《通信原理》

（02 信息及其量度；通信指标）

蔡志岗

光学与光学工程系

中山大学物理学院

lasers@netease.com

13316105077

光信息实验室：84110909

84110909

第一章　绪论

1.1 引言

1.2 通信系统模型

1.3 通信系统分类及通信方式

1.4 信息及其度量

1.5 通信系统的主要性能指标

1.4 信息及其度量

通信的目的在于信息的传递和交换。人们常将语言、文字、图像和数据等信息的传递俗称消息的传递。

信息与消息在概念上相近，但信息一词对通信来说，更贴切、更具普遍性，信息可理解为消息中所含有的特定内容。各种各样的消息，其中有意义的特定内容，均可用信息一词来表述。

如铁路系统运送货物量多少采用“货运量”（不管运送什么货物）来度量，通信系统中传输信息的多少采用“信息量”来度量。

当人们在通信中获得消息之前，对它的特定内容有一种“不确定性”，事件的不确定程度只能就其出现的概率来描述。

信息量与消息的种类、特定内容及重要程度无关，它仅与消息中包含的不确定度有关。也就是说消息中所含信息量与消息发生的概率密切相关。

消息发生概率愈小，愈使人感到意外和惊奇，则此消息所含的信息量愈大。例如，一方告诉另一方一件几乎不可能发生的消息包含的信息量比可能发生的消息包含的信息量大。

如果消息发生的概率趋于零（不可能事件），则它的信息量趋于无穷大；如果消息发生的概率为1（必然事件），则此消息所含的信息量为零。

在信息论中，消息所含的信息量I与消息x出现的概率P(x)的关系式为

$$I=\log_a \frac{1}{p(x)}=-\log_a p(x) \quad (1.2)$$

度量信息量的方法

事件的不确定程度可以用其出现的概率来描述：

消息出现的概率越小，则消息中包含的信息量就越大。

- 设：$P(x)$ – 消息发生的概率，I – 消息中所含的信息量，

- 则 $P(x)$ 和 I 之间应该有如下关系：
  - I 是 $P(x)$ 的函数：$I = I[P(x)]$
  - $P(x)\uparrow$，$I\downarrow$；$P(x)\downarrow$，$I\uparrow$；

    $P(x) = 1$时，$I = 0$；$P(x) = 0$时，$I = \infty$；
  - $I[P(x_1)P(x_2)\cdots] = I[P(x_1)] + I[P(x_2)] + \cdots$
  - 满足上述3条件的关系式如下：

$$I = \log_a \frac{1}{P(x)} = -\log_a P(x)$$ –信息量的定义

$$I=\log_a \frac{1}{p(x)}=-\log_a p(x)$$

I代表两种含义：

①当事件X发生以前，表示事件x发生的不确定性；②当事件x发生以后，表示事件x所含有（或所提供）的信息量。

- 信息量的单位由对数底的取值决定。

若对数以2为底时单位是“比特”（bit —binary unit的缩写）；

若以e为底时单位是“奈特”（nat—nature unit的缩写）；

若以10为底时单位是“哈特”（Hart —Hartley的缩写）。

通常采用“比特”作为信息量的实用单位。

平均信息量

- 广义信息（无确切的定义）
  - 是从不知到确知的过程中的内涵实体
- 狭义信息（语法信息）
  - 基于概率论的信息熵定义：现代信息技术发展的基础

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log_2 p(x_i)(bit/\text{符号})$$

信息源的熵

[例1.2]　某信息源的符号集由A，B，C，D和E组成，设每一符号独立出现，其出现概率分别为1/4，1/8，1/8，3/16和5/16。试求该信息源符号的平均信息量。

解：该信息源符号的平均信息量为

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\log_2 p(x_i)$$

$$= -\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} - 2\times\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8} - \frac{3}{16}\log_2\frac{3}{16} - \frac{5}{16}\log_2\frac{5}{16} = 2.23\mathit{bit}/\text{符号}$$

关于连续消息的信息量可用概率密度来描述。可以证明，连续消息的平均信息量（相对熵）为

$$H_c(x) = -\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\log_a f(x)dx \quad （1.3）$$

式中，$f(x)$ 是连续消息出现的概率密度。（可参考信息论有关专著）。

单消息离散信息的信息量度

$$I = \log \frac{1}{P(x)} = -\log \ P(x)$$

- 两个单消息离散信源X,Y的联合信息量

知道了消息x_i的情况下，消息y_i新带来的信息量：

$$I\left[P\left(y_i \mid x_i\right)\right] = -\log P\left(y_i \mid x_i\right)$$

知道了消息y_i的情况下，消息x_i新带来的信息量：

$$I\left[P\left(x_i \mid y_i\right)\right] = -\log P\left(x_i \mid y_i\right)$$

两个消息x_i，y_i一共带来的信息量：

$$I\left[P\left(x_i, y_i\right)\right] = -\log P\left(x_i, y_i\right)$$

两个单消息离散信源的联合熵和条件熵

联合熵(两个符号X,Y带来的总信息熵/平均信息量)

$$H(X,Y)=E\left\{I\left[P\left(x_i,y_j\right)\right]\right\}=E\left[-\log P\left(x_i,y_j\right)\right]=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}P\left(x_i,y_j\right)\log P\left(x_i,y_j\right)$$

条件熵(知道一个符号条件下，另一个符号带来的信息熵/平均信息量)

$$H(Y\mid X)=E\left\{I\left[P\left(y_j\mid x_i\right)\right]\right\}=E\left[-\log P\left(y_j\mid x_i\right)\right]=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}P\left(x_i,y_j\right)\log P\left(y_j\mid x_i\right)$$

$$H(X\mid Y)=E\left\{I\left[P\left(x_i\mid y_j\right)\right]\right\}=E\left[-\log P\left(x_i\mid y_j\right)\right]=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}P\left(x_i,y_j\right)\log P\left(x_i\mid y_j\right)$$

联合熵和条件熵的一些性质

(1) $H(X,Y)=H(X)+H(Y|X)=H(Y)+H(X|Y)$

理解为两符号先后到达的过程：两个符号的总信息熵

＝一个符号的信息熵＋知道这个符号的条件下另一个符号带来的信息熵

(2) Shannon不等式：$H(X)\geq H(X|Y)$；$H(Y)\geq H(Y|X)$

理解：一个消息没有任何前兆时带来的信息肯定大于等于有前兆带来的信息

当X,Y独立时，等号成立；否则都是大于号成立

(3) X,Y统计独立时，其联合熵取最大值(两符号信息熵之和)

$$H(X,Y)_{\max}=H(X)+H(Y)$$

离散消息序列信源的信息熵、剩余熵

离散平稳有记忆信源输出的消息序列为$X=(X_1,\cdots,X_i,\cdots,X_L)$

(1)其总信息熵为

$$H(X)=H(X_1,\cdots,X_L)=H(X_1)+H(X_2|X_1)+\cdots+H(X_L|X_1,\cdots,X_{L-1})$$

其中，每发一个符号具有不同的信息熵(依次递减)：

$$0\le H(X_L|X_1,\cdots,X_{L-1})\le\cdots\le H(X_2|X_1)\le H(X_1)$$

(2)定义平均符号信息熵为：总信息熵除以符号个数

$$H_L(X)=\frac{1}{L}H(X_1,\cdots,X_L),\quad H_\infty(X)=\lim_{L\to\infty}\frac{1}{L}H(X_1,\cdots,X_L)$$

$$H_\infty(X)=\lim_{x\to\infty}H(X_L|X_1,\cdots,X_{L-1})$$

离散消息序列信源的信息熵、剩余熵

(3)容易看出：　$0 \le H_\infty(X) \le \cdots \le H_2(X) \le H_1(X) \le H_0(X) = \log_2 N$

其中：$H_0(X)$是具有N种取值可能的单消息信源的最大信息熵(等概时)

(符号所含的信息熵依次递减，平均符号信息熵自然越来越小)

(4)编码时如果有以下假设：消息序列的各符号统计独立；各取值等概出现

则实际是没有对信源进行仔细的研究，利用其统计特性，

认为其平均符号信息熵为$H_0(X)$。如实际中的文字编码

这必然会产生大量冗余，这正是进行压缩编码的前提

信源效率：$\eta = \dfrac{H_\infty(X)}{H_0(X)}$；信源剩余度：$R = 1 - \eta$

互信息的定义I(X;Y)及理解

前面已知：$H(X,Y)=H(X)+H(Y|X)=H(Y)+H(X|Y)$

$H(X)\geq H(X|Y)$；$H(Y)\geq H(Y|X)$

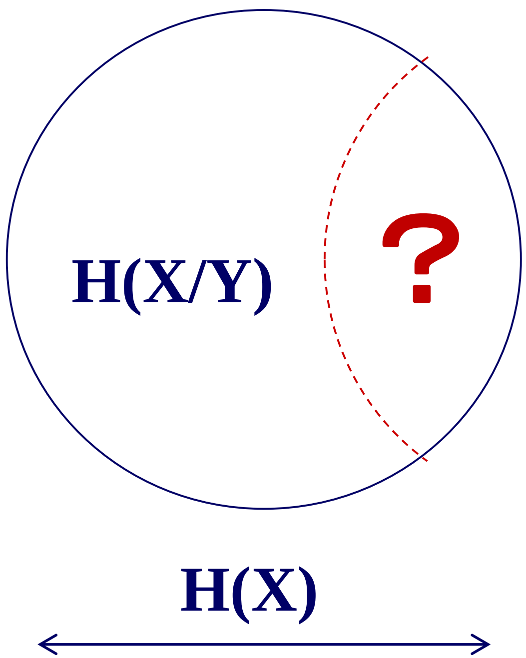
由此可见：$H(X)-H(X|Y)=H(Y)-H(Y|X)\geq 0$

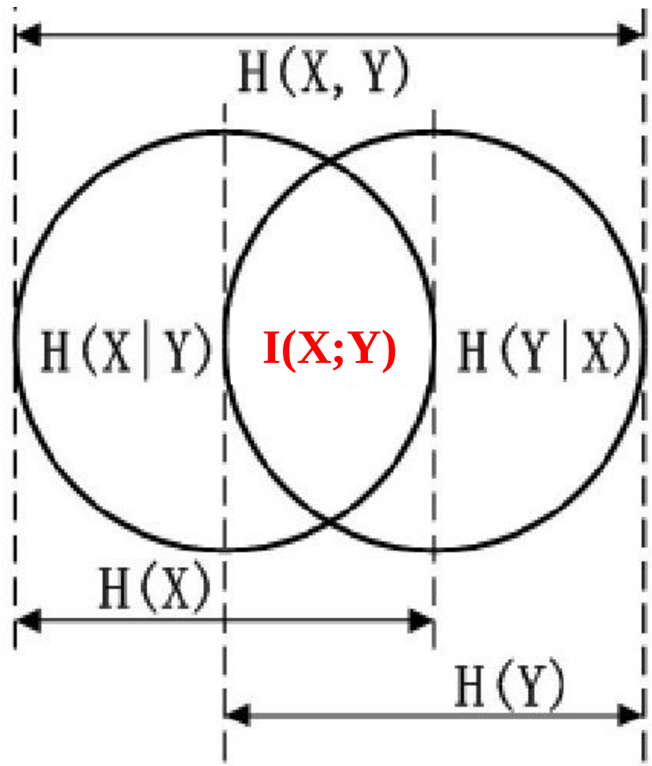
互信息定义：$I(X;Y)=H(X)-H(X|Y)=E\left[-\log\frac{P(x_i)}{P(x_i|y_j)}\right]=E\left[i(x_i;y_j)\right]$

$$=H(Y)-H(Y|X)=E\left[-\log\frac{P(y_j)}{P(y_j|x_i)}\right]=E\left[i(y_j;x_i)\right]$$

互信息的理解：$H(X)$是X所含的信息；$H(X|Y)$是已知Y的条件下X还能带来的信息量。那么两者之差自然就是由于知道Y使得X减少的信息量，也即由Y可以得到的关于X的信息量

各种信息熵的关系





$$H(X) \geq H(X|Y)$$

$$\begin{aligned} I(X;Y) &= H(X) + H(Y) - H(XY) \\ &= H(X) - H(X|Y) \end{aligned}$$

讨论：

- 信息是什么？

1. 信息为什么与不确定性有关系?

2. 有人说，世界是由物质、能量和信息构成的? 你认同吗?

电子版：学号+姓名+标题

1.5 通信系统的主要性能指标

设计和评价一个通信系统，往往要涉及到许多性能指标，如系统的有效性、可靠性、适应性、经济性及使用维护方便性等。这些指标可从各个方面评价通信系统的性能，但从研究信息传输方面考虑，通信的有效性和可靠性是通信系统中最主要的性能指标。

所谓有效性，是指消息传输的“速度”问题，而可靠性主要是指消息传输的“质量”问题。

在实际通信系统中，对有效性和可靠性这两个指标的要求经常是矛盾的，提高系统的有效性会降低可靠性，反之亦然。因此在设计通信系统时，对两者应统筹考虑。

1.5.1模拟通信系统的主要性能指标

模拟通信系统的有效性指标用所传信号的有效传输带宽来表征。当信道容许传输带宽一定，而进行多路频分复用时，每路信号所需的有效带宽越窄，信道内复用的路数就越多。

显然，信道复用的程度越高，信号传输的有效性就越好。

信号的有效传输带宽与系统采用的调制方法有关。同样的信号用不同的方法调制得到的有效传输带宽是不一样的。

模拟通信系统的可靠性指标用整个通信系统的**输出信噪比(S/N)**来衡量。

信噪比是信号的**平均功率S与噪声的平均功率N之比**。信噪比越高，说明噪声对信号的影响越小。显然，信噪比越高，通信质量就越好。

输出信噪比一方面与信道内噪声的大小和信号的功率有关，同时又和调制方式有很大关系。例如宽带调频系统的有效性不如调幅系统，但是调频系统的可靠性往往比调幅系统好。

1.5.2数字通信系统的主要性能指标

一、有效性指标

数字通信系统的有效性指标用**传输速率**和**频带利用率**来表征。

1、传输速率

传输速率有两种表示方法：**码元**传输速率R_B和**信息**传输速率R_b。

码元传输速率R_B简称传码率，又称符号速率等。它表示单位时间内传输码元的数目，单位是波特（Baud）记为B。

信息传输速率R_b简称传信率，又称比特率等。它是指系统每秒钟传送的信息量，单位是比特/秒，常用符号“bit/s”表示。

传码率和传信率

在N进制下，设信息速率为R_b(bit/s)，码元速率为R_{BN}（Baud)，由于每个码元或符号通常都含有一定比特的信息量，因此码元速率和信息速率有确定的关系，即

$$R_b = R_{BN} H(x) \qquad (bit/s)$$

(1.5)

式中，$H(x)$为信源中每个符号所含的平均信息量（熵）。当离散信源的每一符号等概率出现时，熵有最大值为 $\log_2 N (bit/\text{符号})$

信息速率也达到最大，即

$$R_b = R_{BN}\log_2 N \quad (bit/s) \tag{1.6}$$

$$R_{BN} = \frac{R_b}{\log_2 N} \quad (Baud) \tag{1.7}$$

在二进制下，码元速率与信息速率数值相等，但单位不同。

2、频带利用率

在比较不同通信系统的有效性时，单看它们的传输速率是不够的，还应看在这样的传输速率下所占信道的频带宽度。频带利用率有两种表示方式：码元频带利用率和信息频带利用率。

码元频带利用率是指单位频带内的码元传输速率，即

$$\eta = \frac{R_B}{B} \qquad (Baud / Hz) \qquad (1.8)$$

信息频带利用率是指每秒钟在单位频带上传输的信息量，即

$$\eta = \frac{R_b}{B} \qquad bit /(s \cdot Hz) \qquad (1.9)$$

二、可靠性指标

数字通信系统的可靠性指标用差错率来衡量。差错率越小，可靠性越高。差错率也有两种表示方法：误码率和误信率。

1、误码率：指接收到的错误码元数和总的传输码元个数之比，即在传输中出现错误码元的概率，记为

$$P_e = \frac{\text{接收的错误码元数}}{\text{传输总码元数} } \qquad (1.10)$$

2、误信率：又叫误比特率，是指接收到的错误比特数和总的传输比特数之比，即在传输中出现错误信息量的概率，记为

$$P_b = \frac{\text{接收的错误比特数}}{\text{传输总比特数}} \qquad (1.11)$$

［例1.3］　设一信息源的输出由128个不同符号组成。其中16个出现的概率为1/32，其余112个出现概率为1/224。信息源每秒发出1000个符号，且每个符号彼此独立。试计算该信息源的平均信息速率。

解：每个符号的平均信息量为

$$H(x)=16\times\frac{1}{32}\log_2 32+112\times\frac{1}{224}\log_2 224$$

=6.404bit/符号

已知码元速率RB=1000B，，故该信息源的平均信息速率为

$$R_b=R_B\cdot H(x)=6404bit/s$$

［例1.4］ 已知某八进制数字通信系统的信息速率为 3000bit/s ，在收端10分钟内共测得出现18个错误码元，试求该系统的误码率。

解： 依题意 $R_b = 3000bit/s$

则 $R_{B8} = R_b / \log_2 8 = 1000 Baud$

由式（1.10）得系统的误码率

$$P_e = \frac{18}{1000 \times 10 \times 60} = 3 \times 10^{-5}$$

1.6 噪声

1. 按来源：人为；自然
2. 按对信号的作用功能：
   a) 加性噪声
   b) 乘性噪声
3. 按性质：
   a) 脉冲
   b) 窄带
   c) 起伏

加性高斯白噪声

课外调查

你家里的CATV的码元传输速率、工作频率、调制方式等?