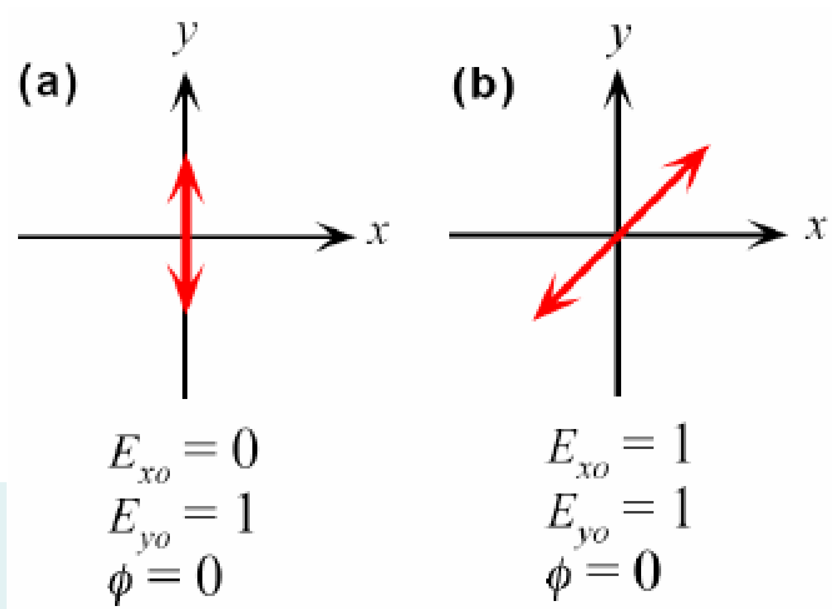
§5.2 偏振光的数学表示

线偏振光 (Linearly polarized light)

- 如果我们假设一列光波沿着z方向传播，其电场矢量被分解为两部分***Ex***和***Ey***，即$\vec{E} = \vec{\imath}E_x + \vec{\jmath}E_y$。那么在任意时刻下，总电场矢量是它们两者的矢量和

$$\boxed{\begin{aligned} E_x &= E_{x0}\cos(kz-\omega t) \\ E_y &= E_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi) \end{aligned}}$$

>0：表示**Ey**比**Ex**超前的相位值；
<0：表示**Ey**比**Ex**滞后的相位值；



线偏振光 (Linearly polarized light)

$$E_x = E_{x0}\cos(kz-\omega t)$$

$$E_y = E_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi)$$

$\phi = 2m\pi$

$$\mathbf{E}_0 = \left(\mathbf{i}E_{x0} + \mathbf{j}E_{y0}\right)\cos(kz-\omega t)$$

$\phi = (2m+1)\pi$

$$\mathbf{E}_0 = \left(\mathbf{i}E_{x0} - \mathbf{j}E_{y0}\right)\cos(kz-\omega t)$$

$$E_0 = \sqrt{E_{x0}^2 + E_{y0}^2} \qquad \tan\theta = \pm\frac{E_{y0}}{E_{x0}}$$

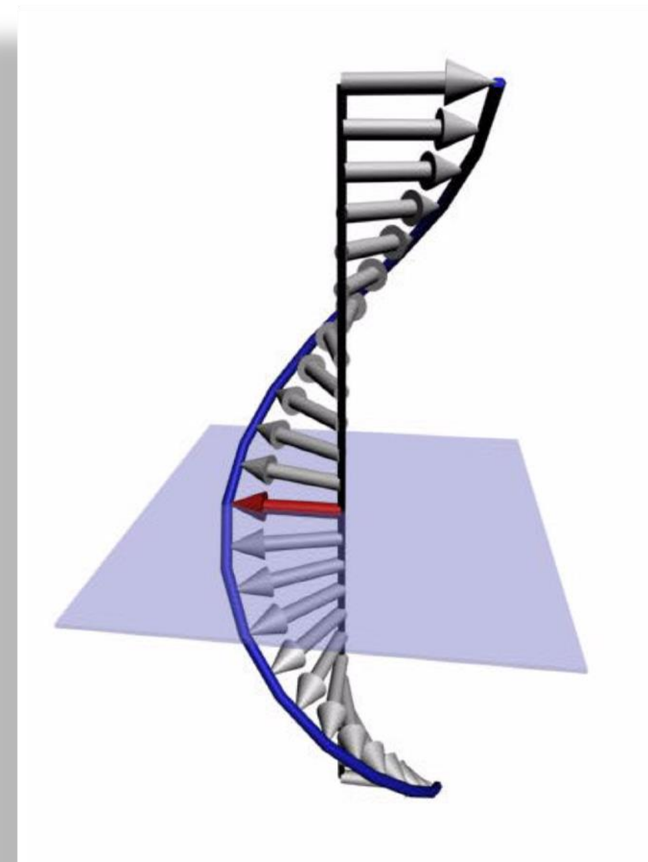
振动方向与时间无关

- 两个振动方向互相正交的线偏振光，在位相差等于pi的整数倍时，可以合成任意振动方向的线偏振光。
- 另外，一个任意振动方向的线偏振光，可以分解成两个振动方向互相正交的线偏振光。

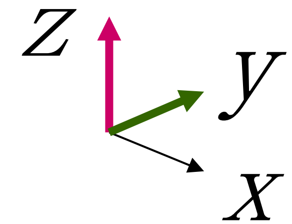
圆偏振光Circularly polarized light

Left Handed upward mode
左旋向上传播模式

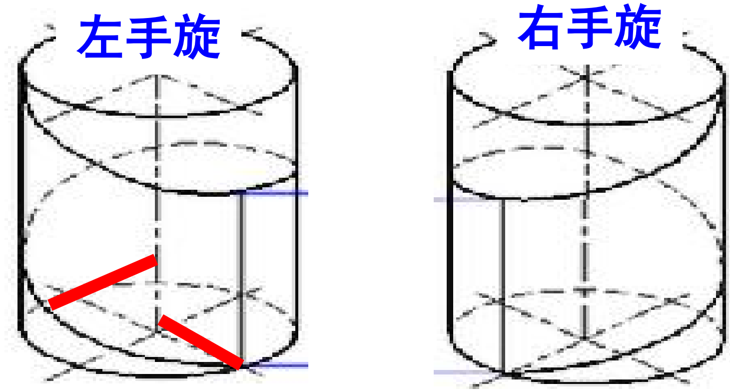
- **Left-handed helix shape at every instant of time**
  在任意时刻，电矢量为左手螺旋状
- **Anticlockwise evolution over time**
  在任意平面，电矢量作逆时针转动



圆偏振光(Circularly polarized light)



$$E_x = E_{x0}\cos(kz-\omega t)$$
$$E_y = E_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi)$$



在某一时刻（t=0）

$$E_{x0} = E_{y0} = 1$$

$\phi = \pi/2$ $\phi = -\pi/2$

$$\begin{cases} E_x = \cos(kz-\omega t) \\ E_y = -\sin(kz-\omega t) \end{cases}$$

左旋 右旋

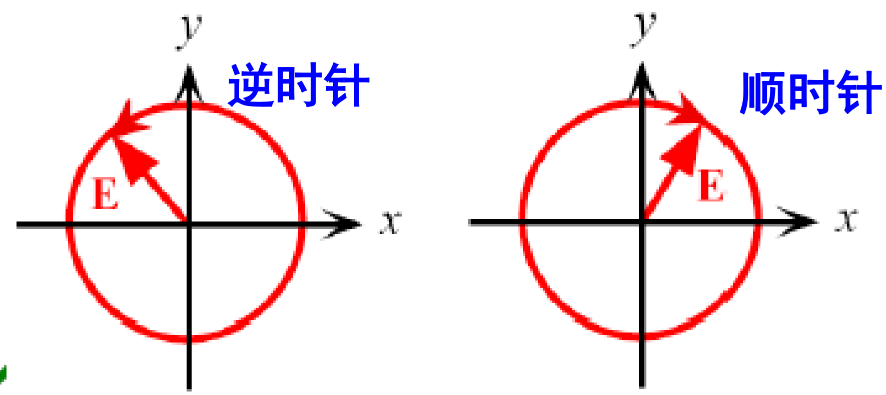
$$\begin{cases} E_x = \cos(kz-\omega t) \\ E_y = \sin(kz-\omega t) \end{cases}$$

圆偏振光

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{i}\cos(kz-\omega t) \pm \mathbf{j}\sin(kz-\omega t)$$

圆偏振光(Circularly polarized light)

$$E_x = E_{x0}\cos(kz-\omega t)$$
$$E_y = E_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi)$$



在某个z平面（z=0）

$$E_{x0} = E_{y0} = 1$$

$\phi = \pi/2$ $\phi = -\pi/2$

$$\begin{cases} E_x = \cos(kz-\omega t) \\ E_y = -\sin(kz-\omega t) \end{cases}$$

左旋 右旋

$$\begin{cases} E_x = \cos(kz-\omega t) \\ E_y = \sin(kz-\omega t) \end{cases}$$

圆偏振光

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{i}\cos(kz-\omega t) \pm \mathbf{j}\sin(kz-\omega t)$$

圆偏振光与线偏振光之间的关系

左旋圆偏振光

$$\boxed{\mathbf{E}_1 = \mathbf{i}\cos(kz-\omega t) - \mathbf{j}\sin(kz-\omega t)}$$

右旋圆偏振光

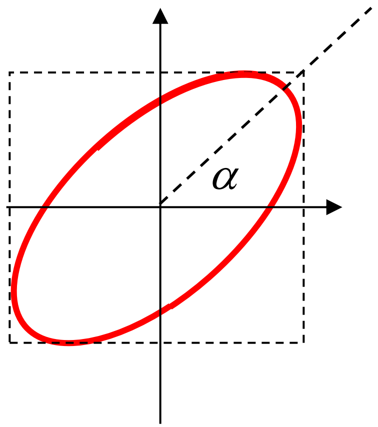
$$\boxed{\mathbf{E}_2 = \mathbf{i}\cos(kz-\omega t) + \mathbf{j}\sin(kz-\omega t)}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\mathbf{E}_{total} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \\ &= 2\mathbf{i}\cos(kz-\omega t)\end{aligned}}$$

- 结论：任一直线偏振光可以看成是由两个振幅相同、旋向相反的圆偏振光合成。

椭圆偏振光 P275

- 电场矢量端点轨迹的投影为椭圆。
- 每一时刻的电场矢量可分解为



$$\begin{cases} E_x = E_{x0}\cos(kz-\omega t) \\ E_y = E_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{E_x^2}{E_{x0}^2}+\frac{E_y^2}{E_{y0}^2}-\frac{2E_xE_y}{E_{x0}E_{y0}}\cos\phi=\sin^2\phi}$$

- 椭圆主轴与坐标轴夹角 $\boxed{tg2\alpha=\dfrac{2E_{x0}E_{y0}}{E_{x0}{}^2-E_{y0}{}^2}\cos\phi}$

从“线偏”到“(椭)圆偏”

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2}+\frac{E_y^2}{E_{y0}^2}-\frac{2E_xE_y}{E_{x0}E_{y0}}\cos\phi=\sin^2\phi$$

$$\phi=\pm 2k\pi \qquad \frac{E_x}{E_{x0}}-\frac{E_y}{E_{y0}}=0$$

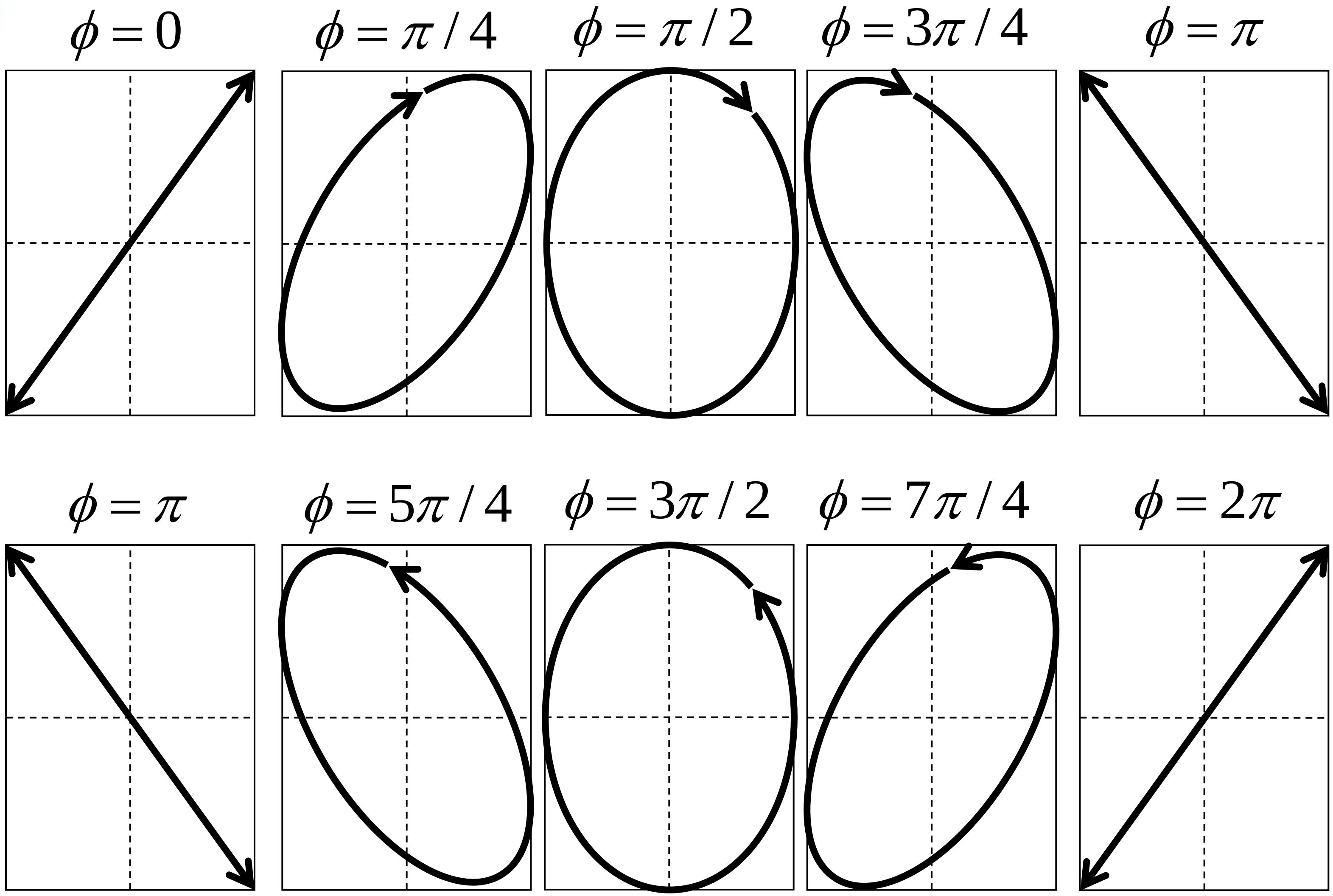
线偏光
（电场矢量振动方向在I, III象限）

$$\phi=\pm(2k+1)\pi \qquad \frac{E_x}{E_{x0}}+\frac{E_y}{E_{y0}}=0$$

线偏光
（电场矢量振动方向在II, IV象限.）

$$\phi=\pm\frac{(4k+1)}{2}\pi \qquad \frac{E_x^2}{E_{x0}^2}+\frac{E_y^2}{E_{y0}^2}=1$$

椭圆偏振光
（椭圆的主轴与坐标轴重合.
当 $\phi=-\pi/2$，为右旋椭圆偏振光；
当 $\phi=\pi/2$，为左旋椭圆偏振光；
进一步，当 $E_{x0}=E_{y0}$，为圆偏振光.）



- 结论：两个正交的线偏振光可以合成各种不同的偏振态，其取向和旋向与振幅**Ex0、Ey0**和相位差 ϕ 有关，其中相位差尤为关键。
- 因此，适当的控制 ϕ 的大小，可以得到各种不同偏振光。

Homework wk14 (submit on June 1)

1. 思考题 6-3