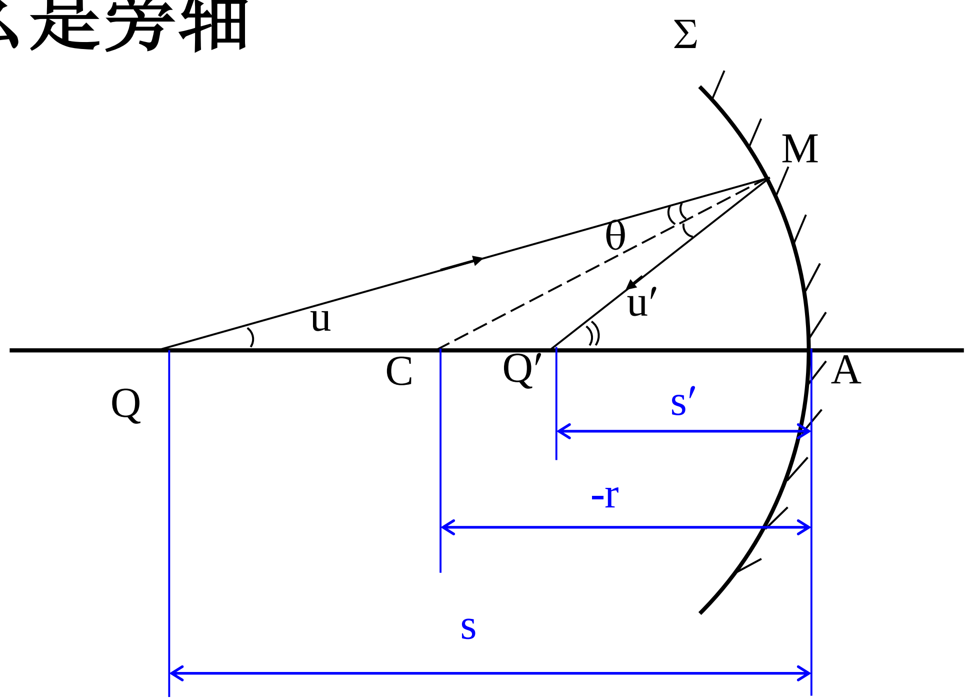
§2.5 球面旁轴成像

前面所述，一般光学系统均不具同心性，球面也不例外，不能严格成像，但在旁轴条件下，能近视成像。

- 1. 什么是旁轴



- 如图，一球面镜Σ，圆心为C，过C作一直线交Σ于A，A为Σ面之中点，称CA为主光轴（或主轴）。
- 在主轴附近与主轴夹角较小（<5°）的光线叫旁轴光线，或近轴光线。
- 由于绝大多数光学系统都是由一系列球形折射或反射面组成，下面讨论在近轴条件下的成像。

- 2. 符号规则
  - 为了从一具体情况出发导出物像的一般关系，必须对有关参量规定一套符号规则。设入射光从左到右。
  - ⅰ° 物点Q到顶点A的距离QA称为物距，用s表示。

    实物，$s>0$，虚物，$s<0$。 （左正右负）

- ⅱ° 像点Q′到A的距离Q′A称为像距，用s′表示。

  实像，$s' > 0$，虚像，$s' < 0$。

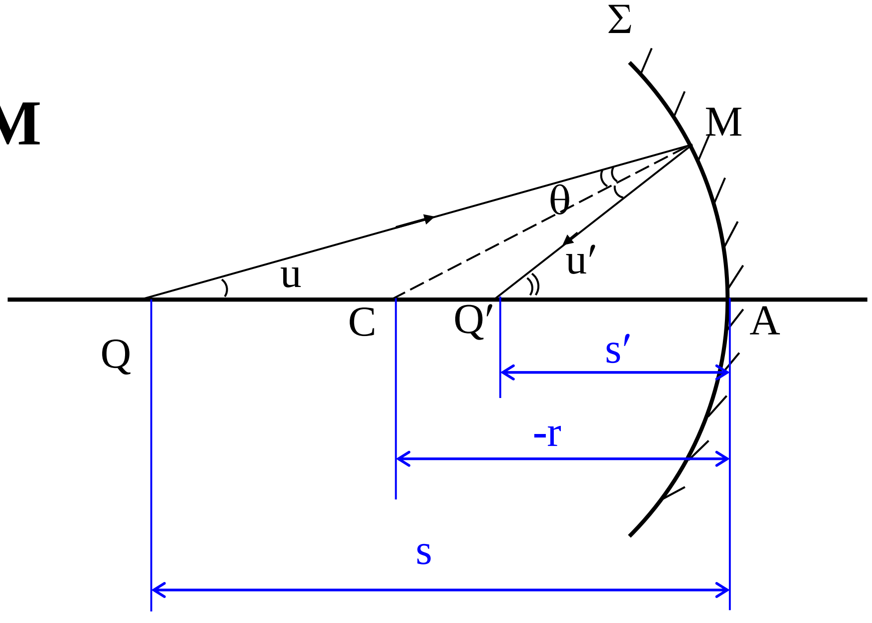
  对反射镜， 左正右负；

  对折射镜， 左负右正。

- ⅲ° 对于曲率半径r，则圆心C相对顶点A，左负右正。

- ⅳ° 在光路图中，标绝对值。

- 3. 光在单球面上的反射
  - 从Q引一近轴光交于M，QM与主轴夹角为u，Q′M与QA夹角u′。



正弦定理：

$$QC/\sin\theta = MC/\sin u$$

$$Q'C/\sin\theta = MC/\sin u'$$

$$\therefore \quad QC\sin u = Q'C\sin u'$$

其中　**QC = s-(-r) = s+r**

Q′C = -r-s′

对于近轴近似，　**sinu = tgu = MA/QA**

sinu′ = tgu′ = MA/Q′A

代入并整理得，$$\frac{s+r}{s}=\frac{-r-s'}{s'}$$

即 $$\boxed{\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=-\frac{2}{r}}$$

- ⅰ° 对于平行光入射，$s = \infty$，

  这时，$s' = -r/2$。这个像点称为像方焦点，

  记为F'。（第二，后焦点）

- ⅱ° 反之，若$s = -r/2$，则

  $s' = \infty$。由光路可逆性可知，出射为平行光。

  因此，$s = -r/2$的点又称物方焦点，

  记为F。（第一，前焦点）

- **iii° 焦点到A的距离称为焦距，物方焦距f和像方焦距f′定义如下：**

$$f=\lim_{s'\to\infty}s \qquad f'=\lim_{s\to\infty}s'$$

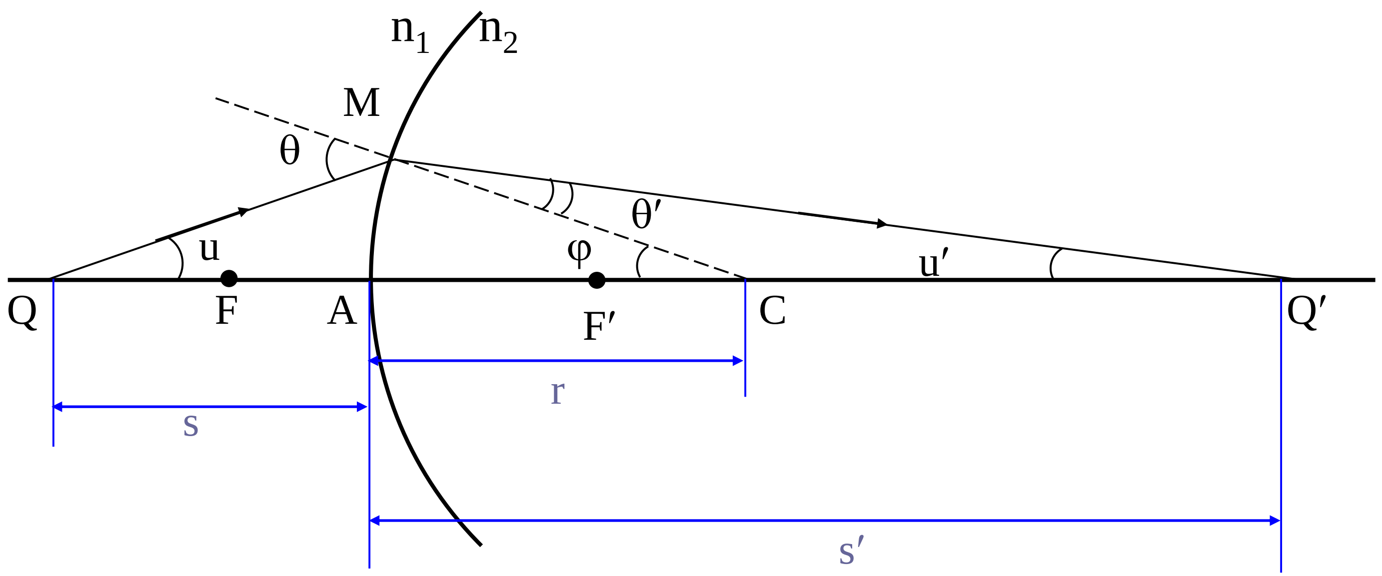
对于反射球面， f = f′ =-r/2

∴ 有

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$$

若r→∞，则s = s′。这就是平面镜成像的情况。

4. 光在单球面上的折射



如图 $\theta = u + \varphi$

$\theta' = \varphi - u'$

由近轴近似： $u = \mathrm{tg}u = MA/s$

$u' = \mathrm{tg}u' = MA/s'$， $\varphi = MA/r$

由折射定律： $n_1\sin\theta = n_2\sin\theta'$ （即$n_1\theta = n_2\theta'$）

得：

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

由**f**，**f′**的定义：

$$f=\lim_{s'\to\infty}s=\frac{n_1 r}{n_2-n_1}$$

$$f'=\lim_{s\to\infty}s'=\frac{n_2 r}{n_2-n_1}$$

可得：
$$\frac{f}{s}+\frac{f'}{s'}=1$$

- 这个普遍的物像公式，称为高斯（**Gauss**）物像公式。
- 前面的球面反射公式亦包括其中。

- s、s′物距和像距也可以从F、F′算起，用x、x′表示。符号法则如下：

对x，若Q在F之左，$x > 0$；Q在F之右，$x < 0$。

对x′，若Q′在F′之左，$x' < 0$；Q′在F′之右，$x' > 0$。

$\therefore \quad x = s - f, \quad x' = s' - f'$

- 则高斯公式为：

$xx' = ff'$ 称为牛顿公式。