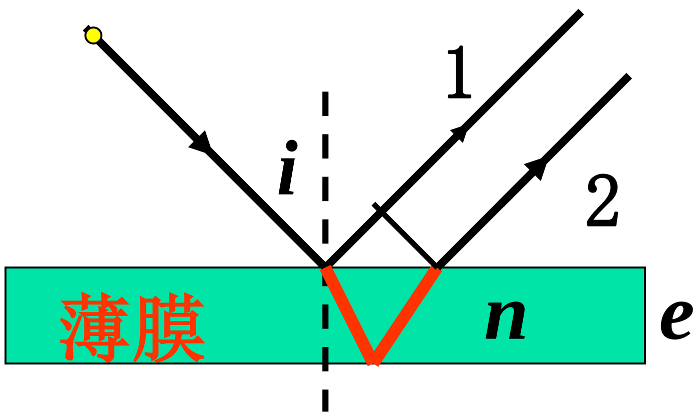
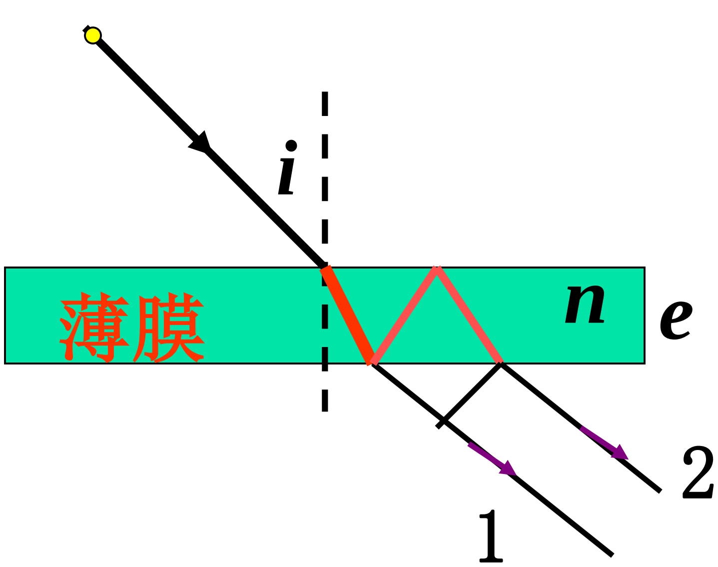
§2.5 薄膜干涉

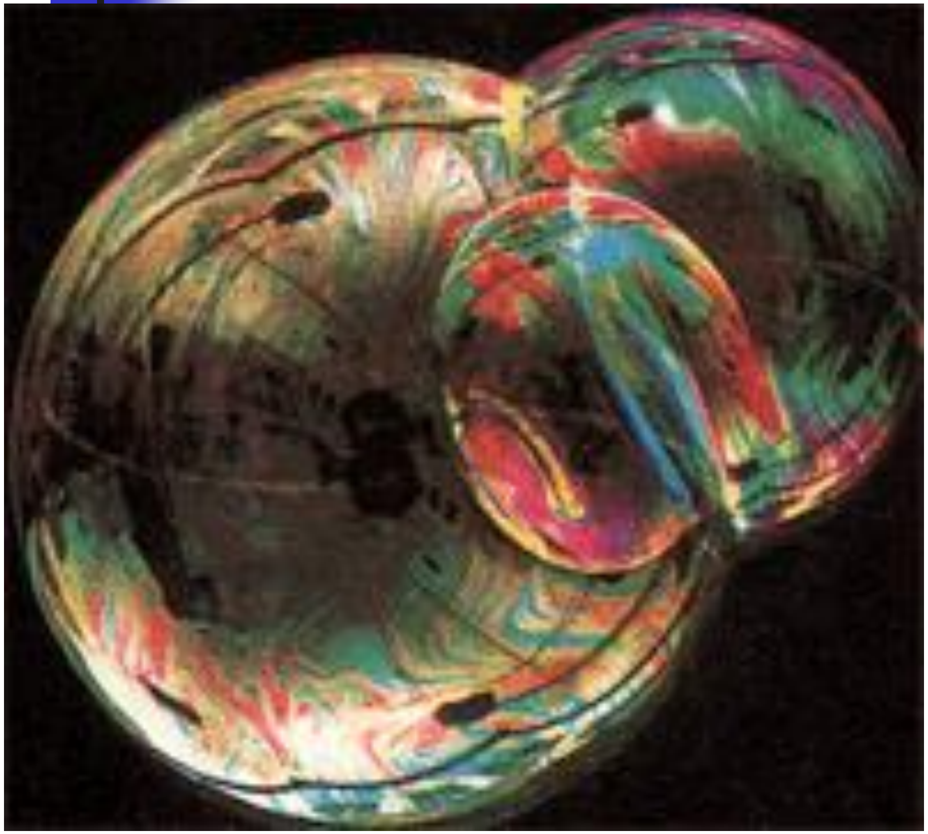
- 入射光射至薄膜表面时，产生反射和折射。反射光和折射光由入射光分振幅（能量）

反射光干涉

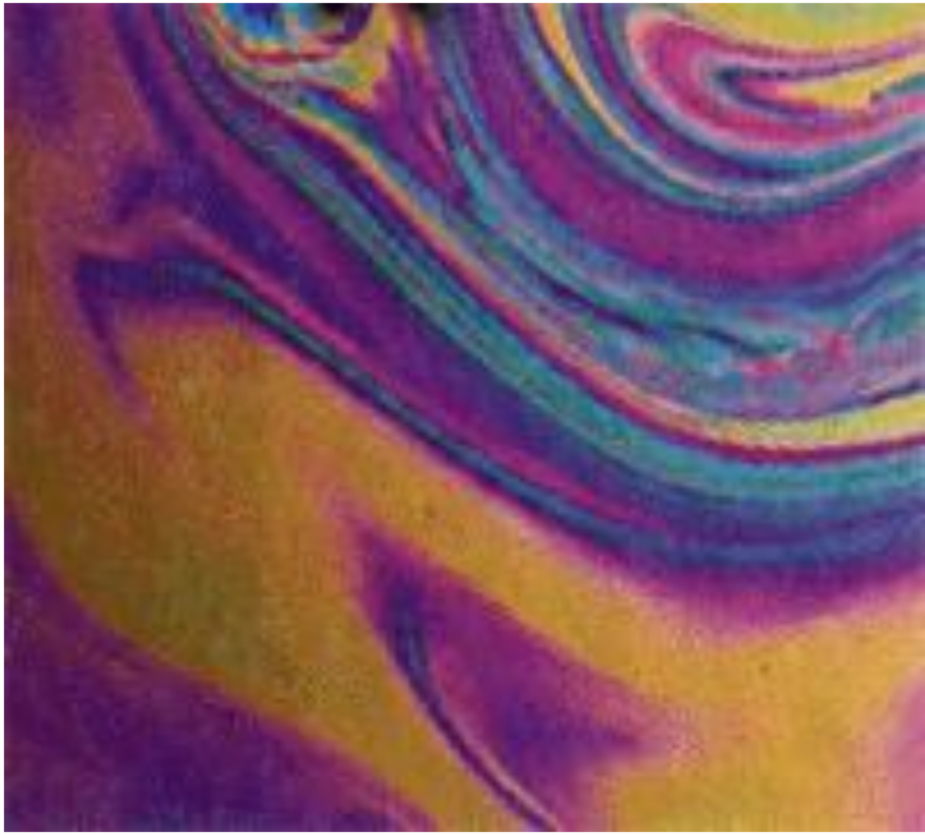


透射光干涉



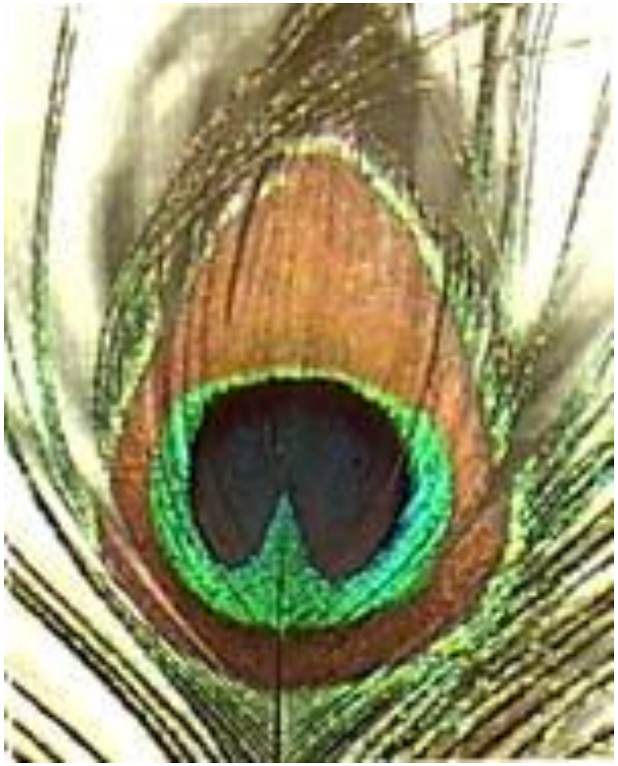


彩色的肥皂泡



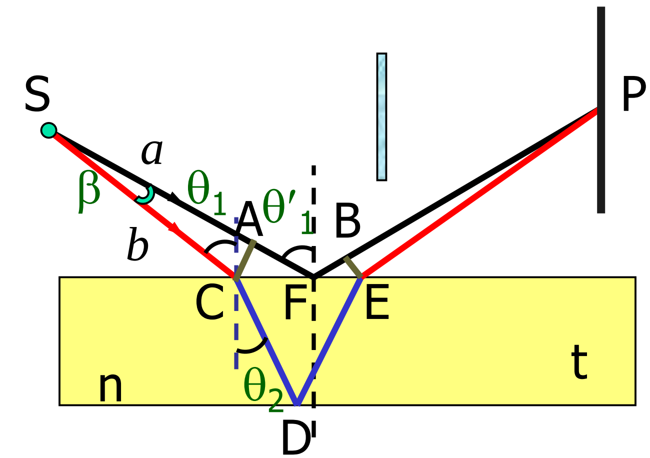
彩色油膜

- 反射和折射中的1,2光有固定的相差，是相干的
- 在杨氏干涉中，叠加区的任意位置均能观察到干涉条纹，称之为**非定域干涉**；若是在叠加区只有特定位置才能观察到干涉现象的情况，称为**定域干涉**。
- 薄膜干涉对光源的要求



- **1. 点光源**

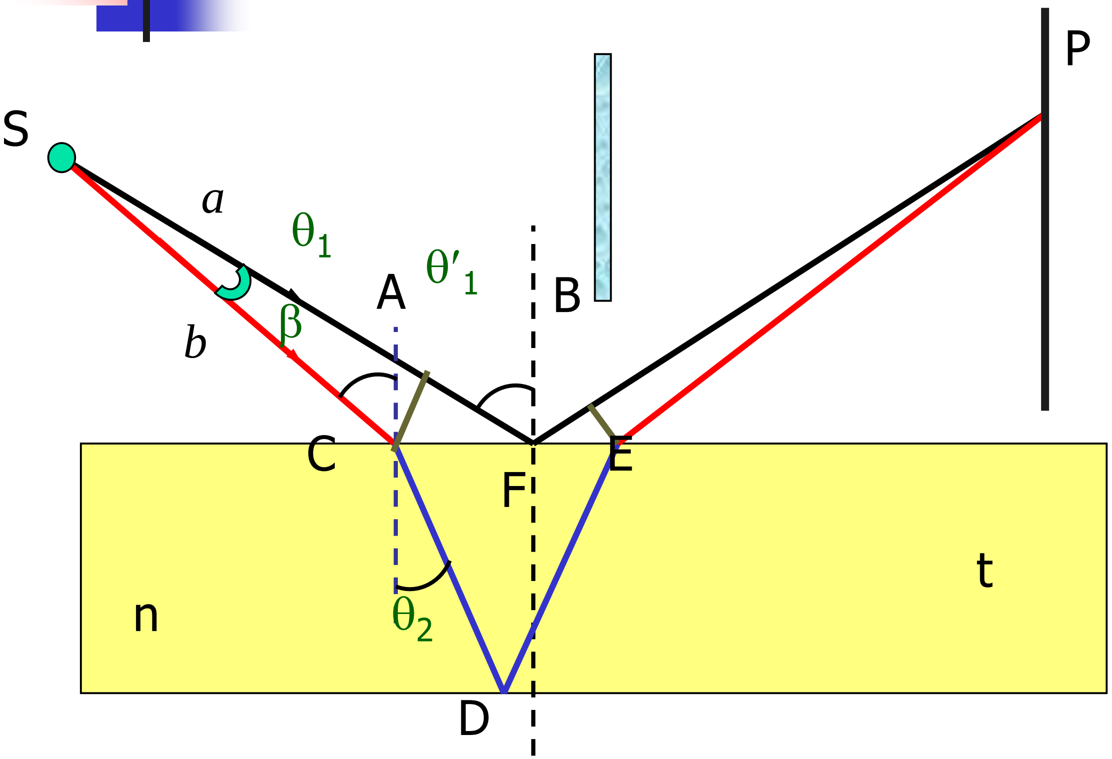
ⅰ° 叠加区任一P点必有反射光a以及与a夹角β的b光的折射光通过。



a光与b光为相干光

P点一定，β也就一定，光程差就一定。由于P点选取的任意性，在叠加区任放一观察屏，即能观察到干涉条纹

点光源的薄膜干涉是非定域干涉



ii° 定量地，计算ΔL

$$\Delta L = n(CD + DE) - (AF + BF) + \frac{\lambda}{2}$$

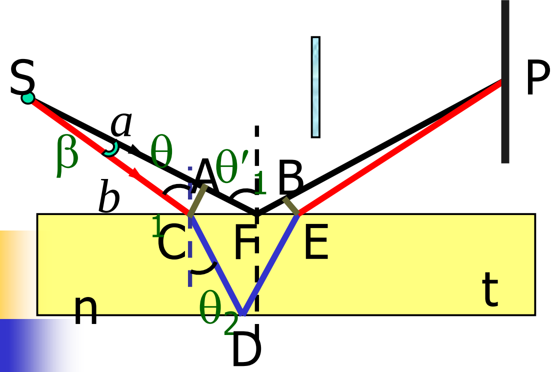
$$CD = DE$$

$$= \frac{t}{\cos\theta_2}$$

$$AF + BF = CE\sin\theta_1'$$

$$= 2t\tan\theta_2\sin\theta_1'$$

λ/2是入射光在不同介质面反射时带来的光程差（相位差π）。



$$\therefore \quad \Delta L = \frac{2nt}{\cos\theta_2} - 2t\sin\theta_1' \frac{\sin\theta_2}{\cos\theta_2} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\theta_1' = \theta_1 + \beta, \quad \sin\theta_1 = n\sin\theta_2$$

$$\boxed{\Delta L = \frac{2nt}{\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2\theta_1}{n^2}}}\left[1 - \frac{\sin\theta_1}{n^2}\sin(\theta_1 + \beta)\right] + \frac{\lambda}{2}}$$

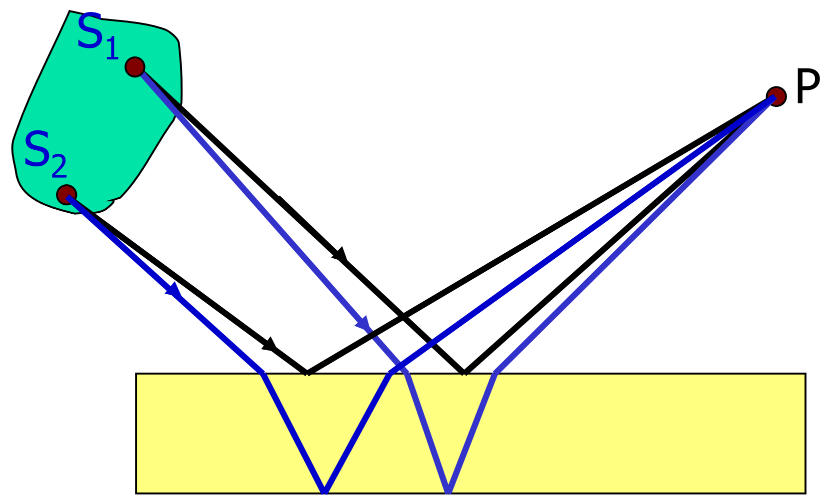
- ΔL由θ_1、β决定，对不同的P点，有不同但恒定的θ_1、β。

➔P点的光程差是恒定的，因此有干涉条纹，属**非定域干涉（delocalized）**。

- **2. 非点光源**

ⅰ° 实际光源由无数点光源组成，每个点光源在P点均有相干叠加，相互独立。

P点的总光强为各点光源进行非相干的干涉条纹叠加。

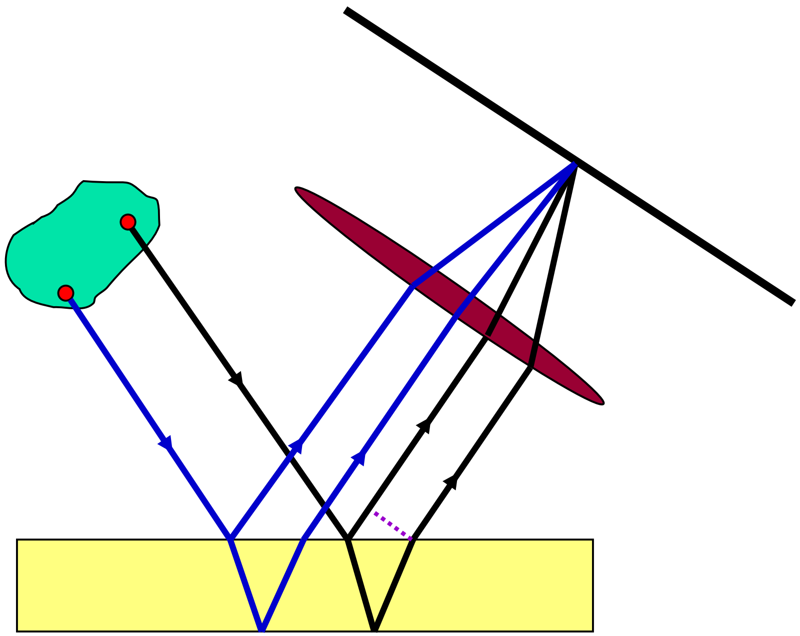


无法观察到干涉现象

- ii° 能否有方法观察干涉
- 反射光与折射光的光程差为

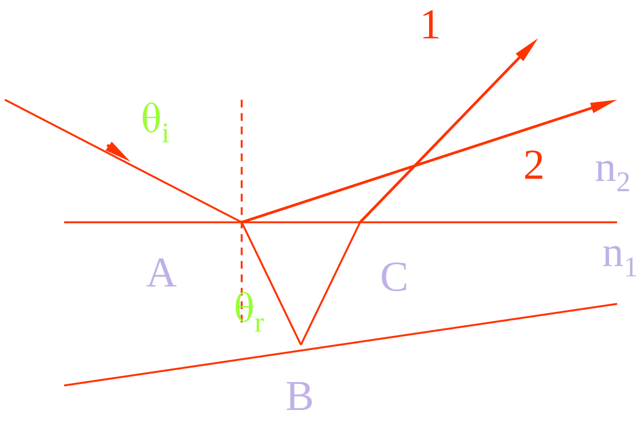
$$\Delta L=\frac{2nt}{\sqrt{1-\dfrac{\sin^2\theta_1}{n^2}}}\left[1-\frac{\sin^2\theta_1}{n^2}\right]+\frac{\lambda}{2}$$

$$=2nt\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta_1}{n^2}}+\frac{\lambda}{2}$$



ΔL只与入射角θ_1有关，与光源无关；各点光源的相干条纹具有一致性，即各点光源的相干条纹的非相干叠加不会破坏条纹本身；条纹亮度加大；属于定域干涉，定域中心在无穷远处。

- iii° 厚度一定的薄膜，其光程差只由入射角决定。即干涉条纹只随入射角的变化而变化。这种干涉叫**等倾干涉**。



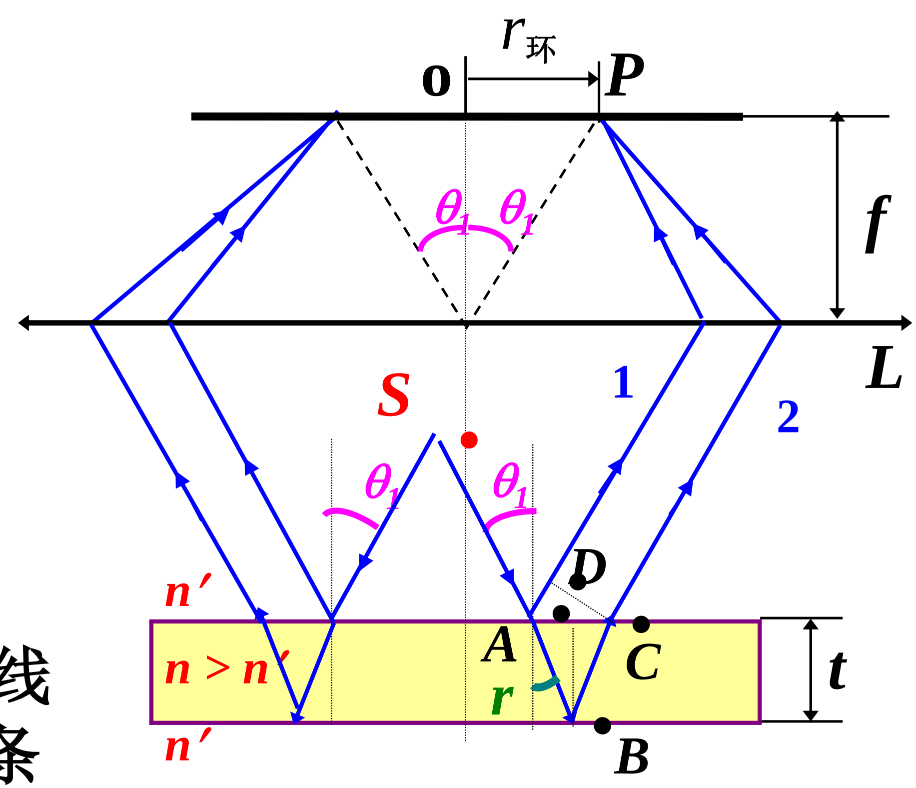
对于厚度不等的契性膜，平行光入射，反射光和折射光将在薄膜表面附近相交而形成干涉条纹，这时的光程差由厚度决定，称为**等厚干涉**。

§2.6　等倾条纹和等厚条纹

- **1. 等倾条纹**

两相干光的光程差为

$$\Delta L = 2nt\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta_1}{n^2}}+\frac{\lambda}{2}$$
$$= 2nt\cos\theta_2+\frac{\lambda}{2}$$



满足θ_1（或θ_2）相等的光线具有相同的光程差，干涉条纹为同心圆。

- i° 面光源

只要入射角θ_1相同，都将汇聚在同一个干涉环上（非相干叠加）

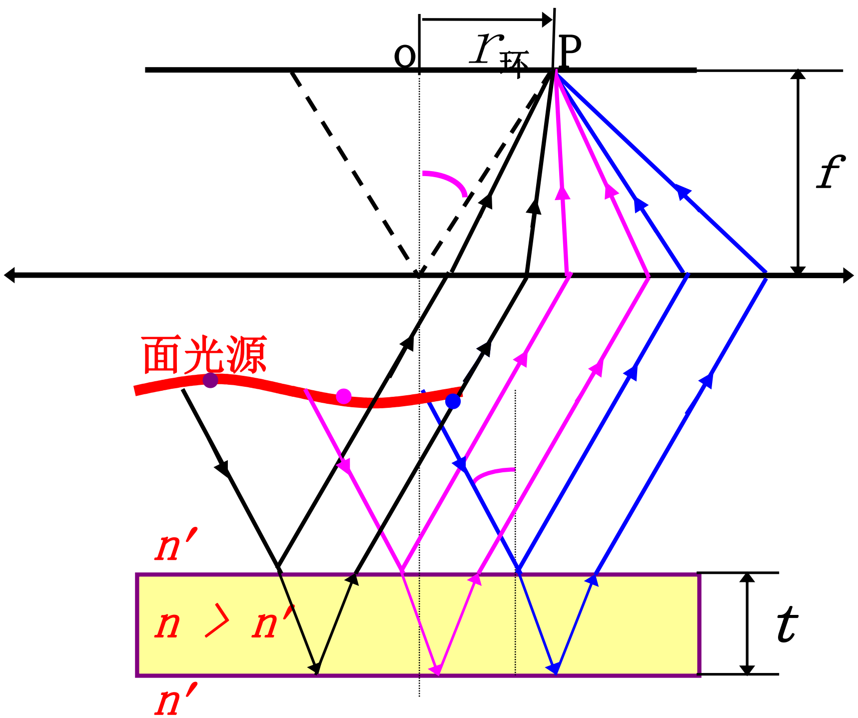
对于中点O，有$\theta_1=\theta_2=0$

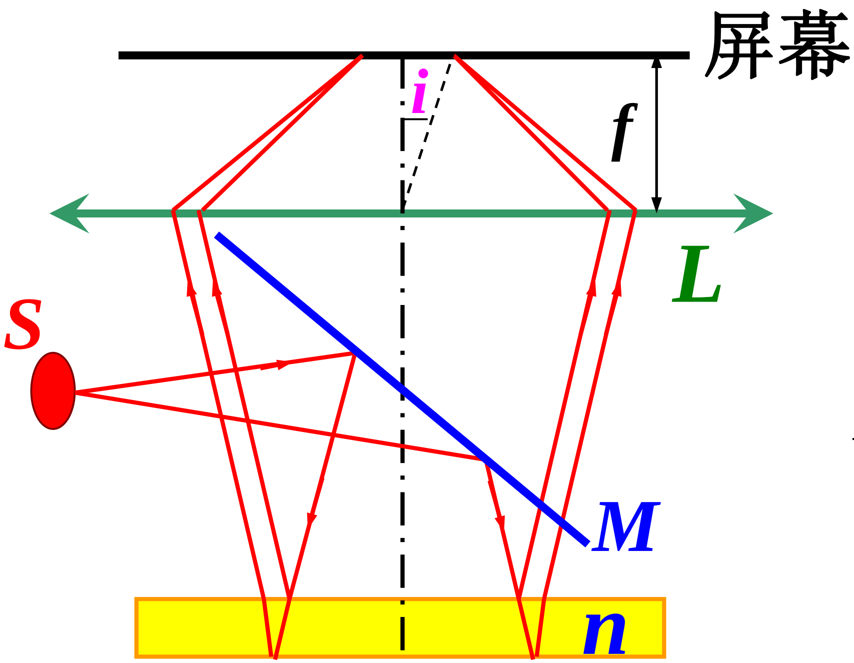
$\Delta L=2nt+\lambda/2$

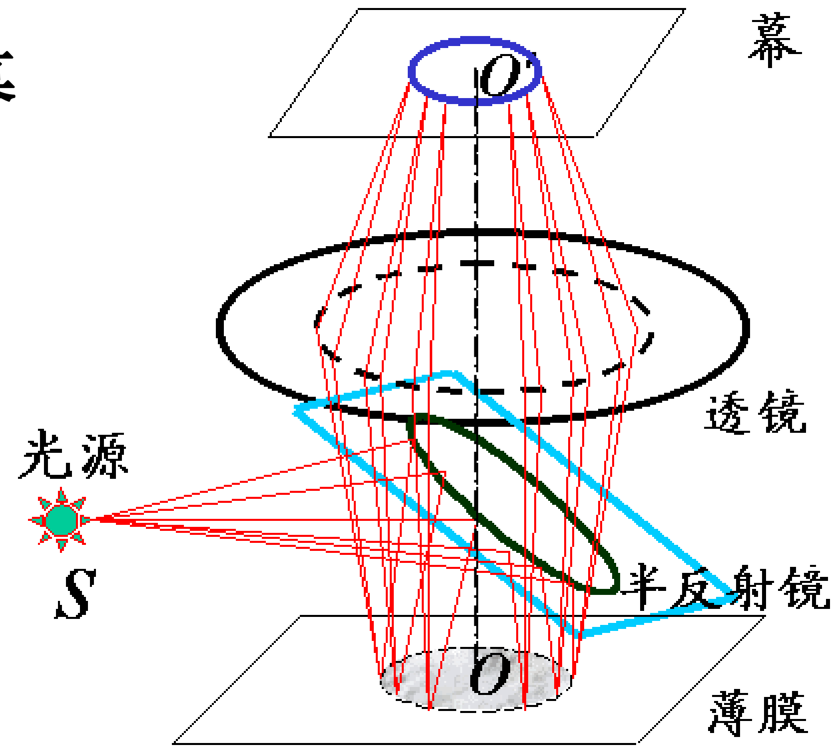
当$\Delta L=k\lambda$，亮点；

当$\Delta L=(2k+1)\lambda/2$，暗点。

只取决于厚度t







观察等倾条纹的实验装置和光路

- ii° **条纹的间距**（以亮条纹为例，ΔL＝kλ）

$$k\lambda = 2nt\cos\theta_2 + \frac{\lambda}{2}$$

对上式两边微分，得：

$$\Delta k\,\lambda = -2nt\sin\theta_k\Delta\theta$$

则对相邻明环有

$$\Delta\theta = \theta_{k+1} - \theta_k = -\frac{\lambda}{2nt\sin\theta_k}$$

- 讨论

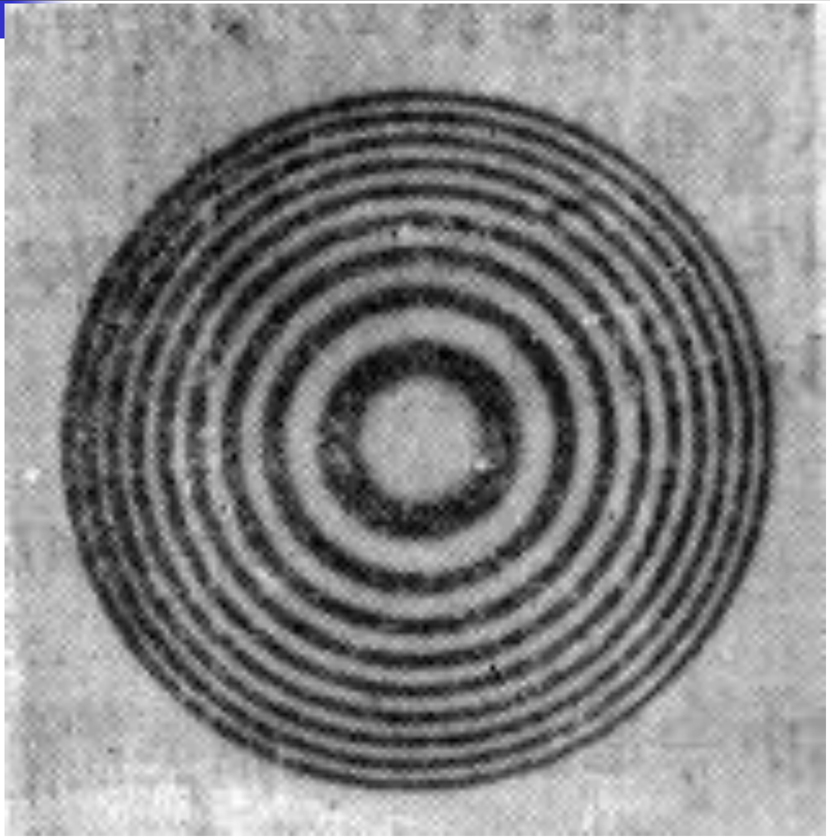
$$\Delta\theta=\theta_{k+1}-\theta_k=-\frac{\lambda}{2nt\sin\theta_k}$$

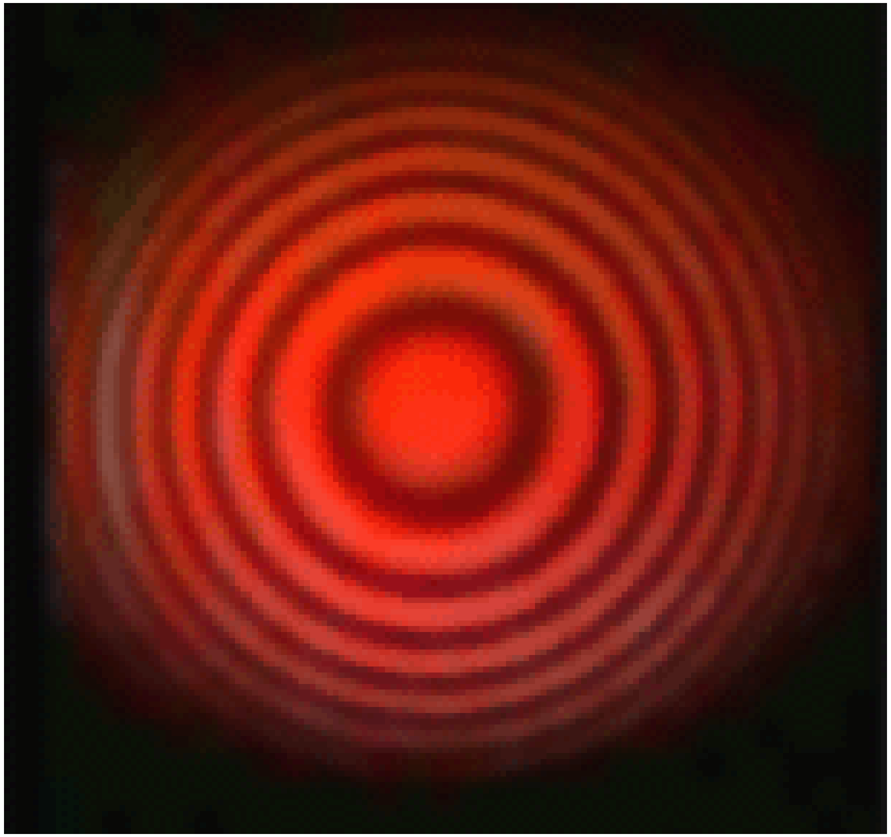
  - 负号表明：$\theta_{k+1}<\theta_k$

    （级次越高的环的角半径越小。）
  - θ_2越大，$\Delta\theta$的绝对值越小

    （离中心越远的地方，环越密。）
  - t越大，$\Delta\theta$的绝对值越小

    （越厚的膜产生的环越密。）





等倾条纹照相

- **iii° 膜厚改变时，条纹环的移动**

定性分析

由 $\Delta L = 2nt\cos\theta_2 + \frac{\lambda}{2}$ 看，当t增加时，要保持ΔL不变，$\cos\theta_2$ 应减小，即 θ_2需增大。因此，具有原来的光程差的点则向外移动。

定量分析

计算一特定(k)明环角半径θ_2随厚度t的变化规律

$k\lambda = 2nt\cos\theta_2 + \frac{\lambda}{2}$ 两边微分，得

$$\Delta t = t_k \tan\theta_k \Delta\theta$$

Δt 增大 $\Rightarrow |\Delta\theta|$增大

- 结论：
  - 当膜加厚（减薄）时，各级干涉条纹半径增大（减小），即从中心不断冒出（陷入）新条纹。
  - 当干涉图样每冒出一个环时，中心处的光程差则改变一个波长，而薄膜厚度则改变1/2n个波长。因此，由干涉条纹冒出的数目即可知膜厚的变化。

中心明环随t的变化规律：　$\Delta t = \dfrac{\lambda}{2n}$

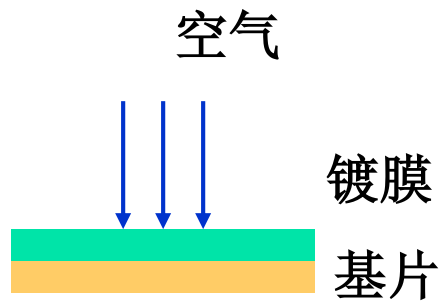
$\boxed{\Delta L = 2nt + \lambda/2}$

■ 应用：增透(射)膜和增反射膜

光学系统在透射的同时，反射光将把部分能量反射掉。

例： 冕牌玻璃n=1.5，4%；

火石玻璃n=1.67，6%；10面45%！



$n_0 < n < n_{基}$

利用等倾干涉使得某个波长相干相消，可实现**增透**；相干相长可实现**增反**。

无论增透增反，薄膜厚度有严格要求，且只对单一波长。

- 单层介质膜的材料一般采用氟化镁（MgF_2，n=1.38）

由两反射光干涉相消的条件：

$$2nt=(2k+1)\lambda/2$$

可得薄膜的最小厚度为

$$t=\lambda/4n$$

由于两次反射均发生在光疏至光密界面，因而无半波损失。

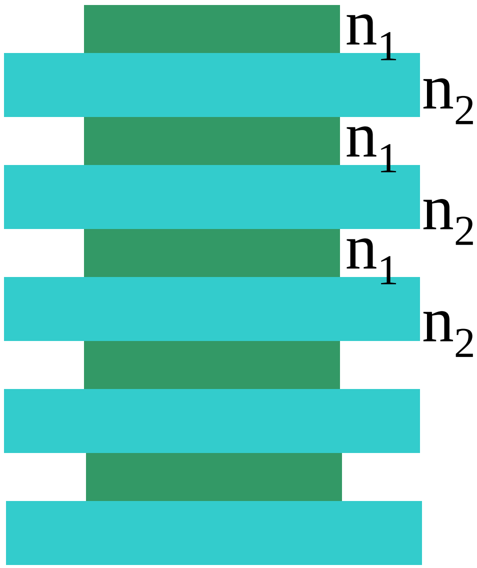
例：相机镜头的氟化镁膜n=1.38，为使550nm增透，问厚？

解：垂直入射光近似，由上式得最小厚度

$$t=\lambda/4n=99.6\ \text{nm}$$

- 增反的原理与增透一样，这时光程差应为kλ。

例： 氦氖激光器中的谐振腔反射镜，要求对波长λ=6328Å的单色光反射率达99%以上，为此在反射镜的玻璃表面上交替镀上 ZnS (n_1=2.35)和低折射率的材料 MgF_2 (n_2=1.38)共十三层，求每层膜的实际厚度？



分析：实际使用中，光线垂直入射；有半波损失。

解： $\Delta L = 2nt + \lambda / 2 = k\lambda \qquad k = 1,2,3\cdots$

ZnS的最小厚度 $t_1 = \dfrac{(2k-1)\lambda}{4n_1} |_{k=1} = 67.3nm$

MgF的最小厚度 $t_2 = \dfrac{(2k-1)\lambda}{4n_2} |_{k=1} = 114.6nm$

举例：**在空气中垂直入射的白光从肥皂膜上反射，在可见光谱中6300Å处有一干涉极大，在5250Å处有一干涉极小，在这极大与极小间没有另外的极小。假定膜的厚度是均匀的，肥皂膜的折射率为1.33，试问这膜的厚度是多少*mm*？**

解：　薄膜干涉的极大和极小条件分别为：

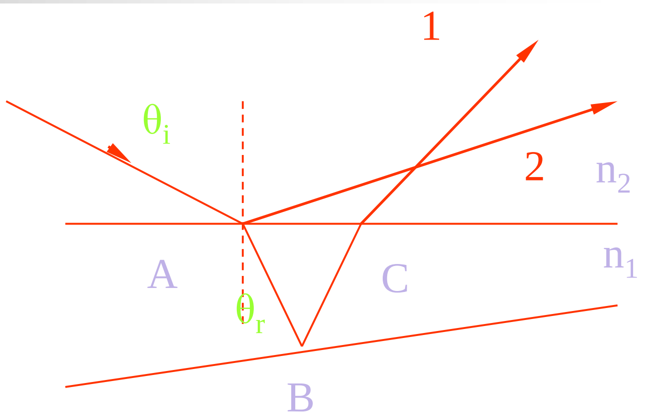
$$\begin{cases} 2nt + \dfrac{\lambda_1}{2} = k\lambda_1 \\ 2nt + \dfrac{\lambda_2}{2} = (2k+1)\dfrac{\lambda_2}{2} \end{cases}$$

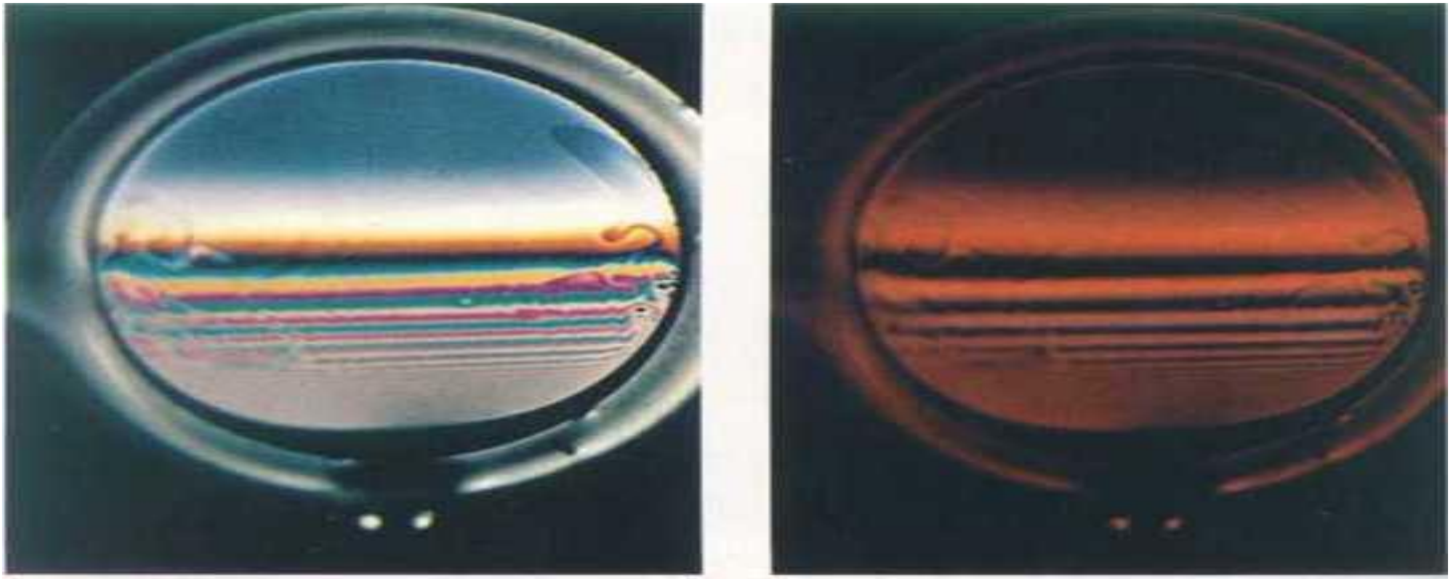
（因为极大与极小尖没有另外的极小，∴两式中为同一值）.

解之可得：$k = \dfrac{\lambda_1}{2(\lambda_1 - \lambda_2)} = \dfrac{6300}{2(6300-5250)} = 3$

$$\therefore \quad t = \frac{k\lambda_2}{2n} = 5{,}921\mathring{A} = 592.1\text{nm}\,.$$

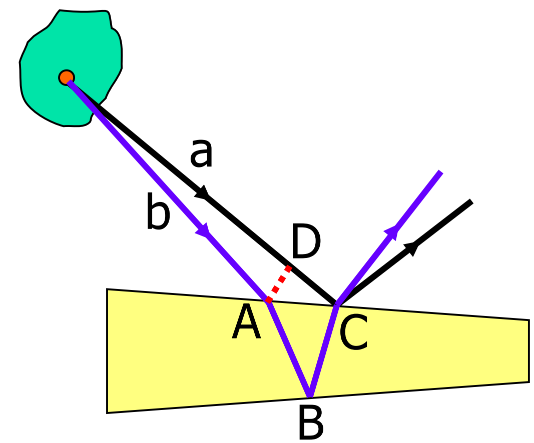
- **2.　等厚干涉**
  - 等厚干涉是定域干涉





B.　Interference produced by reflecting white light from a soap film.　The picture on the right shows the pattern produced by red light.

- i° 定量讨论单色扩展光源



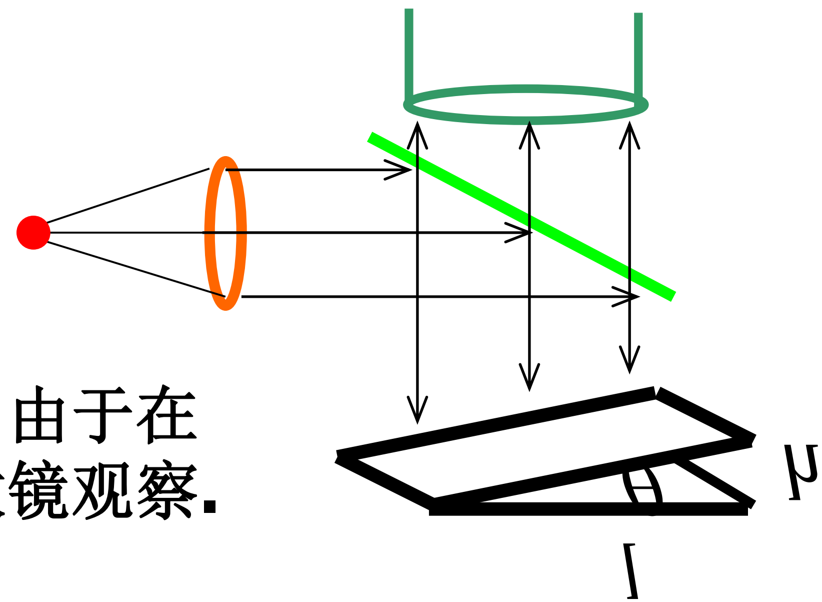
$$\Delta L=n(AB+BC)-DC+\lambda/2$$

一般夹角很小，有AB≈BC

$$\therefore \Delta L=2ne\cos\theta_2+\lambda/2$$

对于一般的垂直入射光，

$$\Delta L=2ne+\lambda/2$$



等厚干涉的观察与等倾干涉类似，由于在膜面产生干涉，可直接用眼或显微镜观察.

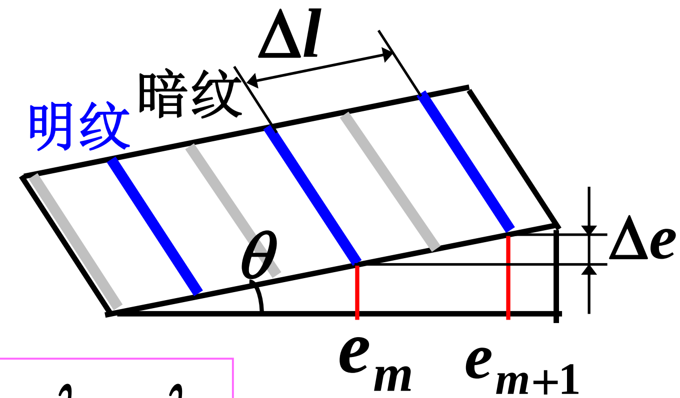
- ΔL只与厚度e有关，对于e一定的地方，ΔL一定，干涉强弱亦一定。所以，契性膜的干涉条纹是直条纹。

条纹间距

由光程差公式

$$2ne_m + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$2ne_{m+1} + \frac{\lambda}{2} = (m+1)\lambda$$



$$\Delta l \approx \frac{\Delta e}{\theta}$$

$$2n\Delta e = \lambda$$

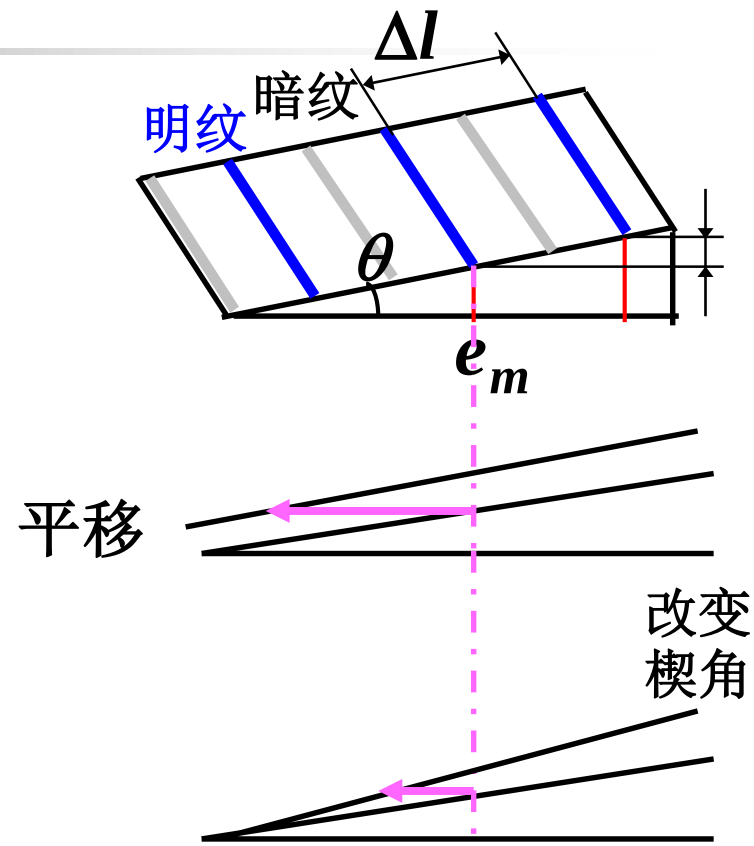
$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n} = \frac{\lambda_n}{2}$$

条纹间距 $$\Delta l \approx \frac{\lambda}{2n\theta}$$

相邻条纹的厚度差

条纹的移动　反映膜的厚度变化

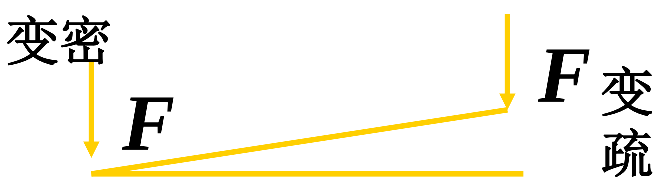
$$2ne_m+\frac{\lambda}{2}=m\lambda\ (m=1,2,3,\cdots)$$



条纹疏密的变化

反映楔角的改变

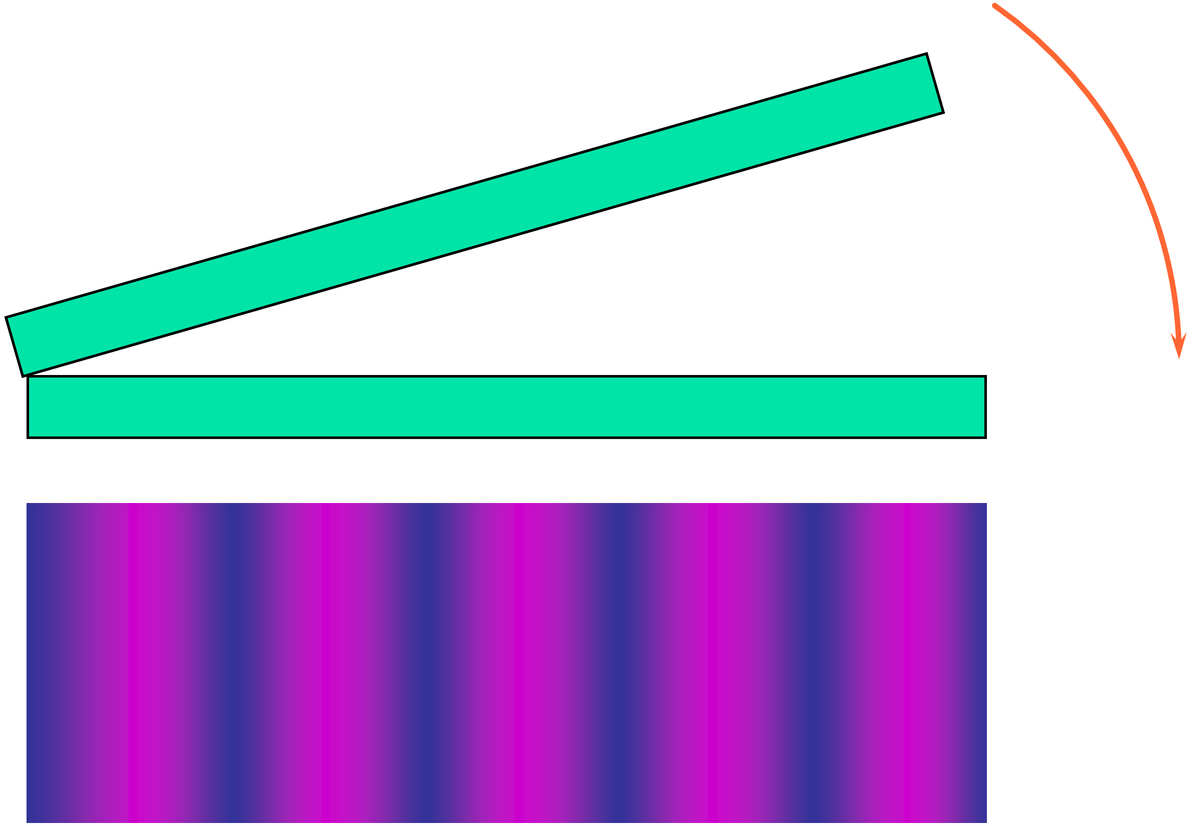
条纹间距　$\Delta l \approx \dfrac{\lambda}{2n\theta}$



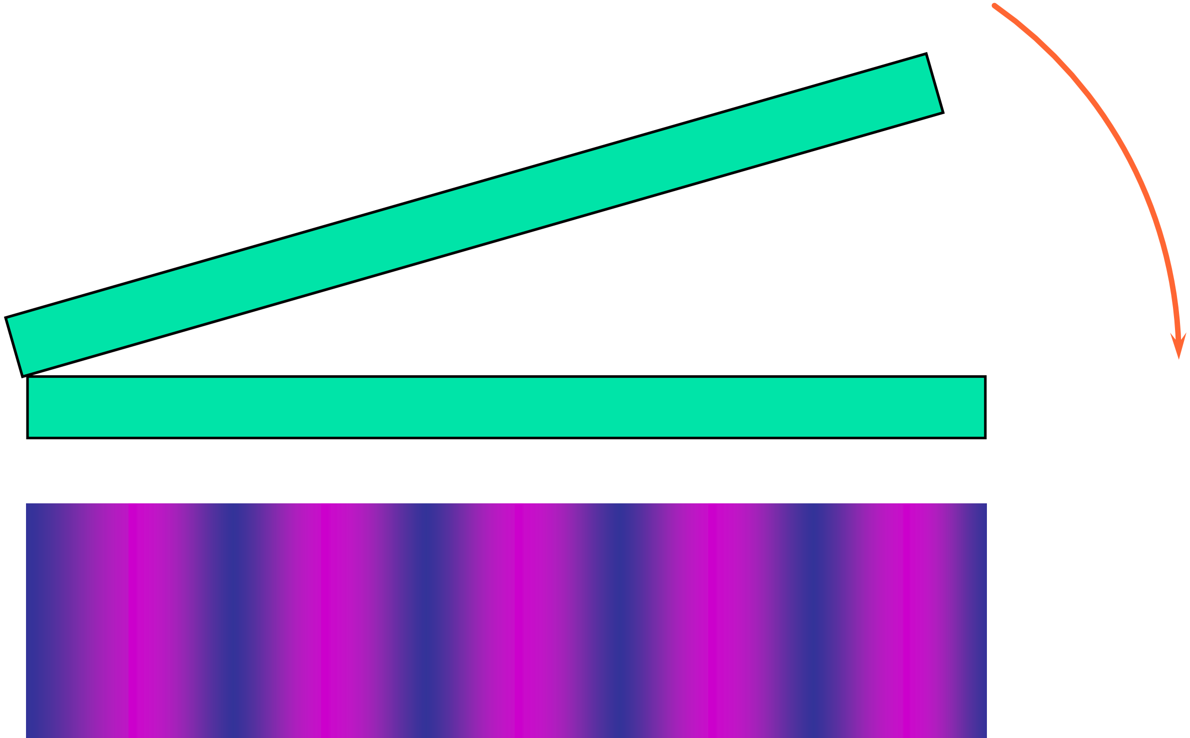
盯住某一级，

看这一级对应的厚度在哪

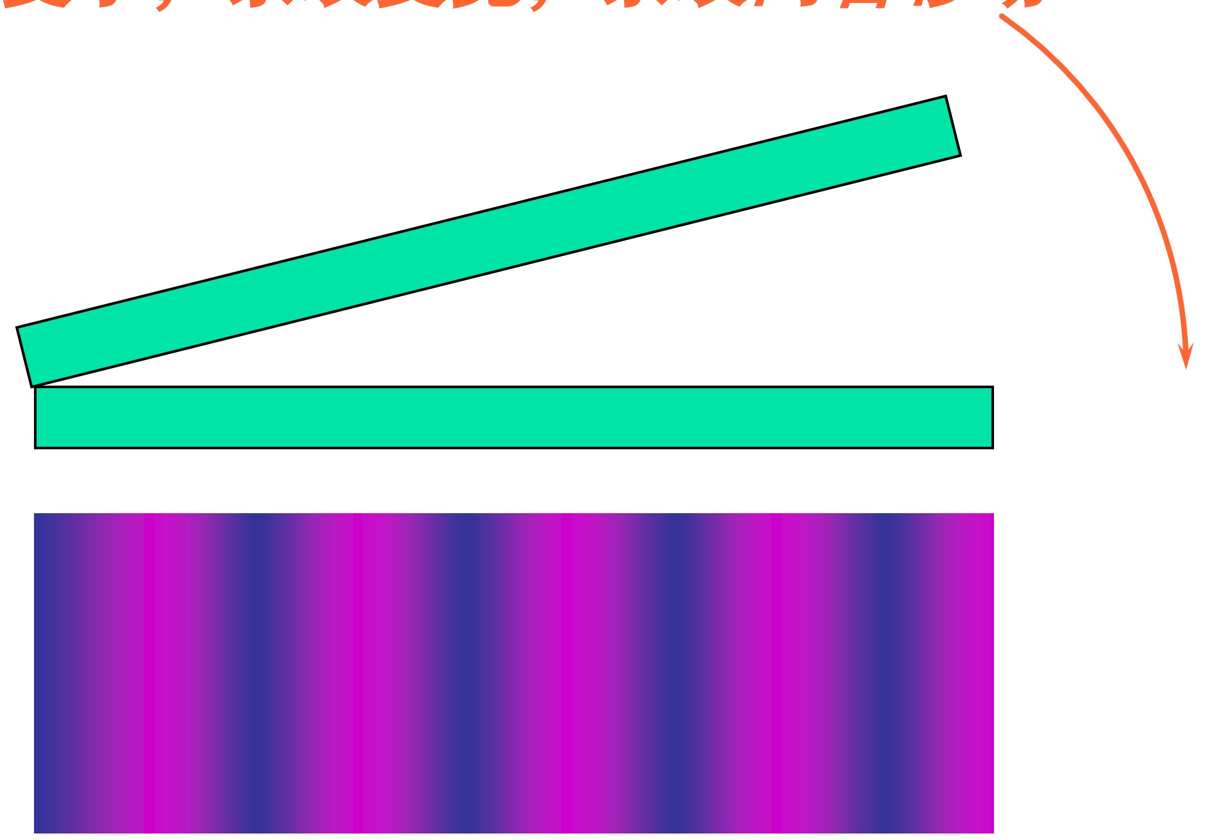
夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动



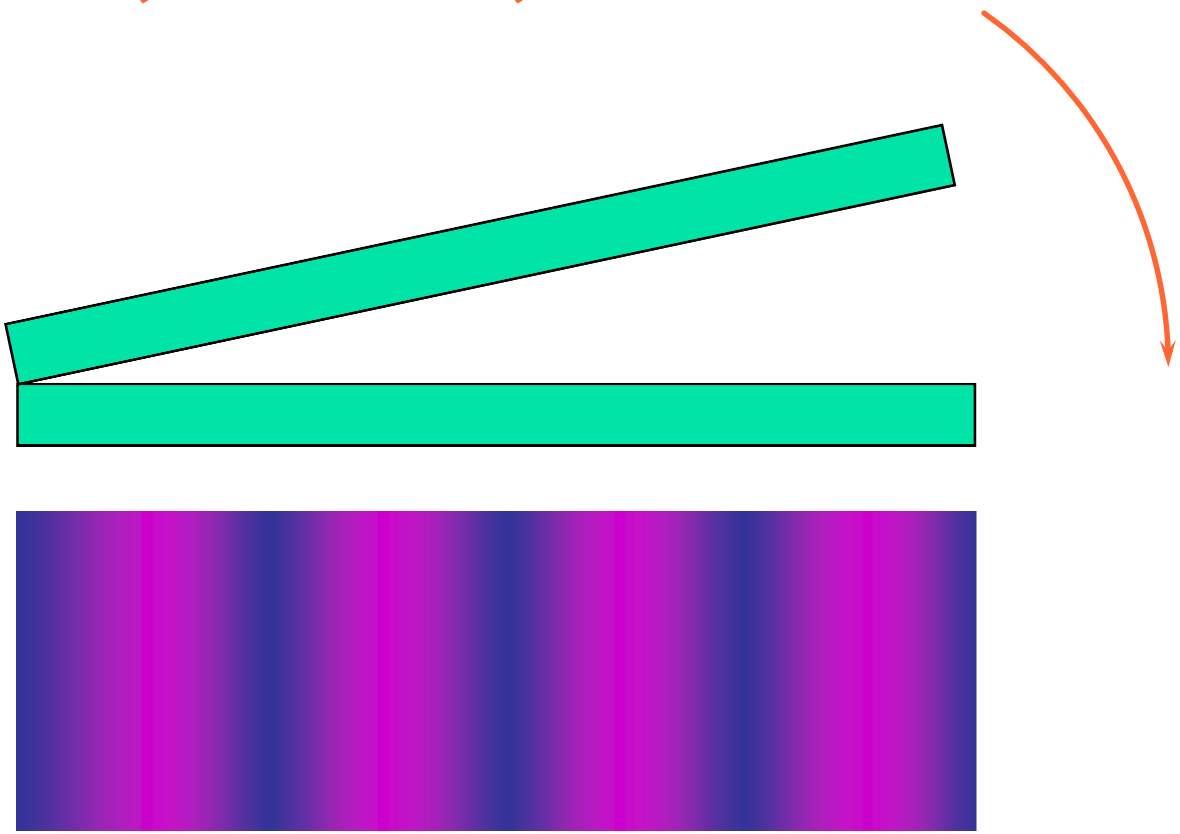
夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动



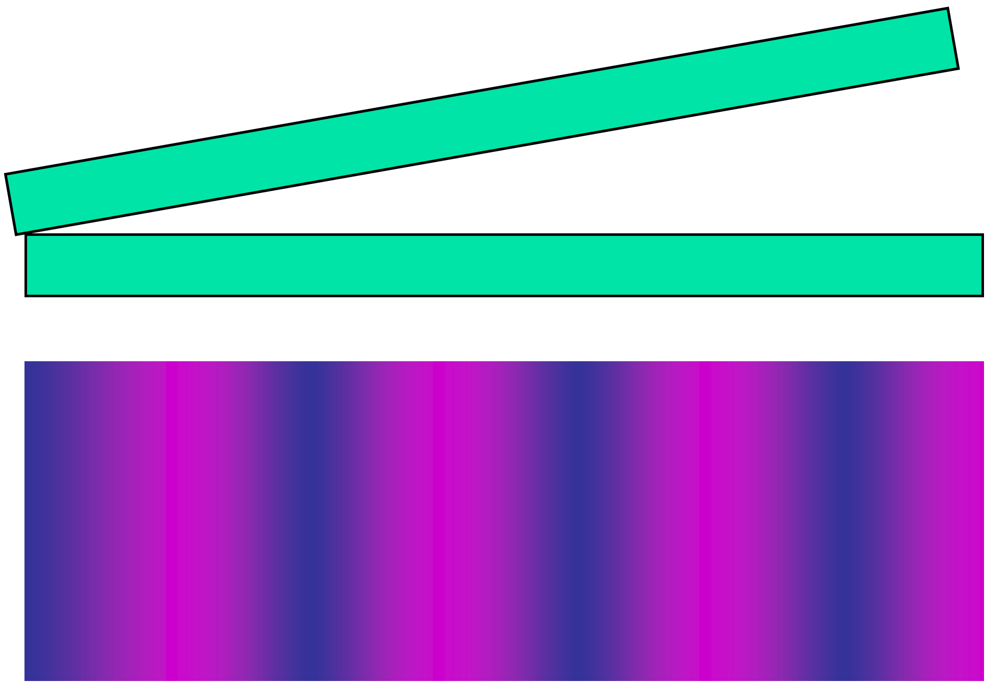
夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动



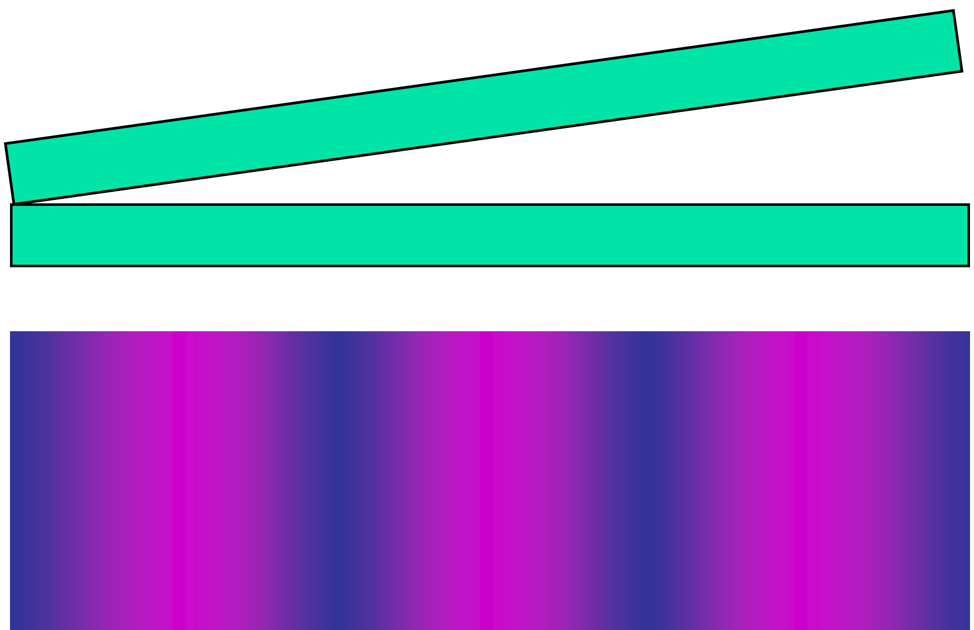
夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动



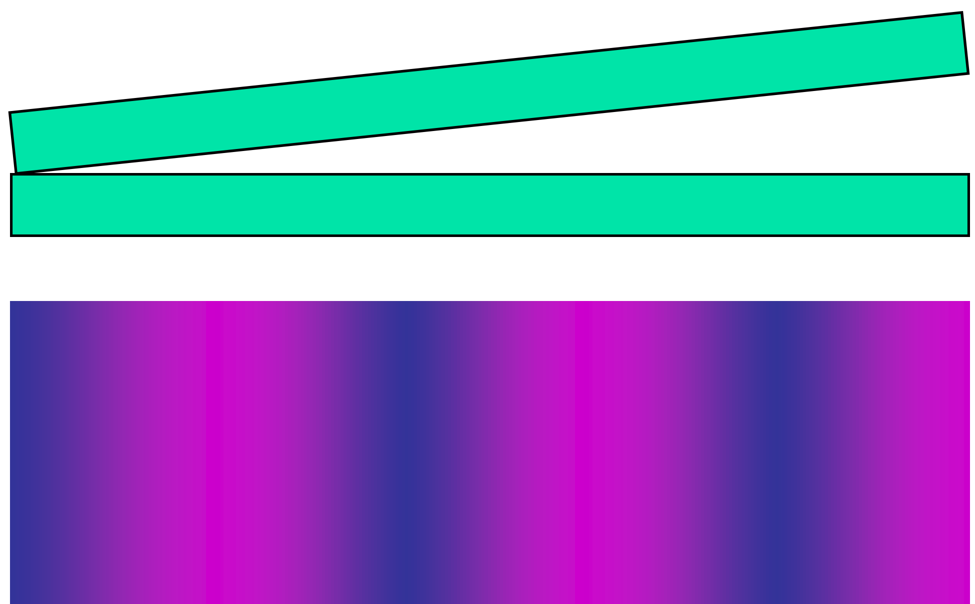
夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动



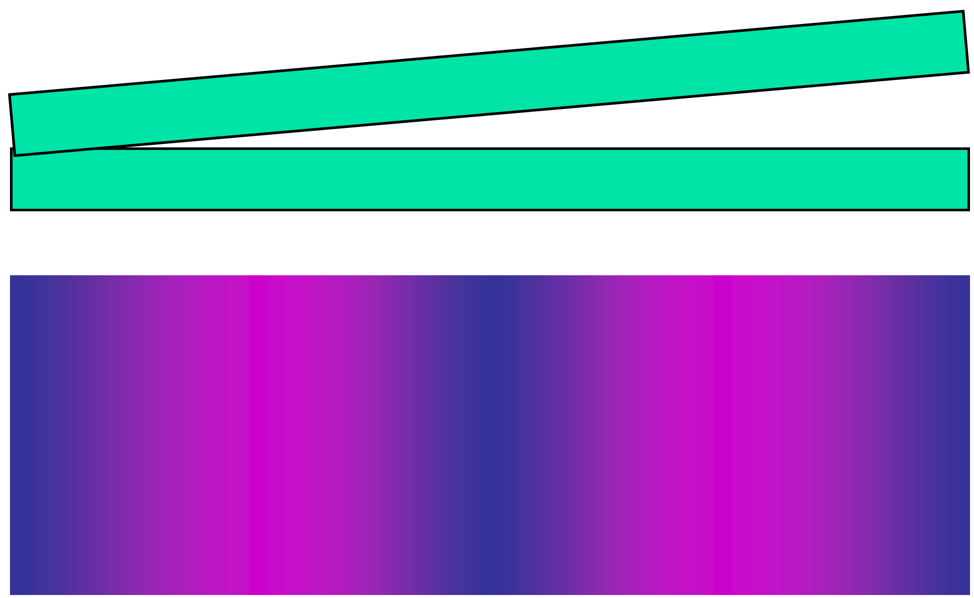
夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动



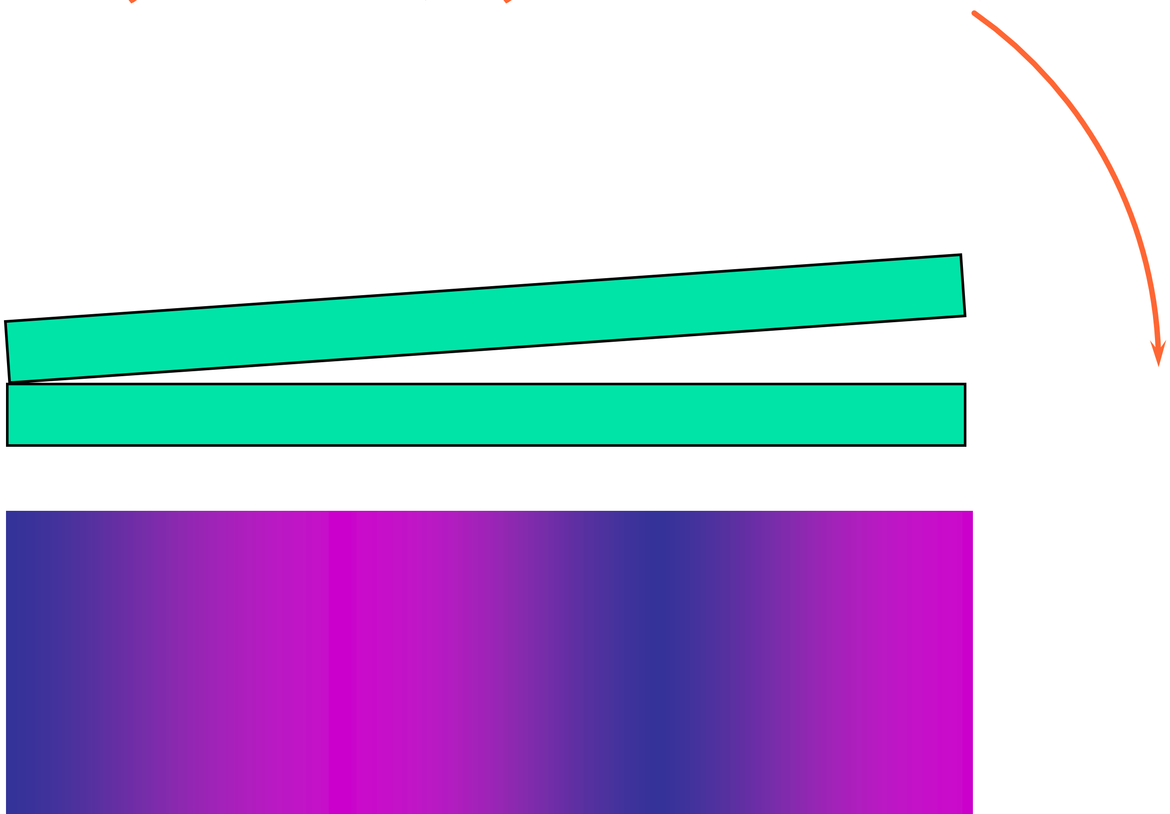
夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动



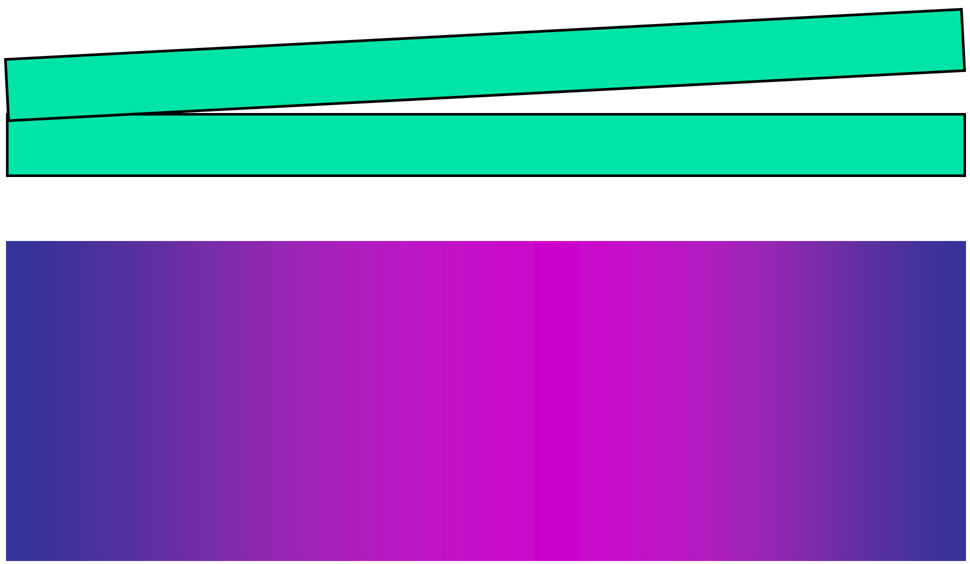
夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动



夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动



夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动



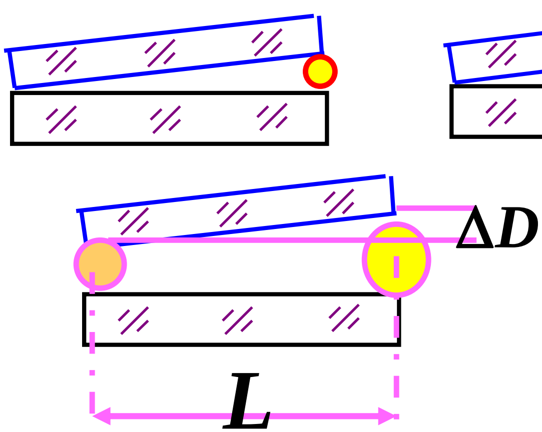
夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动

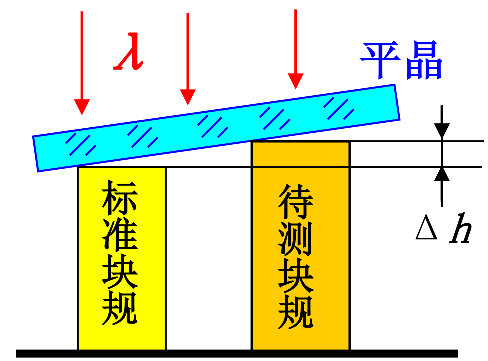
夹角变小，条纹变宽，条纹向右移动

- ii° 等厚干涉的应用

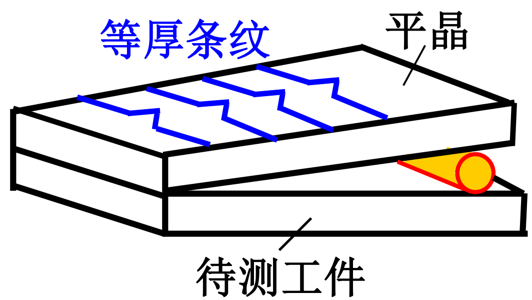
$$\Delta l \approx \frac{\lambda}{2n\theta}$$

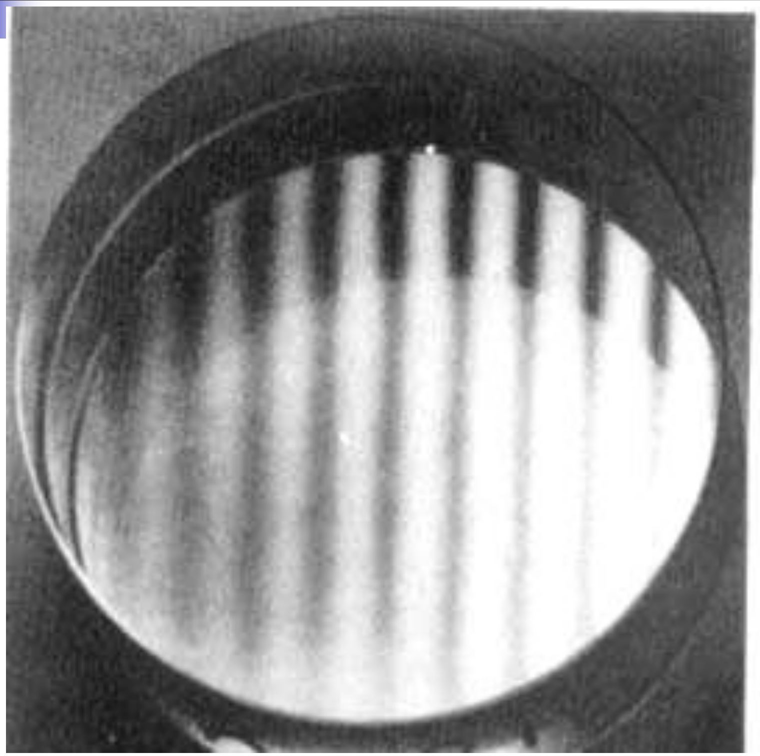
- 测波长　　• 测折射率
- 测细小直径、厚度、微小变化





- 测表面不平度





劈尖

不规则表面

等厚干涉条纹

利用劈尖的等厚干涉可以测量很小的角度。今在玻璃劈尖上，垂直入射波长为 $5893\mathring{A}$ 的钠光，测得相邻暗条纹间距为 $5.0mm$，若玻璃的折射率为 1.52，求此劈尖的夹角。

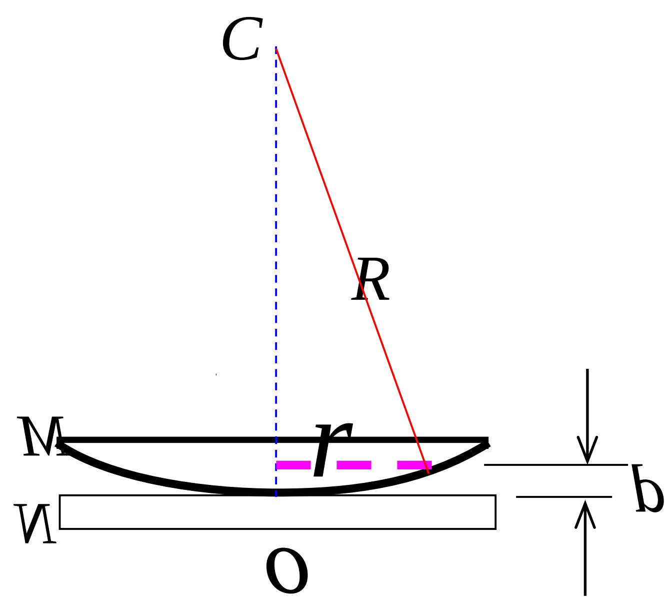
解：

$$\theta \approx \sin\theta = \frac{\lambda}{2\mathrm{nl}} = \frac{5.893\times10^{-4}}{2\times1.52\times5.0} = 3.88\times10^{-5}\,rad$$

$$= 8''$$

- iii° 牛顿环

若在一平晶上放置一R很大的平凸透镜，则两面之间形成的空气契能实现等厚干涉。称为**牛顿环**。

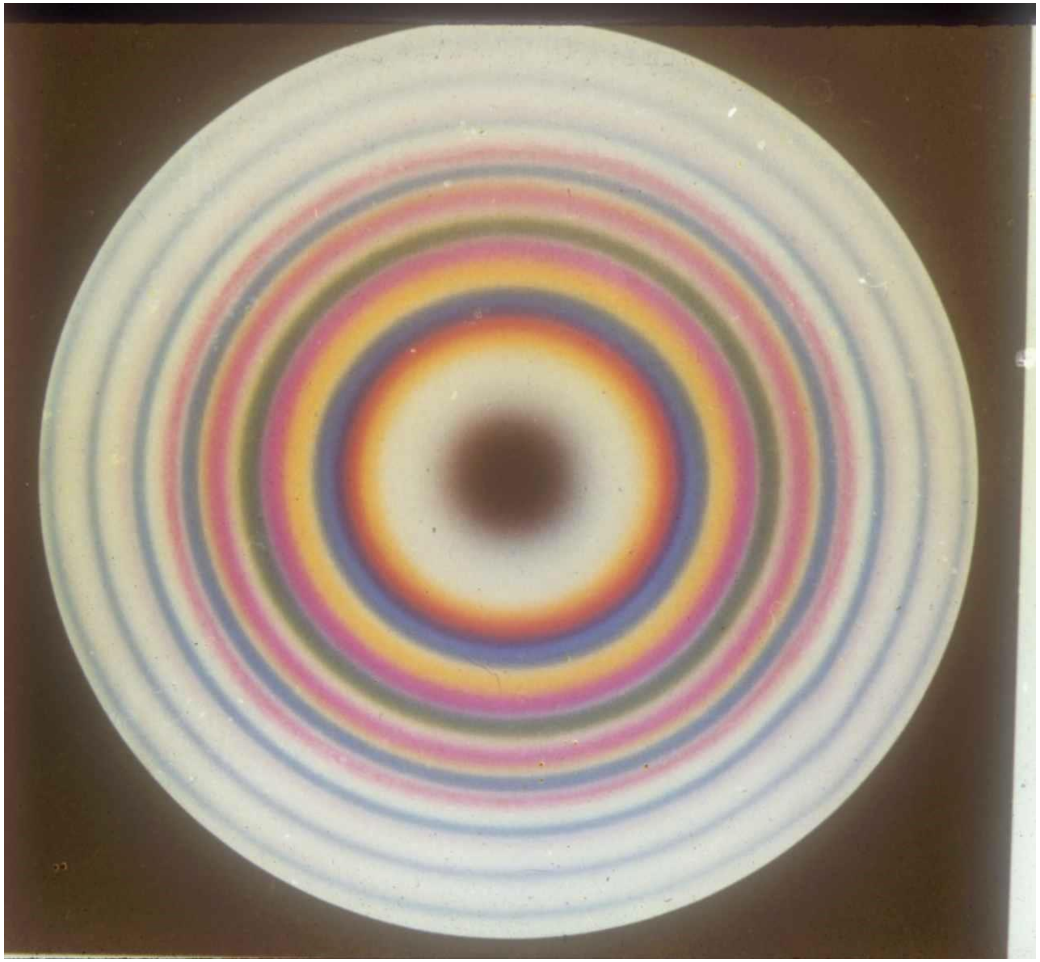


分析 $\Delta L \sim d$，条纹是同心园

中心处， $\Delta L=\lambda/2$ ⟶ 暗条纹

定义为零级

白光入射的牛顿环照片



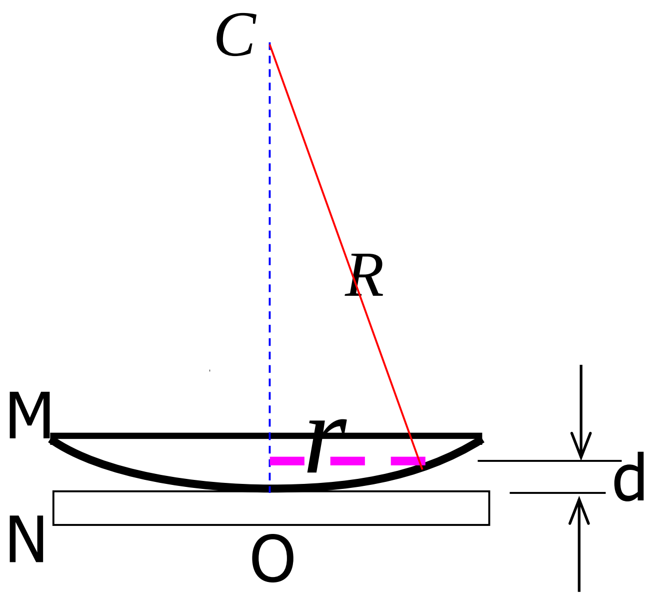
在实际观察中常测牛顿环的半径r

它与d和凸球面的半径R 的关系：

$$r^2 = R^2 - (R-d)^2 = 2Rd - d^2$$

略去二阶小量d^2得：

$$d = r^2 / 2R$$



对于暗纹，其光程差满足

$$\Delta L = 2d + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2$$

$$r = \sqrt{kR\lambda} \qquad k = 0,1,2,3\cdots$$

牛顿环中心为暗环，级次最低。离开中心愈远，程差愈大，圆条纹间距愈小，即愈密。其透射光也有干涉，明暗条纹互补。

- 例：用牛顿环测定单色光的波长，若测得某一明环的直径为 3.00*mm*，在它外面的第五个明环直径为 4.60*mm*，所用平凸透镜的曲率半径为 1.03*m*。试求该单色光的波长。

解：　$\because$ 第级明环半径为 ：$r_k^2 = \dfrac{2k-1}{2} R\lambda$

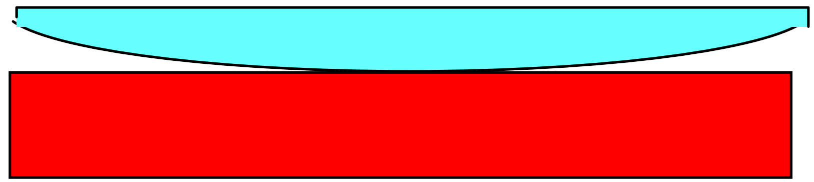
$$\therefore \quad \mathrm{r}_{k+5}^2 - r_k^2 = 5R\lambda \ .$$

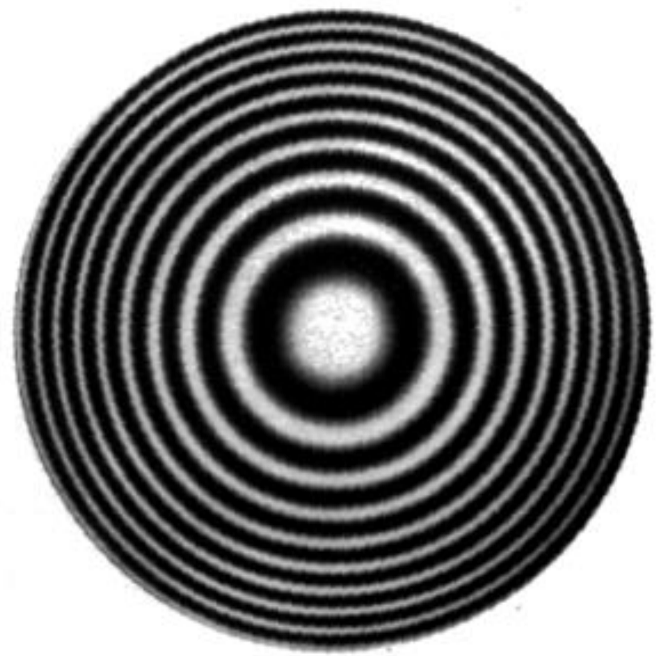
$$\therefore \quad \lambda = \frac{\mathrm{r}_{k+5}^2 - r_k^2}{5R} = 5.90\times 10^{-4}\ \mathrm{mm}\ .$$

从透射光中观察干涉条纹，中心为亮斑

透镜曲率半径变小时

干涉条纹变密

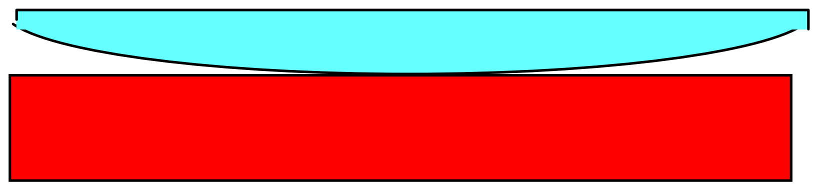




从透射光中观察干涉条纹，中心为亮斑

透镜曲率半径变小时

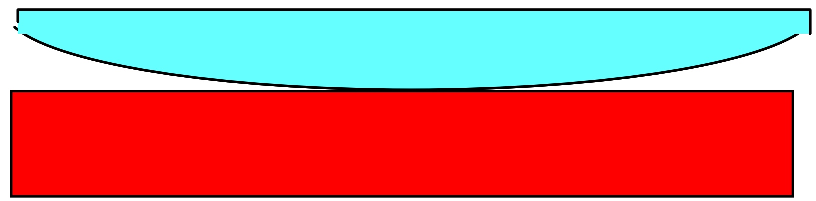
干涉条纹变密



从透射光中观察干涉条纹，中心为亮斑

透镜曲率半径变小时

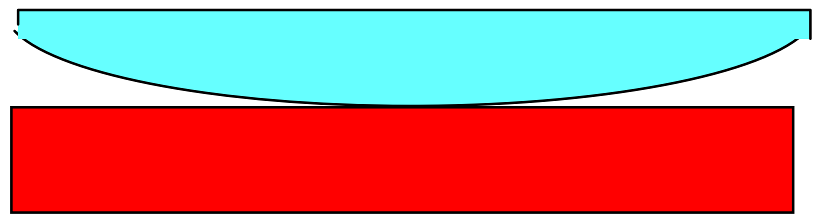
干涉条纹变密



从透射光中观察干涉条纹，中心为亮斑

透镜曲率半径变小时

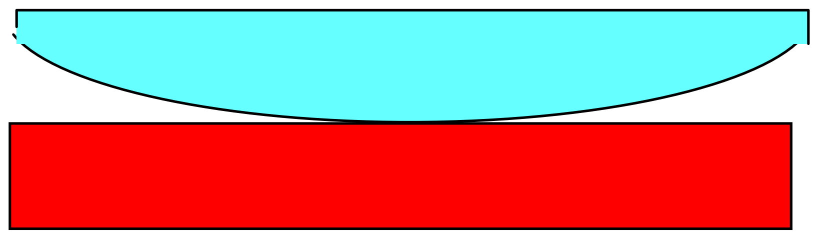
干涉条纹变密



从透射光中观察干涉条纹，中心为亮斑

透镜曲率半径变小时

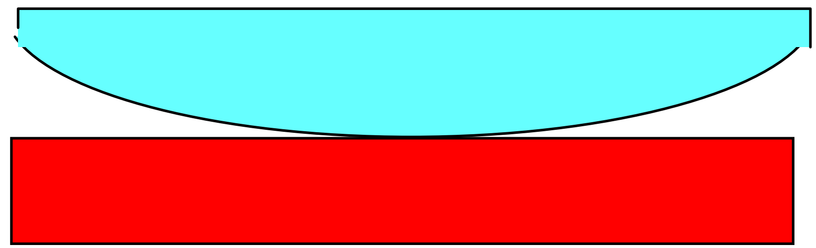
干涉条纹变密



从透射光中观察干涉条纹，中心为亮斑

透镜曲率半径变小时

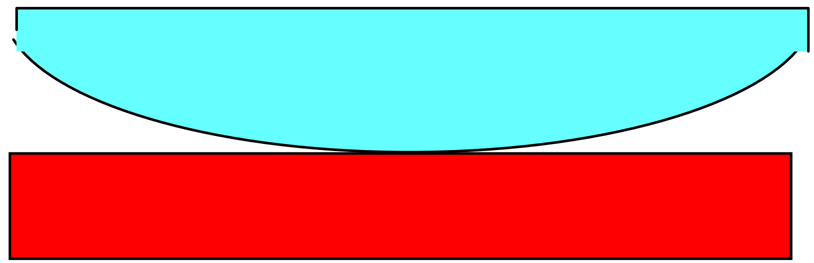
干涉条纹变密



从透射光中观察干涉条纹，中心为亮斑

透镜曲率半径变小时

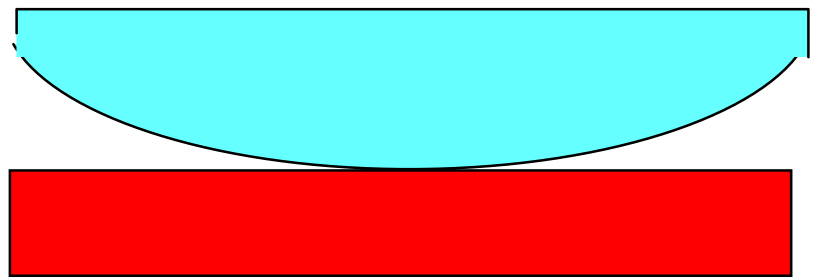
干涉条纹变密



从透射光中观察干涉条纹，
中心为亮斑

透镜曲率半径变小时

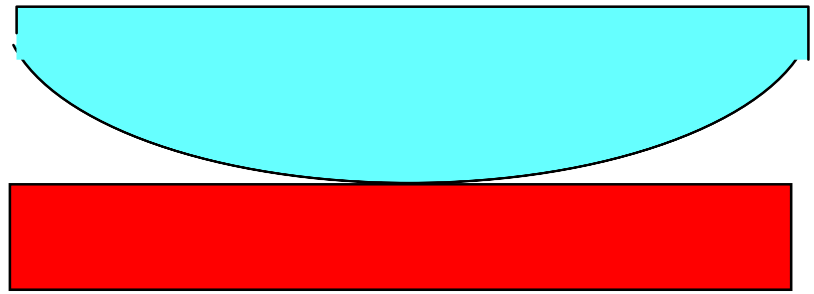
干涉条纹变密



从透射光中观察干涉条纹，中心为亮斑

透镜曲率半径变小时

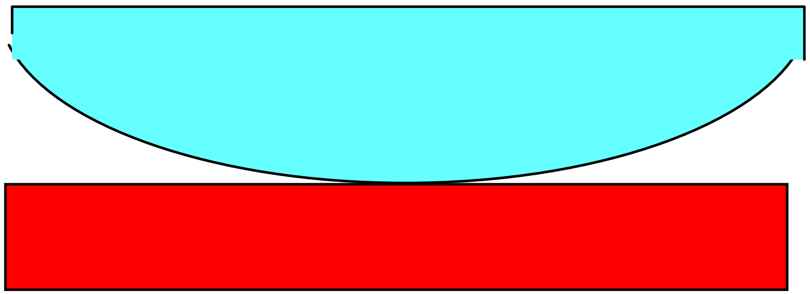
干涉条纹变密

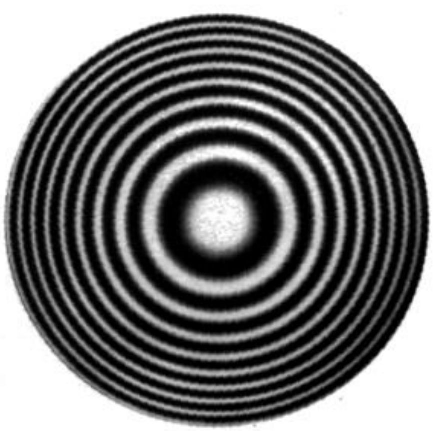


从透射光中观察干涉条纹，
中心为亮斑

透镜曲率半径变小时

干涉条纹变密





- 牛顿环的应用

依据公式 $r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda$

▲ 测透镜球面的半径R

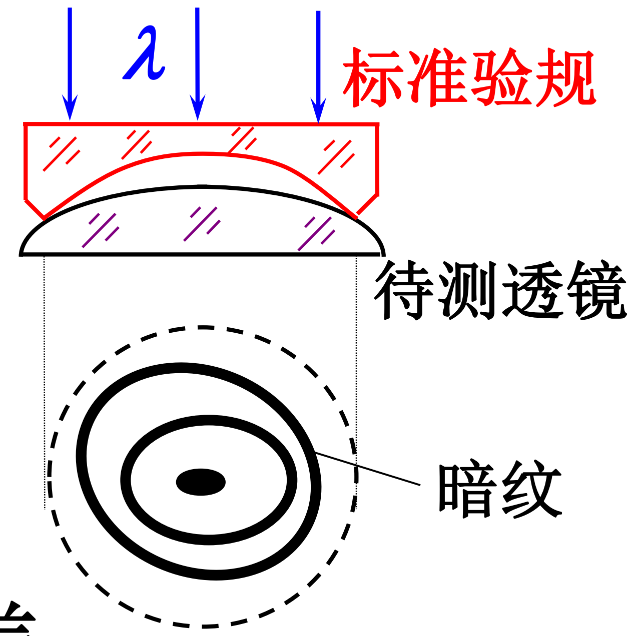
已知λ，测 m、r_{k+m}、r_k，可得R 。

▲ 测波长λ

已知R，测出m 、 r_{k+m}、r_k， 可得λ 。

▲ 检验透镜球表面质量

若条纹如图，说明待测透镜球表面不规则，且半径有误差。



一圈条纹对应 $\frac{\lambda}{2}$ 的球面半径误差。

思考

如何区分如下两种情况?