

### 1-1

解 (1) 光在折射率为  $n$  的介质中的传播速度为  $v$ ,  $v = \frac{c}{n}$

$$\text{则水中的速率: } v_W = \frac{c}{n_W} = \frac{2.998 \times 10^8}{1.333} \approx 2.249 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{冕玻璃中的速率: } v_{K_9} = \frac{c}{n_{K_9}} = \frac{2.998 \times 10^8}{1.516} \approx 1.978 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{重火石玻璃中的速率: } v_{ZF_1} = \frac{c}{n_{ZF_1}} = \frac{2.998 \times 10^8}{1.648} \approx 1.819 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(2) 由相对折射率公式:

$$\text{从水到冕玻璃: } n_{K_9 \rightarrow W} = \frac{n_{K_9}}{n_W} \approx 1.137$$

$$\text{从水到重火石玻璃: } n_{ZF_1 \rightarrow W} = \frac{n_{ZF_1}}{n_W} \approx 1.236$$

$$\text{从冕玻璃到重火石玻璃: } n_{ZF_1 \rightarrow K_9} = \frac{n_{ZF_1}}{n_{K_9}} \approx 1.087$$

### 1-3

解 如图, 设空气折射率为  $n_0$ , AC 界面折射角为  $\theta$

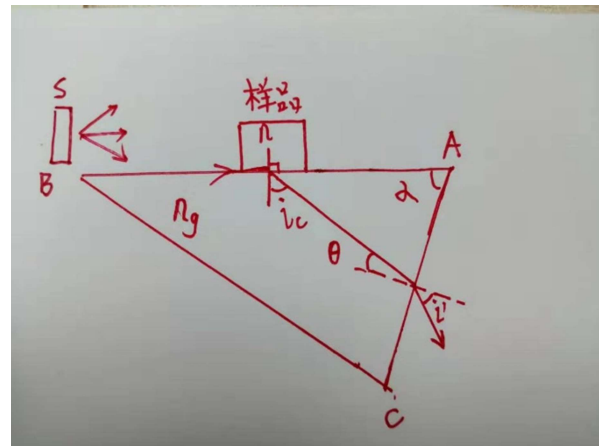
由折射定律得

$$n_g \sin \theta = n_0 \sin i' \quad (1)$$

$$n_g \sin i_c = n \sin 90^\circ \quad (2)$$

由内三角行几何关系满足:

$$90^\circ - i_c + 90^\circ - \theta + \alpha = 180^\circ \quad (3)$$



联立以上方程 (1) (2) (3) 可解得:  $\sin(\alpha - \theta) = \sin i_c = \frac{n}{n_g}$

$$\sin \alpha \cos \theta - \cos \theta \sin \beta = \frac{n}{n_g}$$

$$\sin \alpha \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i'}{n_g^2}} - \cos \alpha \frac{\sin^2 i'}{n_g} = \frac{n}{n_g}$$

化简可得:

$$n = \sin \alpha \sqrt{n_g^2 - \sin^2 i'} - \sin^2 i' \cos \alpha$$

证毕

分析:

当  $\alpha < i_c$  时, 如图, 由三角几何关系得:

$$\theta' = i_c - \alpha \quad (1)$$

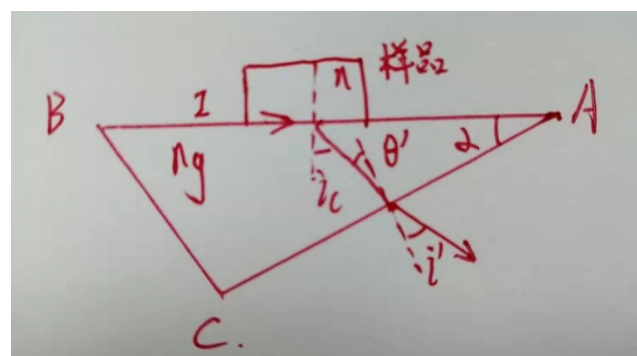
由折射定律得

$$n_g \sin \theta = n_0 \sin i' \quad (2)$$

$$n_g \sin i_c = n \sin 90^\circ \quad (3)$$

联立以上方程解得:

$$n = \sin \alpha \sqrt{n_g^2 - \sin^2 i'} - \sin^2 i' \cos \alpha$$



## 1-5

解

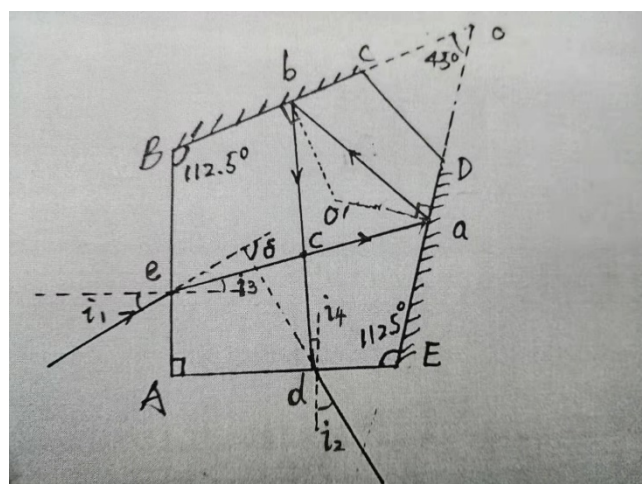
证明: 设空气折射率为  $n_0$ , 介质折射率为  $n$ ,

如图, 光线在 DE、BC 处法线交于点  $O'$ , 得

$$\angle O'bc = \angle O'aD = 90^\circ$$

在  $\triangle abO$  中,  $\angle abO + \angle baO = 180^\circ - \angle O = 135^\circ$

$$\angle bO'a = 180^\circ - \angle O = 135^\circ$$



$$\angle O'ba + \angle O'ab = 180^\circ - \angle O = 45^\circ$$

$$\text{又由 } \angle cbO' = \angle O'ba \quad \angle caO' = \angle O'ab$$

$$\text{可得 } \angle cba + \angle cab = 2(\angle O'ba + \angle O'ab) = 90^\circ$$

$$\text{即 } \angle bca = 90^\circ$$

$$\text{则, 在四边形 AeCd 中, } 90^\circ + i_3 + 90^\circ - i_4 = 360^\circ - \angle A - \angle dce = 180^\circ$$

$$\text{即 } i_3 = i_4$$

由折射定律

$$n \sin i_3 = n_0 \sin i_1$$

$$n \sin i_4 = n_0 \sin i_2$$

$$\text{则 } i_1 = i_2$$

$$\delta = 180^\circ - (360^\circ - \angle A - 90^\circ - i_1 - 90^\circ + i_2) = 90^\circ \quad \text{与 } i, n \text{ 无关}$$

故不论入射角和折射率的大小, 偏转角  $\delta$  恒等于  $90^\circ$

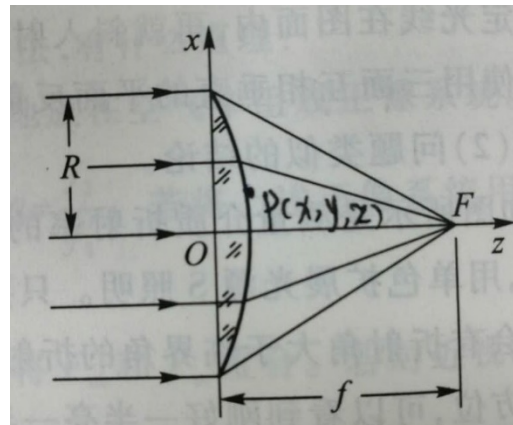
1-7

**解** 如图, 设透镜凸面上的点  $P(x, y, z)$ ,  
根据费马原理, 光通过透镜的光程相同:

$$nz + \sqrt{x^2 + y^2 + (f - z)^2} = \sqrt{R^2 + f^2}$$

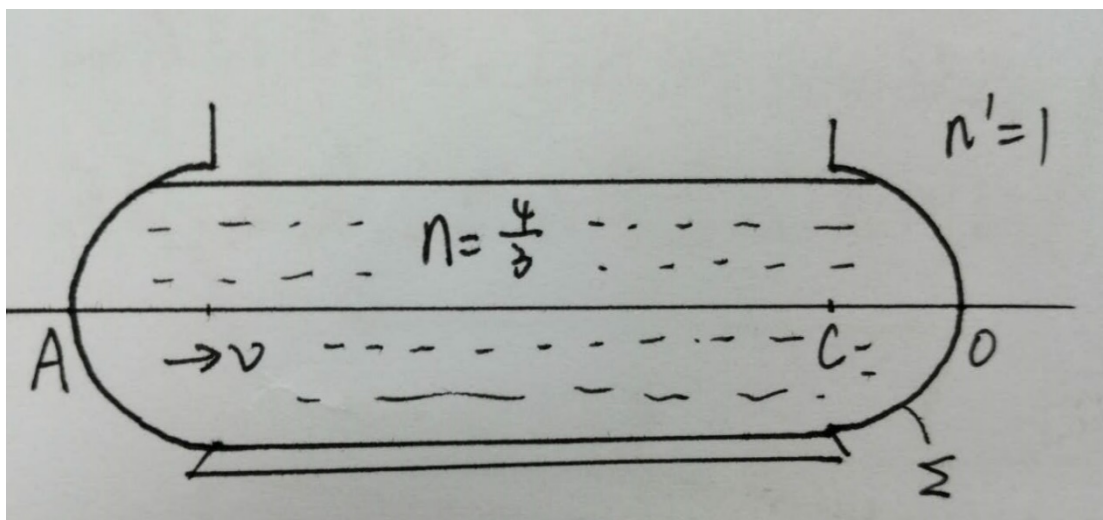
即为回转双曲面方程式,  
也可化简为:

$$(1 - n^2)z^2 + 2nz\sqrt{R^2 + f^2} + x^2 + y^2 = R^2$$



1-9

**解**



如图将球面 $\Sigma$ 视为折射球面，以 $O$ 为顶点，由于球心向左，球面半径为 $r=-10\text{cm}$ ， $s=50-500t$  (cm)

$$\text{物方焦距: } f = \frac{nr}{n'-n} = 40\text{cm}$$

$$\text{像方焦距: } f' = \frac{n'r}{n'-n} = 30\text{cm}$$

$$\text{由成像公式: } \frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1, \text{ 解得 } s' = \frac{150(1-10t)}{1-50t} \quad (0 < t < 0.1\text{s})$$

$$\text{由牛顿公式: } xx' = ff', \quad x = s - f \text{ 解得 } x' = \frac{ff'}{x} = \frac{1200}{x} = \frac{120}{1-50t}$$

$$\text{横向放大率: } \beta = -\frac{f}{x} \text{ 解得 } \beta = -\frac{4}{1-50t}$$

$$\text{纵向放大率: } \alpha = -\frac{x'}{x} = -\frac{ff'}{x^2} = -\beta^2 \frac{f'}{f} \text{ 解得 } \alpha = \frac{12}{(1-50t)^2}$$

$$\text{像的平移速度: } v' = \frac{ds'}{dt} = \frac{6000}{(1-50t)^2}$$

$$\text{像的纵向增长速率: } v_{\alpha}' = \frac{d\alpha}{dt} = -\frac{1200}{(1-50t)^3}$$

$$\text{像的横向增长速率: } v_{\beta}' = \frac{d\beta}{dt} = -\frac{200}{(1-50t)^2}$$

当 $t=0$ 时， $x=(1/4)f=10\text{cm}$ ， $x'=4f'=120\text{cm}$ ， $\beta=-4$ ， $\alpha=12$ ，像的平移速度

$v'=60\text{m/s}$ ，像纵向增长速率为 $v_{\alpha}'=-12\text{m/s}$ ，像横向增长速率为 $v_{\beta}'=-2\text{m/s}$ ，鱼成

倒立放大的实像；

当  $0 < t < 0.02s$  时,  $0 < x < 10cm$  , 人眼中鱼成倒立放大的实像, 且鱼像在增大;

当  $t = 0.02s$  时,  $x = 0, x' = \infty$  ,5 处于物方焦点处, 鱼在人眼中无法成像;

当  $0.02 < t < 0.1s$  时,  $-40cm < x < 0$  , 人眼中鱼成正立放大的虚像, 且鱼像在减小;

其中, 当  $t = 0.04s$  时,  $x = -(1/4)f = -10cm$  ,  $x' = -4f' = -120cm$  ,  $\beta = 4$  ,  $\alpha = 12$  ,

$v' = 60m/s$  ,  $v_{\alpha}' = 12m/s$  ,  $v_{\beta}' = -2m/s$  , 鱼成正立放大 4 倍的虚像, 像的平移速度为 60m/s;

当  $t = 0.06s$  时,  $x = -(1/2)f = -20cm$  ,  $x' = -2f' = -60cm$  ,  $\beta = 2$  ,  $\alpha = 3$  ,  $v' = 15m/s$  ,

$v_{\alpha}' = 1.5m/s$  ,  $v_{\beta}' = -0.5m/s$  鱼成正立放大 2 倍的虚像, 像的平移速度为 15m/s;

当  $t = 0.08s$  时,  $x = -(3/4)f = -30cm$  ,  $x' = -(4/3)f' = -40cm$  ,  $\beta = 4/3$  ,  $\alpha = 4/3$  ,

$v' = (4/3)v = (20/3)m/s$  ,  $v_{\alpha}' = (4/9)m/s$  ,  $v_{\beta}' = -(2/9)m/s$  , 鱼成正立放大  $4/3$  倍的虚像, 像的平移速度为  $20/3 m/s$ ;

当  $t = 0.1s$  时 ,  $x = -f = -40cm$  ,  $x' = -f' = -30cm$  ,  $\beta = 1$  ,  $\alpha = 3/4$  ,

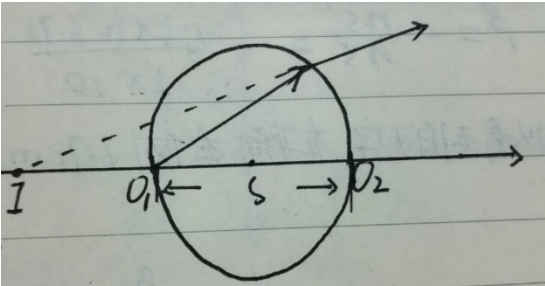
$v' = (3/4)v = (15/4)m/s$  ,  $v_{\alpha}' = (3/16)m/s$  ,  $v_{\beta}' = -(1/8)m/s$  鱼成正立等大的虚像, 像的平移速度为  $15/4 m/s$ ;

时间 t (s)	鱼的位置 x (cm)	像的位置 x' (cm)	横向放大倍率 $\beta$	纵向放大倍率 $\alpha$	像的平移速度 $v'$ (m/s)	像的纵向增长速率 $v_{\alpha}'$ (m/s)	像的横向增长速率 $v_{\beta}'$ (m/s)
0	10	120 (实)	-4	-12	60	12	-2
0.02	0	$\infty$	\	\	\	\	\
0.04	-10	-120 (虚)	+4	-12	60	-12	-2
0.06	-20	-60 (虚)	+2	-3	15	-1.5	-0.5
0.08	-30	-40 (虚)	+4/3	-4/3	20/3	-4/9	-(2/9)
1	-40	-30 (虚)	+1	-3/4	15/4	-3/16	-(1/8)

1-11

解

(1) 根据题意, 字在玻璃球面  $O_1$  点处, 如图, 左半球面对字无成像作用, 只考虑右半球对字的成像作用。由题可知:  
 $s = 20cm$  曲率半径  $r = -10cm$  ,  $n = 1.5$   $n' = 1$



由高斯公式:  $\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r}$  得  $s' = -40\text{cm}$

$$\beta = -\frac{ns'}{n's} = -\frac{1.5 \times (-40)}{1 \times 20} = 3$$

故, 看到的字在距离左球面顶点向左 20cm 处, 垂轴放大率为 3, 为正立放大的虚像。

(2) 当半球的平面放在字典上时, 字在球心上, 从球心发出的光线经过球面, 光线方向与球面法线方向一致, 所以字与像重合, 均处于球心;

$$s = 10\text{cm} \quad s' = -10\text{cm} \quad \beta = -\frac{ns'}{n's} = -\frac{1.5 \times (-10)}{1 \times 10} = 1.5$$

故, 看到的字为正立放大的虚像, 垂轴放大率为 1.5。

当半球的球面放在字典上, 球面对字无成像作用, 只考虑平面对字的成像作用, 平面的半径为无穷大, 因此其光焦度为零:

$$\phi = \frac{n' - n}{r} = 0 \quad s = 10\text{cm} \quad n = 1.5 \quad n' = 1$$

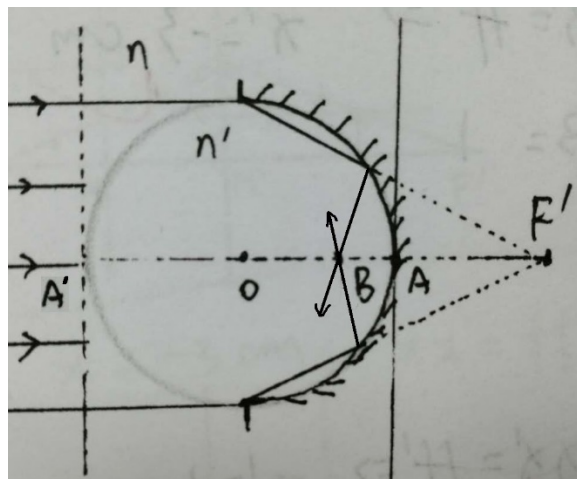
$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = 0 \quad \text{解得} \quad s' = -6.7\text{cm}$$

$$\beta = -\frac{ns'}{n's} = -\frac{1.5 \times (-6.7)}{1 \times 10} = 1$$

所以看到的字在平面左侧 6.7cm 处, 垂轴放大率为 1, 为正立等大的虚像。

1-13

解



设题中情况如图所示, 光线在左半球发生折射现象, 在右半球发生反射现象, 然后一部分光发生折射, 一部分光发生反射现象。

在近轴情况下,

第一次发生折射现象: 以 A' 为顶点

$$\text{物方焦点: } f_1 = \frac{nR}{n' - n} = 2R$$

像方焦点：  $f_1' = \frac{n'R}{n'-n} = 3R$

由高斯定理：  $\frac{f_1}{s_1} + \frac{f_1'}{s_1'} = 1$ ，解得，  $s_1' = 3R$

故光线经过第一次折射后，像位于 F' 处，且  $|AF'| = R$

第二次发生反射现象：由图可知，以 A 为顶点，  $s_2 = -R$

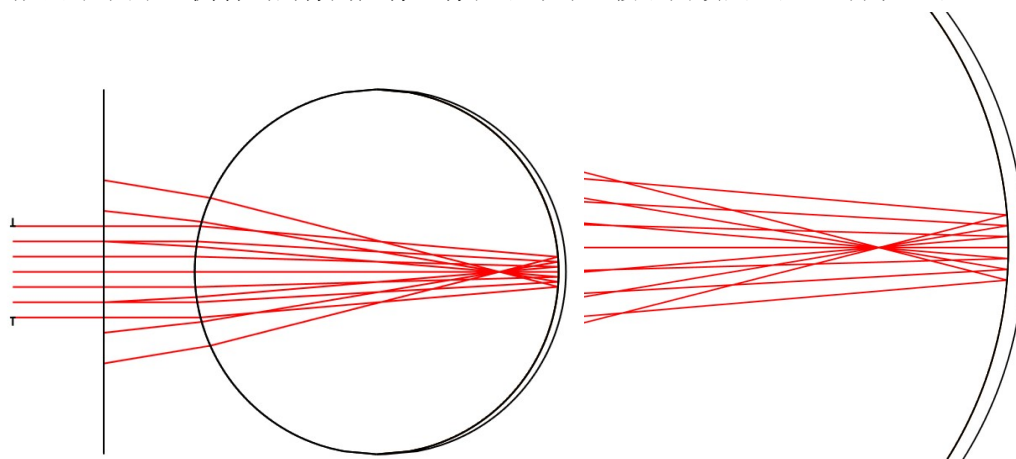
$f_2 = \frac{R}{2}$ ，由高斯定理：  $\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f_2}$ ，解得  $s_2' = \frac{R}{3}$ ，

故光线经过反射后，会聚于 B 处，且  $|AB| = \frac{R}{3}$ ，

第三次，光线会聚于 B 处后，在近轴情况下，光发生折射，以图中 A' 为顶点，  $s_4 = \frac{5R}{3}$ ，

$f_1 = 2R$ ，  $f_1' = 3R$ ，由高斯定理：  $\frac{f_1}{s_4} + \frac{f_1'}{s_4'} = 1$ ，解得，  $s_4' = -15R$ ，光线发散；

而人眼在图中左侧看到的像为虚像，像位于球外距镀铝面顶点 R 处，即为 F' 处



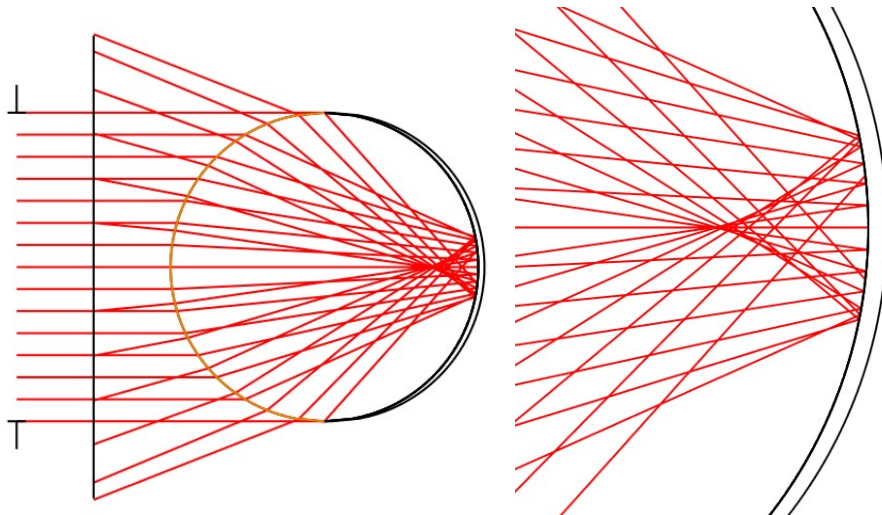
在离轴情况下一部分光发生折射，如上所述情况，另一部分光发生反射，由图可知，以 A

为顶点，  $s_3 = \frac{R}{3}$ ，  $f_3 = \frac{R}{2}$ ，由高斯定理：  $\frac{1}{s_3} + \frac{1}{s_3'} = \frac{1}{f_3}$ ，解得  $s_3' = -R$

故最后所成的像为虚像，像位于球外距镀铝面顶点 R 处，即为 F' 处。

讨论：在离轴情况下，光线不会会聚在一点，而是会有像差，如下模拟图所示。



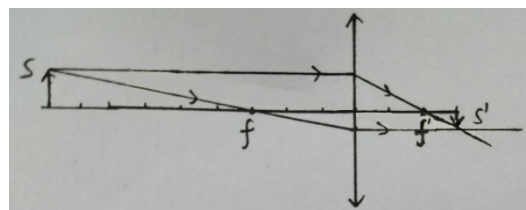


1-15

解: (1) 如图, 由牛顿公式  $xx' = ff'$

$$x' = 1\text{cm} \quad \beta = -\frac{f}{x} = -0.5$$

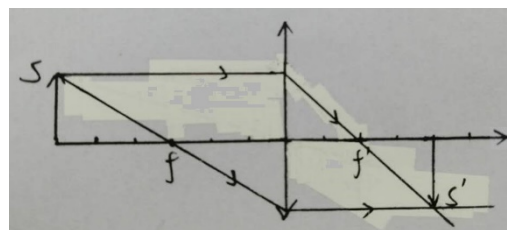
所成像的焦距为 1cm, 为倒立缩小的实像。



(2) 如图, 由牛顿公式  $xx' = ff'$

$$x' = 2\text{cm} \quad \beta = -\frac{f}{x} = -1$$

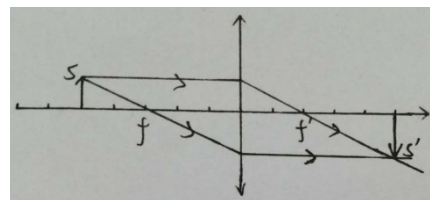
所成像的焦距为 2cm, 为倒立等大的实像。



(3) 如图, 由牛顿公式  $xx' = ff'$

$$x' = 3\text{cm} \quad \beta = -\frac{f}{x} = -1.5$$

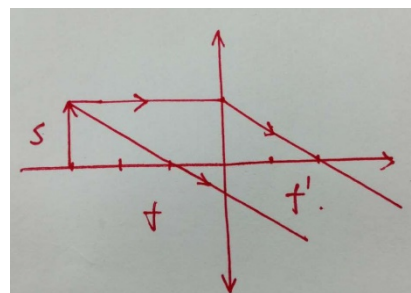
所成像的焦距为 3cm, 为倒立放大的实像。



(4) 如图,  $x = 0$   $x' = \pm\infty$  物方焦点与像方无限远共轭

$$\beta = -\frac{x'}{f'} = \mp\infty$$

所成的像在无穷远处。

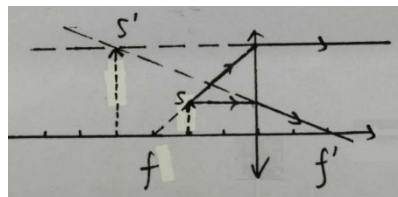




(5) 如图,  $x = -\frac{f}{3} = -1\text{cm}$  由牛顿公式  $xx' = ff'$

$$x' = -6\text{cm} \quad \beta = -\frac{f}{x} = 3$$

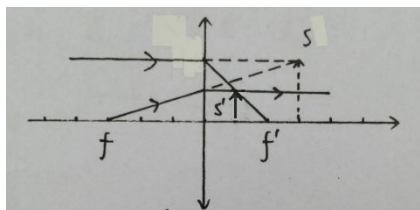
所成像的焦距为  $-6\text{cm}$ , 为正立放大的虚像。



(6) 如图,  $x = -2f = -6\text{cm}$  由牛顿公式  $xx' = ff'$

$$x' = -1\text{cm} \quad \beta = -\frac{f}{x} = 0.5$$

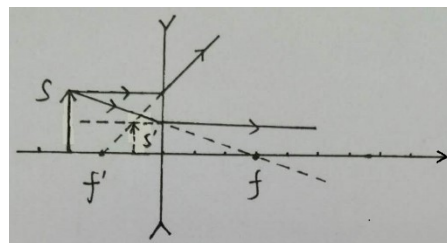
所成像的焦距为  $-1\text{cm}$ , 为正立缩小的实像。



(7) 如图,  $x = -2f = 6\text{cm}$  由牛顿公式  $xx' = ff'$

$$x' = 1\text{cm} \quad \beta = -\frac{f}{x} = 0.5$$

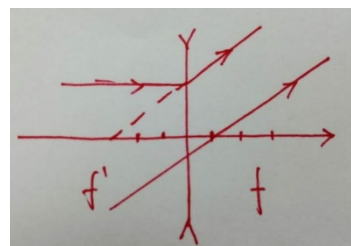
所成像的焦距为  $1\text{cm}$ , 为正立缩小的虚像。



(8) 如图,  $x = 0$   $x' = \pm\infty$  物方焦点与像方无限远共轭

$$\beta = -\frac{x'}{f'} = \pm\infty$$

所成的像在无穷远处。

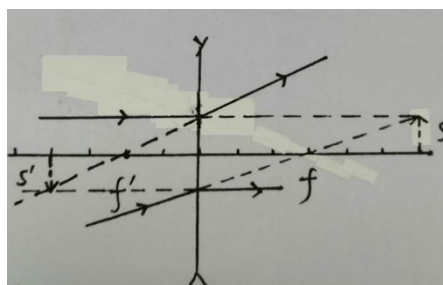


(9) 如图,  $x = f = -3\text{cm}$

由牛顿公式  $xx' = ff'$

$$x' = -2\text{cm} \quad \beta = -\frac{f}{x} = -1$$

所成像的焦距为  $-2\text{cm}$ , 为倒立等大的虚像。



1-17

解:

由题意可知, 第一次成像中  $f_1 = 4\text{cm}$ ,  $s_1 = 6\text{cm}$ , 由高斯公式得:

$$\frac{1}{s_1'} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_1}, \text{ 解得 } s_1' = 12\text{cm}$$

第二次成像:  $f_2 = -4\text{cm}$ ,  $s_2 = -(12-d)\text{cm}$ ,  $s_2' = -(d+4)\text{cm}$ , 由高斯公式得:

$$\frac{1}{s_2'} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_2}, \text{ 解得 } d = 4\text{cm}$$

1-19

**解:** 由题意可知, 薄透镜  $L_1$  为凸透镜, 设对  $L_1$  有焦距  $f_1, f_1'$ , 系统的物距  $s$ , 像距  $s'$ , 对  $L_2$  有焦距  $f_2, f_2'$ , 系统的物距  $s_2 = s_1$ , 像距  $s_2' = (s' - 20)\text{mm}$ , 由  $\beta = -1$ , 可知所成像为倒立等大实像。

$$s = 2f_1, \quad \beta = -\frac{s'}{s} = -1 \quad s = s'$$

$$\beta = -\frac{s_2'}{s_2} = -\frac{s' - 20}{s} = -\frac{3}{4}$$

$$\text{解得 } s = 80\text{mm} \quad \text{由 } s = 2f_1 \quad f_1 = f_1' = 40\text{mm}$$

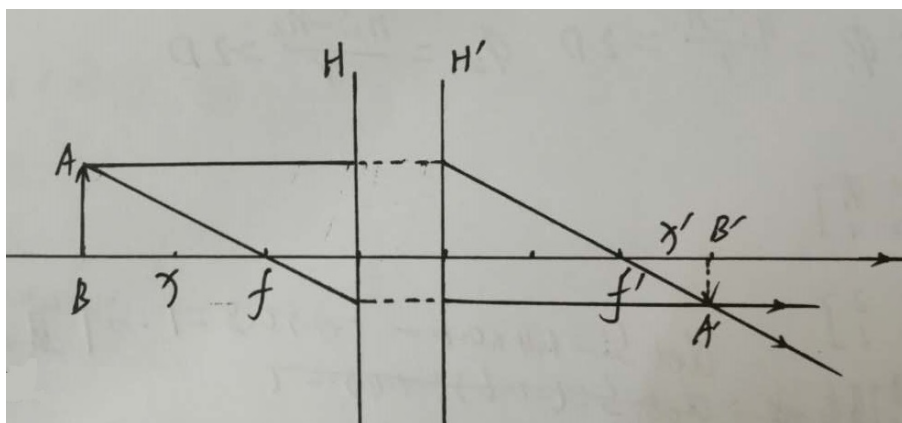
$$\text{对透镜 } L_2, \text{ 物距 } s_3 = -s', \text{ 像距 } s_3' = s_2' = s' - 20$$

$$\text{由高斯公式 } \frac{f_2'}{s_3} + \frac{f_2'}{s_3'} = 1, \quad f_2 = f_2' = 240\text{mm}$$

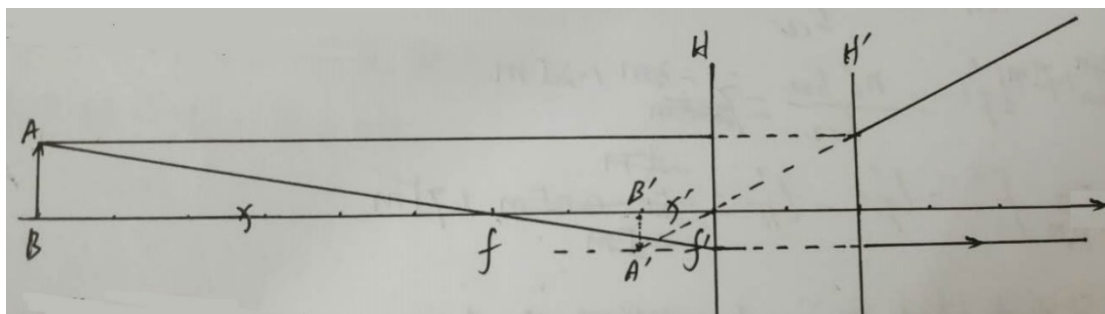
所以薄透镜  $L_1$  的焦距为 40mm,  $L_2$  的焦距为 240mm。

1-21

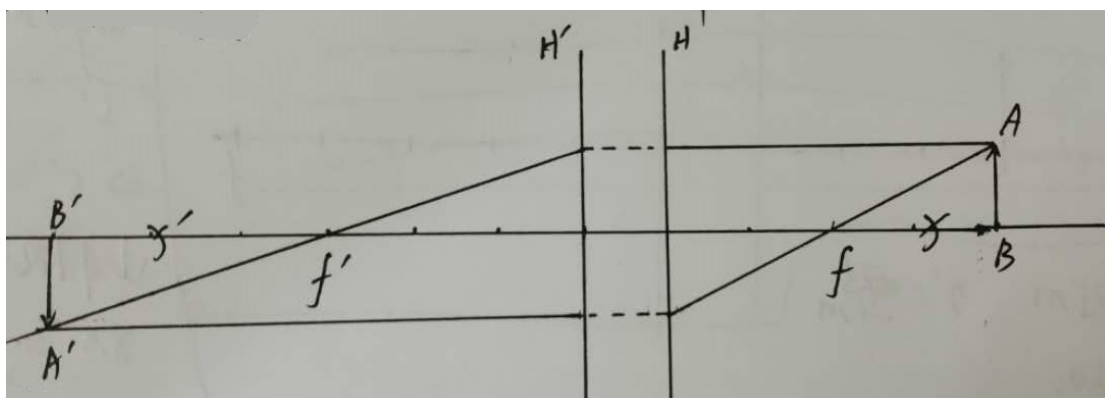
**解:** (1) 如图, 其中  $x' = -1\text{cm}$  牛顿公式  $xx' = ff'$ , 成立;



(2) 如图，其中  $x' = 1\text{cm}$  满足牛顿公式  $xx' = ff'$ ；



(3) 如图，其中  $x' = -3\text{cm}$  满足牛顿公式  $xx' = ff'$ ；



(4) 如图，其中  $x' = 1\text{cm}$  满足牛顿公式  $xx' = ff'$ ；



1-25

解：(1) 由题意可知， $r_1 = \infty$ ， $r_2 = 26\text{cm}$ ， $n_1 = n_2' = 1$ ， $n_1' = n_2 = n = 1.52$ ，

则组合系统的光焦度为  $\Phi_1 = \frac{n_1' - n_1}{r_1} = 0$ ， $\Phi_2 = \frac{n_2' - n_2}{r_2} = 2$

组合系统的矩阵为：

$$S = R_2 T_{21} R_1 = \begin{pmatrix} 1 & \Phi_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{d}{n_1'} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \Phi_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{50} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{24}{25} & 2 \\ -\frac{1}{50} & 1 \end{pmatrix}$$

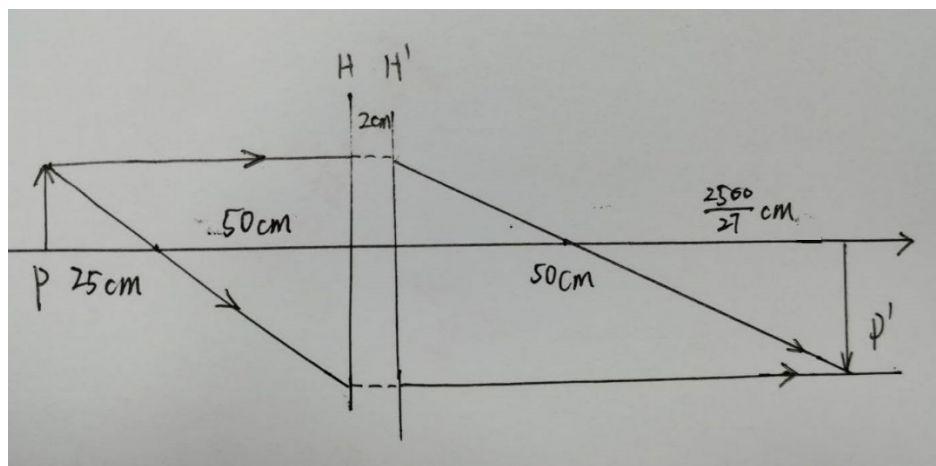
验证  $\det S = \frac{24}{25} + \frac{1}{25} = 1$ ，计算无误；

则顶主距  $l_H = \frac{n_1(s_{11}-1)}{s_{12}} = -2\text{cm}$ ， $l_{H'} = \frac{n_2'(s_{22}-1)}{s_{12}} = 0$ ，

$f = \frac{n_1}{s_{12}} = 0.5\text{m}$ ， $f' = \frac{n_2'}{s_{12}} = 0.5\text{m}$ ，

故，主点距平面 2cm，在其右方 2cm 处，主点 2 在球面处，焦距为 50cm；

(2) 作图法：



计算法：

由 (1) 可得顶焦距为： $l_F = \frac{n_1 s_{11}}{s_{12}} = 48\text{cm}$ ， $l_{F'} = \frac{n_2' s_{22}}{s_{12}} = 50\text{cm}$ ，

由题可知，物距为： $s = 75 + 2 = 77\text{cm}$ ， $x = s - l_{F'} = 77 - 50 = 27\text{cm}$ ，

由高斯定理:  $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$ , 解得:  $s' = \frac{3850}{27} = 142.6\text{cm}$

横向放大倍率:  $\beta = \frac{-s'}{s} = -\frac{50}{27} = -1.85$

由牛顿公式:  $xx' = ff'$ , 解得  $x' = \frac{ff'}{x} = \frac{50 \times 50}{27} = 92.6\text{cm}$

故, 物体成像与距离  $H'$  142.6cm 处, 为放大倒立的像, 横向放大率为 1.85; 像距为 92.6cm。

1-26 薄透镜  $L_1$  和  $L_2$  共轴放在空气中, 焦距分别为  $f_1' = 20\text{cm}$ ,  $f_2' = 30\text{cm}$ , 两者相距 10cm,

物在  $L_1$  左侧 10cm 处, 试用矩阵方法求:

(1) 像的位置、虚实和放大率; 组合系统的主点、焦点, 并用作图法验证之;

(2) 若物在  $L_1$  左侧 100cm 处, 情况会怎样?

**解:**

(1) 由题意可知, 薄透镜组位于空气中,  $n_1' = n_2 = n_1 = n_2' = n = 1$ , 而薄透镜的光焦度为

$\Phi_1 = \frac{n}{f_1'}$ ,  $\Phi_2 = \frac{n}{f_2'}$  组合系统的矩阵为:

$$S = R_2 T_{21} R_1 = \begin{pmatrix} 1 & \Phi_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{d}{n_1'} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \Phi_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{30} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -10 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{20} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{15} \\ -10 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

验证  $\det S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ , 计算无误;

则顶主距  $l_H = \frac{n_1(s_{11}-1)}{s_{12}} = -5\text{cm}$ ,  $l_{H'} = \frac{n_2'(s_{22}-1)}{s_{12}} = -7.5\text{cm}$ ,

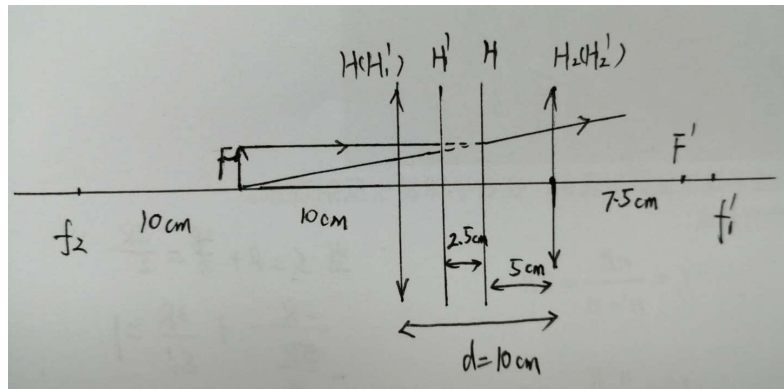
焦距:  $f = \frac{n_1}{s_{12}} = 15\text{cm}$ ,  $f' = \frac{n_2'}{s_{12}} = 15\text{cm}$ ,

像距:  $l' = n_N' \frac{s_{21} - \left(\frac{l}{n_1}\right)s_{22}}{s_{11} - \left(\frac{l}{n_1}\right)s_{12}} = \frac{-10 - (10) \cdot \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} - \left(\frac{10}{1}\right) \cdot \frac{1}{15}} = \frac{-15}{0} = \infty$

横向放大率:  $\beta = \frac{1}{s_{11} - \left(\frac{l}{n_1}\right)s_{12}} = \frac{1}{\frac{2}{3} - \left(\frac{10}{1}\right) \times \frac{1}{15}} = \frac{1}{0} = \infty$

故,主点  $H$  距透镜  $L_1$   $5\text{cm}$ ,在其右侧  $5\text{cm}$  处,主点  $H'$  在透镜  $L_2$  左侧  $7.5\text{cm}$  处,焦距为  $15\text{cm}$ ;物恰好位于物方焦点处,故像距为无穷远处,横向放大率也为无穷远大。

作图如下:



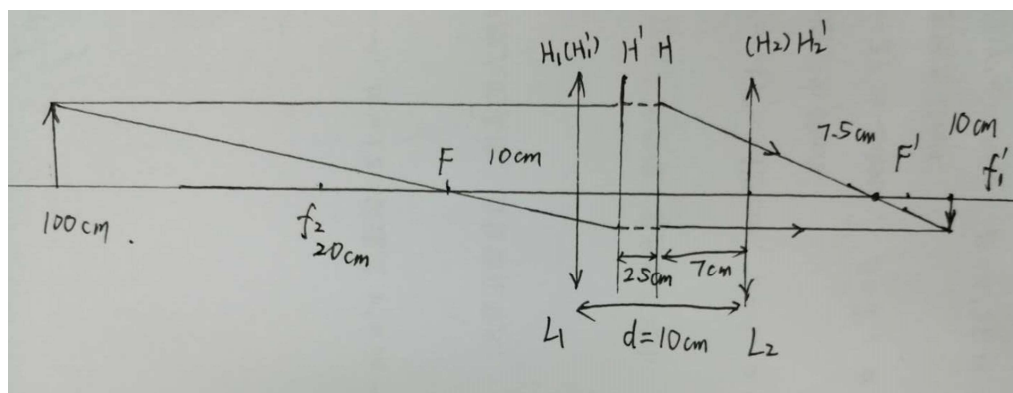
(2) 若物在  $L_1$  左侧  $100\text{cm}$  处,

$$\text{像距: } l' = n_N' \frac{s_{21} - \left(\frac{l}{n_1}\right) s_{22}}{s_{11} - \left(\frac{l}{n_1}\right) s_{12}} = \frac{-10 - (100) \times \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} - \left(\frac{100}{1}\right) \times \frac{1}{15}} = 10\text{cm}$$

$$\text{横向放大率: } \beta = \frac{1}{s_{11} - \left(\frac{l}{n_1}\right) s_{12}} = \frac{1}{\frac{2}{3} - \left(\frac{100}{1}\right) \cdot \frac{1}{15}} = -\frac{1}{6}$$

故像位于透镜  $L_2$  右侧  $10\text{cm}$  处,横向放大率为  $-1/6$ ,成倒立缩小的实像。

作图如下:





解：由球面光焦度公式：  $\Phi = \frac{n' - n}{r}$ ，得

$$\Phi_1 = \frac{n_L - 1}{R} = 12.5D, \Phi_2 = \frac{1 - n_L}{-R} = 12.5D, d = 2R = 0.08m$$

$$S = R_2 T_{21} R_1 = \begin{bmatrix} 1 & \Phi_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{d}{n_L} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \Phi_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 12.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{4}{75} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 12.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{50}{3} \\ -\frac{4}{75} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

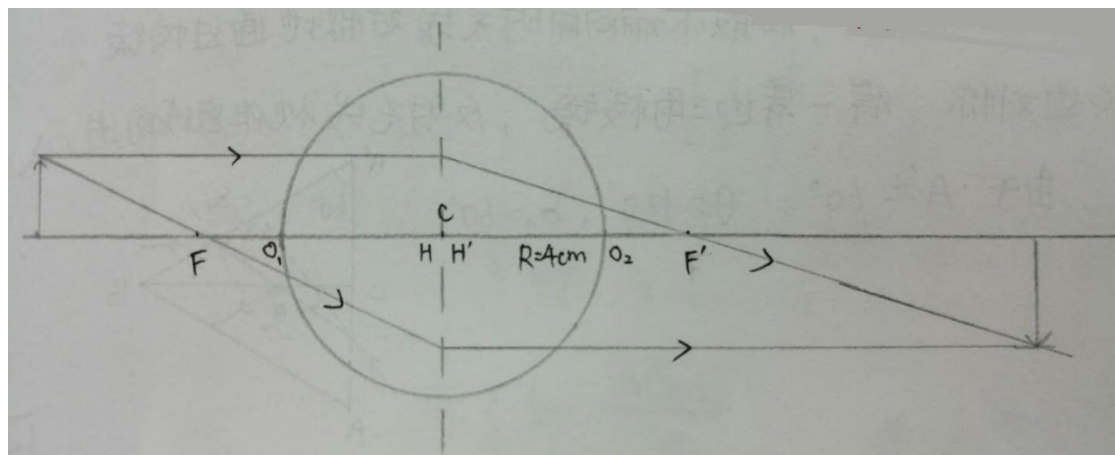
验证：  $\det S = \frac{1}{9} + \frac{50}{3} \times \frac{4}{75} = 1$ ，无误；

顶主距：顶主距  $l_H = \frac{n_1(s_{11} - 1)}{s_{12}} = -4cm$ ，  $l'_{H'} = \frac{n'_2(s_{22} - 1)}{s_{12}} = -4cm$ ，

焦距：  $f = \frac{n_1}{s_{12}} = 6cm$ ，  $f' = \frac{n'_2}{s_{12}} = 6cm$ ，

横向放大率：  $\beta = \frac{1}{s_{11} - \left(\frac{l}{n_1}\right)s_{12}} = -1.5$ ，成放大的实像。

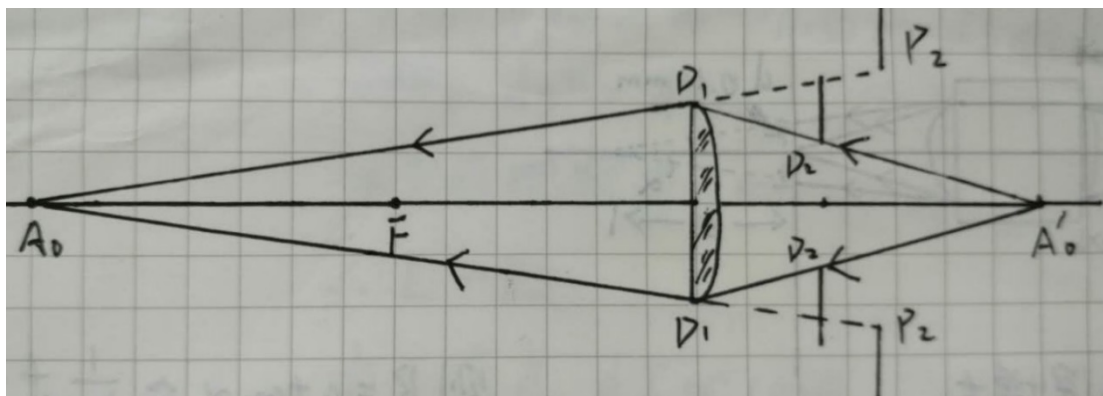
作图法如下：



1-29

解

:



(1) 由于  $P_1P_2$  是  $D_1D_2$  对  $L$  的物方共轭，则  $s' = 10\text{mm}$ ， $f = f' = 30\text{mm}$ ，由高斯公式：

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad \text{解得 } s = -15\text{mm}，\text{即 } P_2P_2 \text{ 在透镜右侧 } 15\text{mm} \text{ 处；}$$

$$\text{横轴放大率：} \beta = -\frac{fs'}{f's} = -\frac{10}{-15} = \frac{2}{3}，\text{则 } P_2P_2 \text{ 孔径为 } D = 24 \times 3/2 = 36\text{mm}$$

设  $P_2P_2$  与光轴交点为  $A_1$ ， $D_1D_2$  的交点为  $A_2$ ，由几何关系得：

$$\frac{A_1P_2}{A_0A_1} = -\frac{A_1P_2 - D_1D_2/2}{OA_1}$$

其中  $A_1P_2 = P_2P_2/2$ ，解得  $A_0A_1 = 90\text{mm}$ ，即  $A_0$  在透镜左侧  $75\text{mm}$  处；

此时，对成像光束起限制作用的是  $D_1D_2$ ， $D_1D_2$  在物像方共轭均为本身，系统孔径光阑，入瞳，出瞳均为  $D_1D_2$ ，并且，入瞳中心为  $O$ ， $P_2P_2$  即为入窗， $D_2D_2$  是  $P_2P_2$  对  $L$  的像方共轭，故  $D_2D_2$  为出窗和视场光阑。

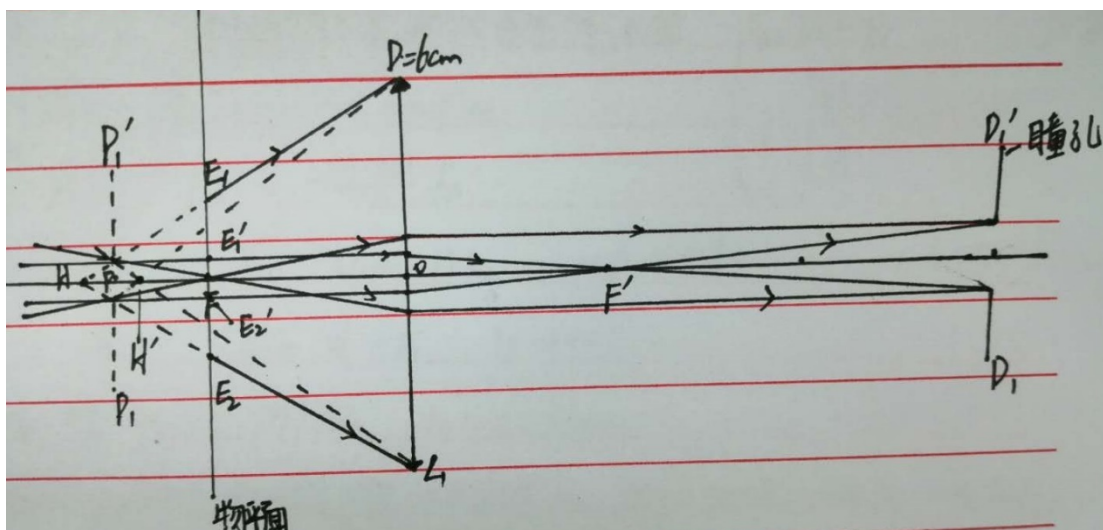
$$(2) \text{同理可得 } \frac{D_1O}{OA_0'} = \frac{D_1O - D_2D_2/2}{OA_2}，$$

解得  $OA_0' = 50\text{mm}$ ，即  $A_0$  在透镜右侧  $50\text{mm}$  处；

此时，对成像光束起限制作用的是  $D_2D_2$ ， $D_2D_2$  为系统孔径光阑、出瞳，入瞳为  $P_2P_2$ ，并且，出瞳中心为  $O'$ ， $D_1D_1$  为出窗， $D_1D_1$  在系统的物方共轭为本身，故系统入窗、出窗、视场光阑均为  $D_1D_1$ 。

1-31

解：



由题意有：  $f=f'=4\text{cm}$ ，  $s'=12\text{cm}$  高斯公式有：  $\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f}$ ，解得  $s=6\text{cm}$ ，如图，光

阑  $D_1D_1'$  相对于薄透镜  $L_1$  的物方共轭为  $P_1'P_1$ ，故  $P_1'P_1$  在距  $L_1$  左侧  $6\text{cm}$  处， $L_1$  对自身成像，与自身完全重合。

连接光阑  $L_1$  与  $P_1'P_1$  的边缘，分别交光轴于  $HH'$ ，可看出：

当物点在光轴  $H$  和  $H'$  之间时，物点对光阑  $L_1$  的张角比  $P_1'P_1$  小，所以系统的孔径光阑、入瞳、出瞳均为  $L_1$ ，此时入瞳中心为  $O$ ， $O$  对  $P_1'P_1$  的张角比  $L_1$  小，所以系统的入窗为  $P_1'P_1$ ，出窗和视场光阑为  $D_1'D_1$ ；

当物点在光轴  $HH'$  以外时，物点对  $P_1'P_1$  的张角比光阑  $L_1$  小，所以系统的孔径光阑、出瞳。入瞳为  $P_1'P_1$ ，此时入瞳中心为  $P$ ， $P$  对  $L_1$  的张角比  $P_1'P_1$  小，所以系统的入窗和视场光阑为  $L_1$ ，出窗为  $L_1'$ 。

(2) 如图连接入瞳和入窗边缘，交物平面于  $E_1, E_2$ ，能看到的范围为  $|E_1E_2|$

设瞳孔孔径为  $D'$   $x'=12-4=8\text{cm}$  放大倍率为：  $\beta = -\frac{x'}{f'} = -2$

设  $P_1'P_1$  孔径为  $D''$ ，  $|\beta| = \frac{D'}{D''} = 2$ ，

利用三角形相似：  $\frac{|E_1E_1'|}{\frac{D}{2} - \frac{D''}{2}} = \frac{6-4}{6}$ ，  $|E_2E_2'| = |E_1E_1'| = 1 - \frac{D'}{12}$

解得：  $|E_1E_2| = 2|E_1E_1'| + D'' = (2 + \frac{D'}{3})\text{cm}$ ，所以，能观察到直径为  $(2 + \frac{D'}{3})\text{cm}$  的圆形范围。若忽略瞳孔孔径的影响，能观察到的是直径为  $2\text{cm}$  的圆形范围。

$$f = \frac{n}{(n_L - n)\frac{1}{r_1} + (n' - n_L)\frac{1}{r_2}} \quad f' = \frac{n'}{(n_L - n)\frac{1}{r_1} + (n' - n_L)\frac{1}{r_2}}$$

薄透镜在空气中使用：

$$f = f' = \left( \left( \frac{n_L}{n} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right)^{-1}$$

带入  $n_L = 1.51390$ ,  $n_D = 1.51630$ ,  $n_F = 1.52196$ ,

可得  $f_C' = 972.95194\text{mm}$ ,  $f_D' = 968.42921\text{mm}$ ,  $f_F' = 957.92781\text{mm}$

轴向色差:  $\Delta L_{CF}' = f_C' - f_F' = 15.024126\text{mm}$ 。

1-35

**解：(1)**  $f_D' = 10\text{cm} > 0$ , 正透镜用冕玻璃, 负透镜用火石玻璃, 故  $v_1 = 64.1$ ,  $v_2 = 36.3$ ,

$n_{1D} = 1.5163$ ,  $n_{2D} = 1.6199$

$$f_{1D}' = \frac{v_1 - v_2}{v_1} f_D' = 4.3370\text{cm}, \quad f_{2D}' = -\frac{v_1 - v_2}{v_2} f_D' = -7.6584\text{cm}$$

$$K_1 = \frac{1}{f_{1D}'(n_{1D} - 1)} = 0.446, \quad K_2 = \frac{1}{f_{2D}'(n_{2D} - 1)} = -0.2106$$

由题意有:  $r_3 = \infty$ ,  $k_1 = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}$ ,  $k_2 = \frac{1}{r_2}$ , 解得:  $r_1 = 4.24\text{cm}$ ,  $r_2 = -4.75\text{cm}$

(2)  $f_D' = -10\text{cm} < 0$ , 正透镜用火石玻璃, 负透镜用冕玻璃, 故  $v_1 = 36.3$ ,  $v_2 = 64.1$ ,

$n_{1D} = 1.6199$ ,  $n_{2D} = 1.5163$

$$f_{1D}' = \frac{v_1 - v_2}{v_1} f_D' = 7.6584\text{cm}, \quad f_{2D}' = -\frac{v_1 - v_2}{v_2} f_D' = -4.3370\text{cm}$$

$$K_1 = \frac{1}{f_{1D}'(n_{1D} - 1)} = 0.21, \quad K_2 = \frac{1}{f_{2D}'(n_{2D} - 1)} = -0.45$$

由题意有:  $r_3 = \infty$ ,  $k_1 = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}$ ,  $k_2 = \frac{1}{r_2}$ , 解得:  $r_1 = -4.24\text{cm}$ ,  $r_2 = -2.24\text{cm}$

1-37

解:

简易图像为:

其中,  $D$  为入瞳直径,  $d$  为底片上斑点直径,  $S_1'$ 、 $S_2'$  分别为  $S_1=10m$ ,  $S_2=-8m$ , 由高斯公式:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f}$$

由几何关系有:

$$\frac{d}{D} = \frac{s_1' - s_2'}{s_2'}$$

联立以上公式可得:  $s_1' = \frac{10}{99}m$ ,  $s_2' = \frac{8}{81}m$ ,  $D = 4.4mm$ , 则  $\frac{D}{f} = \frac{4.4}{100} = \frac{1}{22.73} < \frac{1}{2.8}$ ,

故应取光圈 2.8。

1-39

解: 查询书中表 1-7-3 XJ-16 金相显微镜的惠更斯目镜 可知, 三种目镜的线视场为  $L_1=19$ ,  $L_2=13.6$ ,  $L_3=9.3$ ;

设三种目镜对应的显微镜的线视场为  $D_1, D_2, D_3$ , 物镜的放大倍数为  $|\beta_{ob}|$ ,  $|\beta_{ob}|=45$ ,

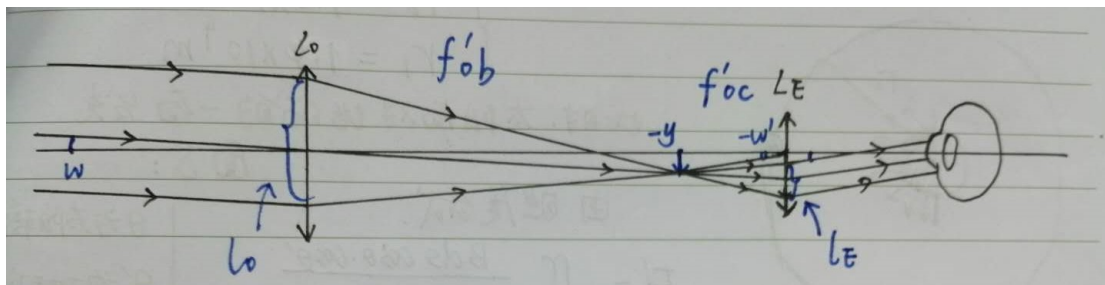
由  $|\beta_{ob}| = L/D$ ,

解得:  $D_1 = L_1 / |\beta_{ob}| = 0.42mm$ ,  $D_2 = L_2 / |\beta_{ob}| = 0.30mm$ ,  $D_3 = L_3 / |\beta_{ob}| = 0.21mm$

所以这三种目镜分别与 45 倍的消色差物镜配合使用, 显微物镜的线视场分别为 0.42mm, 0.30mm, 0.21mm.

1-41

解:



设入射光线与水平轴夹角, 相对于物镜为  $\omega$ , 其对目镜的夹角为  $-\omega'$

望远系统的目镜的物方焦点与物镜的像方焦点几乎重合, 且  $\omega$  很小, 由旁轴近似:

$$\omega = -y / f_{ob}', \quad -\omega' = -y / f_{oc}'$$

且由角放大率公式有:  $1/\gamma = \omega / \omega' = -f_{oc}' / f_{ob}'$

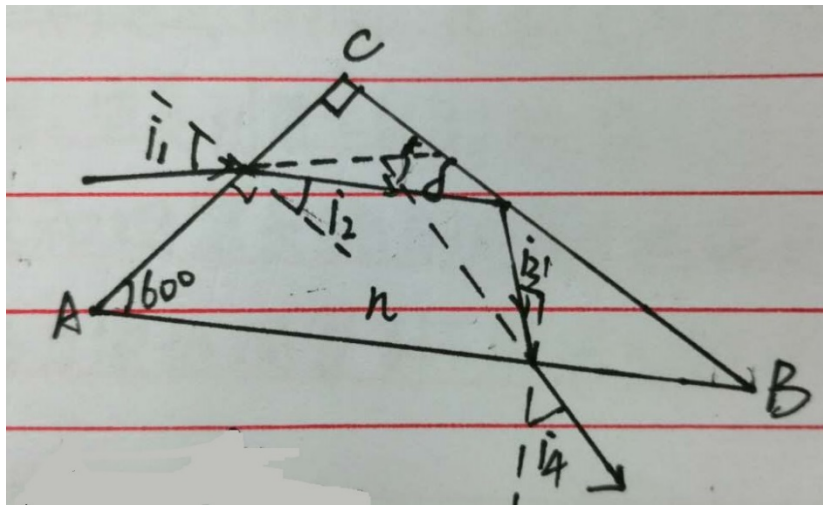
如图，由相似三角形得：  $l_0 / l_E = -f_{ob}' / f_{oc}'$

则  $\beta = l_E / l_0 = -f_{oc}' / f_{ob}'$

故  $\beta = 1 / \gamma = -f_{oc}' / f_{ob}'$  得证

1-43

解：



证明：由几何关系得：  $i_2 + i_3 = 60^\circ$  ,  $\delta = i_1 - i_4 + 60^\circ$

$$\frac{d\delta}{di_1} = 1 - \frac{di_4}{di_1}, \text{ 可以证明, } \frac{d^2\delta}{di_1^2} = \frac{d^2i_4}{di_1^2} > 0$$

所以产生最小偏向角的充要条件是  $\frac{d\delta}{di_1} = 0$  , 即  $\frac{di_4}{di_1} = 1$  ,

按折射定律：  $n \sin i_2 = \sin i_1$  ,  $n \sin i_3 = \sin i_4$

取微分后得：  $n \cos i_2 di_2 = \cos i_1 di_1$  ,  $n \cos i_3 di_3 = \cos i_4 di_4$

由上述两式得：  $\frac{di_4}{di_1} = \frac{\cos i_1 \cos i_3}{\cos i_2 \cos i_4} \frac{di_3}{di_2}$  ,

又  $i_2 + i_3 = 60^\circ$  ,  $di_3 = -di_2$  , 所以  $\frac{di_4}{di_1} = \frac{\cos i_1 \cos i_3}{\cos i_2 \cos i_4}$  ,

故产生最小偏向角的条件为  $\frac{\cos i_1 \cos i_3}{\cos i_2 \cos i_4} = -1$  , 写成  $\frac{\cos i_1}{\cos i_2} = -\frac{\cos i_4}{\cos i_3}$  ,

左右平方得到： $\frac{1-\sin^2 i_1}{n^2-\sin^2 i_1} = -\frac{1-\sin^2 i_4}{n^2-\sin^2 i_4}$ ，等式只有  $i_1=i_4$  时才成立，故

$$\delta_{\max}=i_1-i_4+60^\circ=60^\circ$$

$$\text{又因 } \sin i_4 = n \sin i_3 = n \sin(60^\circ - i_2) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{1}{2} \sin i_1$$

$$\text{所以 } \sin i_1 = \sin i_4 = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{1}{2} \sin i_1, \text{ 解得 } i_1 = \arcsin \frac{n}{2}$$

故，当入射角  $i_1$  与材料折射率  $n$  满足  $i_1 = \arcsin \frac{n}{2}$  时，对于不同波长的光线（对应材料折射率  $n$  不同），棱镜最小偏角恒为  $60^\circ$ 。

1-45

解：

$$(1) \text{光通量: } \Phi_\lambda = KmV(\lambda)\Psi = 683 \times 0.240 \times 3 \times 10^{-3} = 0.49176 [\text{lm}]$$

$$\text{立体角: } \Delta\Omega \approx \pi(\Delta\theta)^2$$

$$\text{发光强度: } I = \frac{\Delta\Phi_\lambda}{\Delta\Omega} = \frac{0.49176}{\pi(10^{-3})^2} = 1.565 \times 10^5 [\text{cd}]$$

$$\text{沿轴线方向亮度: } L = \frac{dI}{ds \cos\theta} = \frac{dI}{\frac{\pi}{4}(D)^2 \times 1} = \frac{1.565 \times 10^5}{\frac{\pi}{4}(10^{-3})^2 \times 1} = 1.993 \times 10^{11} [\text{cd} \cdot \text{m}^{-2}]$$

(2)

$$E = \frac{I \cos\theta}{l^2}, \quad \theta \approx 0^\circ$$

$$E = \frac{I}{l^2} = \frac{1.565 \times 10^5}{10^2} = 1.565 \times 10^3 (\text{lx})$$

故照度为  $1.565 \times 10^3 (\text{lx})$ 。

$$(3) \quad L' = \tau L \left( \frac{n'}{n} \right)^2, \text{ 根据题意, } n' = n, \text{ 故 } \tau = \frac{L'}{L} = \frac{1}{1.993 \times 10^{11}} = 5.02 \times 10^{12}$$



1-47

**解:**

(1) 太阳的视角为  $32'$ , 接近于平行光, 故:  $x' \approx f' = 12.5\text{cm}$

$$\frac{d}{2} = x' \cdot \tan 16' = 0.0582\text{cm}$$

解得:  $d \approx 1.16\text{mm}$

故太阳像的直径为  $1.16\text{mm}$ 。

(2) 当物距  $x$  为无穷大时, 辐照度:

$$E_v = \frac{\pi \tau B_e}{4} \left( \frac{D}{f} \right)^2 = \frac{\pi 0.85 \times 3 \times 10^6}{4} \left( \frac{0.1}{0.125} \right)^2 = 1.28 \times 10^6 \text{ w/m}^2$$

$$\text{辐通量: } \Phi = E_v S = E_v \times \pi \times \left( \frac{d}{2} \right)^2 = 1.35\text{W}$$

(3) 我们知道太阳在一定程度上可以看成余弦辐射体, 故满足:

$$E' = \pi B_e \sin^2 u' \approx \pi B_e \left( \frac{d}{2f} \right)^2$$

$$N = \frac{E}{E'} = \frac{\pi \tau B_e (D/2f)^2}{B_e \pi (d/2f)^2} = \left( \frac{D}{d} \right)^2 \cdot \tau$$

$$\text{故: } N = \left( \frac{D}{d} \right)^2 \cdot \tau = \left( \frac{100}{1.16} \right)^2 \cdot 0.85 = 6.32 \times 10^3$$

即太阳像的辐照度是太阳直接正射地面时辐照度的  $6.32 \times 10^3$  倍。

1-49

**解:** 太阳为余弦发光体:

$$E = \iint_S \frac{B ds \cos \theta \cos \theta'}{r^2}$$

$$ds = \frac{4\pi D^2}{2} \sin \theta d\theta$$

由于太阳光垂直照射地面,  $\cos \theta' = 1$ , 太阳余弦发光体可等效亮度均匀的圆盘:

$$E = \iint_S \frac{2\pi D^2 B \sin \theta \cos \theta}{r^2} d\theta = \frac{2\pi D^2 B}{r^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta \cos \theta d\theta = \frac{4\pi D^2 B}{r^2}$$

$$\text{故, } B = \frac{Er^2}{4\pi D^2} = \frac{10^5 (1.5 \times 10^{11})^2}{4\pi (1.4 \times 10^9)^2} = 1.5 \times 10^9 \text{ (cd/m}^2\text{)}$$

1-51

**解：**设录像管的像面照度为  $E_v$ ，天空亮度为  $L$ ，录像机镜头的入瞳直径为  $D$ ，物方焦距为  $f$ ， $E_{v\min}=20\text{lx}$ ， $L=0.25\text{cd/cm}^2$ ，光圈数值  $N=f/D$ ，远距离摄影时，

$$E_v = \frac{T\pi L}{4} \left( \frac{D}{f} \right)^2 = \frac{T\pi L}{4} \left( \frac{1}{N} \right)^2$$

取  $E_v = E_{v\min}$  时，解得  $N=8.29$ ， $D/f=0.12$ ，

故录像机镜头的光圈应选镜头上刻度的光圈数标记值为 8 的档位，即使用相对孔径大于等于 0.12 的摄影物镜；因为像面照度  $E_v$  与相对孔径  $D/f$  成正相关，因此录像管要求的最低像面照度为 20lx 时，对应录像机镜头的最低相对孔径应为 0.12。

1-53

**解：**由题意知：当光圈由  $f2$  变为  $f2.8$  时，快门时间需增加：

$$(1/100) \times 2 = (1/50)\text{s}$$

此时原底片在光度方面能达到满意，由于底片由  $21^\circ\text{DIN}$  变成  $18^\circ\text{DIN}$ ，因此快门时间应变成：

$$(1/50) \times 2 = (1/25)\text{s}$$

故快门时间用 0.04s。