



应用光学

Applied Optics

任课教师：陈瑞

电子邮箱：chenr229@mail.sysu.edu.cn

助教安排：柳夏、石福隆

答疑时间：周四下午2:30-3:30，爪哇堂307

中山大学 物理学院
2021-1



几何像差

单色像差

轴上点像差 — 球差 (Spherical Aberration)

Ch 7

轴外点像差

Ch 8

彗差 (Coma)

像散 (Astigmatism)

场曲 (Field Curvature)

畸变 (Distortion)

Ch 9

色像差

轴上点像差 --- 位置色差 (longitudinal CA)

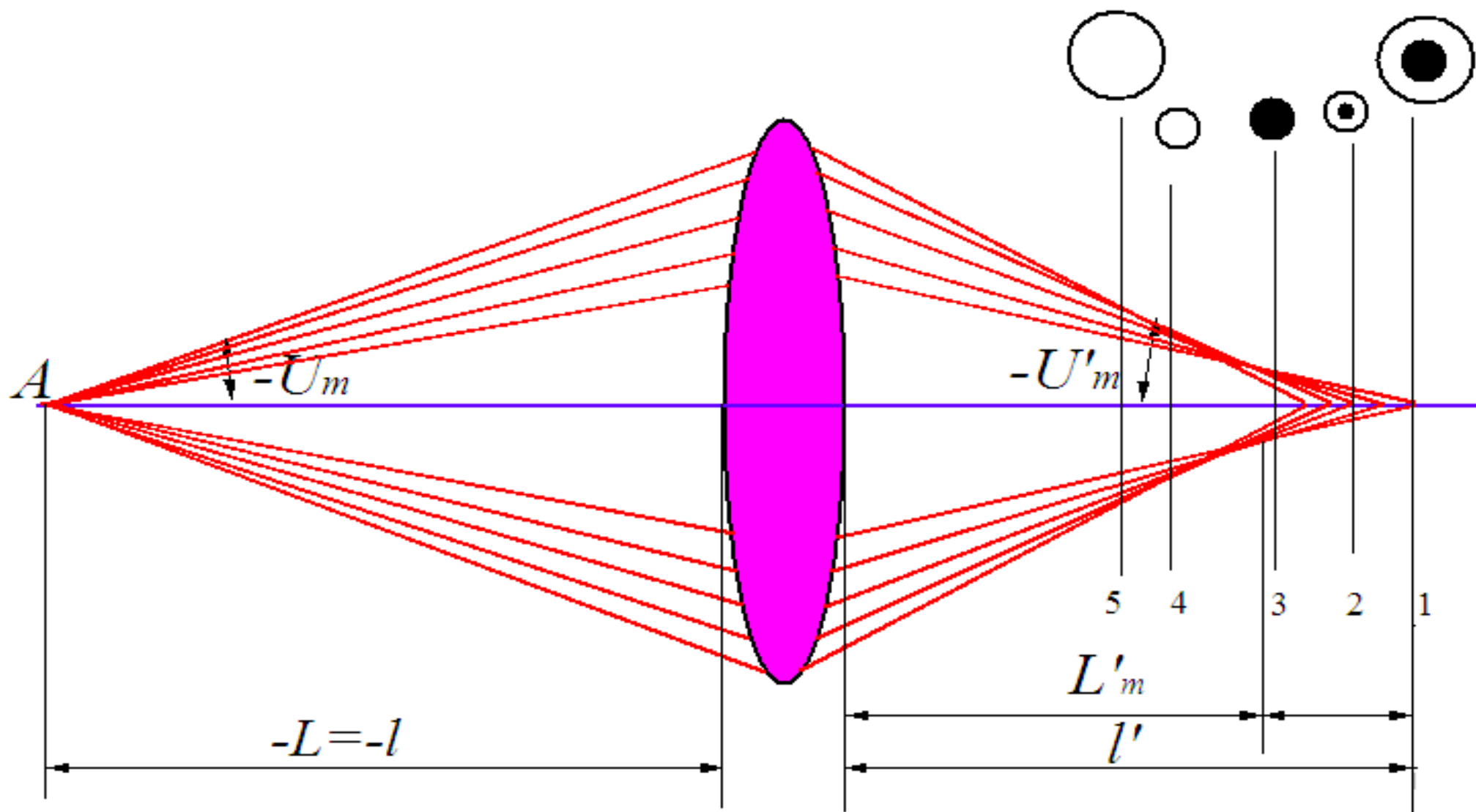
轴外点像差 --- 倍率色差 (Lateral CA)

Ch 10 波像差：与像质评价指标和光学检测相联系；

Ch 11 光线追迹-光路计算



球差 复习





球差 复习

- **形成原因：**不同倾角的入射光线通过系统后交光轴于不同位置上，相对理想像点的位置偏离，是单色光成像缺陷之一；
- **主要影响：**使得轴上点形成的像称为一个圆形弥散斑，破坏了理想成像的对应关系，成像变得模糊；
- **决定因素：**由光学系统中光学元件的形状和材料决定；
- **如何校正：**初级球差与高级球差相互补偿或者抵消，比如正负透镜的组合，双胶合光组或者双分离光组；光学系统设计是改变结构参数控制初级球差，使之与二级球差获得平衡，从而获得球差校正。



第八章 轴外像差

轴外点以单色光被球面成像时，可从复杂的光束结构中分离出不同性质的五种像差：**球差、彗差、像散、场曲和畸变**，除场曲外的像差均由辅球球差引起，因此，轴外点所处位置球差越大，其主光线偏离于辅轴越大，轴外像差也就越大。

主要内容

- 8.1 轴外像差概述
- 8.2 彗差(Coma)
- 8.3 像散与像面弯曲
- 8.4 畸变
- 8.5 正弦差
- 8.6 初级轴外像差



第八章 轴外像差

轴外点以单色光被球面成像时，可从复杂的光束结构中分离出不同性质的五种像差：**球差、彗差、像散、场曲和畸变**，除场曲外的像差均由辅球球差引起，因此，轴外点所处位置球差越大，其主光线偏离于辅轴越大，轴外像差也就越大。

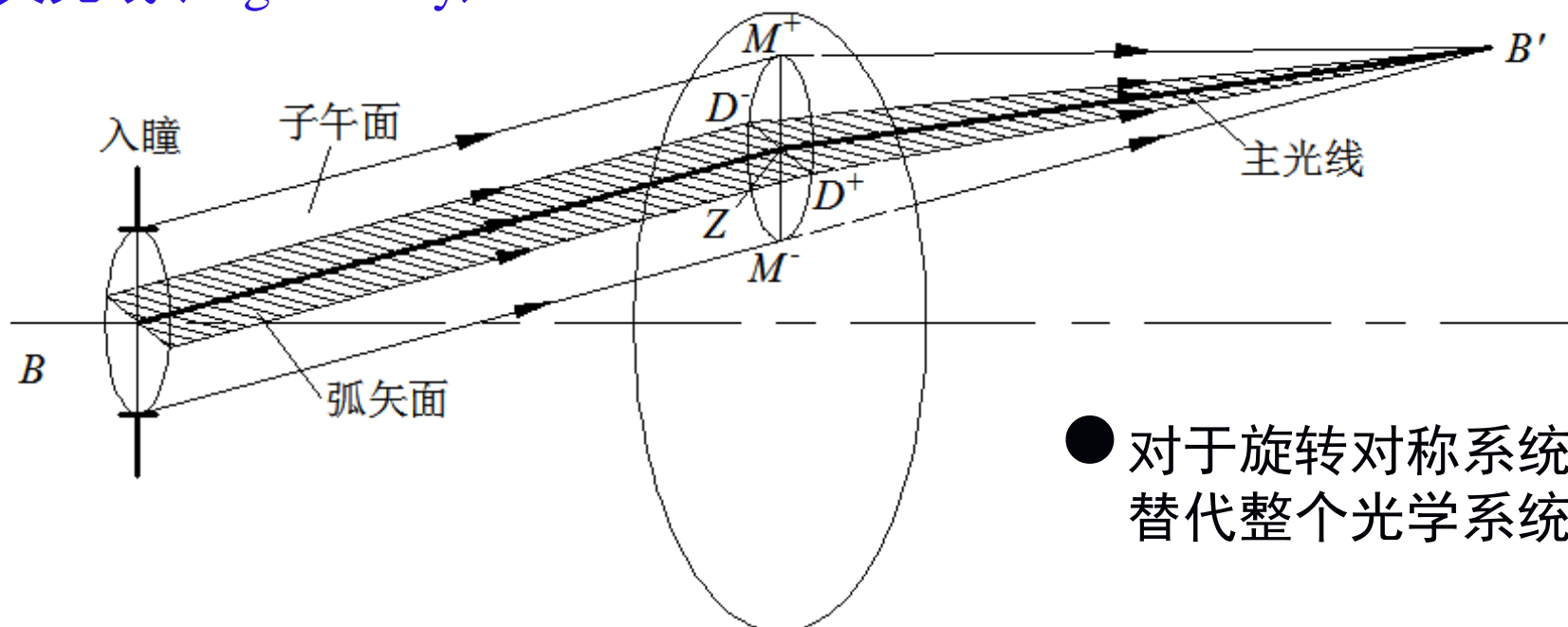
主要内容

- 8.1 轴外像差概述
- 8.2 彗差(Coma)
- 8.3 像散与像面弯曲
- 8.4 畸变
- 8.5 正弦差
- 8.6 初级轴外像差

8.1 轴外像差综述

一. 基本概念

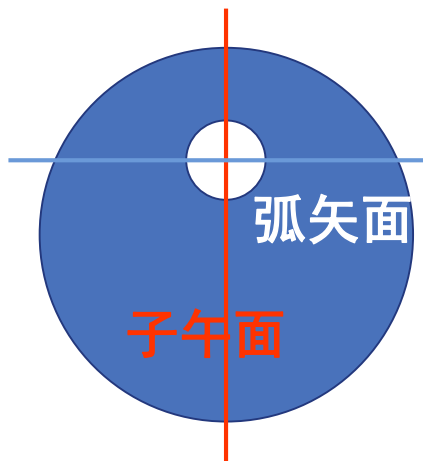
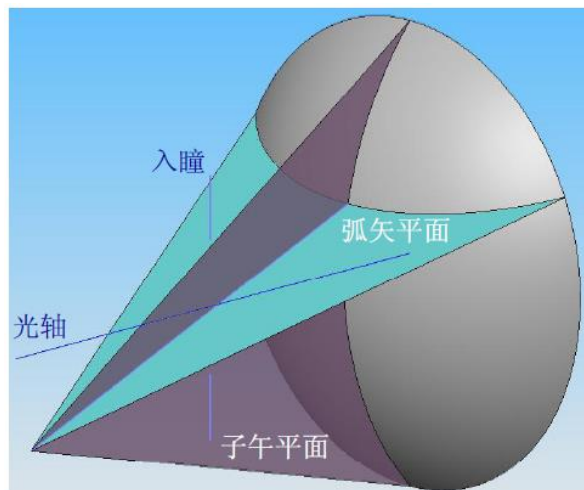
- 主光线 (Chief Ray)：物点发出的通过入瞳中心的光线。其他光线在入瞳处绕主光线成圆对称性。
- 子午面 (Meridian Plane)：主光线和光轴决定的平面，位于该面内的光线称为子午光线 (Meridian Ray)
- 弧矢面 (Sagittal plane)：通过主光线并与子午面垂直的面，位于该面内的光线称为弧矢光线 (Sagittal Ray)



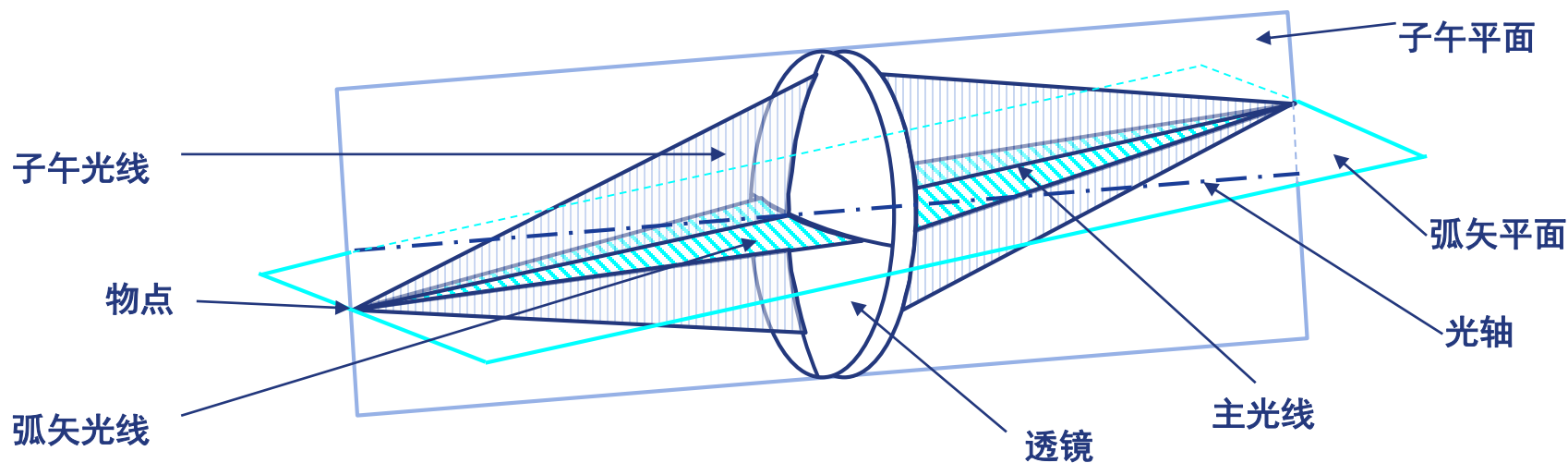
- 对于旋转对称系统，常用子午面替代整个光学系统。

8.1 轴外像差概述

一. 基本概念



- 子午面是系统的对称面，也是光束的对称面；
- 子午面内的光束经系统后仍旧位于该平面内；
- 可以用平面图像表述出子午光束的结构。





8.1 轴外像差概述

二. 像差概述

- 折射球面对光束会聚时存在球差;
- 对垂轴平面成像时存在弯曲;



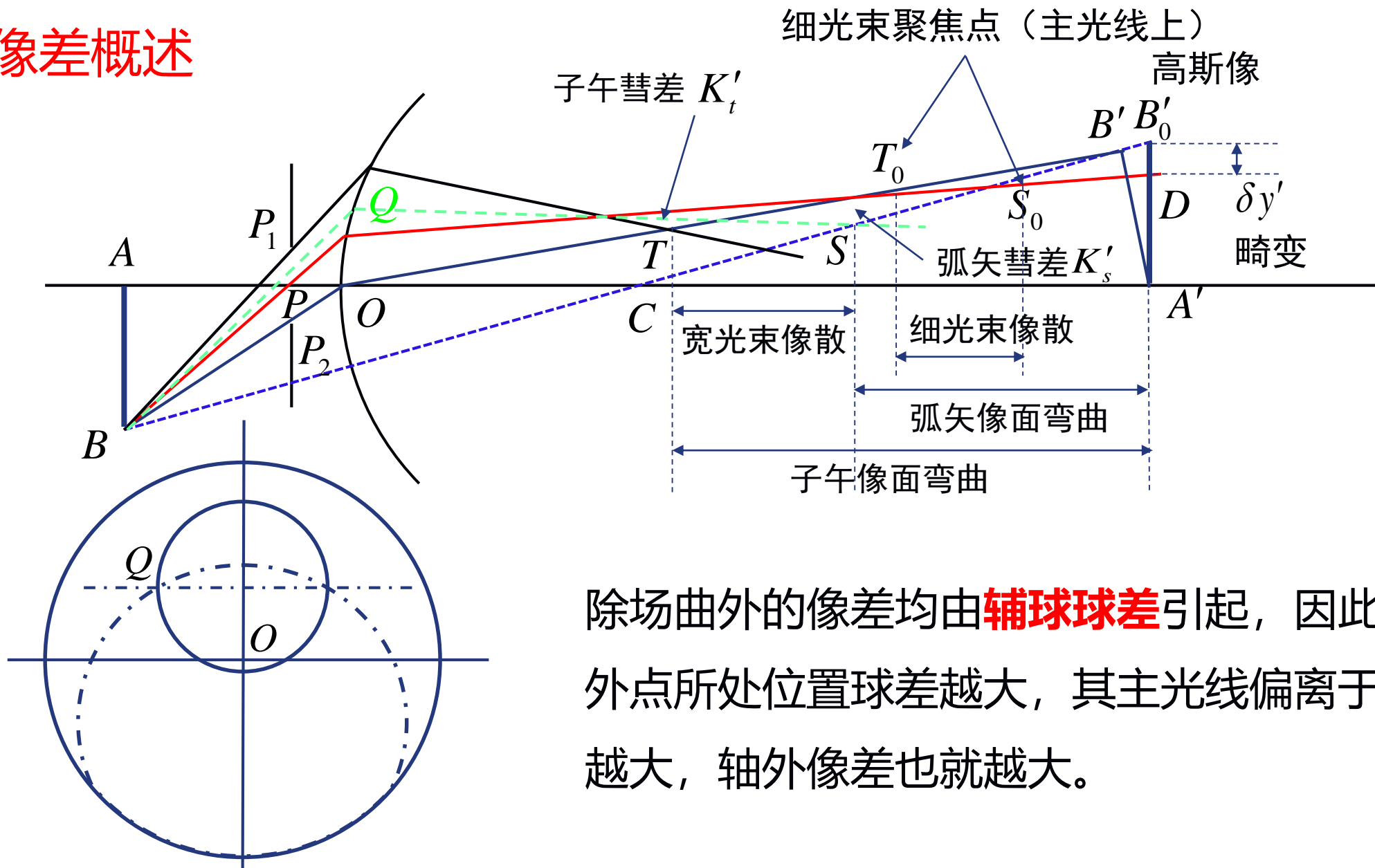
- 光学系统对轴外点成像将会衍生出一系列的像差,
- 使成像产生模糊与变形, 成像性质要比轴上点复杂的多。

- 宽光束像差:
 - 球差
 - 彗差
- 细光束像差:
 - 像散
 - 畸变
 - 场曲
- 除场曲外的像差均由辅球球差引起, 因此, 轴外点所处位置球差越大, 其主光线偏离于**辅轴**越大, 轴外像差也就越大。



8.1 轴外像差概述

二. 像差概述





第八章 轴外像差

轴外点以单色光被球面成像时，可从复杂的光束结构中分离出不同性质的五种像差：**球差、彗差、像散、场曲和畸变**，除场曲外的像差均由辅球球差引起，因此，轴外点所处位置球差越大，其主光线偏离于辅轴越大，轴外像差也就越大。

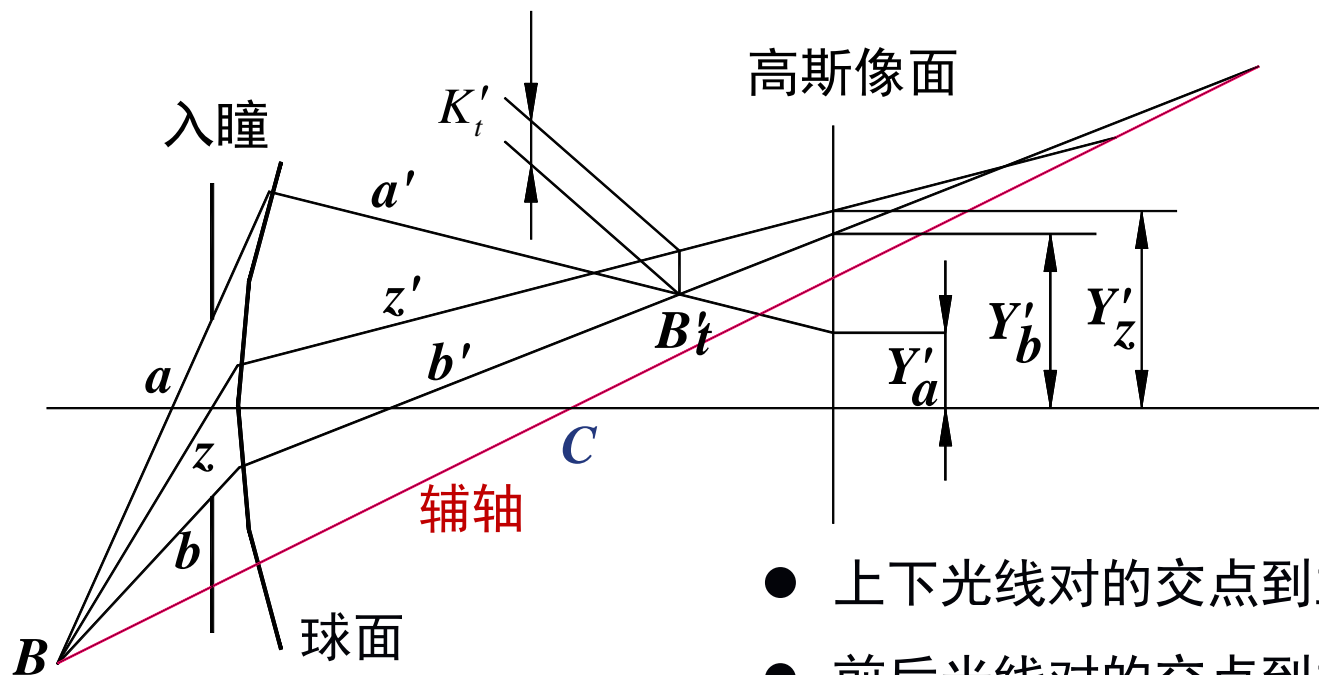
主要内容

- 8.1 轴外像差概述
- 8.2 彗差(Coma)
- 8.3 像散与像面弯曲
- 8.4 畸变
- 8.5 正弦差
- 8.6 初级轴外像差

8.2 彗差

一. 彗差的产生

彗差：一种描述轴外点光束关于主光线失对称的像差，可分为**子午彗差**和**弧矢彗差**，分别对应于子午光束和弧矢光束。



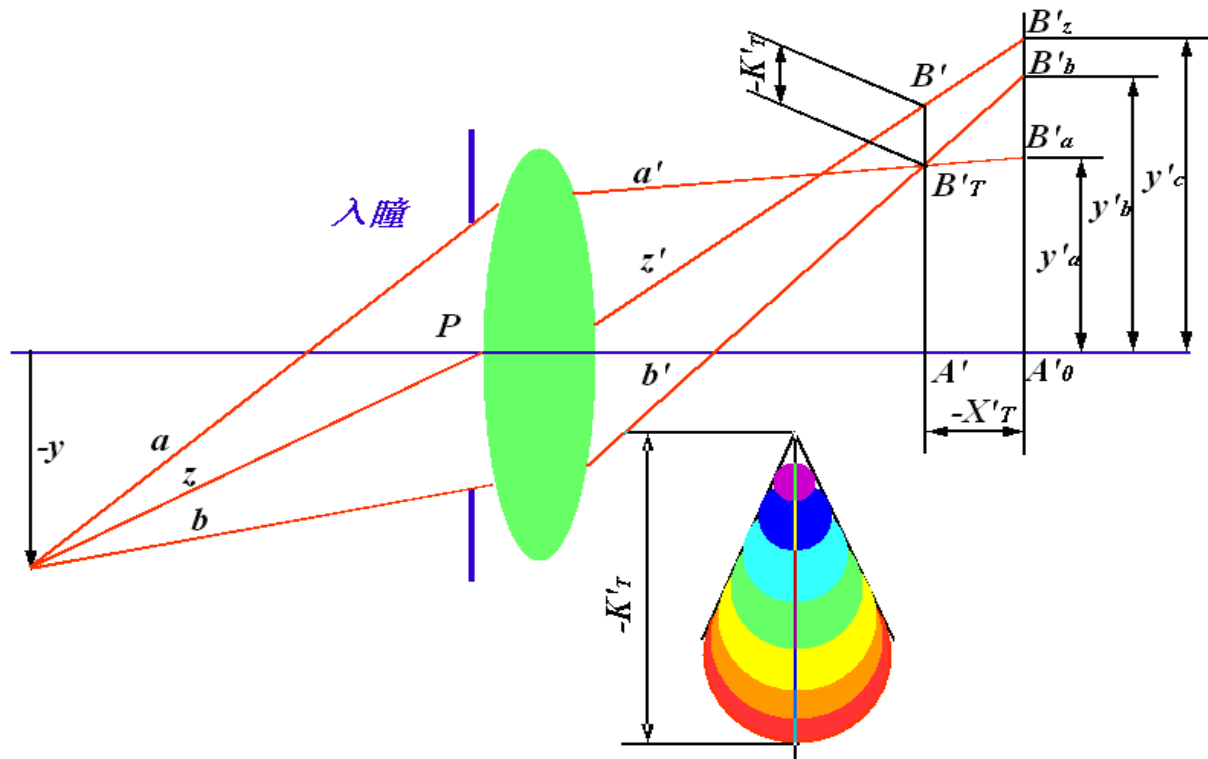
- 由于系统存在球差，三条光线 a 、 b 和 z 不能交于一点，原本对称于主光线的一对上下光线，出射后不再关于主光线对称。

- 上下光线对的交点到主光线的垂直距离为**子午彗差**，记为 K'_t
- 前后光线对的交点到主光线的垂直距离为**弧矢彗差**，记为 K'_s

K'_t 和 K'_s 的大小反映了光束失对称的程度。

二. 彗差的度量和现象

- 彗差是在垂轴方向度量的，是垂轴像差的一种；
- 子午彗差**值是以轴外点子午光束上、下光线的高斯像面上交点高度的平均值和主光线在高斯像面上交点高度之差。

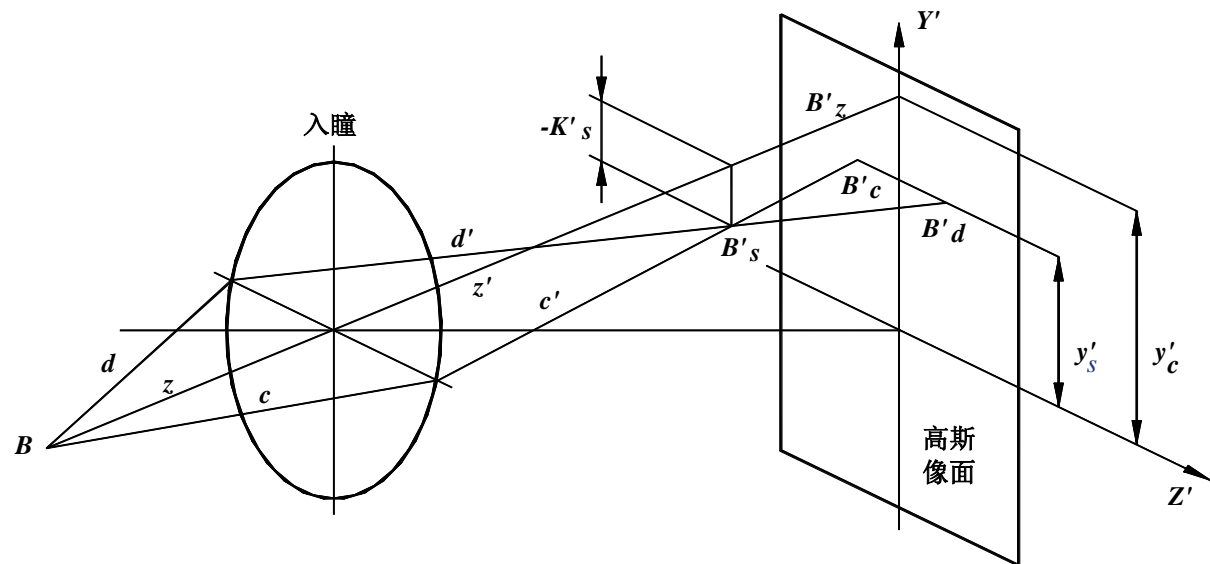


- 子午彗差：

$$K'_t = 0.5(y'_a + y'_b) - y'_c$$

二. 彗差的度量和现象

- 弧矢面上的前后光线 c 和 d 入射前对称于主光线（子午面），因此成像后的交点也必然在子午面内；
- 它们与理想像面的交点高度相等。

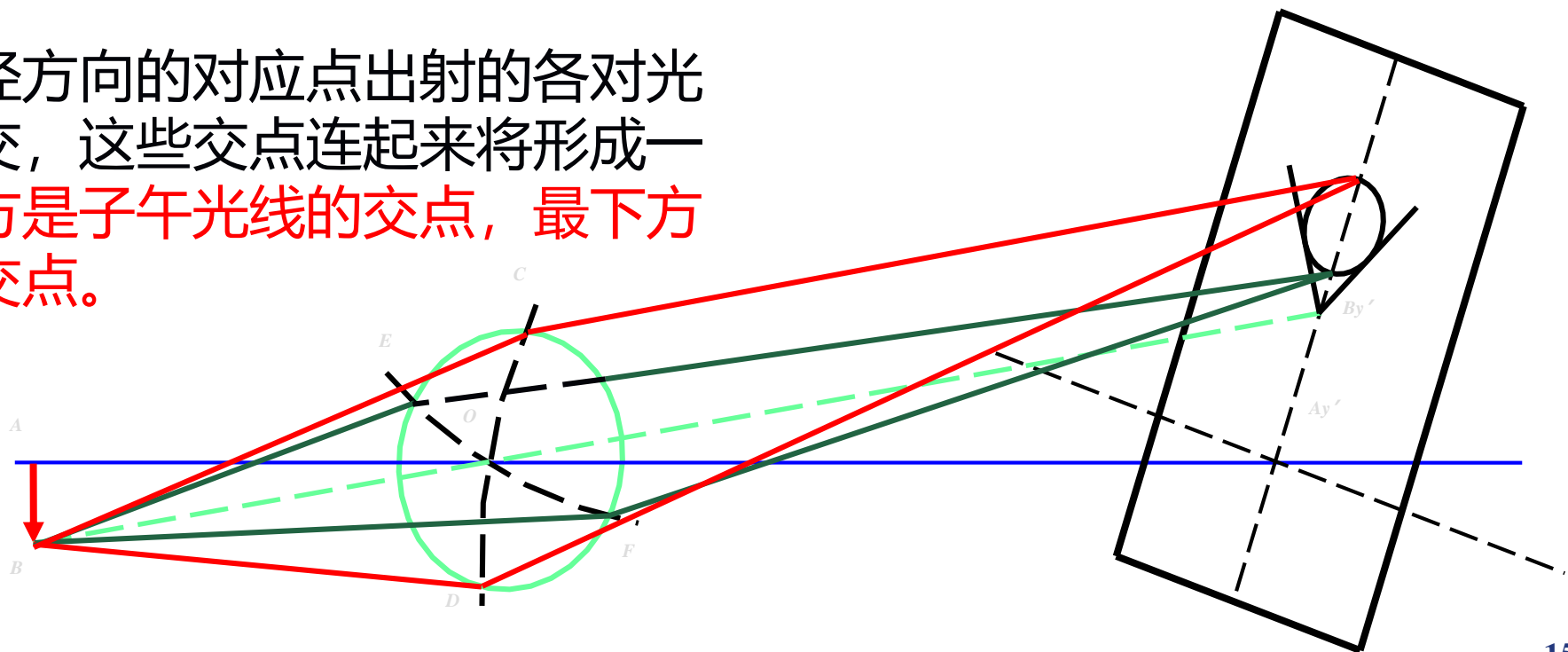


- **弧矢彗差：** $K'_s = y'_s - y'_c$

- 前后光线在入射前虽然对称于主光线，但是它们的折射情况与主光线不同。

二. 彗差的度量和现象

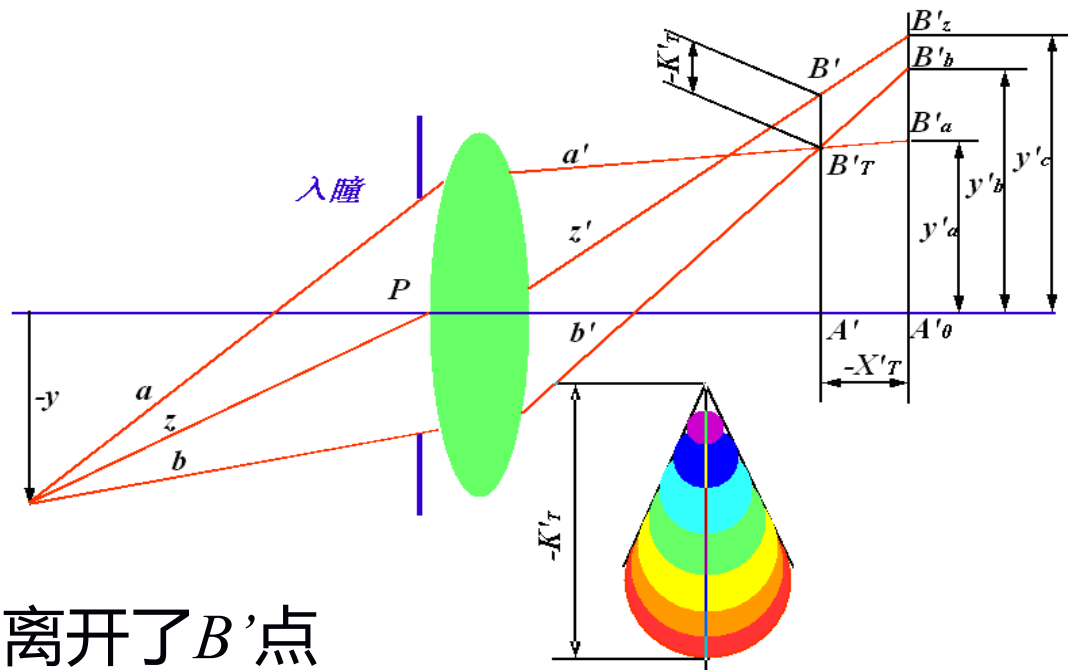
- 折射前主光线是光束轴线，折射后主光线就不再是光束轴线；
- 不同孔径的光线在像平面上形成半径不同的相互错开的圆斑；
- 出瞳上各个直径方向的对应点出射的各对光线在像空间相交，这些交点连起来将形成一个光环，最上方是子午光线的交点，最下方是弧矢光线的交点。



8.2 替差

二. 彗差的度量和现象

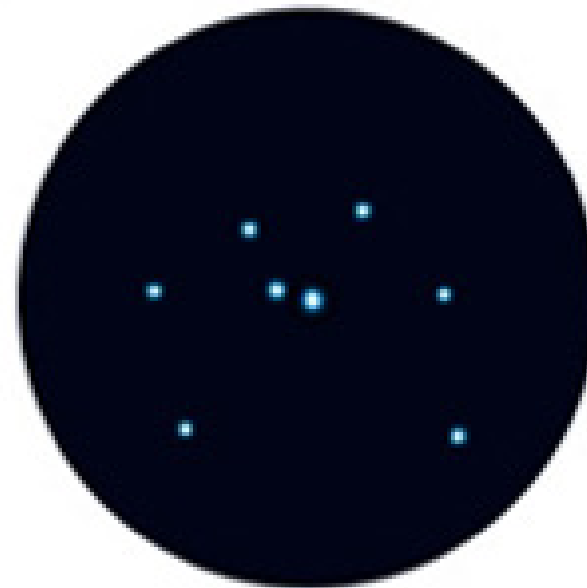
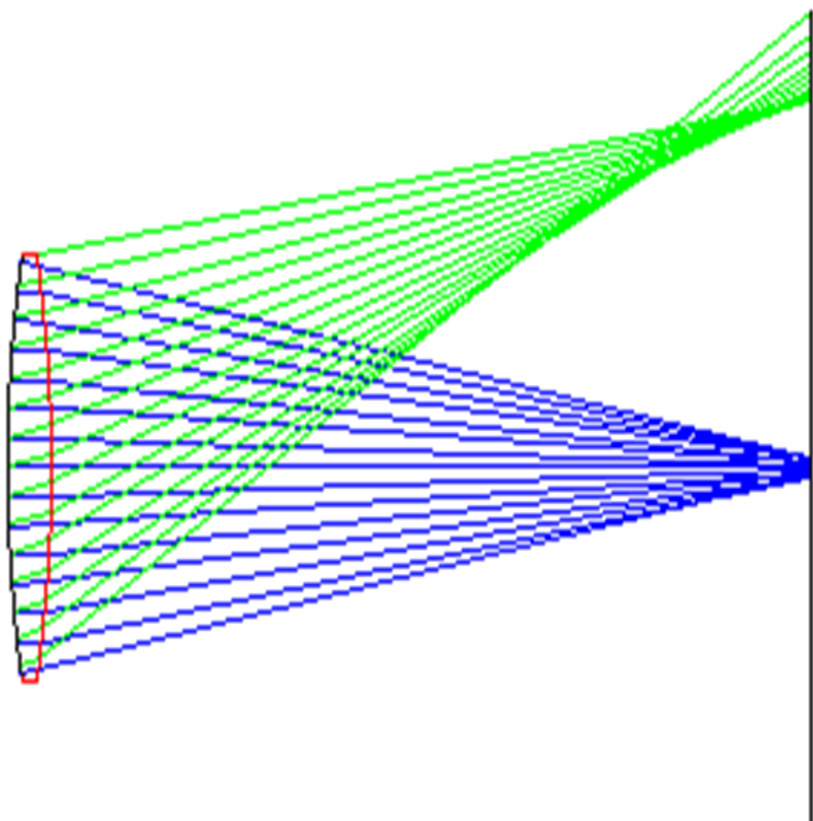
- 从光能量传输的观点看，主光线和像平面交点附近光能量最集中，即图中 B' 点最亮；
 - 上下光线是光束的边缘光线，它们的交点离开了 B' 点，能量扩散，故相对较暗，形成彗星状弥散斑。
 - 光斑的头部(尖端)较亮，至尾部亮度逐渐减弱，整个弥散斑形成了一个以主光线的交点为顶点的锥形弥散斑，其形状像拖着尾巴的彗星，因此称为彗差。
-





8.2 彗差

二. 彗差的度量和现象



彗差影响了轴外物点成像的清晰度。

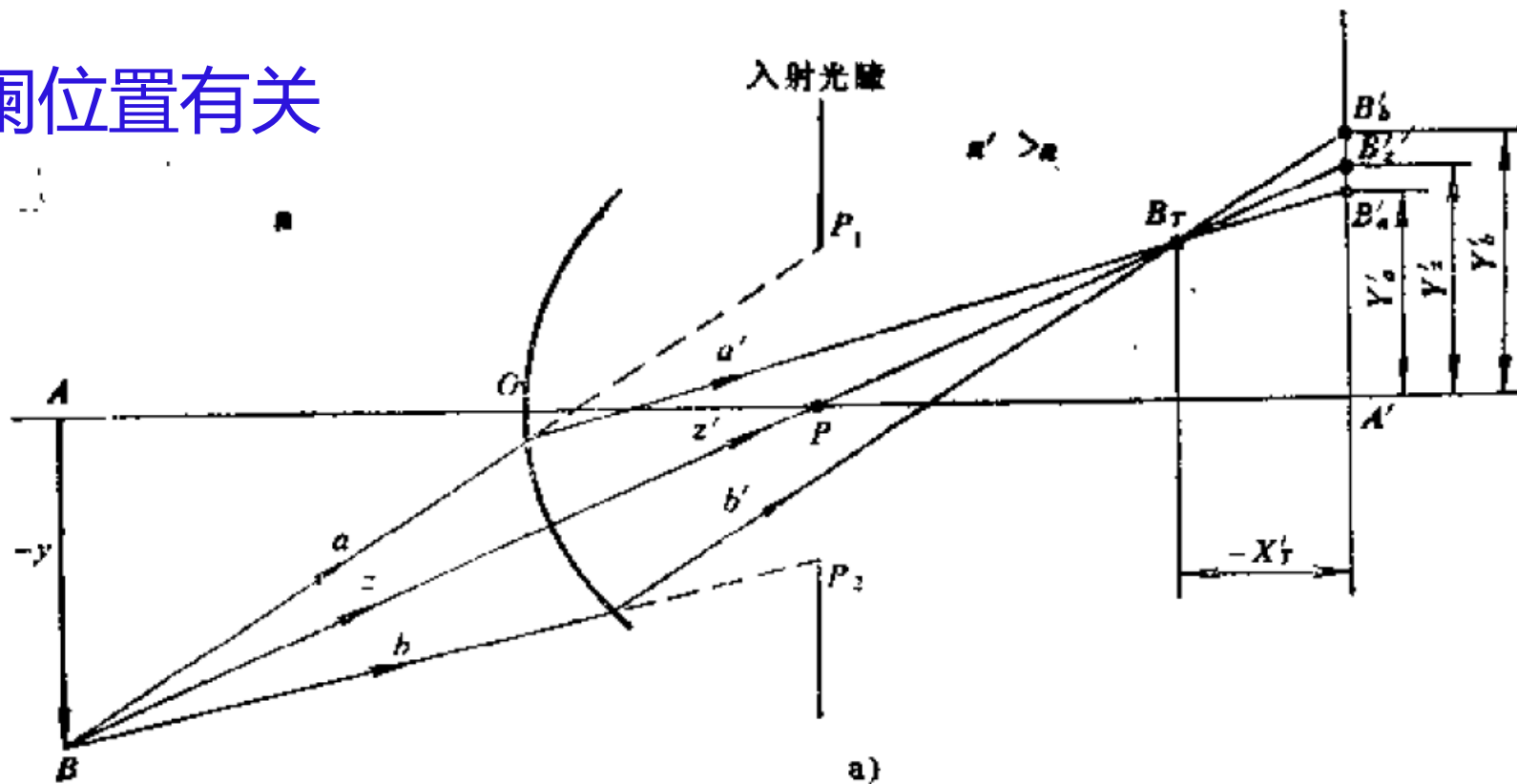
- 彗差是一有符号数，当交点 B'_T 位于主光线之下为“—”，其彗星像斑的尖端指向视场边缘。
- 彗星像斑的尖端指向视场边缘的称为**负彗差**。



8.2 彗差

三. 光学结构对彗差的影响

与光阑位置有关

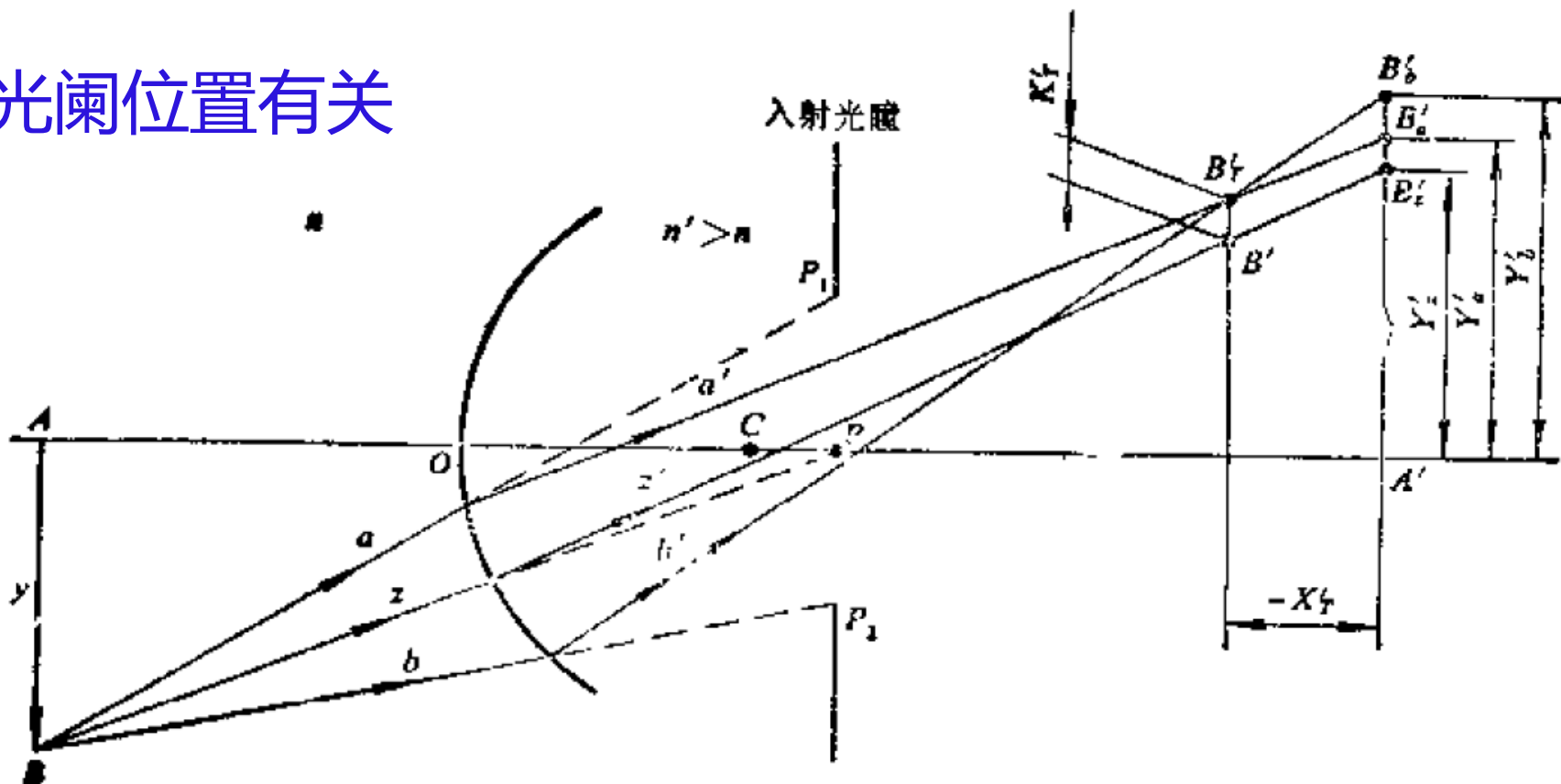


无彗差：入瞳位于球心处，通过入瞳的**主光线与辅轴重合**，此时轴外点同轴上点一样，球面将不产生慧差。

8.2 彗差

三. 光学结构对彗差的影响

与光阑位置有关



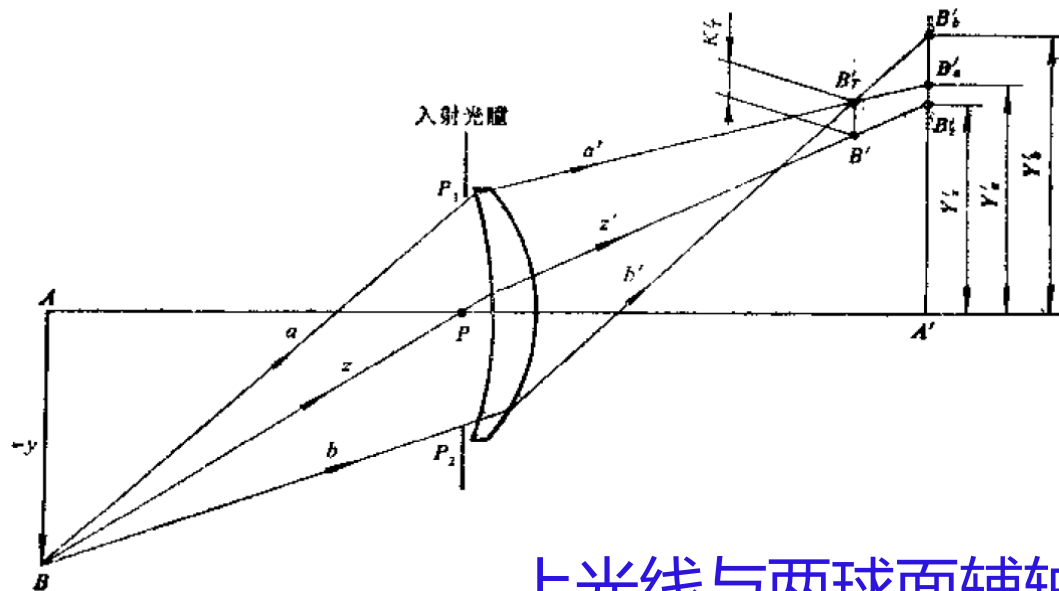
正彗差：入射光瞳位于球心右侧，上光线与辅轴接近，彗差值变正



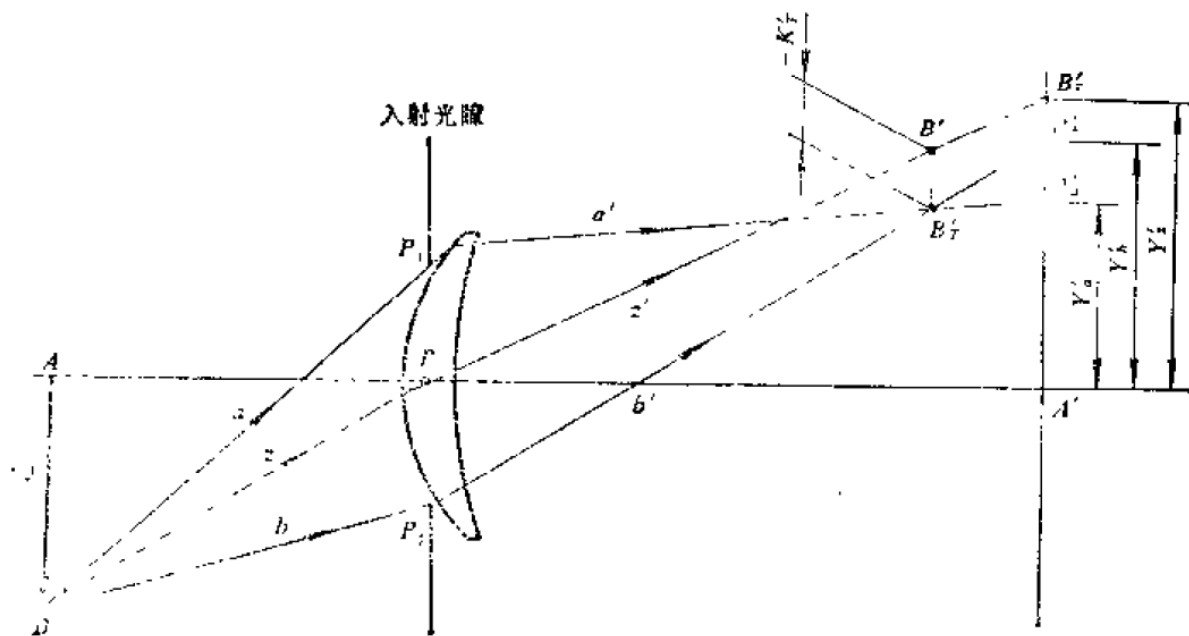
8.2 彗差

三. 光学结构对彗差的影响

与透镜形状有关



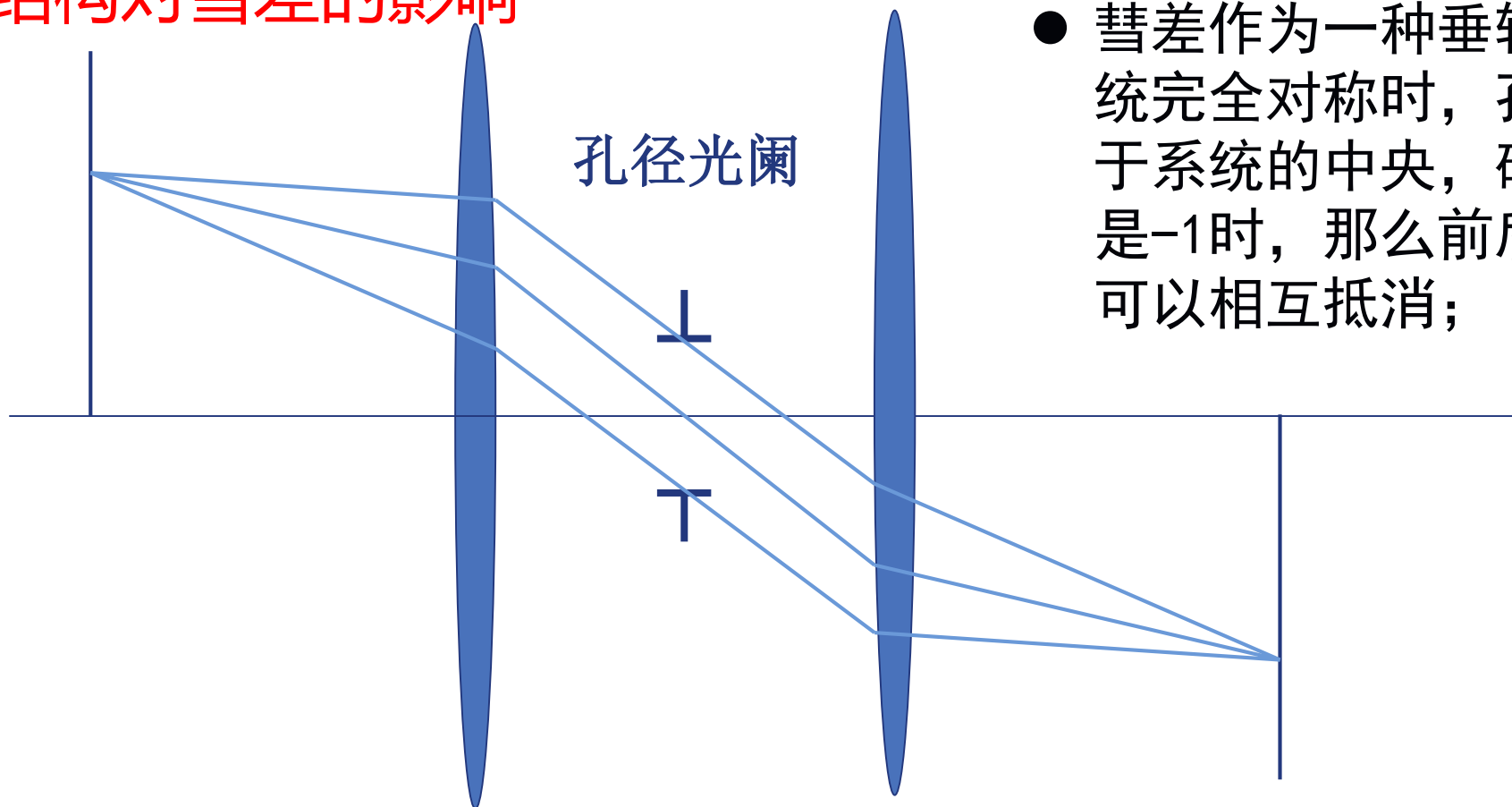
上光线与两球面辅轴接近，偏折小，交点在主光线上方，正彗差



弯月形正透镜
的彗差分析

下光线与两辅轴接近，偏折小，交点在主光线下方，负彗差。

三. 光学结构对彗差的影响



- 彗差作为一种垂轴像差，系统完全对称时，孔径光阑至于系统的中央，确定放大率是-1时，那么前后部分彗差可以相互抵消；

- 但实际情况绝对的对称结构并不合适，根据实际物像关系，设计接近对称结构的光学系统是可行的。



8.2 彗差

- **形成原因：**彗差是轴外像差之一，是由于轴外点宽光束的主光线与球面对称轴不重合，而由折射球面的球差引起的；
- **主要影响：**使物面上的轴外点成像为彗星状的弥散斑，破坏了轴外视场的成像清晰度；
- **决定因素：**彗差是和**视场及孔径**都有关的一种垂轴像差；彗差值视场大小而变化，对于同一视场由于孔径的不同，彗差也改变；彗差值大小和正负和透镜形状有密切的关系；
- **如何校正：**恰当选择光阑位置，如位于球心处，不产生彗差；尽量使用对称结构，彗差自动消除。



第八章 轴外像差

轴外点以单色光被球面成像时，可从复杂的光束结构中分离出不同性质的五种像差：**球差、彗差、像散、场曲和畸变**，除场曲外的像差均由辅球球差引起，因此，轴外点所处位置球差越大，其主光线偏离于辅轴越大，轴外像差也就越大。

主要内容

- 8.1 轴外像差概述
- 8.2 彗差(Coma)
- **8.3 像散与像面弯曲**
- 8.4 畸变
- 8.5 正弦差
- 8.6 初级轴外像差



8.3 像散和像面弯曲

一. 产生与现象

宽光束：主光线与系统的光轴不重合



出射光束失对称



彗差
像散、场曲存在

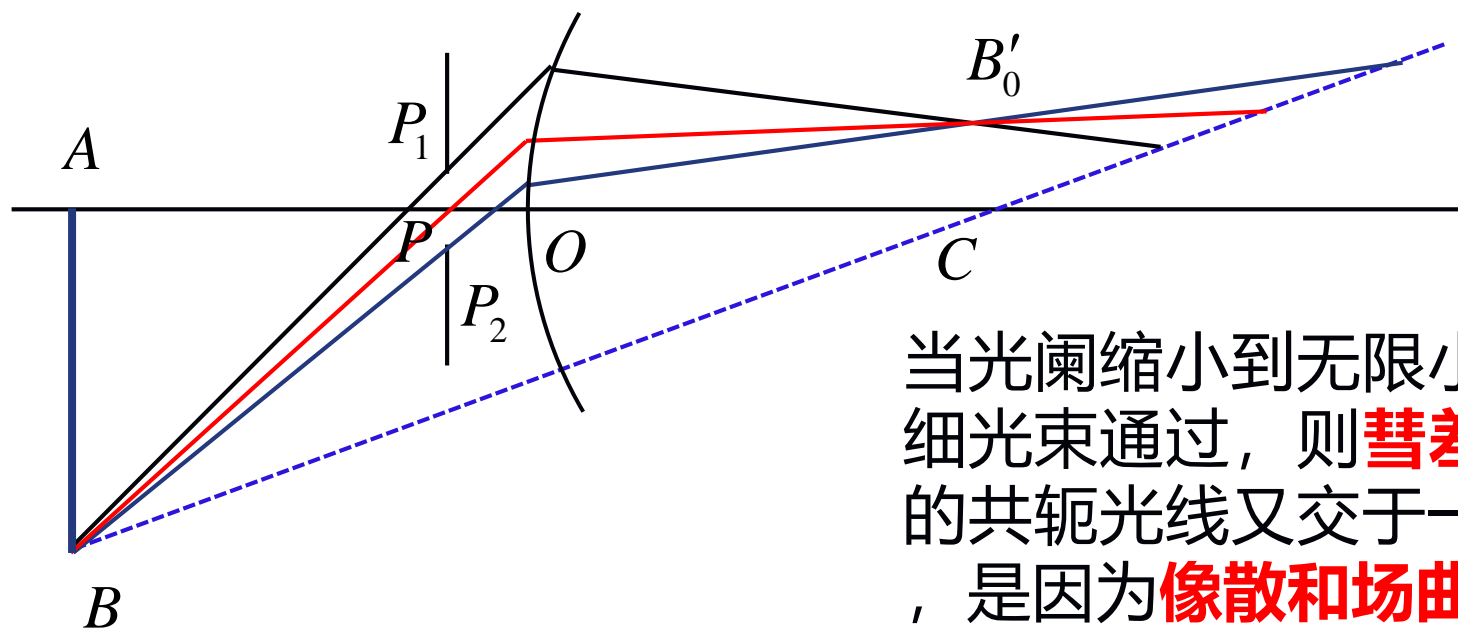
细光束：主光线与系统的光轴不重合



出射光束失对称



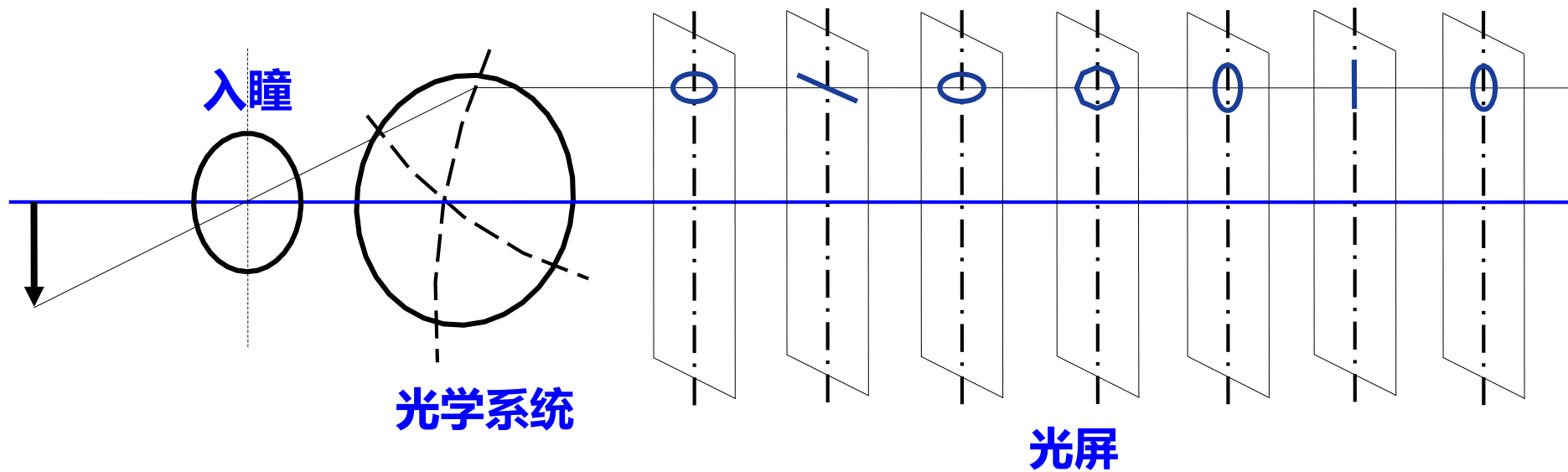
无彗差
像散、场曲存在



当光阑缩小到无限小时，只允许沿主光线的无限细光束通过，则**彗差不存在**，即上、下、主光线的共轭光线又交于一点。但此时成像仍旧不完善，是因为**像散和场曲的存在**。

8.3 像散和像面弯曲

一. 像散

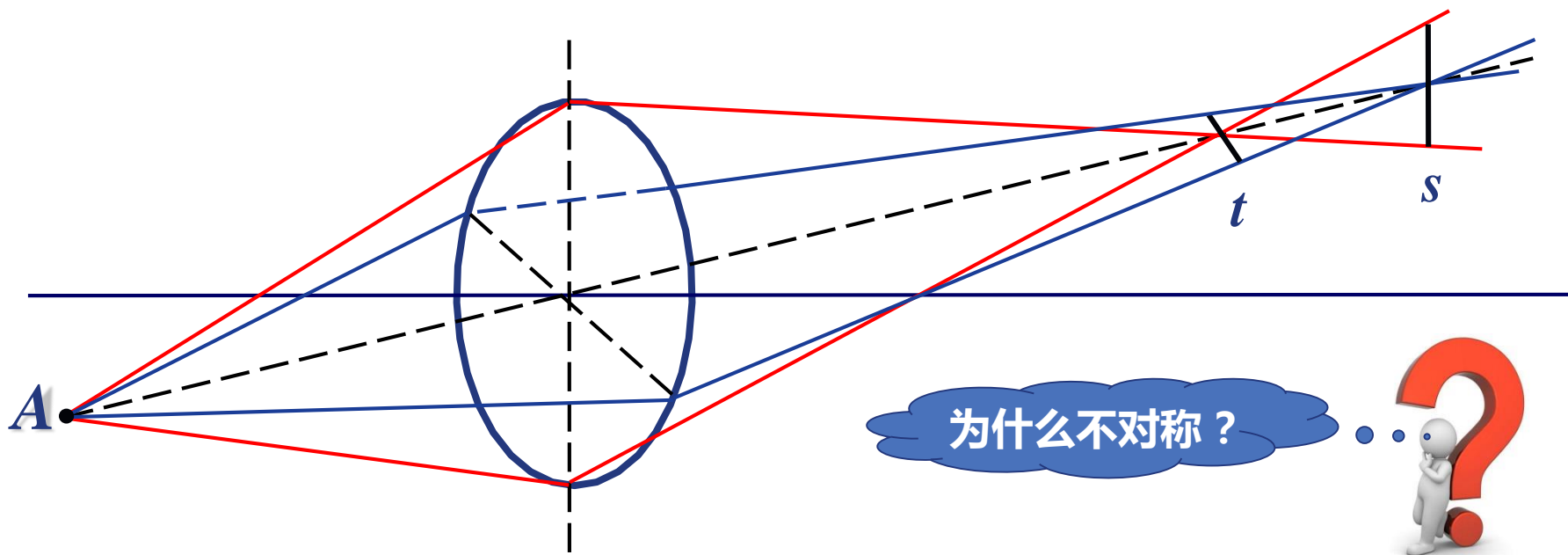


- 这种即非对称又不会聚于一点的细光束称为像散光束。
- 这两条短线(焦线)光能量最为集中，它们是轴外点的像。
- 两条短线相互垂直但不相交，沿光轴方向距离称为像散。

8.3 像散和像面弯曲

一. 像散

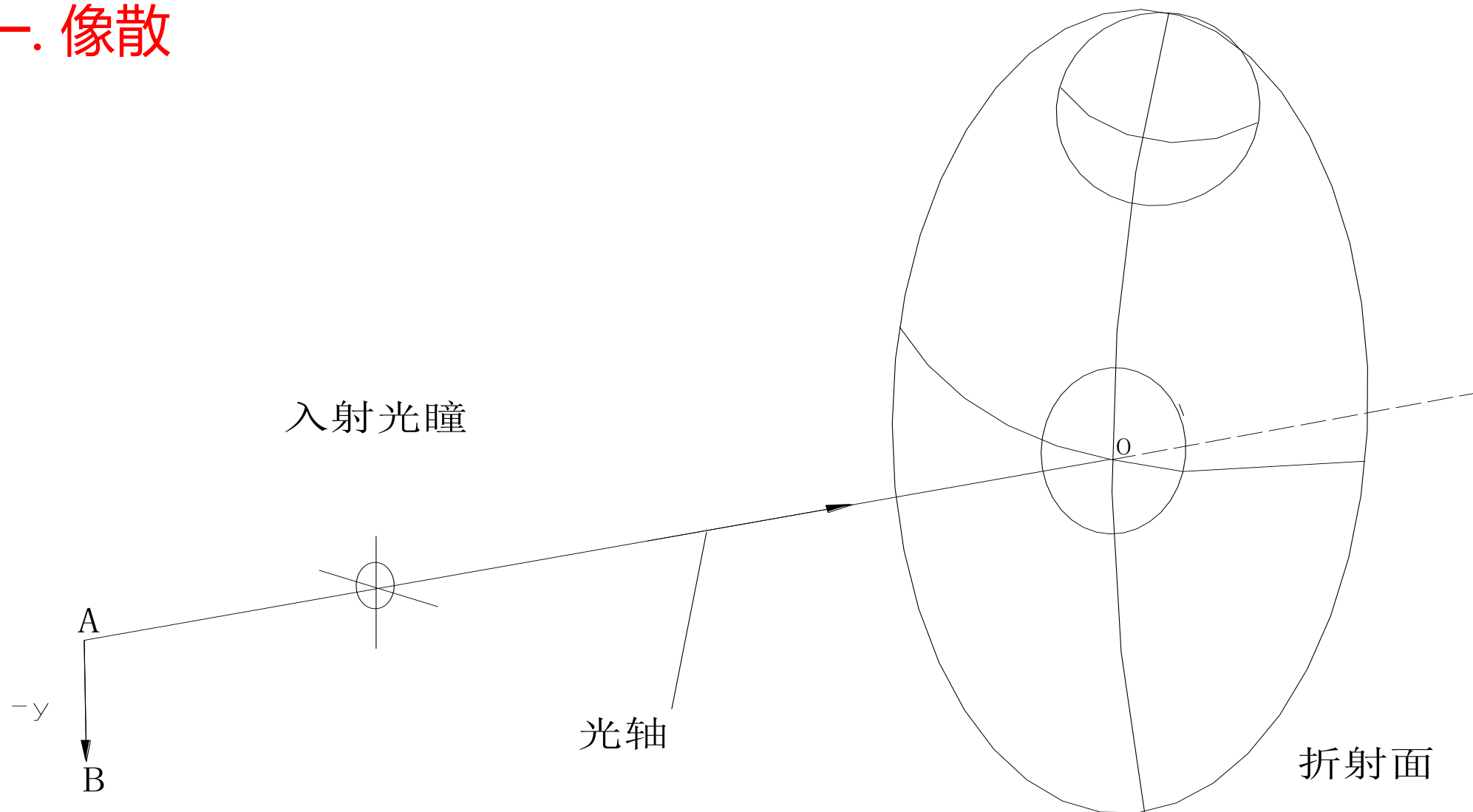
像散：当轴外物点发出的一束很细的光束通过入瞳时，因轴外子午和弧矢光线的不对称，使得子午像点与弧矢像点不重合。即一个物点的成像将被聚焦为子午和弧矢两个焦线，这种像差称为**像散**。





8.3 像散和像面弯曲

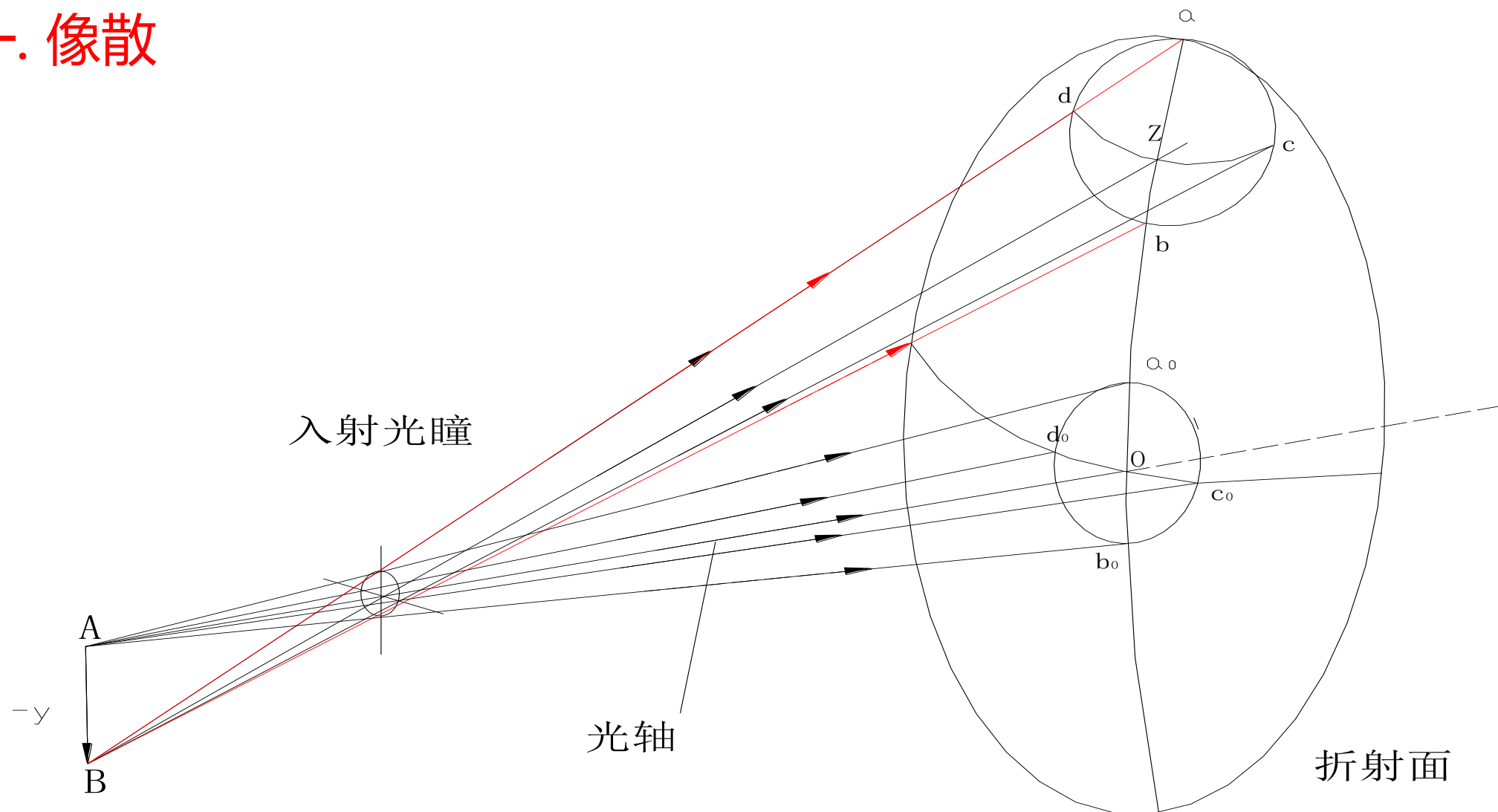
一. 像散





8.3 像散和像面弯曲

一. 像散

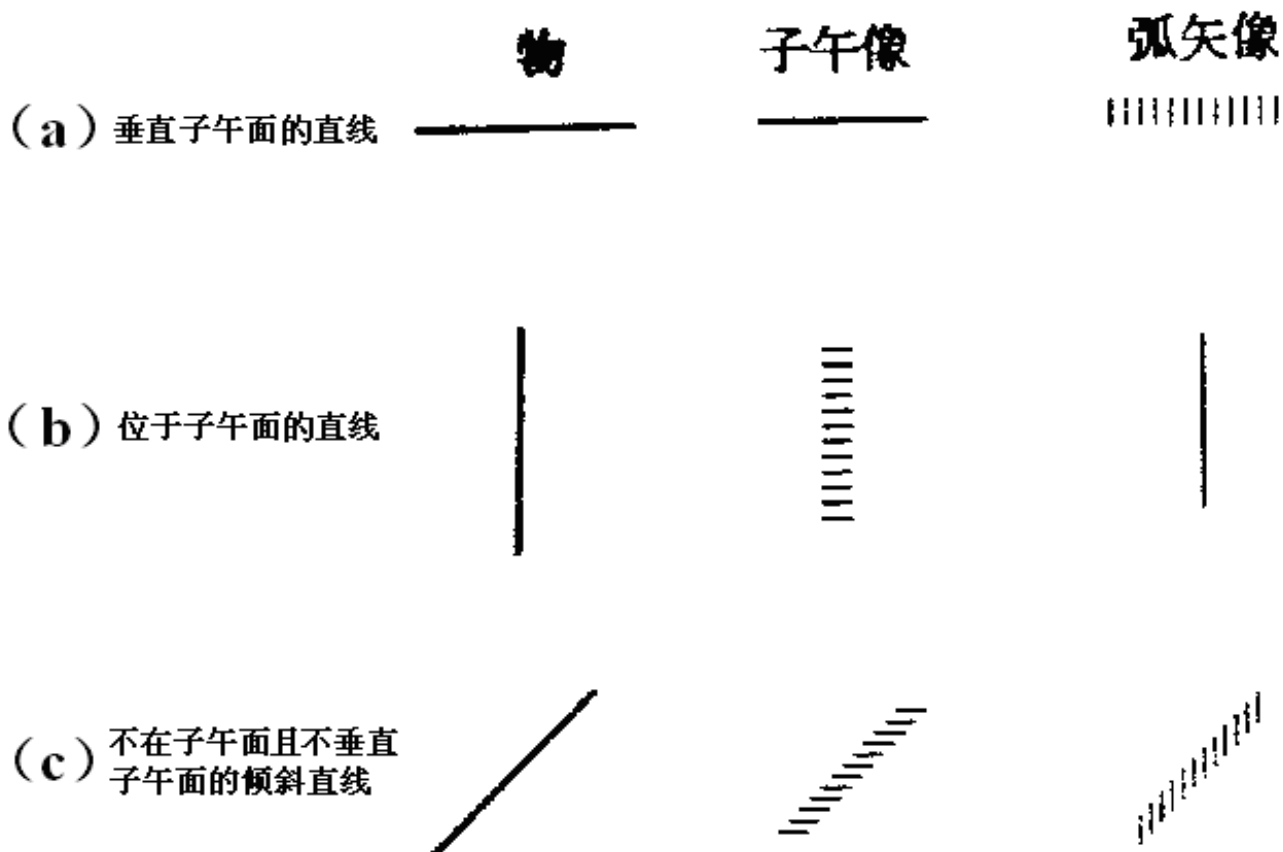




8.3 像散和像面弯曲

一. 像散

直线成像



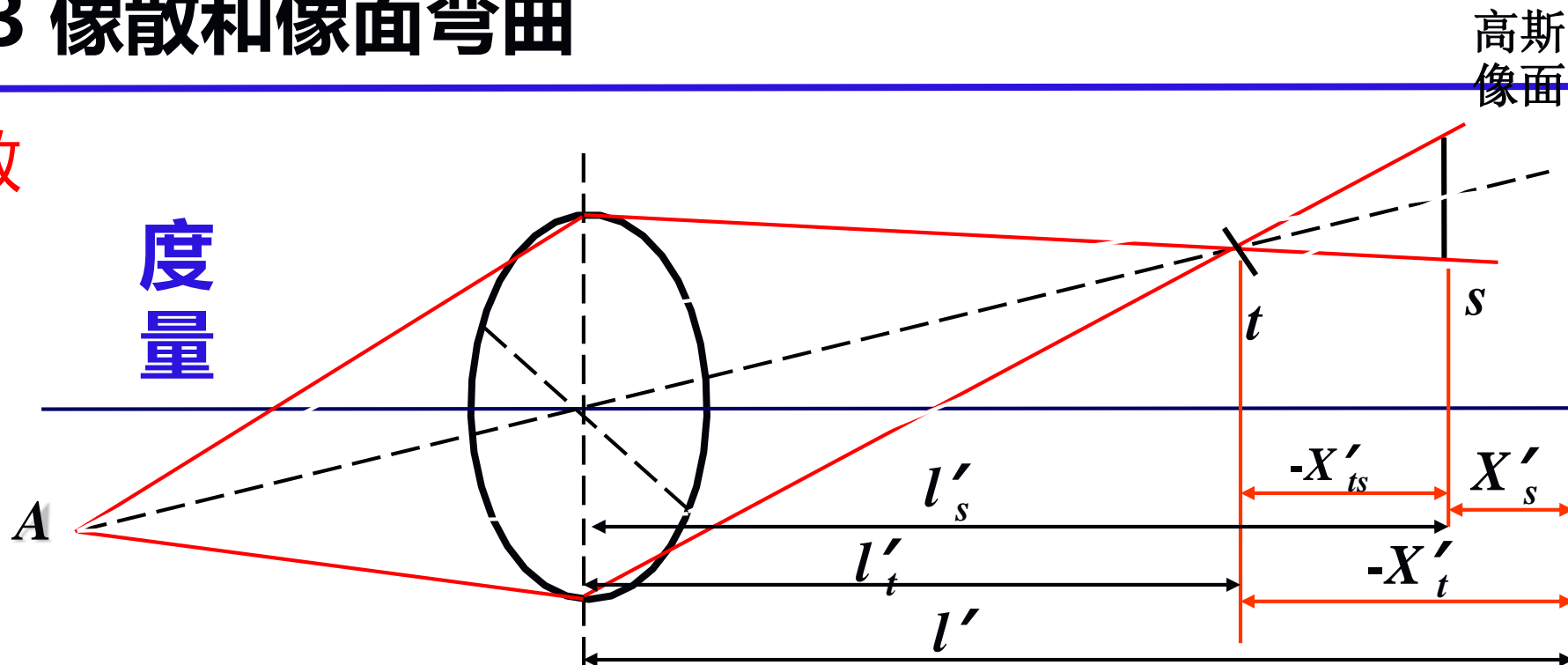
● 子午像清晰，弧矢像弥散；

● 子午像弥散，弧矢像清晰；

● 两像均不清晰

8.3 像散和像面弯曲

一. 像散



这两条短线不相交但相互垂直且隔一定距离，两条短线间沿光轴方向的距离即表示**像散的大小**

细光束时： $x'_{ts} = l'_t - l'_s$

宽光束时： $X'_{ts} = L'_t - L'_s$

像散是物点远离光轴时的像差，且随视场的增大而迅速增大。



8.3 像散和像面弯曲

复习

像散光束

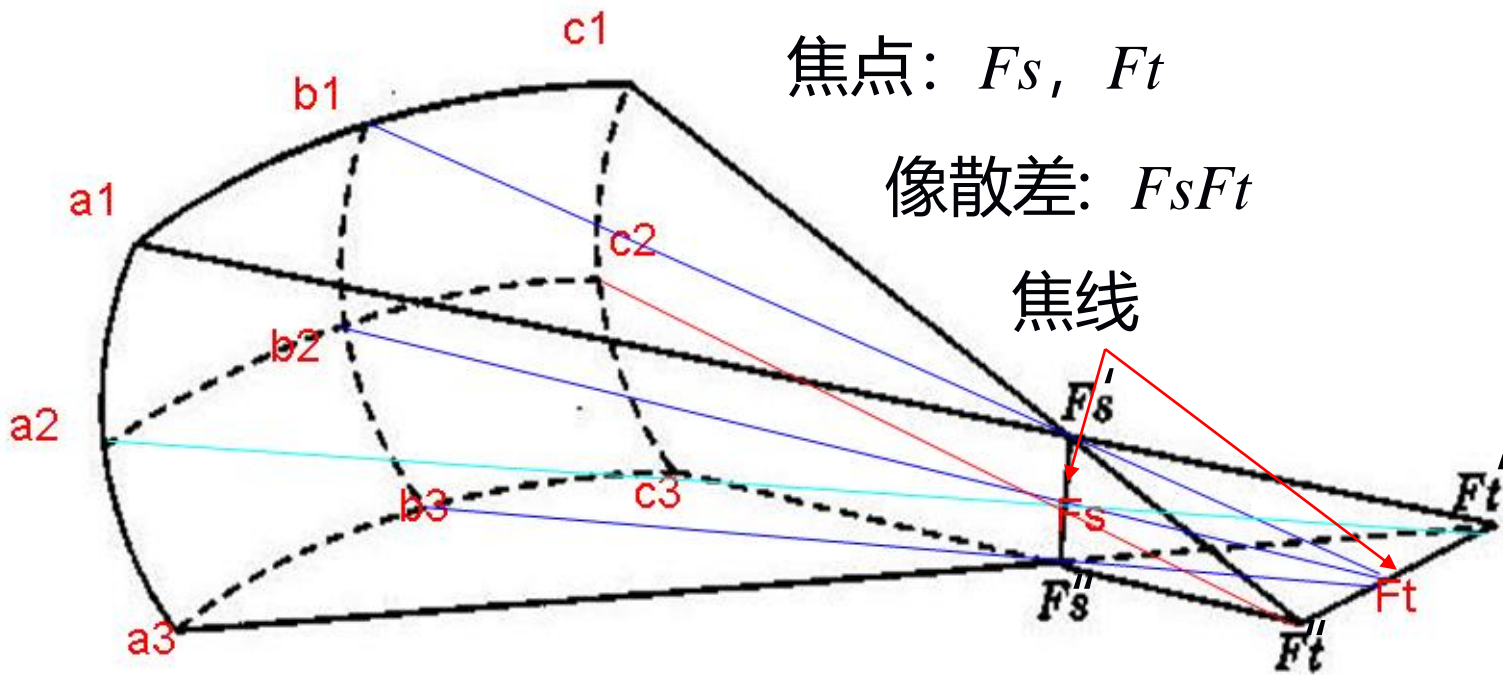
球面波经过实际光学系统就不再是球面波，相应的光束不再是同心光束。垂直于波面元的细光束，彼此不相平行又不交于一点的光线所成的光束称为**像散光束**。

主截线： $b_1b_2b_3$, $a_2b_2c_2$

焦点： F_s , F_t

像散差： F_sF_t

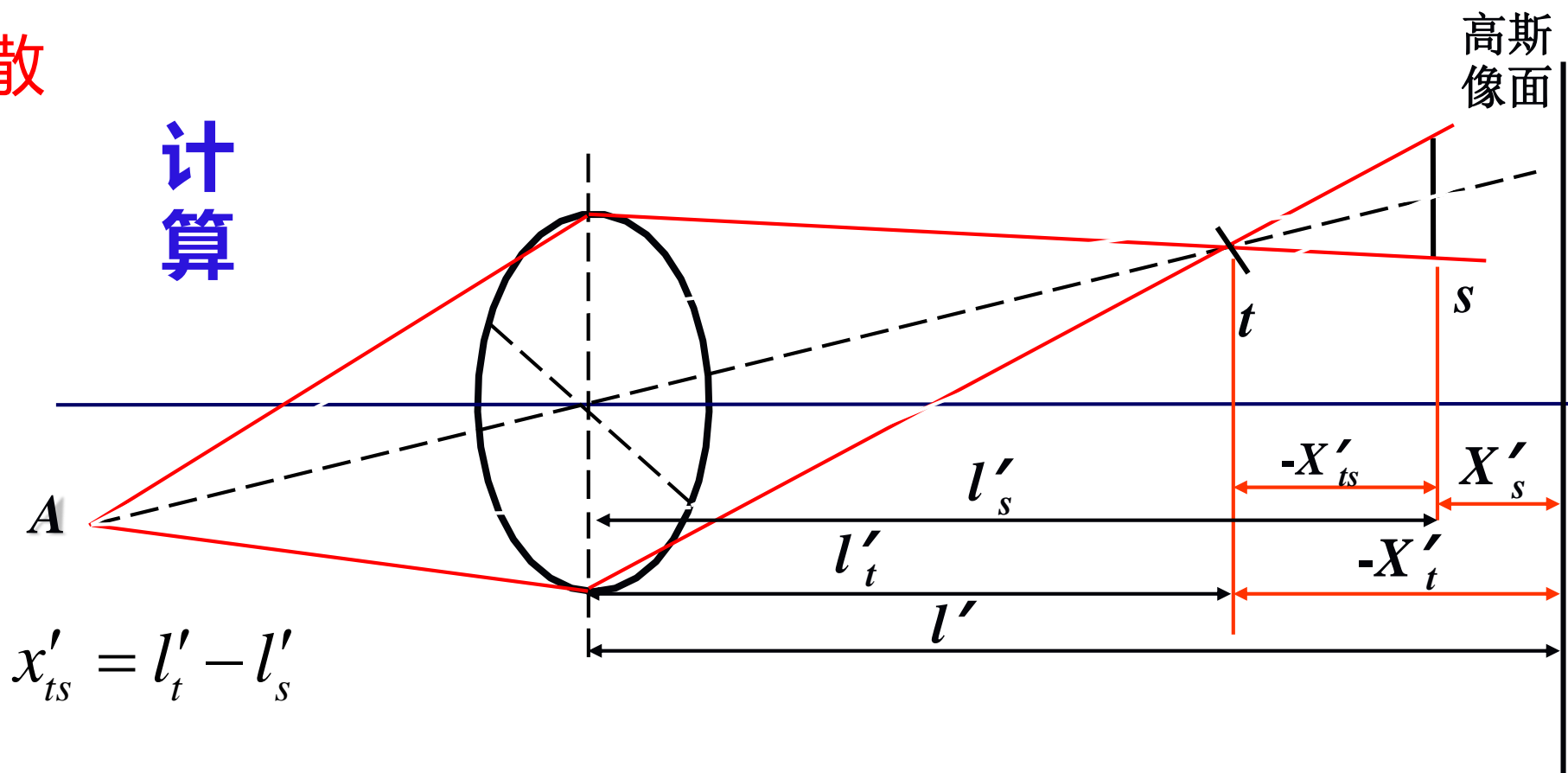
焦线



在几何光学中研究成像时，要搞清光线在光学元件中的传播途径，这个途径称为**“光路”**。

8.3 像散和像面弯曲

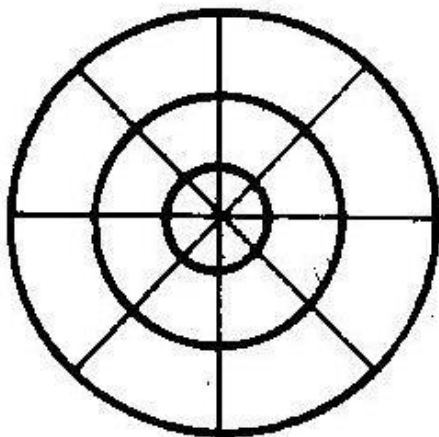
一. 像散



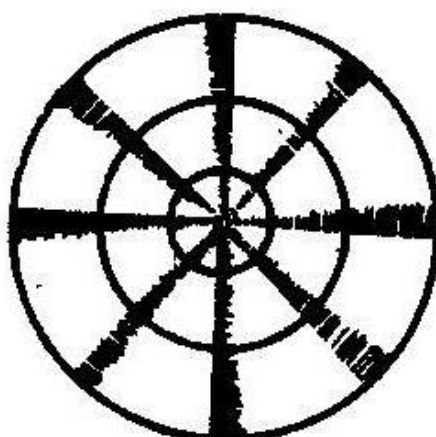
- 计算一条主光线，求出上式中的数值，即可求出像散和场曲。
- 按照取点系数 (0.3 0.5 0.707 0.85 1) 对各视场计算，根据计算可画出像散曲线。

8.3 像散和像面弯曲

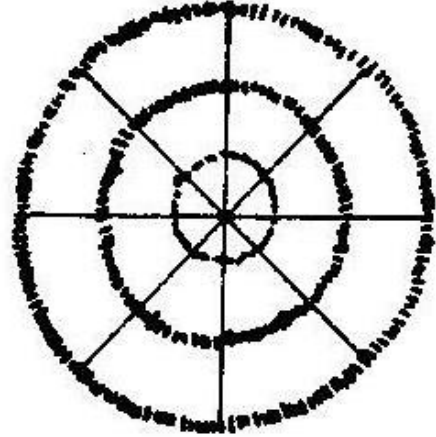
一. 像散



(a)



(b)



(c)

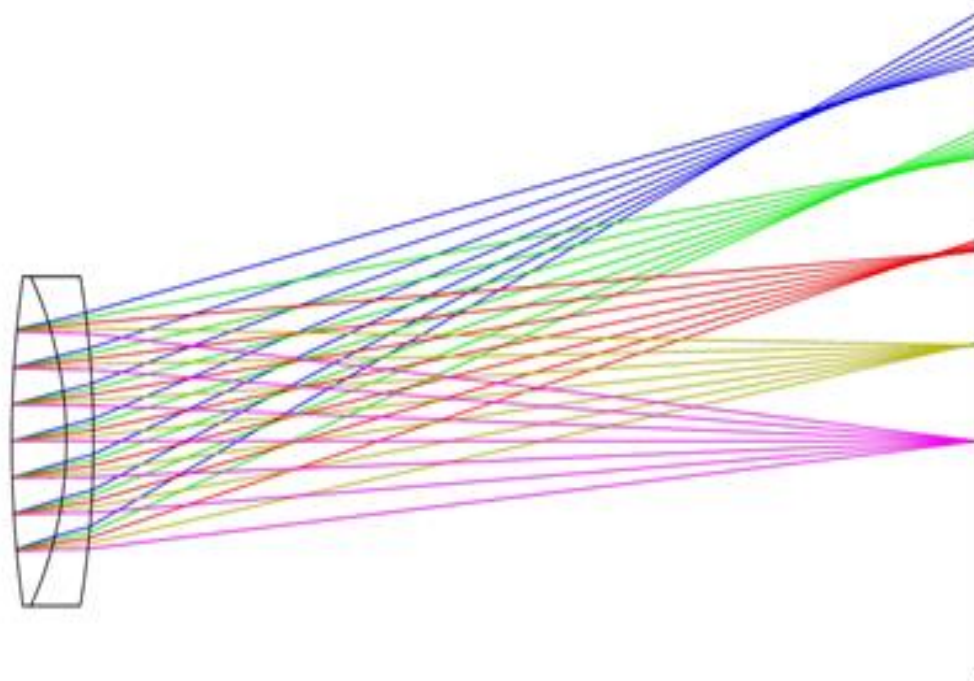
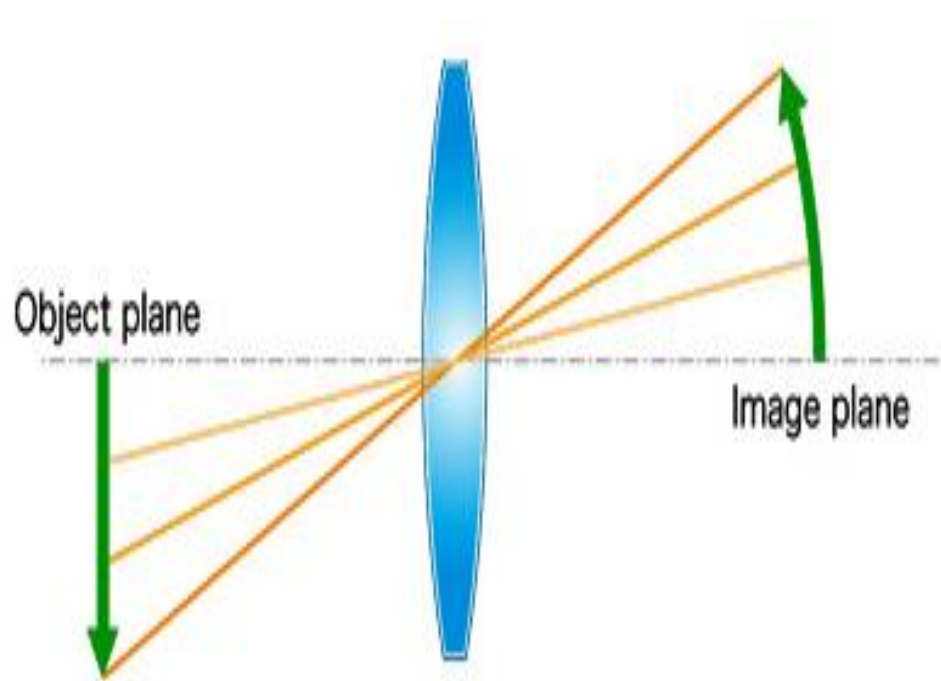
存在有像散的光学系统，不能使物面上的所有物点形成清晰的像点群。如图(a)所示，平面物是一组同心圆和沿半径的直线组成，圆心在主光轴上，环面垂直于主光轴，则在子午焦线面上和弧矢焦线面上将分别得到如图(b)、(c)所示的图像。前者各圆环的像很清晰，但半径模糊；而后者半径的像清晰，圆环的像模糊。



8.3 像散和像面弯曲

二. 像面弯曲

像面弯曲，简称场曲，是物平面形成曲面像的一种像差。

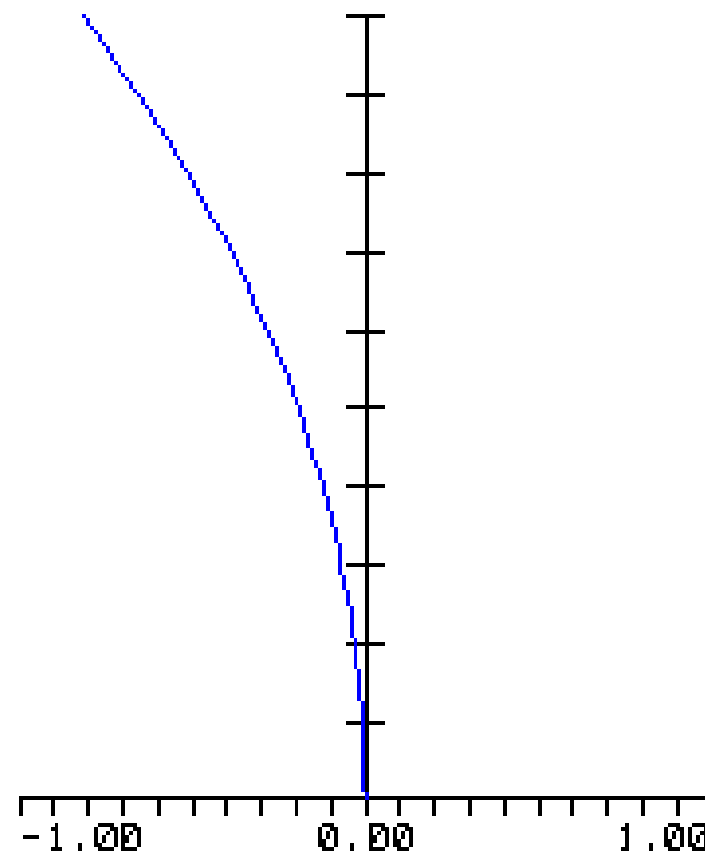
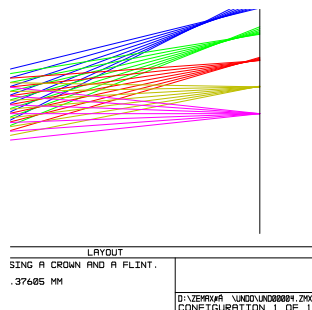




8.3 像散和像面弯曲

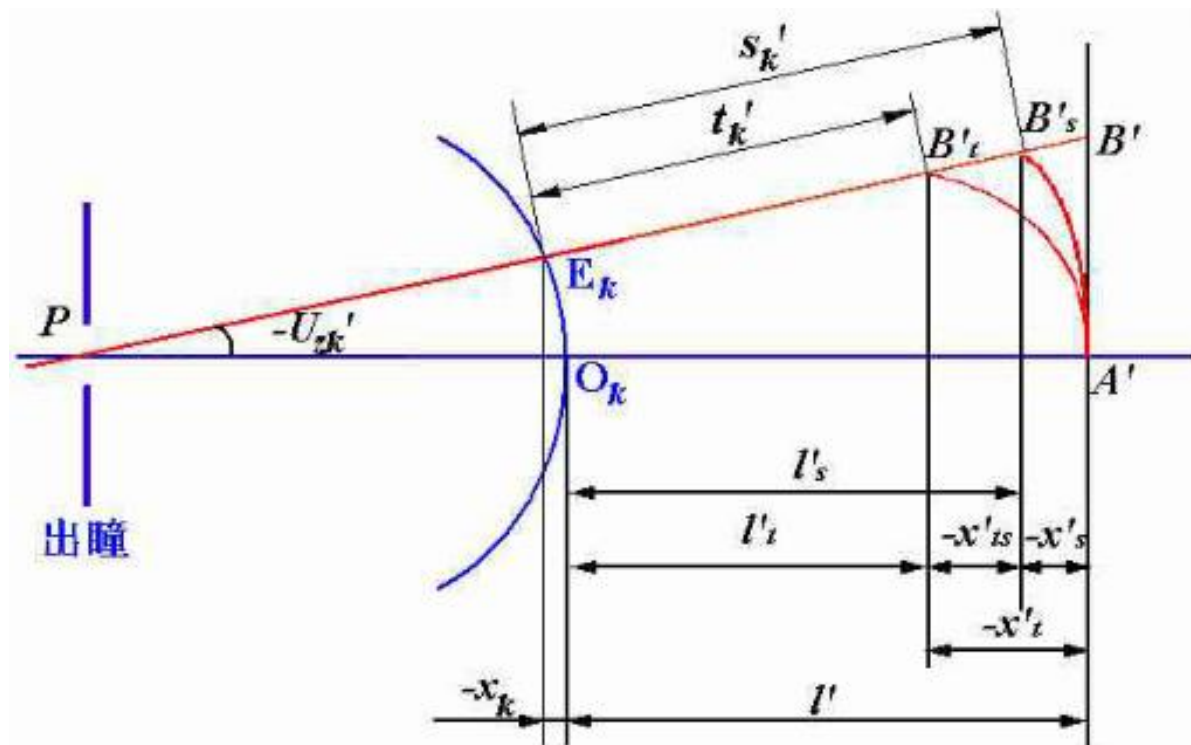
二. 像面弯曲

场曲曲线



二. 像面弯曲

场曲描述

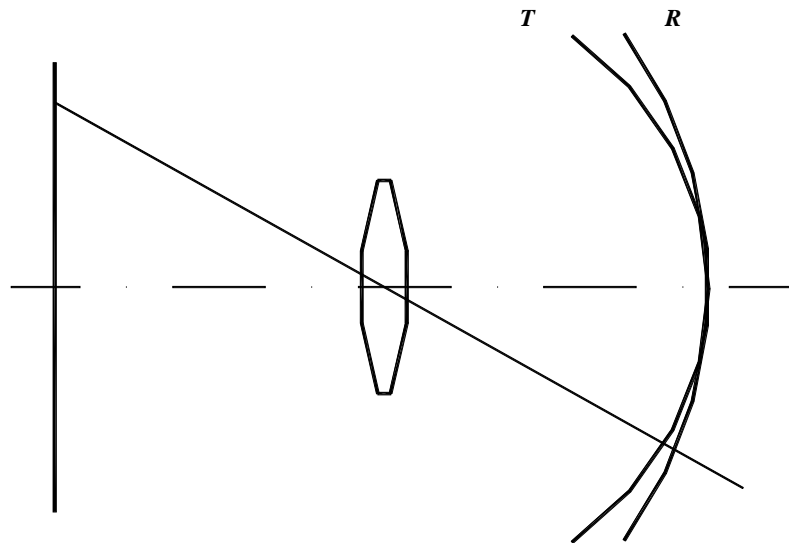


场曲用轴外点发出光束的会聚点沿光轴方向偏离高斯像面的轴向距离来度量。对应地，子午像面为**子午场曲**，弧矢像面为**弧矢场曲**。它们分别用 x'_t 和 x'_s 表示。

8.3 像散和像面弯曲

二. 像面弯曲

- 如果连接所有子午像点将得到一个弯曲的子午像面，连接所有的弧矢像点也可得到一个弯曲的弧矢像面。

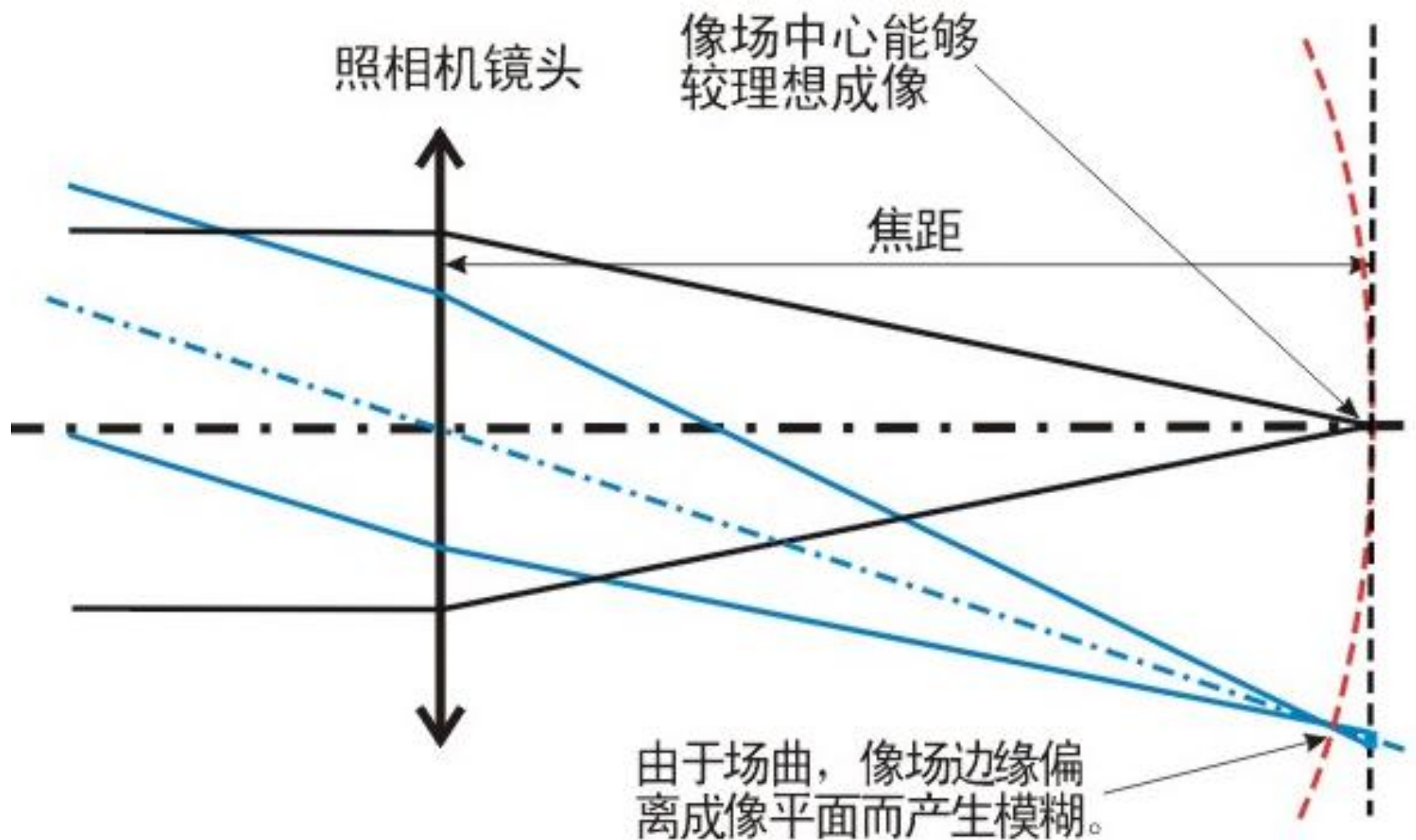


- 在视场中心处(即轴上像点)，像散为0，细光束理想成像，因此子午像面和弧矢像面在视场中心处重合且与理想像面相切，如图所示。这样，一个平面的垂轴物体，将形成两个弯曲的像面。



8.3 像散和像面弯曲

二. 像面弯曲



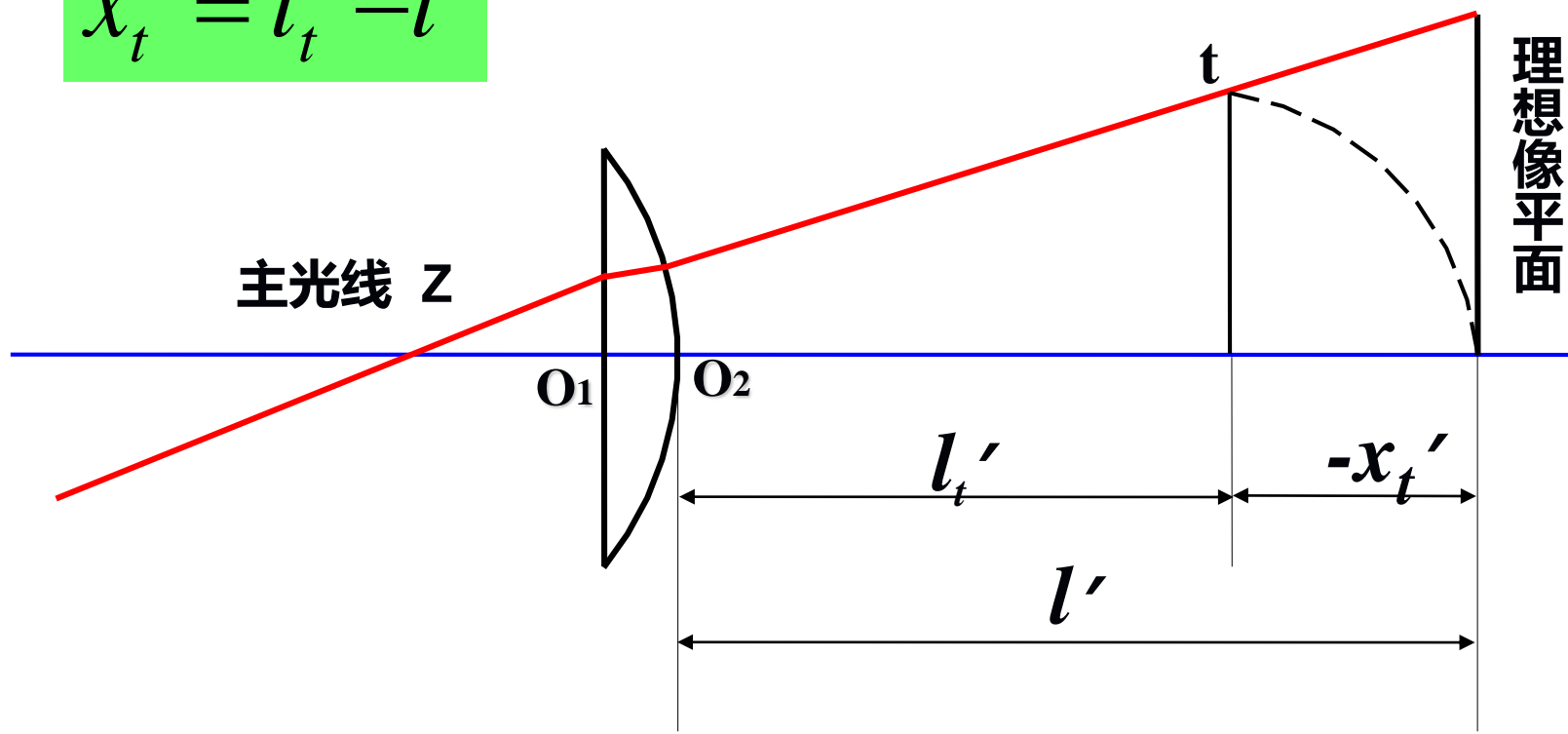


8.3 像散和像面弯曲

二. 像面弯曲

子午细光束焦点相对于理想像面的偏离称为细光束子午场曲，用符号 x_t' 表示

$$x_t' = l_t' - l'$$



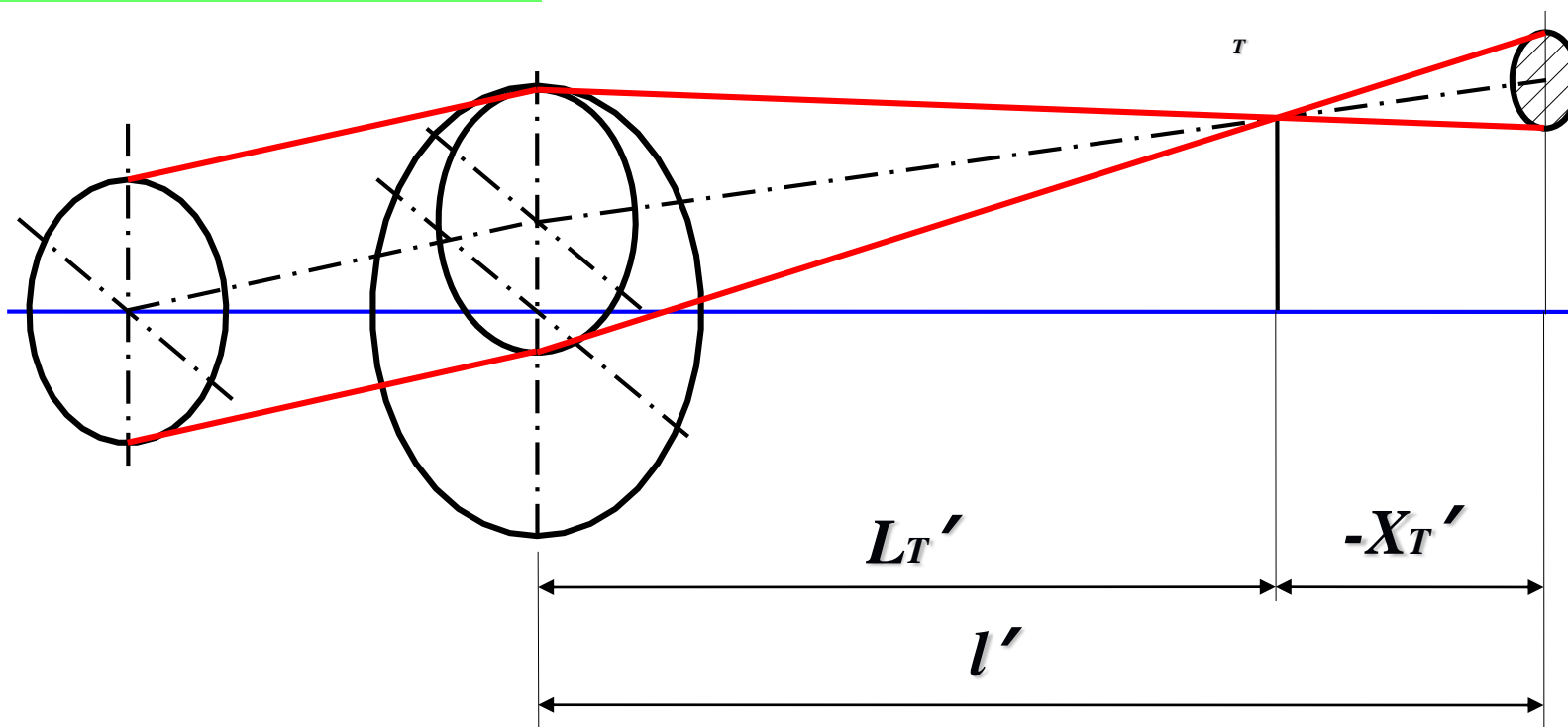


8.3 像散和像面弯曲

二. 像面弯曲

子午宽光束焦点相对于理想像面的偏离称为宽光束子午场曲，用符号 X_T' 表示

$$X_T' = L_T' - l'$$

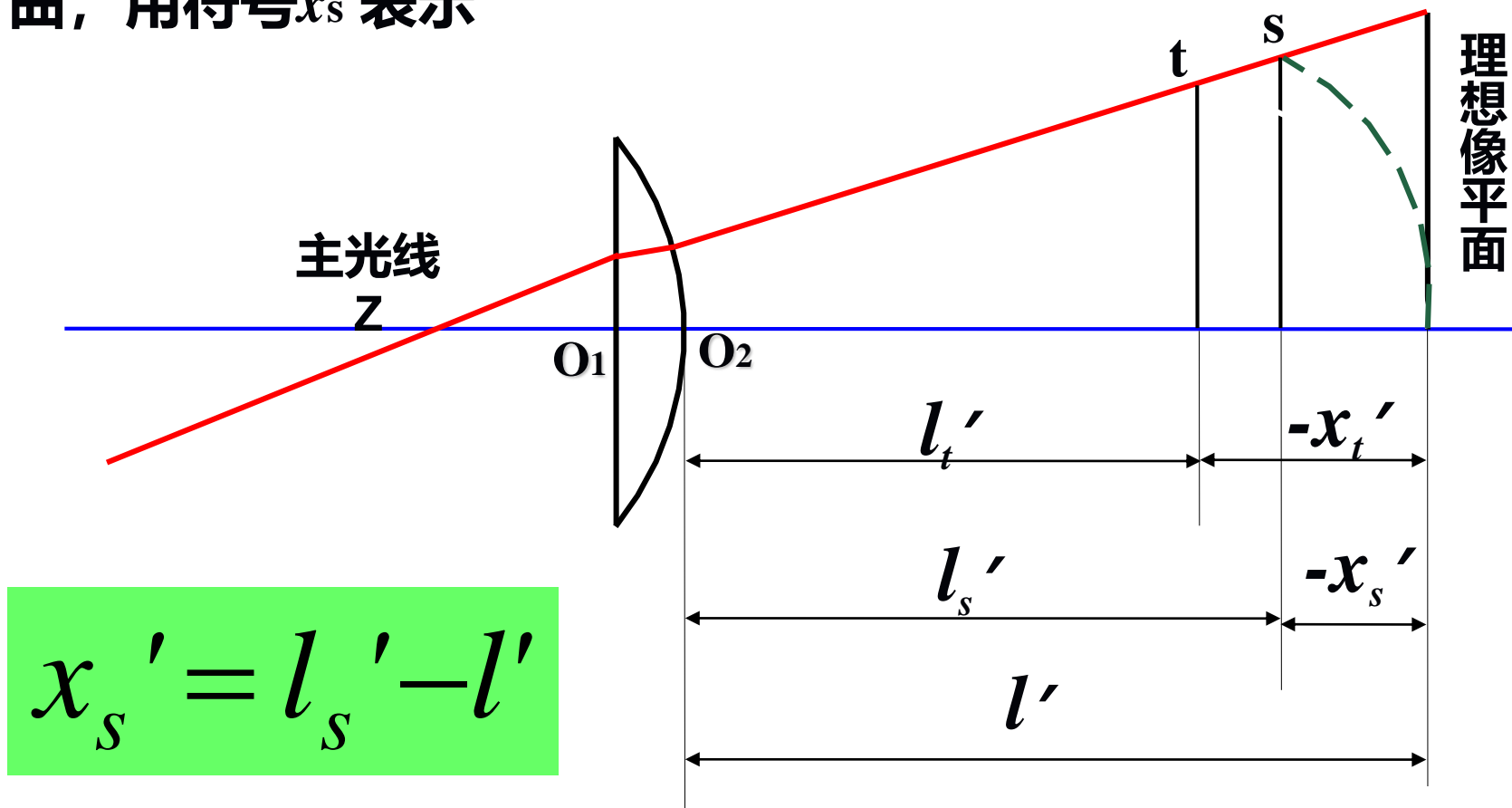




8.3 像散和像面弯曲

二. 像面弯曲

弧矢**细光束**焦点相对于理想像面的偏离称为**细光束弧矢场**，用符号 x_s' 表示

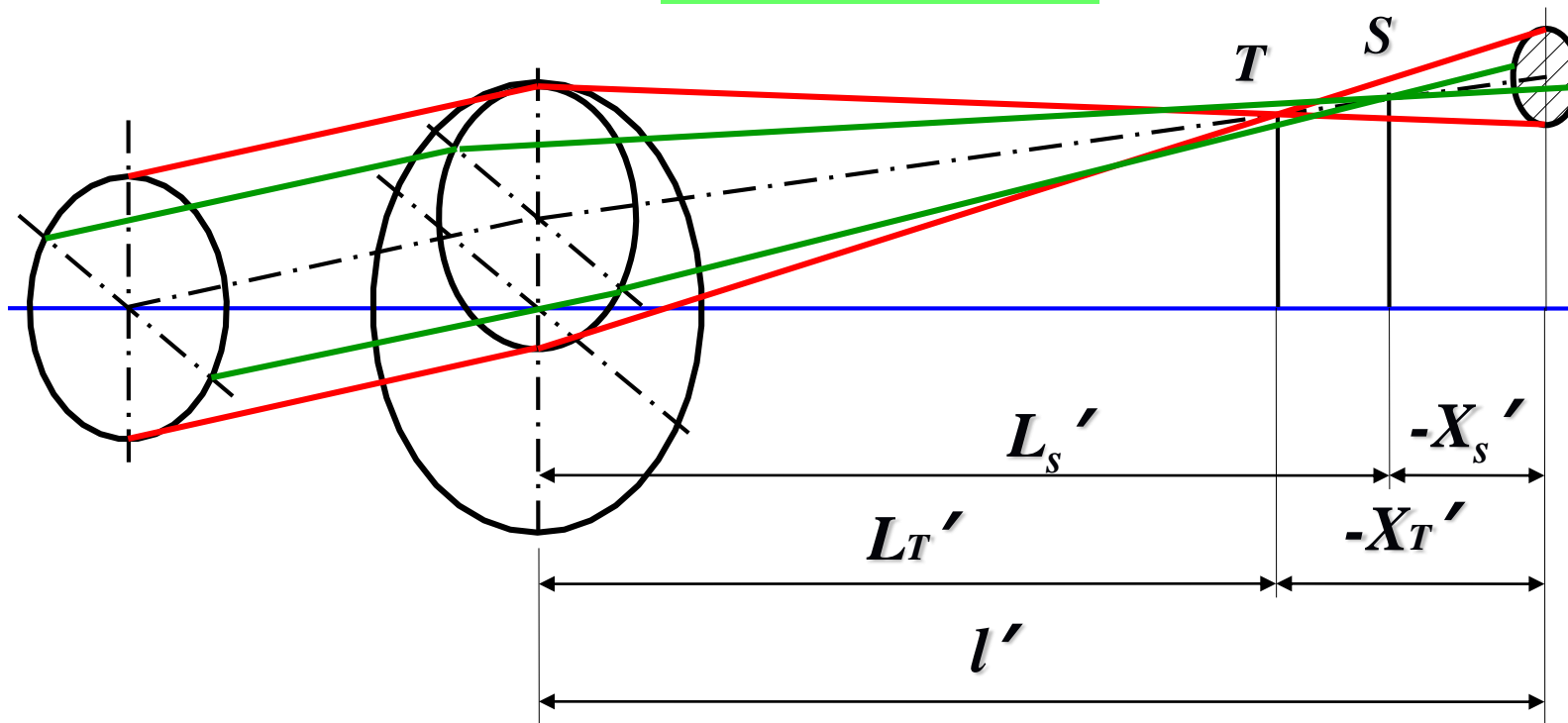


8.3 像散和像面弯曲

二. 像面弯曲

弧矢宽光束焦点相对于理想像面的偏离称为宽光束弧矢场曲，用符号 X_s' 表示

$$X_s' = L_s' - l'$$





8.3 像散和像面弯曲

二. 像面弯曲

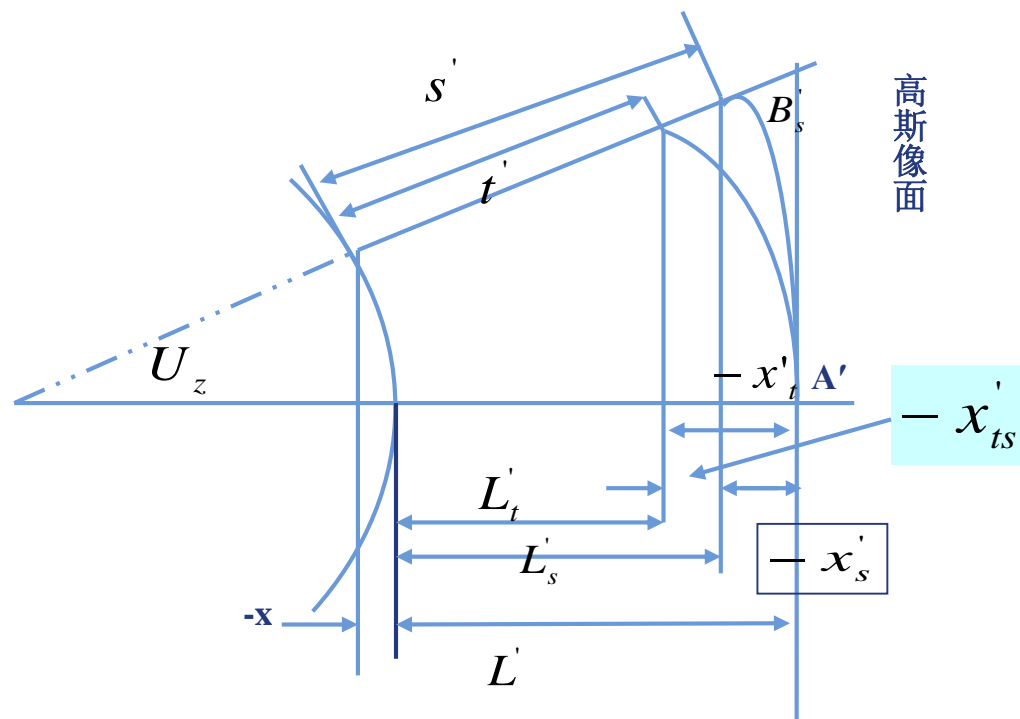
轴外点细光束产生的场曲与轴外点宽光束产生的场曲大小不同，
宽光束场曲与细光束场曲沿光轴方向的偏离，称为轴外球差。

轴外子午球差：

$$\delta L'_T = X'_T - x'_t$$

轴外弧矢球差：

$$\delta L'_S = X'_S - x'_s$$



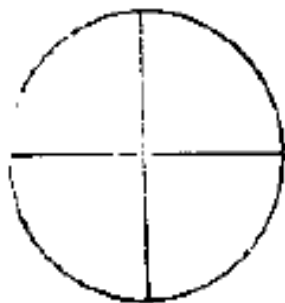
8.3 像散和像面弯曲

三. 像散与像面弯曲的区别和联系

- 有像散必然存在场曲，但场曲存在不一定有像散；
- 像面弯曲不光是由像散引起，即使像散为零，像面仍然可以是弯曲的；
- 光学系统存在场曲时，不能使一个较大的平面物体上的各点同时在同一像面上成清晰像。

若按视场中心调焦，中
心清晰，边缘则模糊

若按视场边缘调焦，边
缘清晰，中心则模糊



a)



b)

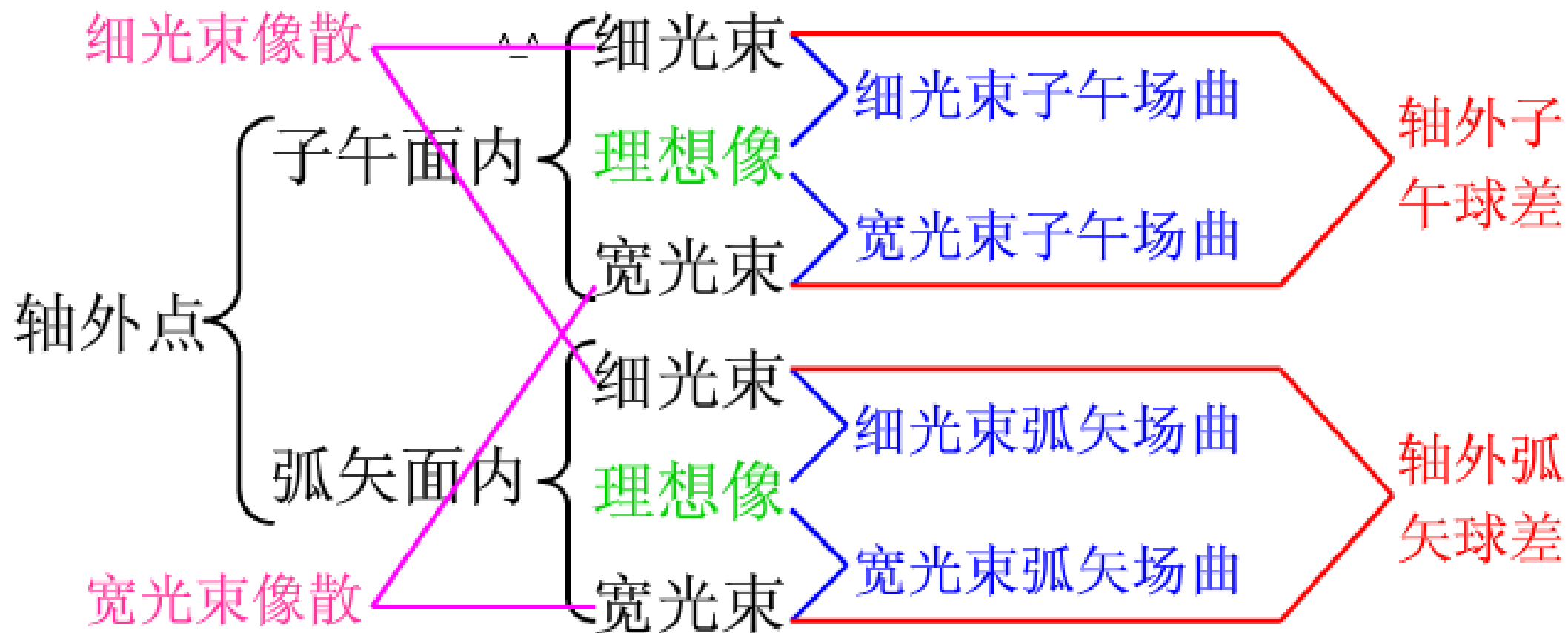


c)



8.3 像散和像面弯曲

小结：像散和场曲





8.3 像散和像面弯曲

- **形成原因：**像散和像面弯曲是两种互相密切联系的像差，光束通过系统后在两个主截面中的曲率不同，聚焦为**子午像点和弧矢像点**，形成像散；而像面弯曲是由球面固有性质决定的，如果没有像散，即子午像面和弧矢像面重合在一起，仍旧会存在像面弯曲。
- **主要影响：**任何系统对轴外点成像都有像散，像散严重时轴外点就得不到清晰像；光学系统存在场曲就不能使一个较大的平面物体各点同时清晰成像；
- **决定因素：**像散与像面弯曲是物点远离光轴时的像差，且随视场的增大而迅速增大
- **如何校正：**入瞳位于球心处的球面不存在像散。



第八章 轴外像差

轴外点以单色光被球面成像时，可从复杂的光束结构中分离出不同性质的五种像差：**球差、彗差、像散、场曲和畸变**，除场曲外的像差均由辅球球差引起，因此，轴外点所处位置球差越大，其主光线偏离于辅轴越大，轴外像差也就越大。

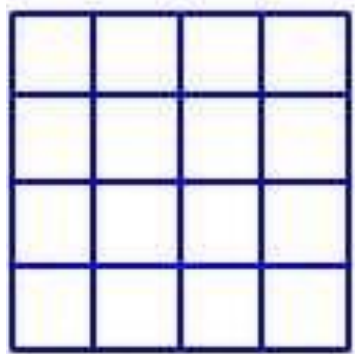
主要内容

- 8.1 轴外像差概述
- 8.2 彗差(Coma)
- 8.3 像散与像面弯曲
- **8.4 畸变**
- 8.5 正弦差
- 8.6 初级轴外像差

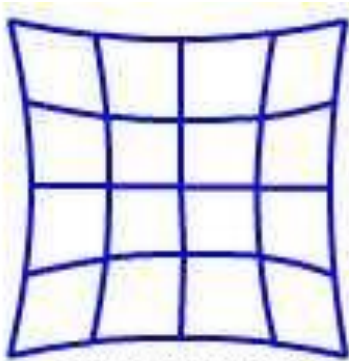
8.4 畸变

一. 产生与现象

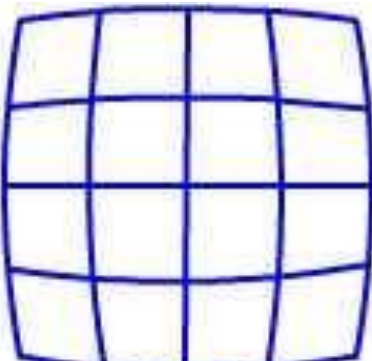
- ❖ 理想光学系统中一对共轭面上的放大率是常数;
- ❖ 实际光学系统中, 只当视场较小时具有这一性质, 而当视场较大时, 像的放大率就要随视场而异,
- ❖ 这种像相对于物失去了相似性, 使得像变形的缺陷称为**畸变**。



物面



枕形畸变



桶形畸变

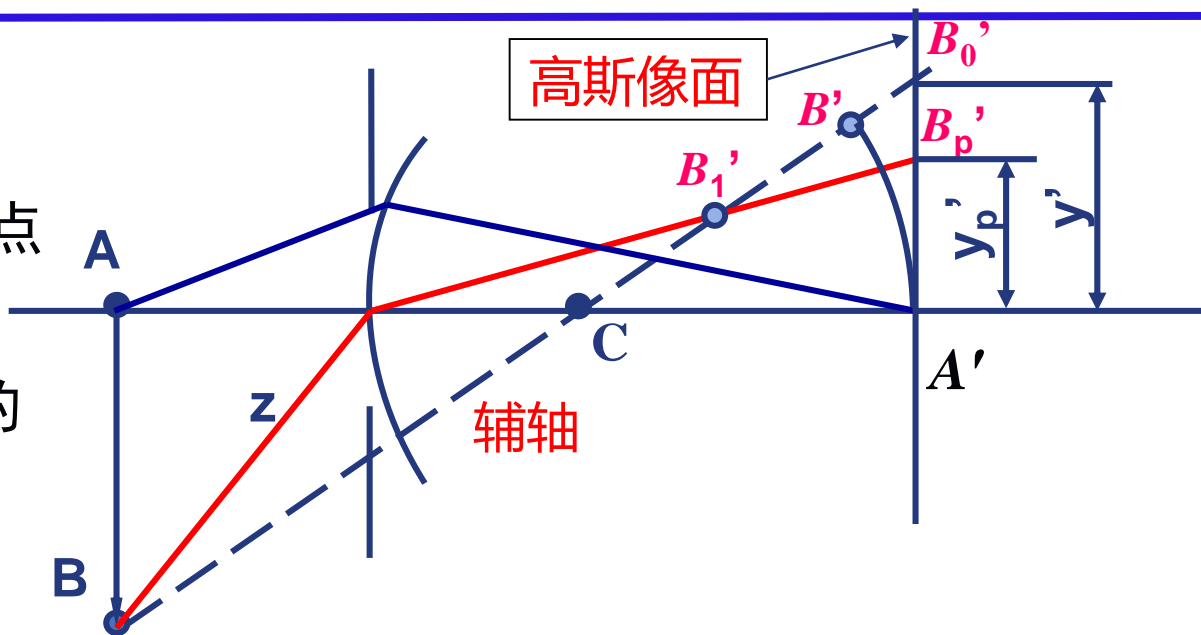
枕形畸变(Pincushion): 随着视场的增大垂轴放大率增大而产生的;

桶形畸变(Barrel): 随着视场的增大垂轴放大率减小而产生的。

一. 产生与现象

- B'_0 点为平面物体的任一轴外点 B 点的理想像点；
 - B 点以细光束成像时交于辅轴上的 B' 点， $B'B'_0$ 为 B 点的场曲。
 - B 点以主光线成像交辅轴于 B'_1 点， B'_1B' 为 B 点的球差（辅轴），主光线经 B'_1 点交像面于 B'_p 点，偏离了理想像点 B'_0 ，产生畸变；
 - 光轴上的 A 点，主光线与光轴重合，因此，轴上点不存在畸变。主光线的像点与理想像点在像面的中心点 A' 。
-

畸变与通过入瞳中心的主光线这一条光线产生的入瞳中心的球差密切相关，不同视场角的主光线有不同的球差，也就有不同的畸变，因此畸变与视场有关，与孔径无关。





8.4 畸变

二. 畸变度量与畸变曲线

- ❖ **绝对畸变**：也称线畸变，是实际像高（实际主光线与高斯像面的交点高度） y'_p 与理想像高之差 y'_0 ，

$$\delta y' = y'_p - y'_0$$

- ❖ **相对畸变**：线畸变相对于理想像高的百分比；

$$\frac{\delta y'}{y'_0} = \frac{y'_p - y'_0}{y'_0} = \frac{y'_p / y - y'_0 / y}{y'_0 / y} = \frac{\bar{\beta} - \beta}{\beta}$$

$\bar{\beta}$: 实际放大率;
 β : 理想放大率

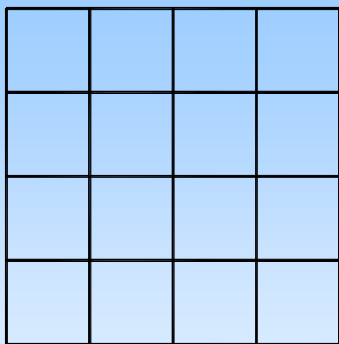
枕形畸变-----正畸变

桶形畸变-----负畸变

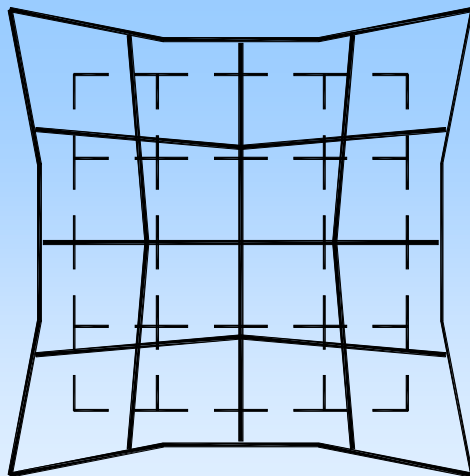


二. 畸变度量与畸变曲线

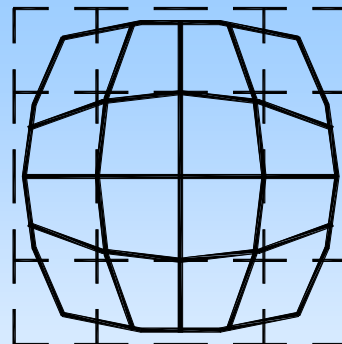
一般情况下，畸变随视场增大呈单调变化，可在物面上取若干个视场点，计算出各个视场的畸变，并以视场为纵坐标，畸变值为横坐标，做出像面的畸变曲线，如下图所示。



(a)



(b)



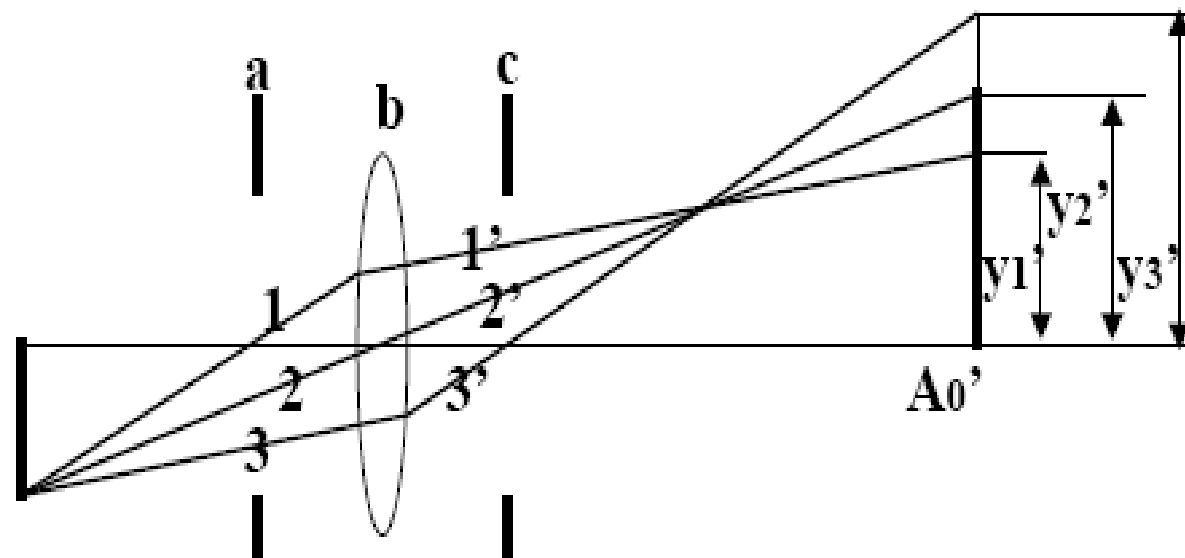
(c)

8.4 畸变

三. 光学系统光阑对畸变的作用

- 单个薄透镜或薄透镜组的主面与孔径光阑重合时也不产生畸变，因为主光线通过透镜的主点并沿理想方向出射。
- 当光阑位于单透镜组之前或之后都产生畸变，符号相反。

孔阑在b处，主光线为 $2 \rightarrow y_2'$
孔阑在a处，主光线为 $1 \rightarrow y_1'$
孔阑在c处，主光线为 $3 \rightarrow y_3'$



● 表明垂轴像差与光阑位置的依赖关系。



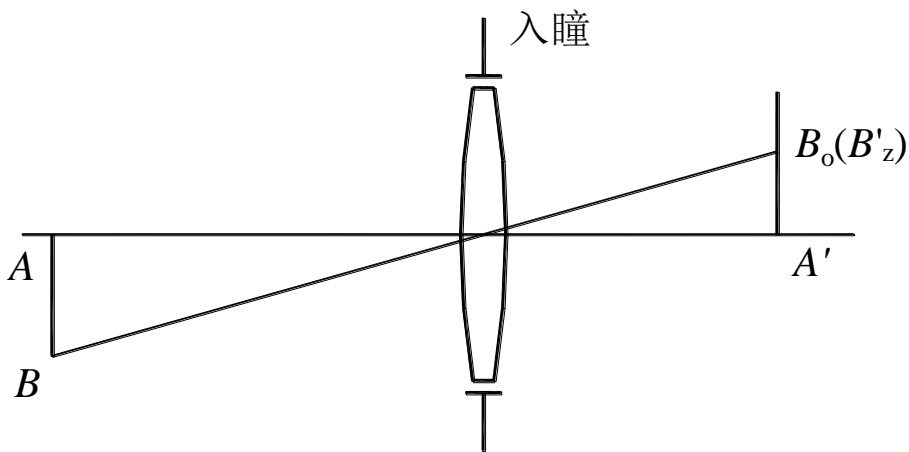
8.4 畸变

三. 光学系统光阑对畸变的作用

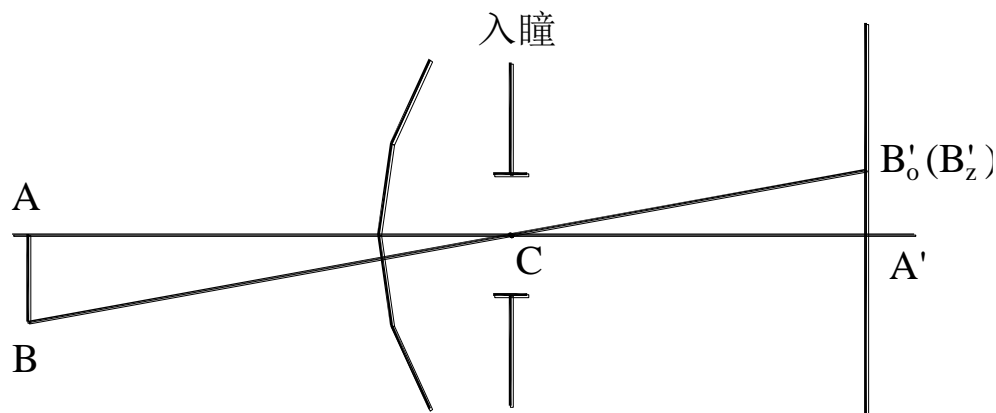
- 畸变使物和像不相似，对于相对畸变大于4%的目视系统，眼睛能明显地感到像的失真；
- 对于测量投影物镜，航测摄影物镜，测量显微镜和测量望远镜物镜的畸变都会直接影响测量精度，必须对畸变加以控制。
- 结构完全对称的-1倍垂轴放大率的光学系统的畸变能自然消除。
- 孔径光阑位置的改变会引起畸变的变化。

四. 畸变校正

- 畸变与光阑位置有关，常作为校正畸变的手段。

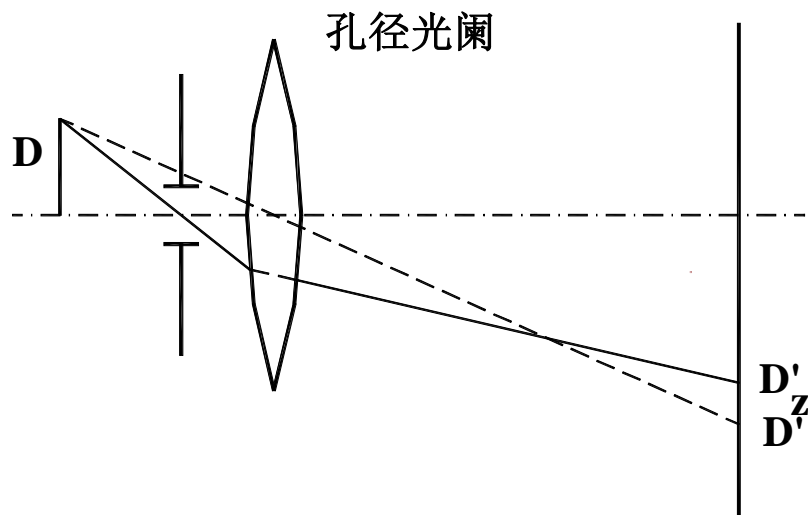


对于单个薄透镜或薄透镜组，
当孔径光阑与透镜重合时，
不产生畸变。

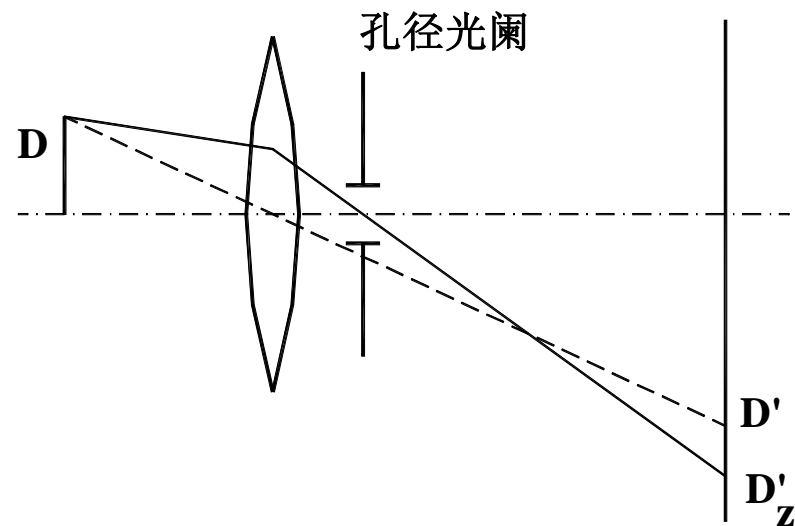


对于单个折射球面，主光线沿辅轴
通过球心，与理想像点重合，不产
生畸变。

四. 畸变校正



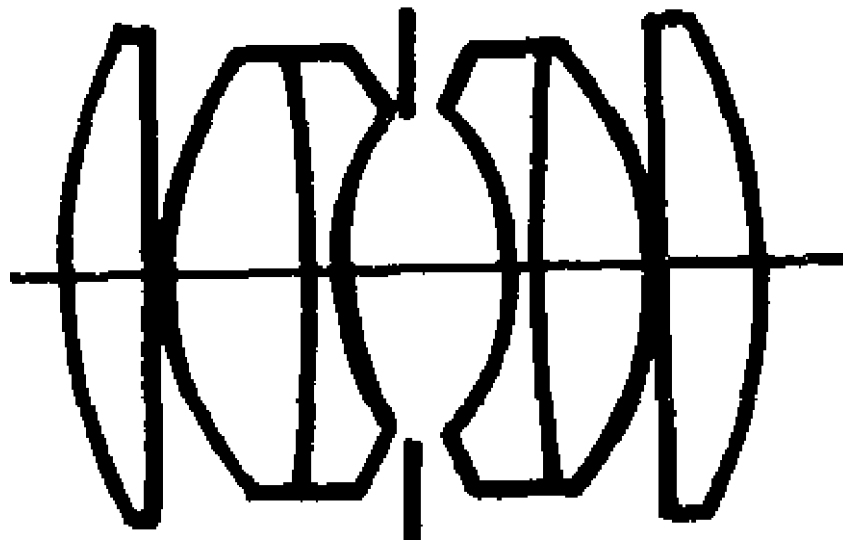
当孔径光阑置于透镜的前方， D 点成像得到负畸变，



当孔径光阑置于透镜的后方， D 点成像将得到正畸变。

四. 畸变校正

如果将孔径光阑置于两个透镜之间，对前一个透镜成像，产生正畸变，而对后一个透镜成像则产生负畸变，两者可以部分抵消；



全对称结构

对于结构完全对称的光学系统，以 $b=-1$ 成像时，畸变自动消除。事实上，凡对称式光学系统且以 $b=-1$ 倍率成像时，所有的垂轴像差都能自动消除，**慧差和畸变都属于此类像差。**



8.4 畸变

- **形成原因：**畸变是单色光的垂轴像差，与通过入瞳中心的主光线这一条光线产生的入瞳中心的球差密切相关，
- **主要影响：**畸变的存在仅引起像的变形，并不影响成像的清晰度；
- ❖ **决定因素：**畸变与其它像差不同，它仅由主光线决定畸变的存在仅引起像的变形，不影响成像的清晰度；不同视场角的主光线有不同的球差，也就有不同的畸变，因此畸变与视场有关，与孔径无关。
- **如何校正：**入瞳位于球心处的球面不存在畸变，结构完全对称的光学系统也不存在畸变。



几何像差

单色像差

- 轴上点像差 — 球差 (Spherical Aberration)
Ch 7
- 轴外点像差
 - 彗差 (Coma)
 - 像散 (Astigmatism)
 - 场曲 (Field Curvature)
 - 畸变 (Distortion)Ch 8

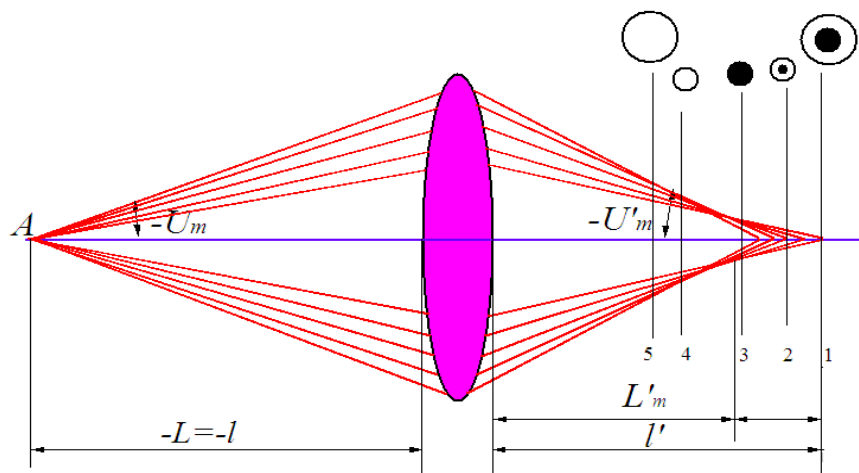
Ch 9
色像差

- 轴上点像差 --- 位置色差 (longitudinal CA)
- 轴外点像差 --- 倍率色差 (Lateral CA)

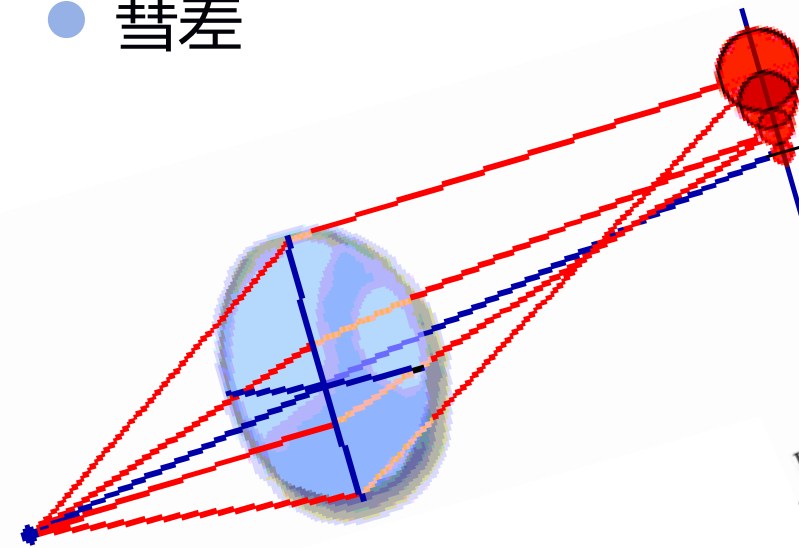
Ch 10 波像差：与像质评价指标和光学检测相联系；

Ch 11 光线追迹-光路计算

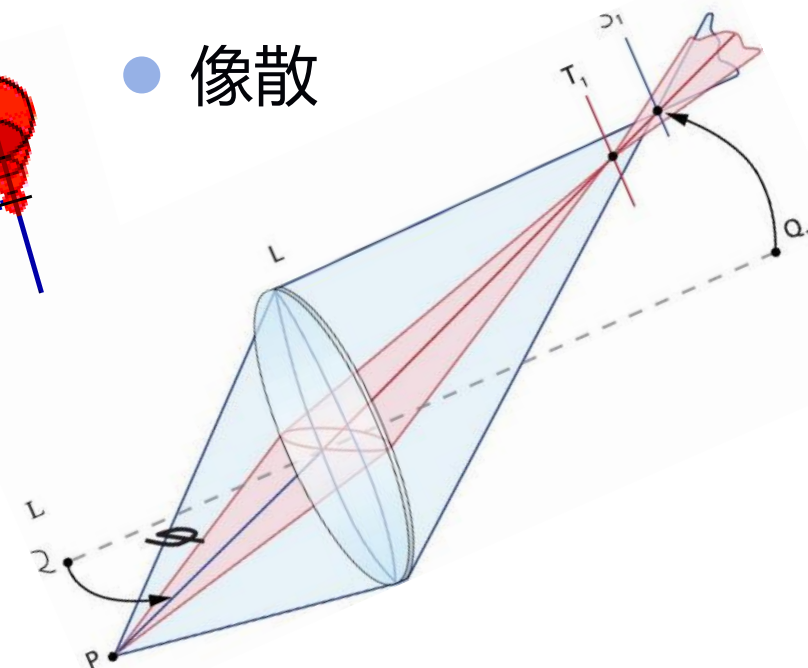
● 球差



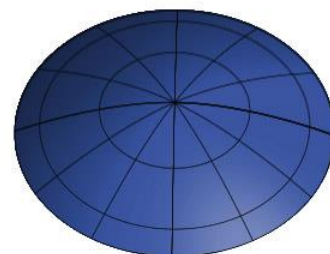
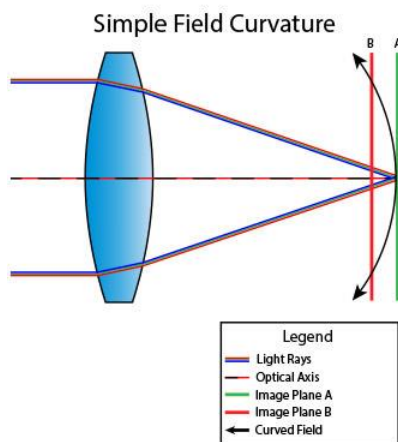
● 彗差



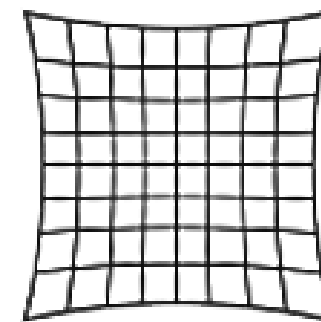
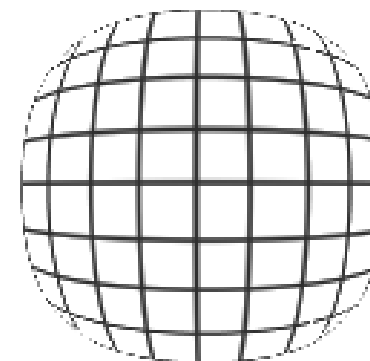
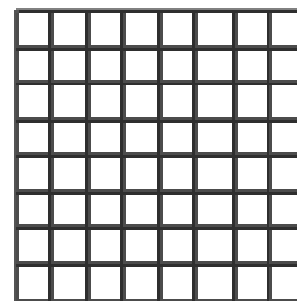
● 像散



● 场曲



● 畸变





像差理论-单色像差总结

像差形式	形成原因	主要影响	决定因素	如何校正
球差	不同倾角的入射光线造成像点的位置偏离	圆形弥散斑，成像变得模糊	光学元件的形状和材料	初级球差与高级球差的相互补偿
彗差	轴外点宽光束的主光线与球面对称轴不重合	彗星状的弥散斑，破坏成像清晰度	与视场、孔径以及透镜形状都有关	选择光阑位置，使用对称结构
像散	两主截面的曲率不同，聚焦为子午和弧矢像点，形成像散	轴外点得不到清晰像	远离光轴的像差，随视场增大而增大	控制入瞳位置
场曲	球面固有性质决定的	较大的平面物体各点不能同时清晰成像	远离光轴的像差，随视场增大而增大	控制入瞳位置
畸变	通过入瞳中心的主光线的球差造成的	仅引起像的变形，不影响成像清晰度；	主光线决定的畸变与视场有关，与孔径无关	控制入瞳位置



第八章 轴外像差

轴外点以单色光被球面成像时，可从复杂的光束结构中分离出不同性质的五种像差：**球差、彗差、像散、场曲和畸变**，除场曲外的像差均由辅球球差引起，因此，轴外点所处位置球差越大，其主光线偏离于辅轴越大，轴外像差也就越大。

主要内容

- 8.1 轴外像差概述
- 8.2 彗差(Coma)
- 8.3 像散与像面弯曲
- 8.4 畸变
- **8.5 正弦差**
- 8.6 初级轴外像差



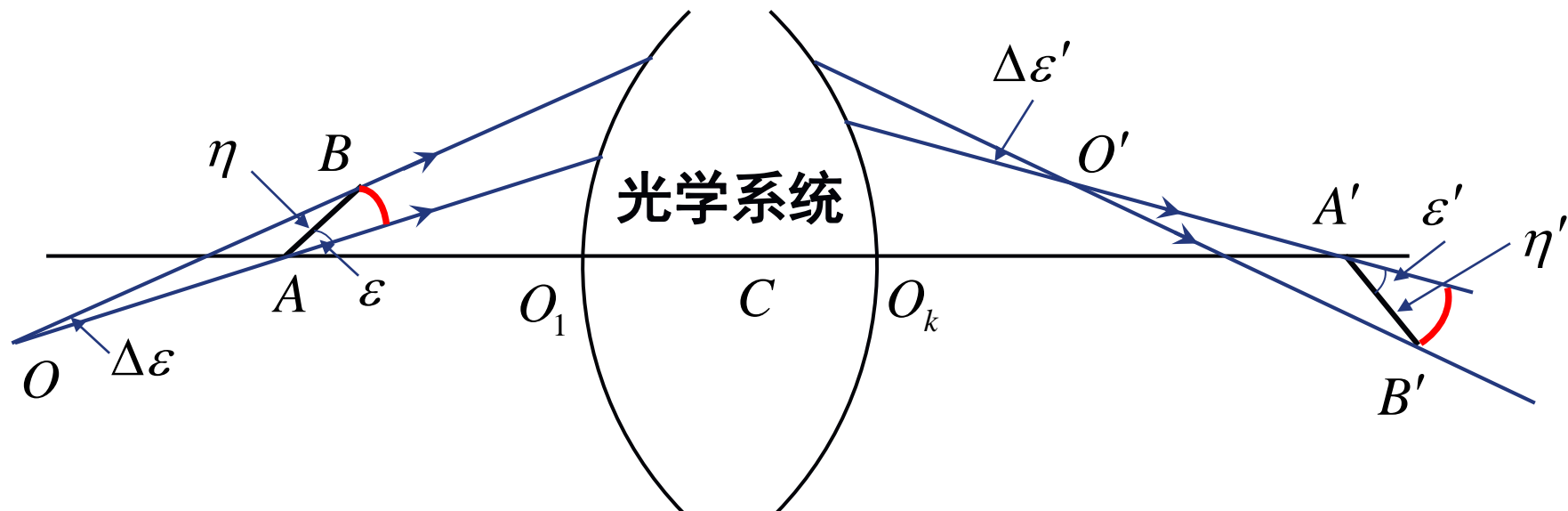
8.5 正弦差

正弦差表示小视场成像的宽光束的不对称性（即彗差）的量度。

- 任意微小线段成完善像的**余弦定律**；
- 垂轴平面内的两邻近点成完善像的**正弦条件**；
- 对轴上点以及沿轴邻近点的**赫歇尔条件**；
- 轴上点及其垂轴面内邻近点具有相同缺陷的**等晕条件**；

8.5 正弦差

一. 余弦定律



光学成像中微小线段
成完善像的条件是**余弦定律**。

AB 与 $A'B'$ 互为共轭，
完善成像。

根据费马原理,对于 O 和 O' 来说,
光程 $AOO'A$ 应当等于光程 $OBB'O'$,

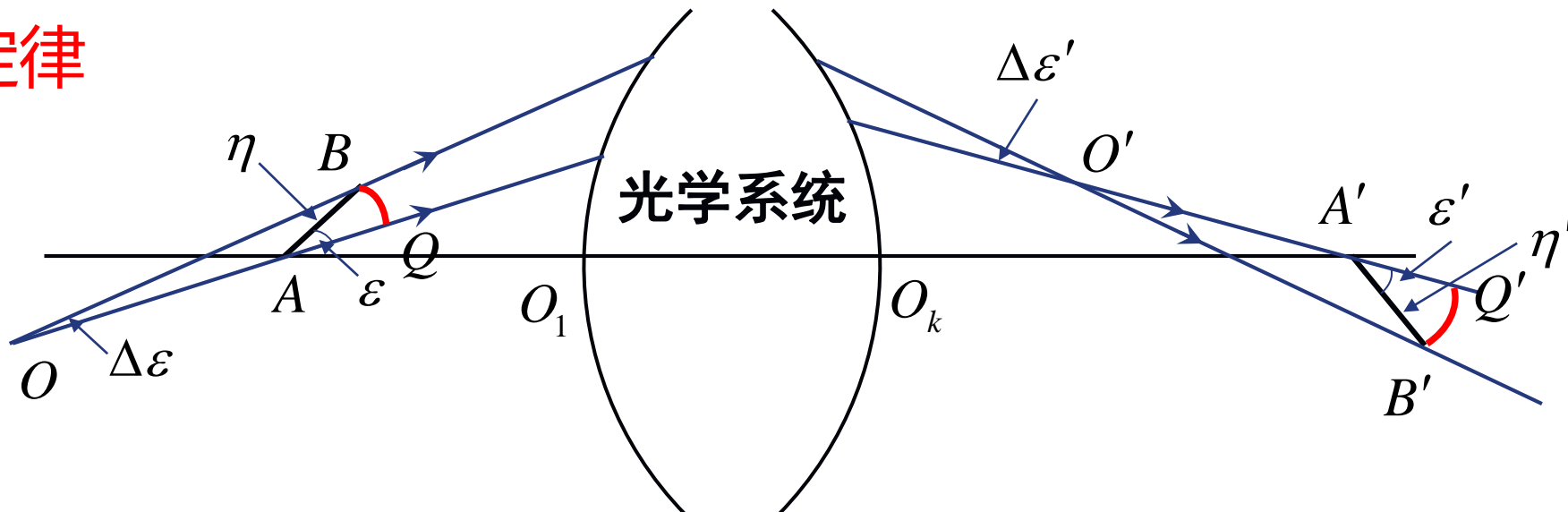
$$nOA + (AA') - n'O'A' = nOB + (BB') - n'O'B'$$



$$n(OB - OA) - n'(O'B' - O'A') = (AA') - (BB')$$

8.5 正弦差

一. 余弦定律



$$n(OB - OA) - n'(O'B' - O'A') = (AA') - (BB')$$

圆弧看
成直线

$$AQ \approx OB - OA = AB \cos \varepsilon = \eta \cos \varepsilon$$

$$A'Q' \approx O'B' - O'A' = A'B' \cos \varepsilon' = \eta' \cos \varepsilon'$$

$$n\eta \cos \varepsilon - n'\eta' \cos \varepsilon' = C$$

因为 (AA') 和 (BB') 应该为极值，二者之差为常量。

- 光学系统对无限小的线段成完善像的条件
- ε 角可为任意值，光线孔径不受限制，可以以任意宽光束成完善像。

8.5 正弦差

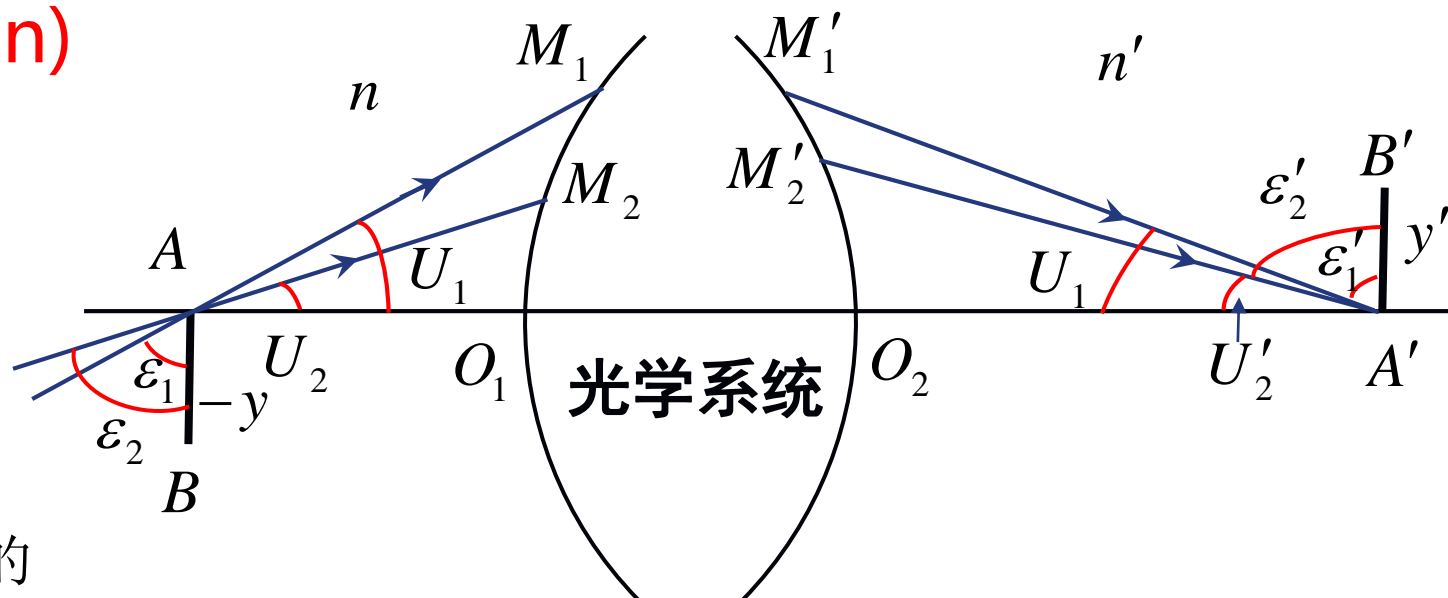
二. 正弦条件(sin condition)

设计光学系统多对垂轴平面内的物体考虑成像问题，如图：

如果点 A' 和点 B' 是点 A 和点 B 的完善像，则应该满足余弦条件：

$$n'y' \cos \varepsilon'_1 - ny \cos \varepsilon_1 = n'y' \cos \varepsilon'_2 - ny \cos \varepsilon_2 = C$$

$$n'y' \sin U'_1 - ny \sin U_1 = n'y' \sin U'_2 - ny \sin U_2 = C$$



光线 AM_1 沿光轴，
则有： $U_1 = U'_1 = 0$

$$n'y' \sin U' = ny \sin U$$

$$\frac{n \sin U}{n' \sin U'} = \frac{y'}{y} = \beta \quad \text{正弦条件}$$

单个折射球面的不晕点或者齐明点满足这个条件。



8.5 正弦差

二. 正弦条件(sin condition)

$$\frac{n \sin U}{n' \sin U'} = \frac{y'}{y} = \beta$$

- 如果物体在无限远，即 $\sin U=0$ ，正弦条件可表示为：

$$n' \sin U' = n \sin U \frac{1}{\beta} = -n \sin U \frac{x}{f} = -n \sin U \frac{l-f}{f} = -n \sin U \frac{l}{f} + n \sin U$$

$$\text{当 } l \rightarrow \infty, \sin U \rightarrow 0, \text{ 则 } l \sin U = h \quad \Rightarrow \quad n' \sin U' = -\frac{n}{f} h = \frac{n'}{f'} h \quad \boxed{\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}}$$

物体在无限远时的正弦条件为：

$$\sin U' = \frac{h}{f'}$$

根据轴上点光线光路计算的结果，就可以判断光学系统是否满足正弦条件。



8.5 正弦差

二. 正弦条件(sin condition)

如果物体在有限距离，并对边缘光线校正了球差，可以按照光路计算结果获得 $\frac{n \sin U}{n' \sin U'}$ 的值，若其等于接近轴光计算求得的横向放大率 β ，则表示满足正弦条件，如果不相等，可以应用它们之间的差表示**正弦条件的偏离**：

$$\delta\beta = \frac{n \sin U}{n' \sin U'} - \beta$$

如果物体在无限远时：

$$\delta f' = \frac{h}{\sin U'} - f'$$

表示物体在无限远时的正弦条件的偏离，因为即使球差得到校正，仍会由于彗差的存在而不能满足正弦条件。



8.5 正弦差

三. 赫歇尔条件 (Herschel condition)

系统沿轴方向邻近点(沿轴微线段)成完善像应满足的条件。

假设沿轴微线段 $AB = dz$, 通过
光学系统称完善像 $A'B' = dz'$,



根据余弦定律有:

$$n'dz' \cos U' - ndz \cos U = C$$

只考虑沿轴光线: $U = U' = 0$



$$n'dz' - ndz = C$$



$$n'dz'(1 - \cos U') = ndz(1 - \cos U)$$

$$n'dz' \sin^2 (U' / 2) = ndz \sin^2 (U / 2)$$

考虑轴向放大率

$$\alpha = \frac{dz'}{dz} = \frac{n'}{n} \beta^2 = \frac{n'}{n} \frac{y'^2}{y^2}$$



$$\frac{n'y'}{ny} = \frac{\sin (U / 2)}{\sin (U' / 2)}$$



8.5 正弦差

正弦条件 (Sine condition)

$$\frac{n'y'}{ny} = \frac{\sin U}{\sin U'}$$

垂轴微线段成完善像条件

赫歇尔条件 (Herschel condition)

$$\frac{n'y'}{ny} = \frac{\sin(U/2)}{\sin(U'/2)}$$

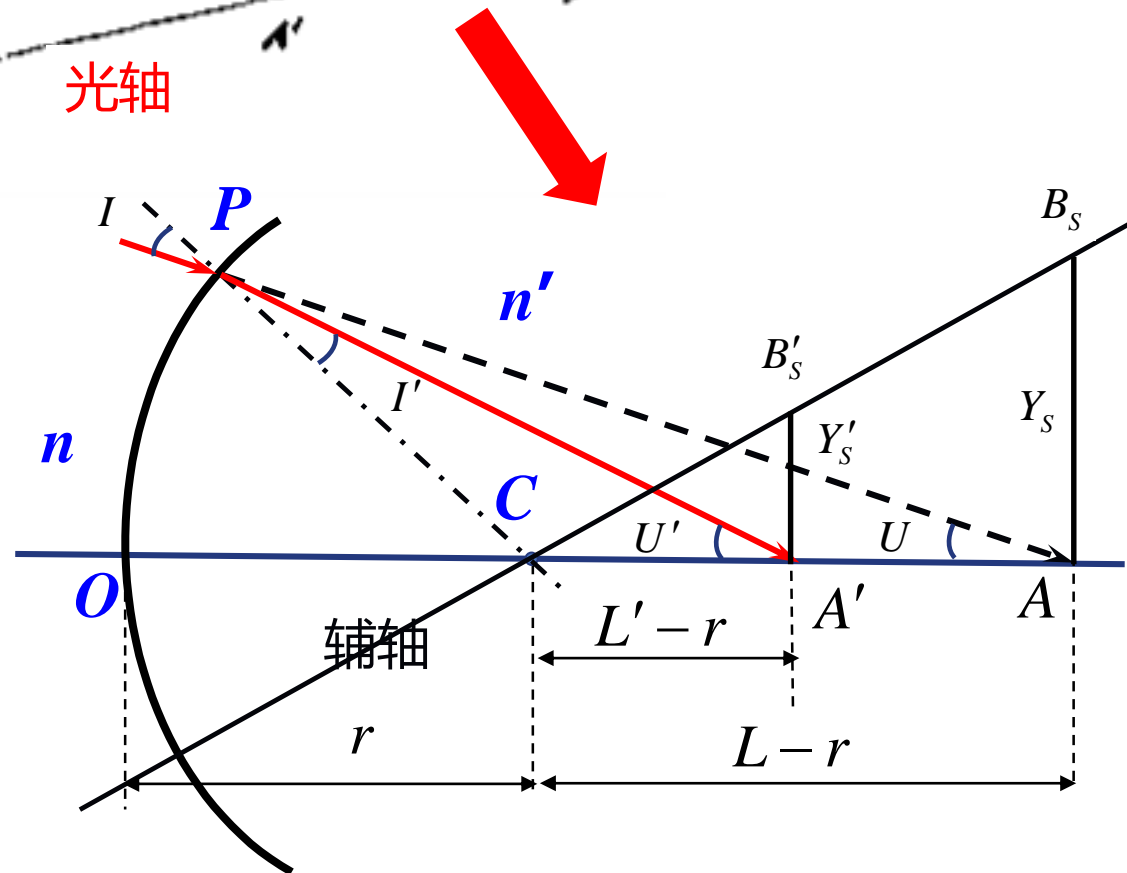
轴向微线段成完善像条件



- 上面两式只在沿轴光线的情况下同时满足;
- 一对共轭点对垂轴平面内的邻近点满足正弦条件, 对沿轴的邻近点不能满足赫歇尔条件;
- 光学系统中对一垂轴物平面成完善像, 那么对其沿轴附近的物平面就不能成完善像, 因此, 不存在对一个空间成完善像的光学系统。


$$\sin I = \frac{L-r}{r} \sin U$$

$$\sin I' = \frac{L' - r}{r} \sin U'$$



8.5 正弦差

四. 弧矢不变量与正弦条件

$$\frac{\sin I}{\sin I'} = \frac{L-r}{L'-r} \frac{\sin U}{\sin U'} = \frac{n'}{n}$$

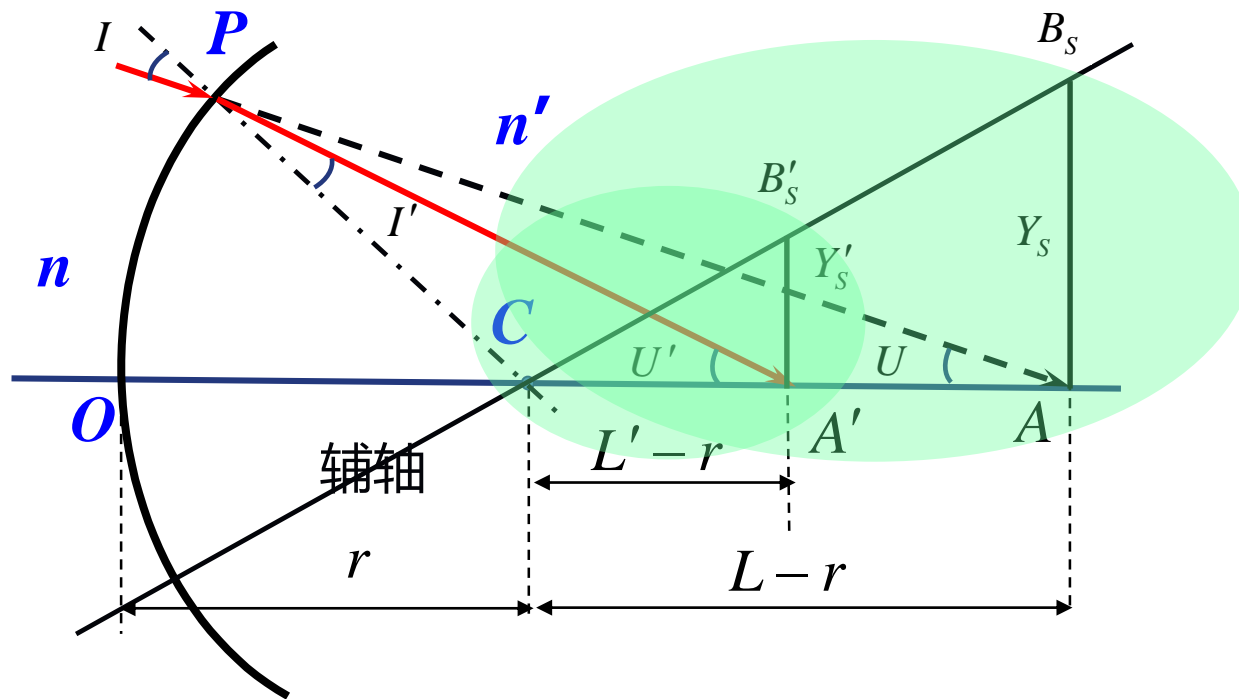
$$\frac{L-r}{L'-r} = \frac{n' \sin U'}{n \sin U}$$

▲相似

$$\frac{n' \sin U'}{n \sin U} = \frac{Y_s}{Y'_s}$$

$$n' Y'_s \sin U' = n Y_s \sin U$$

弧矢光束交点的高度，不是主光线与物平面和理想平面焦点的高度。



可以推广到多个球面 - **弧矢不变量**

只要物体垂直于光轴，用任意大的光束成像，均成立。



8.5 正弦差

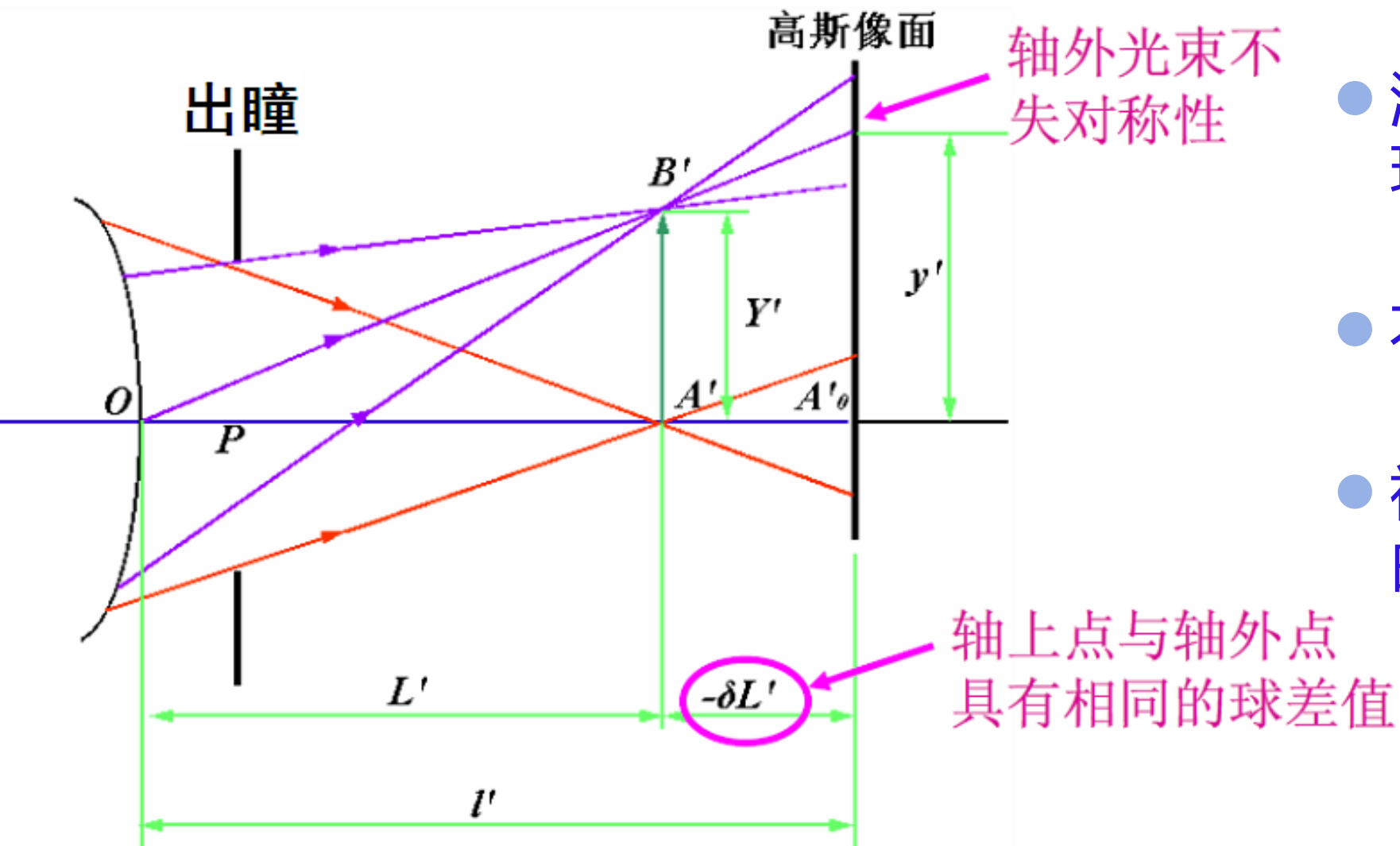
五. 等晕成像和等晕条件



- 正弦条件是垂轴微线段完善成像的条件；
- **不晕成像**：无球差也没有**正弦差**时的成像，即轴上点与近轴点均理想成像。
- 实际光学系统只能使某一带球差为零，其它带存在剩余球差，轴上点不能成完善像，得到的只是一个弥散斑；但是剩余球差不大，弥散斑较小，仍旧认为像质是好的；
- 对**轴外邻近点的成像**最多也只能要求和轴上像点一样，是一个仅由剩余球差引起的足够小的弥散斑；
- **等晕成像**：轴上点和轴外邻近点具有相同的成像缺陷，为了达到这样的要求，光学系统需要满足**等晕条件**；

8.5 正弦差

五. 等晕成像和等晕条件



- 满足等晕条件的系统实现等晕成像
- 不存在彗差
- 视场较小，像散、场曲和畸变不考虑



8.5 正弦差

五. 等晕成像和等晕条件

如果邻近点存在彗差，则不满足等晕条件

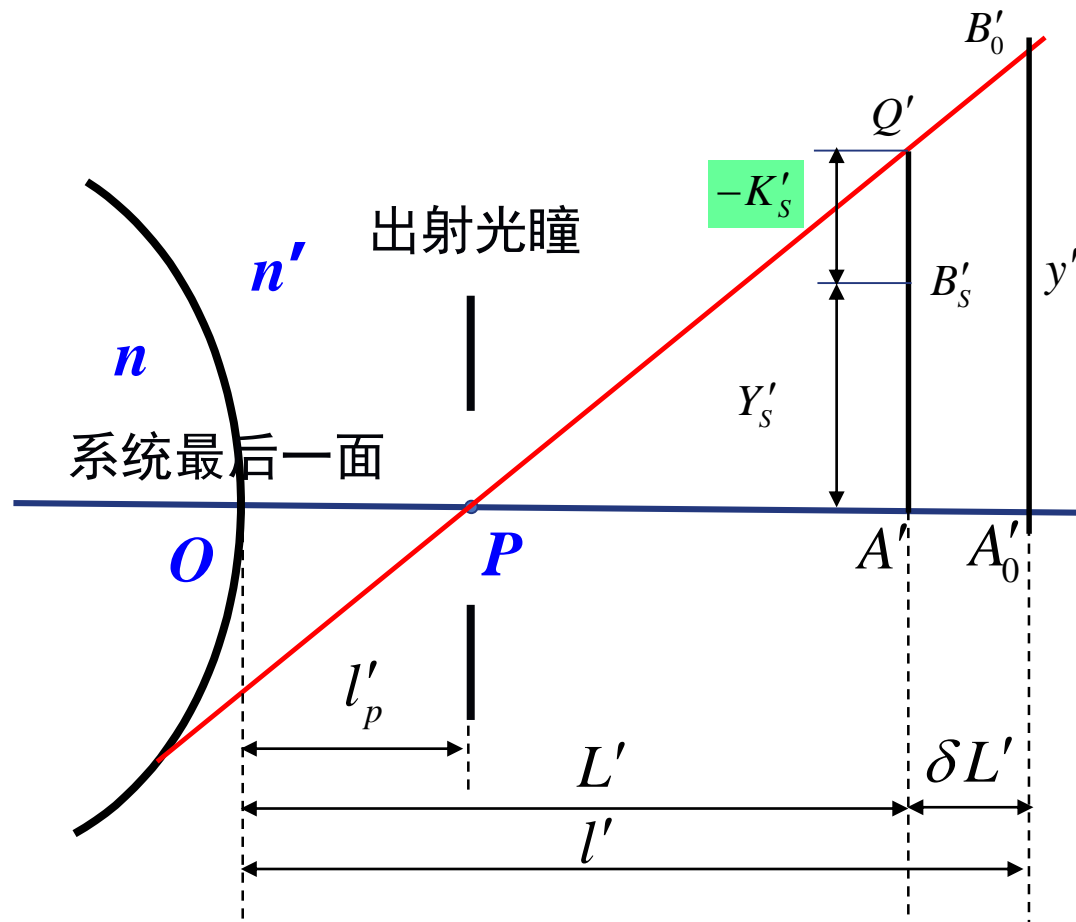
以 $K'_s / A'Q'$ 描述等晕条件的偏离，

其中 $A'Q' = Y'_s - K'_s$

以OSC表示**正弦差或相对弧矢彗差**。

$$OSC = \frac{K'_s}{A'Q'} = \frac{Y'_s - A'Q'}{A'Q'} = \frac{Y'_s}{A'Q'} - 1$$

$$Y'_s = \frac{n \sin U}{n' \sin U'} y \xrightarrow{\text{相似}} \frac{A'Q'}{y'} = \frac{P'A'}{P'A'_0} = \frac{L' - l'_p}{l' - l'_p}$$





8.5 正弦差

五. 等晕成像和等晕条件

$$OSC = \frac{n \sin U}{n' \sin U'} \frac{y}{y'} \frac{l' - l'_p}{L' - l'_p} - 1$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{nl'}{n'l} = \frac{nu}{n'u'}$$

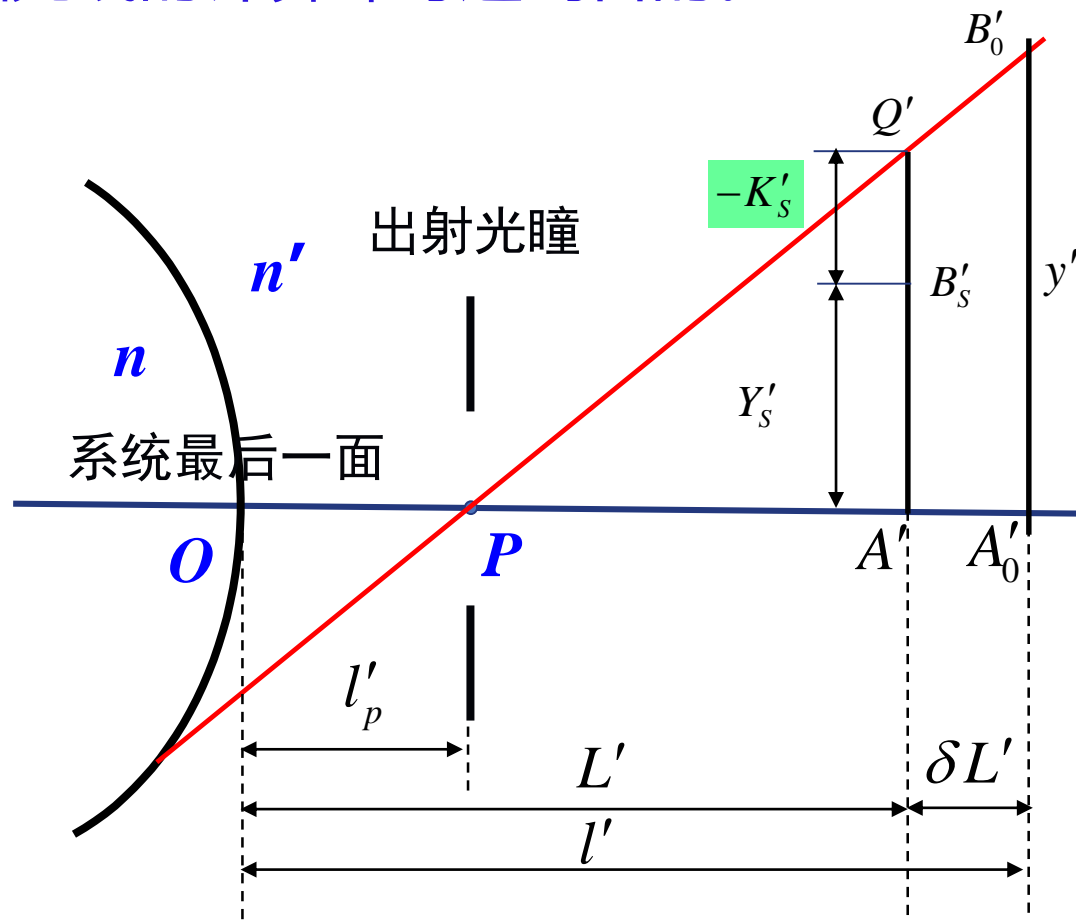
➡ $OSC = \frac{\cancel{\sin U}}{\sin U'} \frac{u'}{\cancel{u}} \frac{l' - l'_p}{L' - l'_p} - 1$

物体位于无限远:

$$u' = h / f'$$

$$OSC = \frac{h}{f' \sin U'} \frac{l' - l'_p}{L' - l'_p} - 1$$

为计算正弦差以判断近轴点的像质，只需利用轴上点线计算结果，外加一条第二近轴光线的计算即可达到目的。





8.5 正弦差

五. 等晕成像和等晕条件 p109

$$OSC = \frac{\sin U}{\sin U'} \frac{u'}{u} \frac{l' - l'_p}{L' - l'_p} - 1 = \frac{\sin U}{\sin U'} \frac{u'}{u} \frac{l' - L' + L' - l'_p}{L' - l'_p} - 1$$

引入球差

$$= \left(\frac{\sin U}{\sin U'} \frac{u'}{u} - 1 \right) - \frac{\delta L'}{L' - l'_p} \frac{\cancel{\sin U}}{\cancel{\sin U'}} \frac{\cancel{u'}}{\cancel{u}}$$

系统校正球差后，球差是近于零的值，对于最后的贡献较小，取正弦函数级数第一项，有：

$$OSC = \frac{\sin U}{\sin U'} \frac{u'}{u} - \frac{\delta L'}{L' - l'_p} - 1$$

物体位于无限远：

$$OSC = \frac{h}{f' \sin U'} - \frac{\delta L'}{L' - l'_p} - 1$$

出瞳位置因子



8.5 正弦差

五. 等晕成像和等晕条件

正弦差的光线光路计算方法：
$$OSC = \frac{\sin U}{\sin U'} \frac{u'}{u} - \frac{\delta L'}{L' - l'_p} - 1$$

- 1) 按“第一近轴光线”公式：由物方近轴光线坐标(l, u) 得到像方近轴光线坐标(l', u')
- 2) 由物方远轴光线坐标(L, U) 得到像方远轴光线坐标(L', U')
- 3) 轴上点球差： $\delta L' = L' - l'$
- 4) 按“第二近轴光线”由入瞳位置 l_p 得到出瞳位置 l'_p
- 5) 按上面公式计算正弦差。



8.5 正弦差

五. 等晕成像和等晕条件

$$OSC = \frac{\sin U}{\sin U'} \frac{u'}{u} - \frac{\delta L'}{L' - l'_p} - 1$$

物体位于
无限远:

$$OSC = \frac{h}{f' \sin U'} - \frac{\delta L'}{L' - l'_p} - 1$$

当 $K'_s = 0$ 时, $OSC = 0$

➡ 但 $\delta L'$ 不一定为零, 这正说明是等晕成像;

- $OSC = 0$ 时满足等晕条件, 即光轴邻近点没有彗差存在;
- $OSC \neq 0$ 时系统偏离等晕条件, 光轴邻近点有彗差存在;

如果 $OSC = 0$ 同时 $\delta L' = 0$, ➡ $\frac{\sin U}{\sin U'} \frac{u'}{u} = 1$

考虑拉赫不变量: $n'u'y' = nuy$

➡ $n'y' \sin U' = n y \sin U$ **正弦条件**

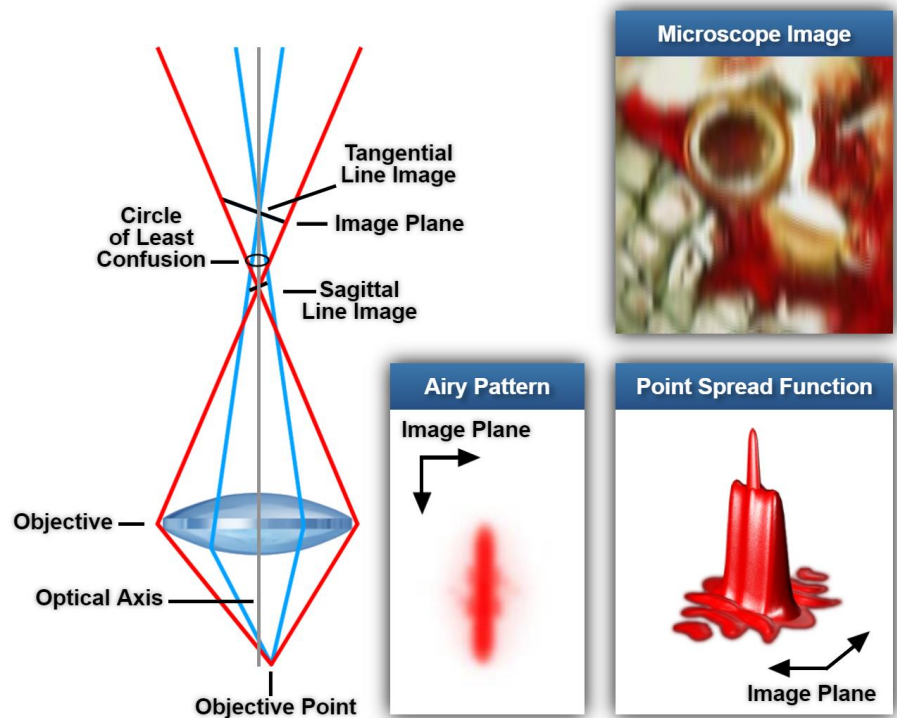
等晕条件是正弦条件的推广



8.5 正弦差

- **形成原因：**系统不满足等晕条件，等晕公式两端不相等，其偏差就是正弦差，它反映了小视场时宽光束成像时轴上点和近轴点不满足等晕成像引起的成像不对称性;
- **主要影响：**使用正弦差的好处是在于它不仅能反映小视场大孔径的彗差，而且不需要额外计算轴外点实际光线，只需利用轴上点光线的光路计算结果，再作一条第二近轴光线的光路计算(用其求出 $l_{p'}$ 值)即可计算出正弦差;
- ◆ **决定因素：**正弦差与视场 $\omega(y)$ 无关，只是入射高度 h 或孔径角 u 的函数。正弦差与孔径光阑的位置有关，因此改变光阑的位置可以使正弦差发生变化;
- **如何校正：**光阑可以作为校正正弦差的一个参数。

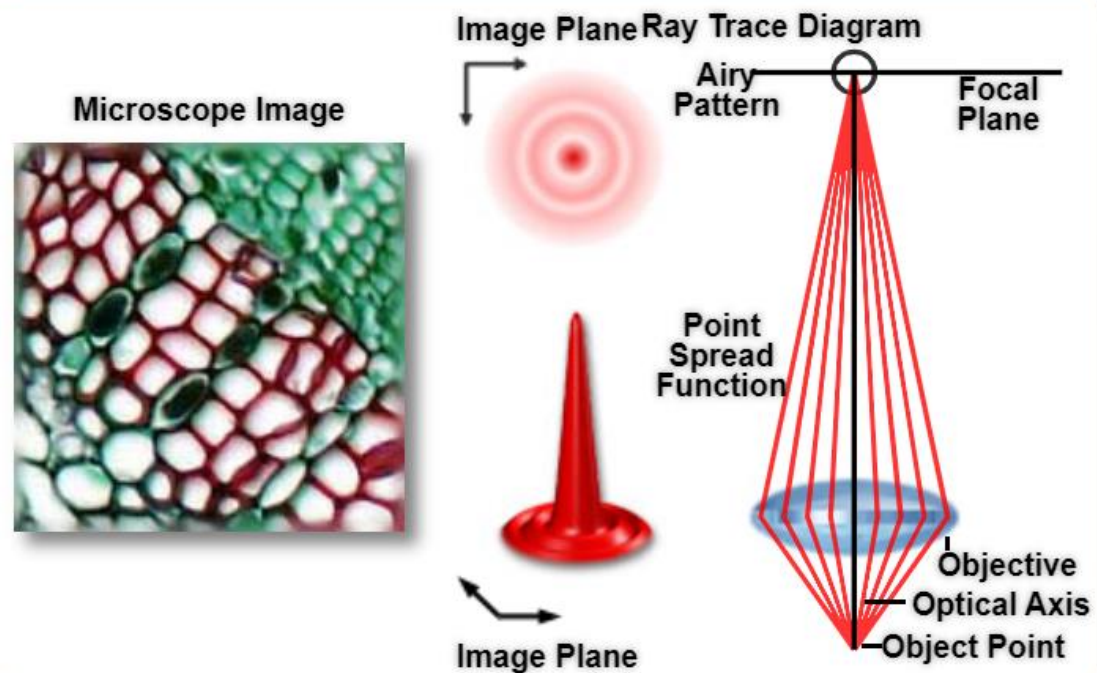
Astigmatism



Off-Axis Distance
Sagittal Tangential

Choose a Specimen
Crown Wart Fungus ▼

Comatic Aberration



Chose a Specimen
Pine Leaf Needle ▼

Off-Axis Distance



第八章 轴外像差

轴外点以单色光被球面成像时，可从复杂的光束结构中分离出不同性质的五种像差：**球差、彗差、像散、场曲和畸变**，除场曲外的像差均由辅球球差引起，因此，轴外点所处位置球差越大，其主光线偏离于辅轴越大，轴外像差也就越大。

主要内容

- 8.1 轴外像差概述
- 8.2 彗差(Coma)
- 8.3 像散与像面弯曲
- 8.4 畸变
- 8.5 正弦差
- **8.6 初级轴外像差**



8.6 初级轴外像差 (了解)

一. 像差的级数展开

球差

$$\delta L' = a_1 U^2 + a_2 U^4 + a_3 U^6 + \dots$$

初级球差 二级球差 三级球差 ...

高级球差



各种像差均可写为孔径 (h或sinU) 和视场 (ω 或者y) 的函数, 同时像差也是系统的结构参数 (r,d,n) 的函数, 因此可以展开成:

$$\Delta A' = T_1 U_1^{m_1} y_1^{n_1} + T_2 U_2^{m_2} y_2^{n_2} + T_3 U_3^{m_3} y_3^{n_3} + \dots$$

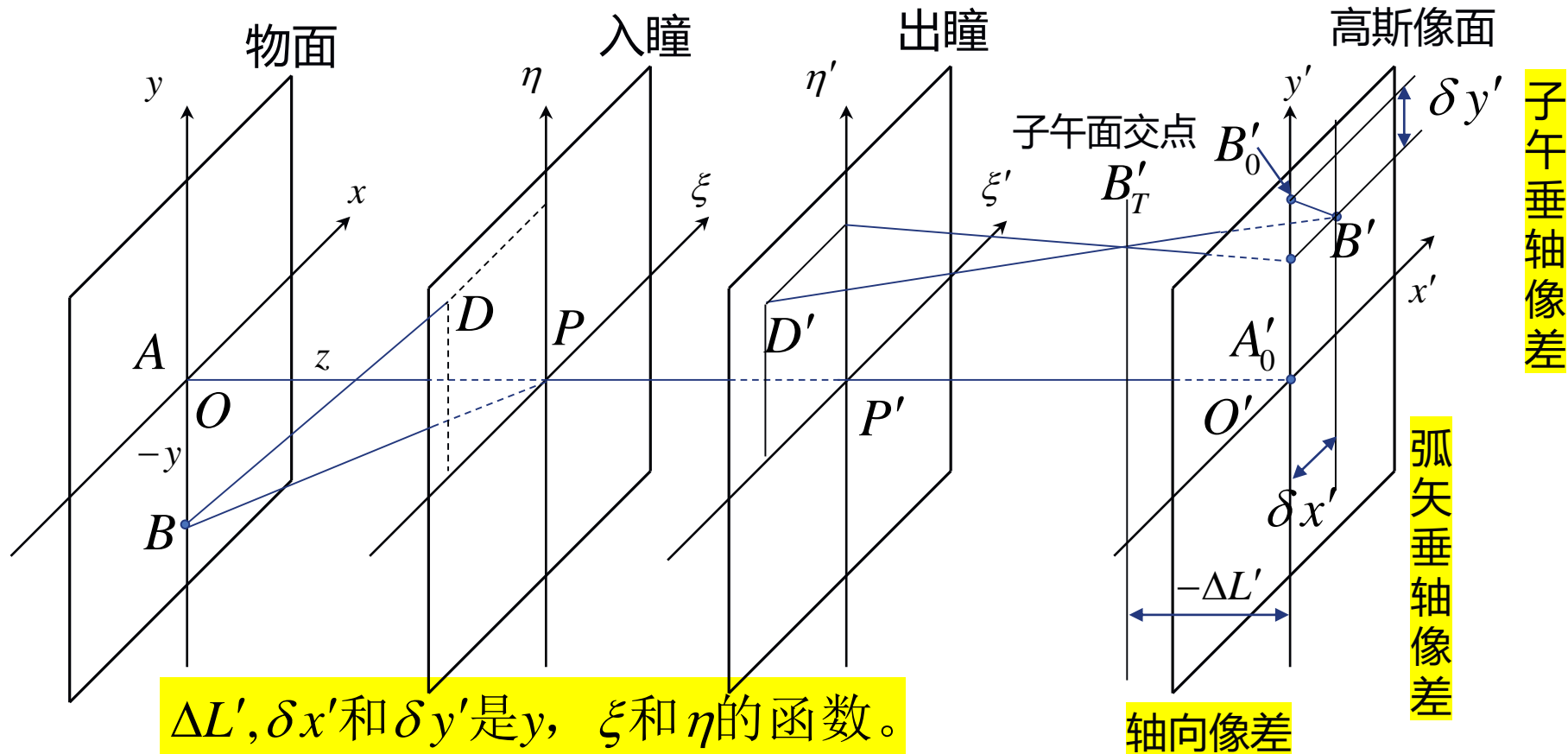
某类像差 初级像差 二级像差 三级像差 高级球差

像差系数是光学系统结构的函数

8.5 初级轴外像差

二. 轴外像差的一般表示式

- 光学系统对轴外点成像，像点处具有各种像差；
- 由轴外点发出空间光线，在像空间与近轴光线的位置相比较，可得到包括各种像差的一般表示式





8.5 初级轴外像差

二. 轴外初级像差的一般表示式

- 任意一条光线经单个折射球面时的轴向和垂轴像差表示式;
- 对于整个光学系统, 可将单个球面的表达式应用于每一面, 然后求和得出其相应的表示式, 即整个系统的空间光线初级像差 (primary aberration) : P121

$$n'_k u_k \delta y'_k - n_1 u_1 \delta y'_1 = -\eta_1 (\xi_1^2 + \eta_1^2) A_1 \sum S_I + (\xi_1^2 + 3\eta_1^2) y_1 B_1 \sum S_{II} \\ - \eta_1 y_1^2 C_1 (3 \sum S_{III} + \sum S_{IV}) + y_1^3 D_1 \sum S_V$$

$$n'_k u_k \delta x'_k - n_1 u_1 \delta x'_1 = -[\xi_1 (\xi_1^2 + \eta_1^2) A_1 \sum S_I - 2\eta_1 \xi_1 y_1 B_1 \sum S_{II} \\ + \xi_1 y_1^2 C_1 (3 \sum S_{III} + \sum S_{IV})]$$

其中 A_1, B_1, C_1, D_1 由系统的物面位置, 瞳面位置、视场、孔径决定, 并且对于每一面来说这些都是不变量。



8.5 初级轴外像差

二. 轴外初级像差的一般表示式

$$\sum S_I, \sum S_{II}, \sum S_{III}, \sum S_{IV} \text{ 和 } \sum S_V$$

分别称为第一、第二、第三、第四和第五塞得和数
(Seidel coefficient of aberration)

初级球差: $\sum S_I = \sum l u n i (i - i') (i' - u)$

初级彗差: $\sum S_{II} = \sum S_I \frac{i_p}{i}$

初级像散: $\sum S_{III} = \sum S_{II} \frac{i_p}{i}$

匹兹凡面弯曲: $\sum S_{IV} = J^2 \sum \frac{n' - n}{n' n r}$

初级畸变: $\sum S_V = \sum (S_{III} + S_{IV}) \frac{i_p}{i}$



8.5 初级轴外像差

三. 初级彗差

彗差是轴外像差(垂轴像差)之一，使物面上的轴外点成像为彗星状的弥散斑，破坏了轴外视场的成像清晰度，且随孔径及视场的变化而变化，所以又称彗差为轴外像差。

初级子午彗差：

$$K'_{t0} = -\frac{3}{2n'u'} \sum S_{II}$$

初级弧矢彗差：

$$K'_{s0} = -\frac{1}{2n'u'} \sum S_{II}$$

第二赛和得数 $\sum S_{II}$ 表征光学系统的初级彗差，称为初级彗差系数。

正弦差OSC是光轴上的邻近点的宽光束不对称像差，也属于彗差的范围：

$$OSC = \frac{K'_{s0}}{y'} = -\frac{1}{2J} \sum S_{II}$$



8.5 初级轴外像差

四. 初级像散和像面弯曲

细光束像面弯曲：

初级像散为：

初级子午场曲：
$$x'_t = -\frac{1}{2n'u'^2} \left(3\sum S_{III} + \sum S_{IV} \right)$$

$$x'_{ts} = -\frac{1}{n'u'^2} \sum S_{III}$$

初级弧矢场曲：
$$x'_s = -\frac{1}{2n'u'^2} \left(\sum S_{III} + \sum S_{IV} \right)$$

- 像散与 S_{III} 有关，当 S_{III} 为零，可以校正像散。
- 场曲与 S_{III} 和 S_{IV} 有关，而 S_{IV} 为系统结构参数的函数，一般不可能为零；要想校正场曲，只能让 S_{III} 和 S_{IV} 异号，但平面像场永远不能达到。
- 场曲和像散无法同时校正。



8.5 初级轴外像差

四. 初级像散和像面弯曲

像散为零时的场曲——“匹兹凡场曲”

$$x'_p = -\frac{1}{2n'u'^2} \sum S_{IV} = -\frac{1}{2n'u'^2} J^2 \sum \frac{n' - n}{n'nr}$$

当像散为零($S_{III}=0$)时，子午像点与弧矢像点重合，但场曲仍然存在，场曲是由球面本身决定的。

匹兹凡场曲取决于第四塞德和数。



8.5 初级轴外像差

四. 初级畸变

畸变仅仅是主光线的像差，即主光线与高斯像面的交点与理想像点间的偏离，是主光线的垂轴像差。

$$\delta y' = -\frac{1}{2n'u'} \sum S_V \quad \sum S_V = \sum (S_{III} + S_{IV}) \frac{i_p}{i}$$

第五塞德和数表征了初级畸变，初级畸变仅与视场的三次方成比例。



例题

例：一个折射球面，半径 $r = -50$ ，物方介质为玻璃，像方介质为空气，有一束自轴外点发出的平行光束入射于该球面，试问当光阑位置分别为 $l_p = -70, -50, -30$ 时，定性判断其彗差、细光束像散、场曲、畸变和倍率色差的情况。

$$n > n' = 1, \quad r = -50 < 0$$

初级球差： $\sum S_I = \sum l u n i (i - i') (i' - u) > 0$

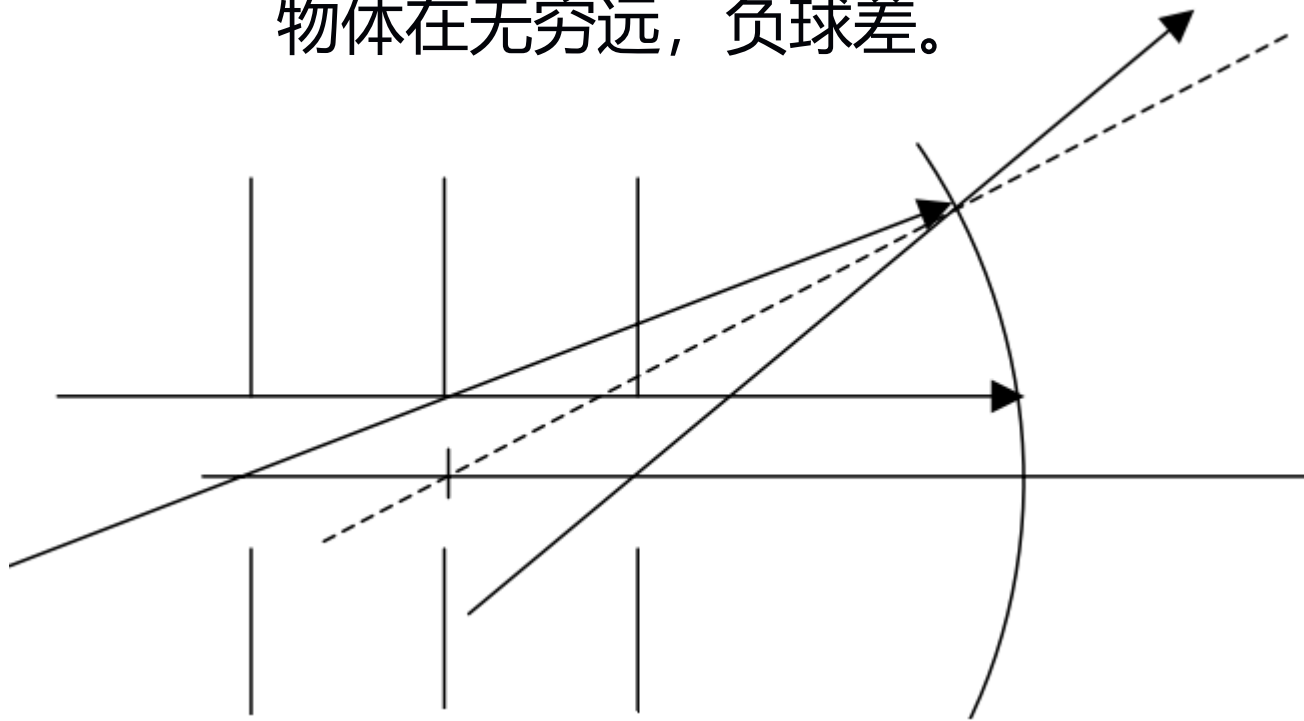
物体在无穷远，负球差。

初级彗差： $\sum S_{II} = \sum S_I \frac{i_p}{i}$

初级像散： $\sum S_{III} = \sum S_{II} \frac{i_p}{i}$

匹兹凡面弯曲： $\sum S_{IV} = J^2 \sum \frac{n' - n}{n' n r}$

初级畸变： $\sum S_V = \sum (S_{III} + S_{IV}) \frac{i_p}{i}$





例题

例：一个折射球面，半径 $r = -50$ ，物方介质为玻璃，像方介质为空气，有一束自轴外点发出的平行光束入射于该球面，试问当光阑位置分别为 $l_p = -70$ ， -50 ， -30 时，定性判断其彗差、细光束像散、场曲、畸变和倍率色差的情况。

	$l_p = -70$	$l_p = -50$	$l_p = -30$
ip	<0	$=0$	>0
i	<0	<0	<0
S_{II}	>0 (彗差 <0)	$=0$ (彗差 $=0$)	<0 (彗差 >0)
S_{III}	>0 (像散 <0)	$=0$ (像散 $=0$)	>0 (像散 <0)
S_{IV}	>0 (场曲 <0)	>0 (场曲 <0)	>0 (场曲 <0)
S_V	>0 (畸变 <0)	$=0$ (畸变 $=0$)	<0 (畸变 >0)
C_{II}	>0 (倍率色差 <0)	$=0$ (倍率色差 $=0$)	<0 (倍率色差 >0)



❖ 作业

P116 习题七: 1, 2, 3



第八章 轴外像差

轴外像差概述

- 基本概念
- 轴外像差概述

彗差

- 彗差的产生
- 彗差的度量和现象
- 光学结构对彗差的影响

像散和像面弯曲

- 像散
- 像面弯曲
- 像散与像面弯曲的区别和联系

第八章 轴外像差

初级轴外像差

- 轴外像差表示
- 初级彗差
- 初级像散和场曲
- 初级畸变

正弦差

- 余弦定律与正弦条件
- 赫歇尔条件
- 弧矢不变量与正弦条件
- 等晕成像与等晕条件

畸变

- 畸变产生与现象
- 畸变度量与畸变曲线
- 影响因素
- 畸变校正