在单一频率上

归一化线型函数

$$g(\upsilon_0,\upsilon)=\frac{P(\upsilon)(\text{频率}\,\upsilon\text{的光功率})}{\int_{-\infty}^{\infty}P(\upsilon)d\upsilon}$$

$$\text{而且有}:\int_{0}^{\infty}g(\upsilon_0,\upsilon)d\upsilon\equiv 1$$

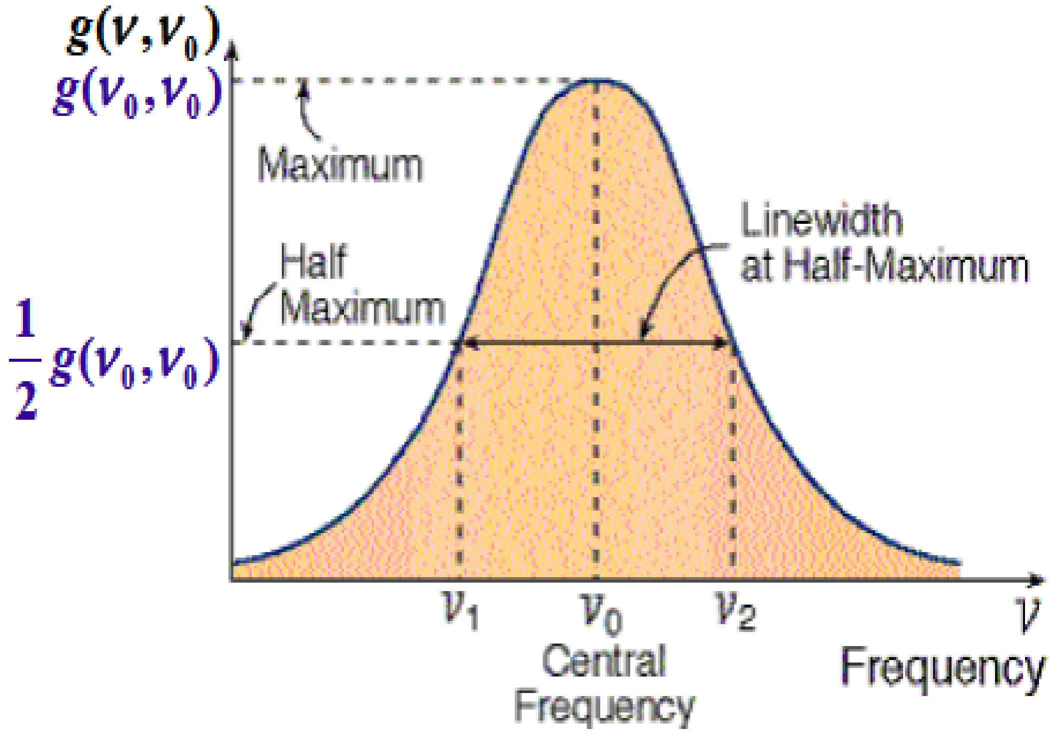
谱线宽度定义为 $\Delta\upsilon$ **:**

$$g(\upsilon_0,\upsilon_0\pm\frac{\Delta\upsilon}{2})=\frac{g(\upsilon_0,\upsilon)}{2}$$

. 线型函数

$$\tilde{g}(\nu,\nu_0)=\frac{P(\nu)}{P}$$ 秒

自发辐射跃迁几率按频率的分布函数



$$\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{g}(\nu,\nu_0)d\nu=1$$

（A）均匀加宽：每一个发光原子对光谱线内任一频率都有贡献，每个原子都是等同的。

洛仑兹线型：

$$g(\upsilon_0,\upsilon) = \frac{2}{\pi\Delta\upsilon}\frac{1}{1+\left[\frac{\upsilon-\upsilon_0}{\Delta\upsilon/2}\right]^2}$$

自然加宽$\Delta\upsilon_N = \dfrac{1}{2\pi\tau_s}$，其中$\tau_s \equiv \dfrac{1}{A_{21}}$

碰撞加宽$\Delta\upsilon_L = \dfrac{1}{2\pi\tau_L} = aP$，其中$\tau_L$平均碰撞时间，$a$是常数，$P$是压强

对气体$\Delta\upsilon = \Delta\upsilon_N + \Delta\upsilon_L$

（B）非均匀加宽

分子热运动热平衡下，原子数按速率分布服从麦克斯韦分布

$$n(V_z)dV_z = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-mV_z^2/2kT} dV_z$$

n.....单位体积工作物质内总粒子数

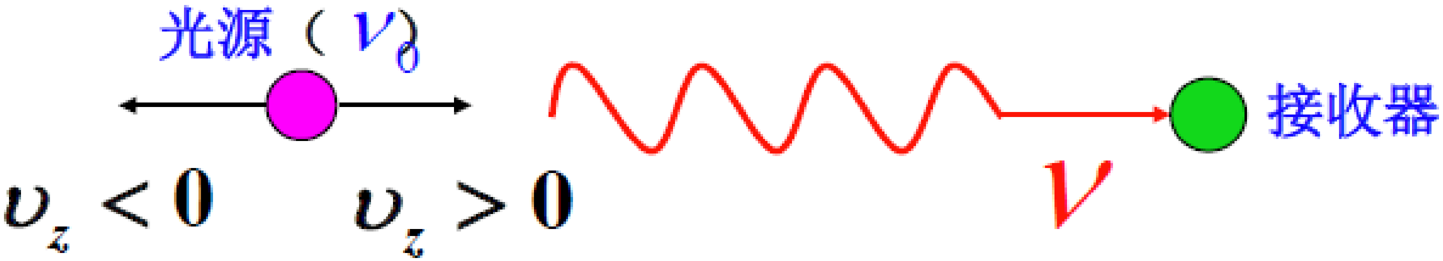
k.....波尔兹曼常数，T绝对温度，m粒子质量

多普勒效应频率 $\upsilon = \upsilon_0\left(1+\frac{V_z}{c}\right)$

多普勒加宽（Doppler Broadening）

光波多普勒频移效应是产生非均匀加宽的主要物理因素

光波多普勒频移效应：



光源与接收器间有相对运动，则光接收器接收到的光波频率会随两者相对运动速度而改变。

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1+\upsilon_z / c}{1-\upsilon_z / c}} \approx \nu_0 (1+\upsilon_z / c)$$

- **非均匀加宽线型------高斯分布**

$$g_D(\upsilon_0,\upsilon)=\frac{2}{\Delta\upsilon_D}\left(\frac{In2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}e^{-\left[\frac{4In2(\upsilon-\upsilon_0)^2}{\Delta\upsilon_D{}^2}\right]}$$

$$\text{其中}\Delta\upsilon_D=2\upsilon_0\left[\frac{2kT}{mc^2}In2\right]^{\frac{1}{2}}=7.16\times10^{-7}\upsilon_0\left(\frac{T}{M}\right)^{\frac{1}{2}}$$

M为相对原（分）子质量$m/Kg=1.66\times10^{-27}M$

（3）获得单频的措施

（A）只有m=n=0模式出现

（B）腔长L足够小，使得波数间距1/2L足够大于谱线多普勒宽度，只有一个纵模出现。

（C）稳频技术，使频率不变

$$\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right)=\frac{1}{2d}\left[\Delta q+\frac{1}{2}\Delta(m+n)\right]=\frac{1}{4d}\left[2\Delta q+\Delta(m+n)\right]$$

6、激光腔输出镜最佳透过率Topt

一般通过实验确定损耗

f=T(透射)+A（吸收、散射）

输出功率

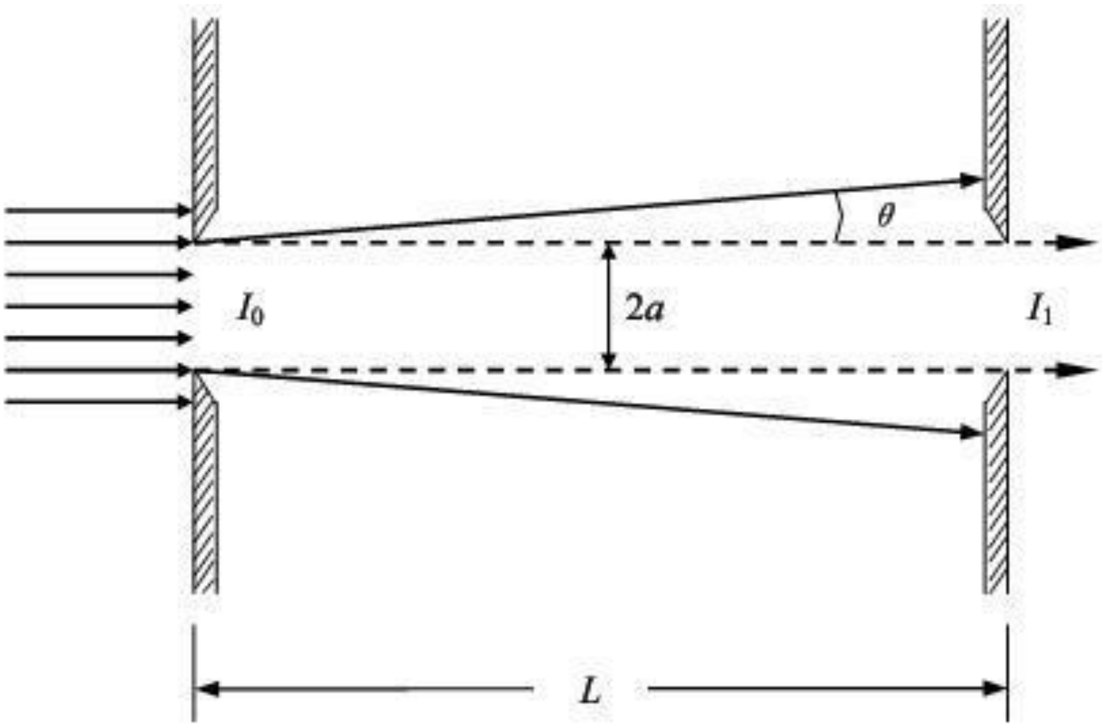
$$P_T = P_{总}\frac{T}{f} = P_{总}\frac{T}{T+A} = C(G-T-A)\frac{T}{T+A}$$

振荡总功率$P_{总} = C（G - f) = C(G-T-A)$

其中C为比例系数，G为光在腔内单次增益（可测）

令 $\dfrac{\partial P_T}{\partial T} = 0 \Rightarrow T_{opt} = \sqrt{GA} - A$

衍射损耗---损耗的具体计算

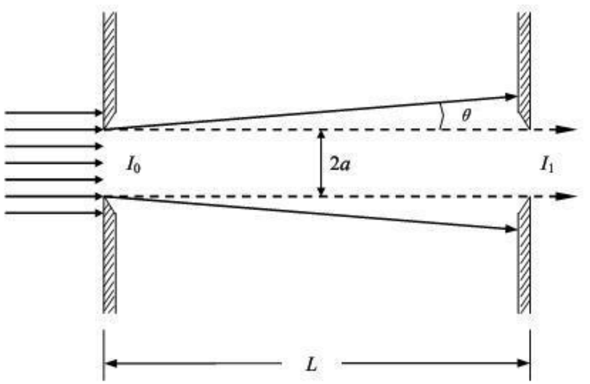


4个参量（δ、τ_R、Q、$\Delta\nu_C$）是等价的，知道其一，就知道其余

衍射损耗

孔径为2a的平行平面腔等效于孔径为2a的孔阑传输线，衍射的第一极小值出现在

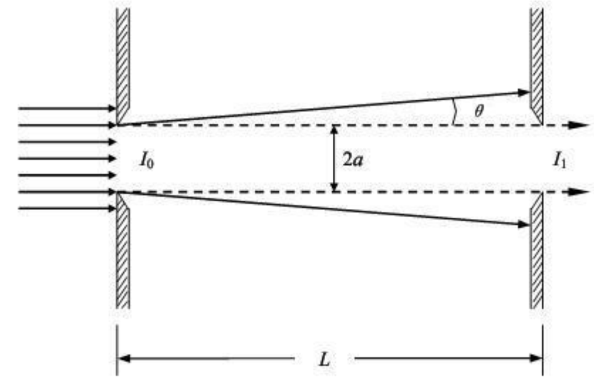
$$\theta = 1.22\frac{\lambda}{2a} = 0.61\frac{\lambda}{a}$$ 的方向



忽略第一暗环以外的光；

假设中心亮斑内光强均匀分布。

衍射损耗



设 W_0—总光能；

W---射入第二孔径内的光能。

$$\frac{W}{W_0}=\frac{\pi a^2}{\pi(a+\theta L)^2}=\frac{a^2}{a^2+2a\theta L+(\theta L)^2}\approx$$

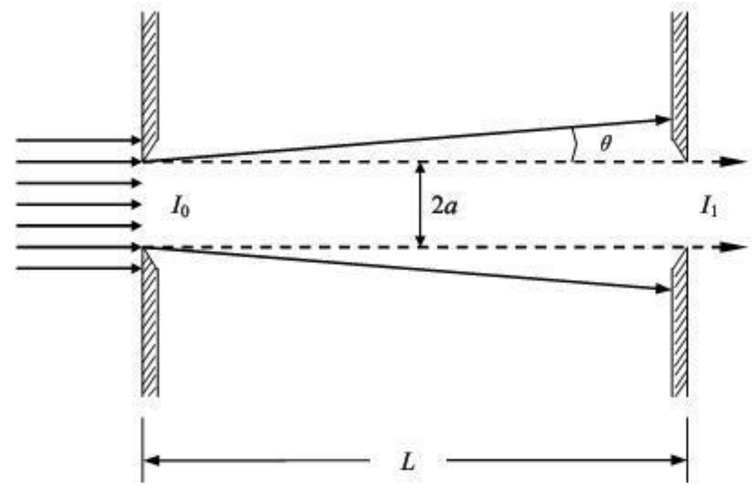
$$\frac{a^2}{a^2+2a\theta L}=\frac{1}{1+\frac{2l}{a}\left(0.61\frac{\lambda}{a}\right)}\approx\frac{1}{1+{}^{1}/_{N}}$$

$$\mathrm{N}=\frac{a^2}{\lambda L}$$ **称为腔的菲涅耳数**

衍射损耗

由δ_d的定义，有：

$$\frac{W}{W_0}=e^{-\delta_d}=\frac{1}{1+{}^{1}/_{N}}$$



$$\therefore\ \delta_d=\ln\left(1+\frac{1}{N}\right)$$

如 $N \gg 1$ $\qquad \delta_d \approx \frac{1}{N}$ $\qquad N=\frac{a^2}{\lambda L}$

***N*越大，损耗越小，这一结论对各类谐振腔都具有普遍意义。**