§ 3.5 光的空间相干性
(教材3.2.5~6)

- 我们将会学到

- 干涉条纹衬比度
- 空间相干性

1. 实际问题的提出(VirtualLab问题)

- 在杨氏双缝实验中，使用狭缝光源时，如果缝越大，会使得干涉条纹变模糊。类似的情况也会出现在等厚干涉中。
- 颜色越鲜艳的肥皂膜，膜越易破，反之，不鲜艳的却越持久。
- 牛顿环实际上是两块玻璃间，空气层内干涉结果。日常生活中，假如我们夹着两块平板玻璃，却不能看到干涉条纹。
- 用Michelson干涉仪中做白光干涉，通常要求两臂路程相等，为什么？

…

2. 干涉条纹的衬比度 P111

- 干涉条纹的清晰度，用其衬比度ν表示。定义：

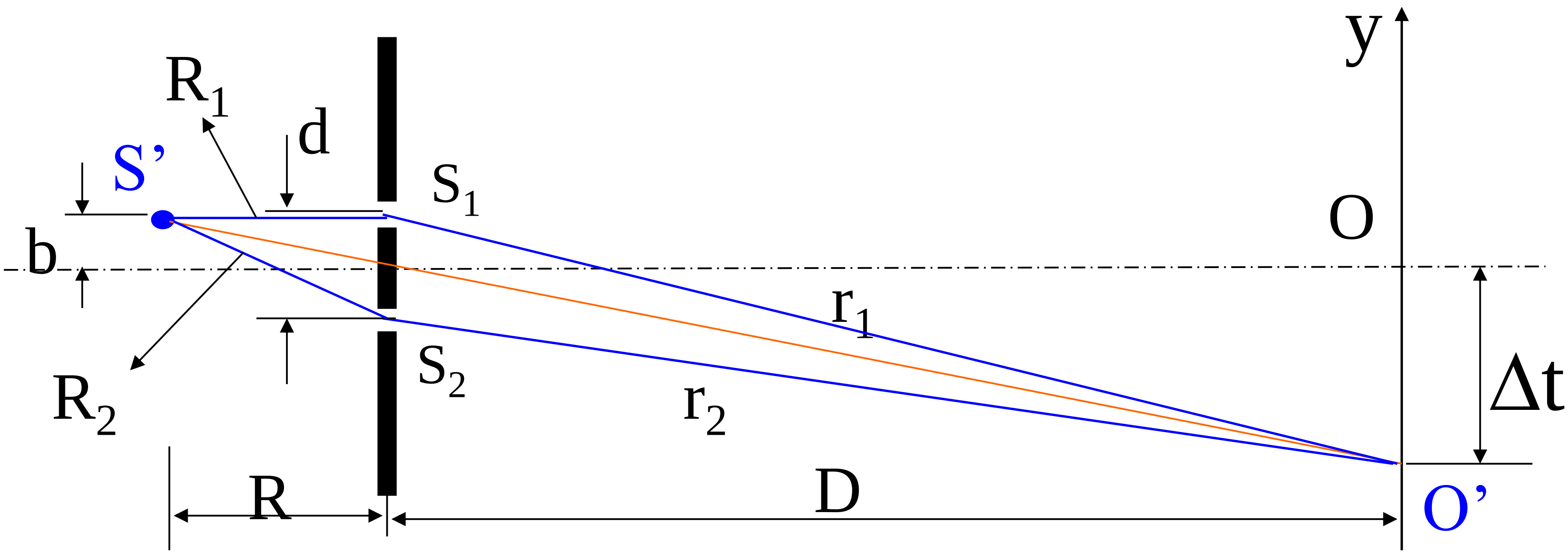
$$\boxed{\nu = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}}$$

当ν＝1时，条纹最清晰，完全相干。

当ν＝0时，无干涉条纹，完全不相干。

一般地，当$I_{min}<I_{max}$， 0<ν<1，部分相干。

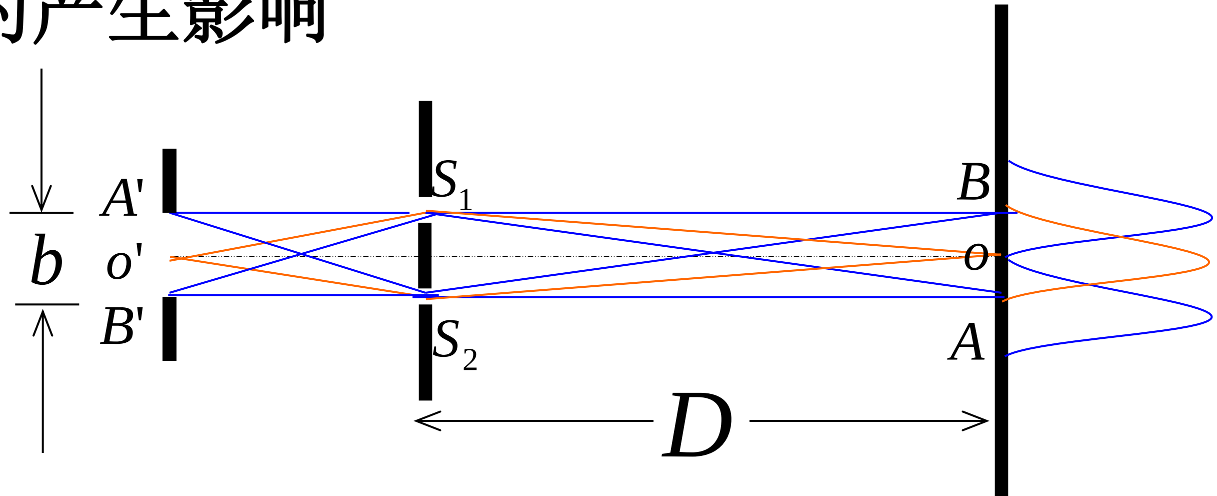
以杨氏双缝实验为例讨论空间相干性



- 点光源移动引起条纹的偏移量为 $$\delta x = -\frac{D}{R} b$$
- 点光源对应的条纹间距为 $$\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$$

3. 空间相干性(P112-113)

- 面光源：具有一定宽度，无数点光源。必然会对干涉条纹的产生影响



（1）每一个点光源 ←→ 一套干涉条纹（相干叠加）

（2）所有点光源 ←→ 许多套干涉条纹的非相干叠加

（3）光源面积越大，非相干叠加越厉害，衬比度迅速 下降。

3. 空间相干性

$$\delta x=-\frac{D}{R}b$$

$$\Delta x=\frac{D\lambda}{d}$$

- 当最边缘(A'和B'，相距b)两个点光源在远场观察屏上产生的干涉条纹错开一个条纹时，即|δx|＝Δx，整个面光源所产生的各组条纹之强度叠加后，衬比度为零(严格证明，教材P113)。由此可以求出最大b值(式3.25)：

$$\boxed{b\equiv b_0=\frac{R}{d}\lambda}$$ ——光源的极限宽度

- 物理上就认为次波源S1和S2完全不相干。因此要观察到相干的干涉条纹，要求光源宽度$b<b_0$。为观察到较清晰的干涉条纹，通常取$b<b_0/4$ 。

- 思考：如果b稍稍大于b_0，能否看到干涉条纹？P113图3-15

课堂练习

$\mathrm{nm}/20\,\mathrm{m} = 1.000289.$

3-11. 用钠光灯作杨氏双缝干涉实验，光源宽度被限制为 2 mm，带双缝的屏离缝光源 2.5 m，为了在幕上获得可见的干涉条纹，双缝间隔不能大于多少？

解： 根据光场空间相干范围孔径角 $\Delta\theta_0$ 与光源宽度 b 之间的反比关系

$$b\Delta\theta_0 \approx \lambda,$$

在 b 给定的情况下干涉孔径角（即双缝对光源所张的角间隔）$\Delta\theta$ 必须小于 $\Delta\theta_0$，即双缝间隔

$$d = R\Delta\theta < R\Delta\theta_0 = R\lambda/b = 2.5\,\mathrm{m}\times 589.3\,\mathrm{nm}/2\,\mathrm{mm} = 0.74\,\mathrm{mm}.$$

3. 空间相干性

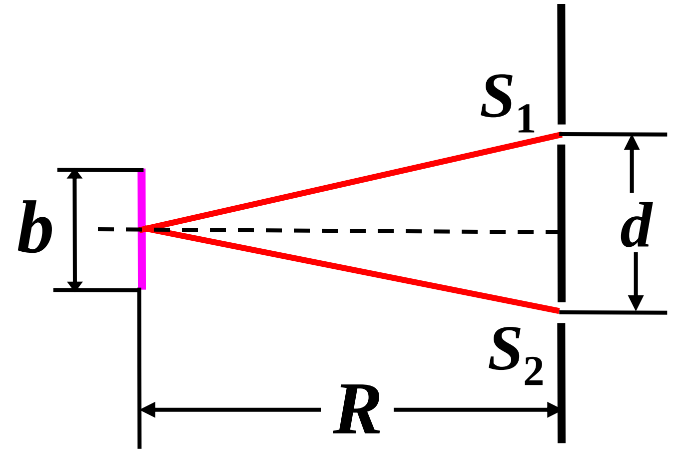
$$b \equiv b_0 = \frac{R}{d}\lambda$$

• 相干间隔和相干孔径角

(1) 相干间隔

若面光源宽度b 和 R一定，则要得到干涉条纹，就要求两次波源相距：

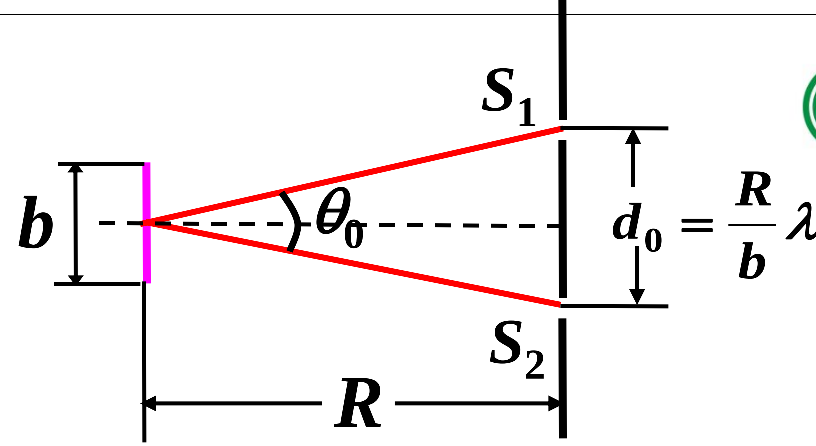
$$d < \frac{R}{b}\lambda$$



我们令 $\boxed{d_0 = \frac{R}{b}\lambda}$ ——相干间隔

R一定时， b越小， d_0越大，空间相干性越好。这就是我们要讨论的光场空间相干性问题！

3. 空间相干性



(2) 相干孔径角

定义：d_0 对光源中心的张角，其大小为：

$$\boxed{\theta_0=\frac{d_0}{R}=\frac{\lambda}{b}}$$

因此：

a) 在 θ_0 以内两点相干，称为相干区域。

b) 光源的线度越小，其空间相干性越好。

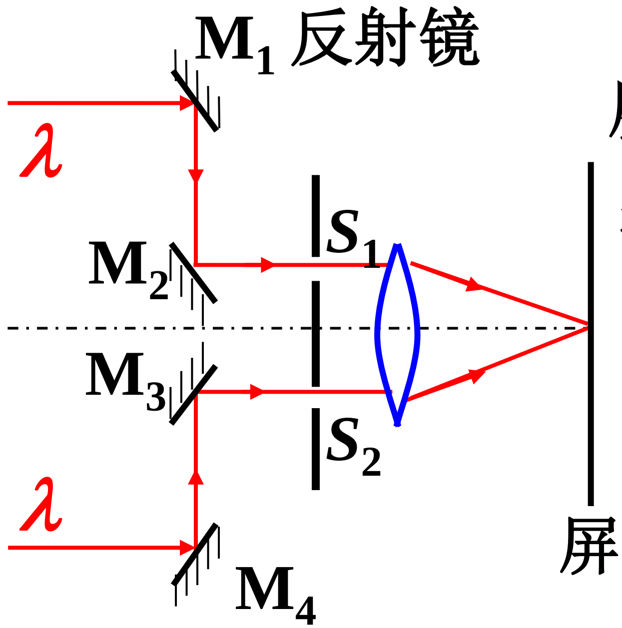
c) 点光源上任何两点的光均可以相干。

- 此外，不难有 $b\theta_0\sim\lambda$。此式为空间相干性反比公式，表明在相干范围内，孔径角与光源宽度b成反比。

3. 空间相干性

- 迈克耳孙测星干涉仪

四块反射镜增大了双缝的缝间距



屏上条纹消失时，M_1M_4间的距离就是d_0

猎户座α星： $\lambda \approx 570\ \text{nm}$

1920年12月测得:

$d_0 \approx 3.07\,\text{m}$ 。

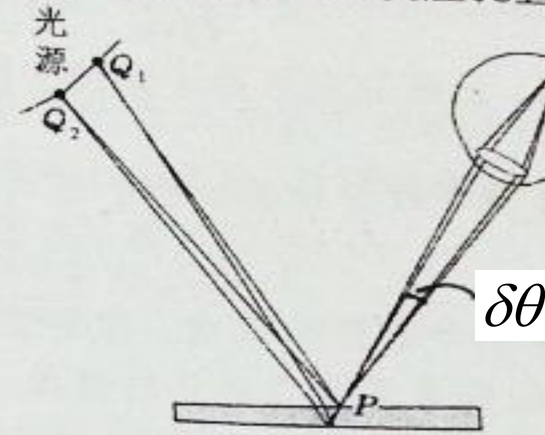
$$\varphi = 1.22\frac{\lambda}{d_0} = 1.22\times\frac{570\times10^{-9}}{3.07}$$

$$\approx 2.26\times10^{-7}\ \text{rad} \approx 0.0466''$$

3－21. 如图 3－33 用肉眼直接观察薄膜表面的干涉条纹。设瞳孔直径为 3 mm，与表面相距 30 cm，视线与表面法线夹角 30°，薄膜折射率为 1.5。

（1）分别计算膜厚 2 cm 及 20 μm 两种情况下，点源 Q_1、Q_2 在观察点 P 产生的光程差改变量 $\delta(\Delta L)$。

（2）如果为了保证条纹有一定的衬比度，要求上述光程差改变量的数量级不能超过多少？以此来估计一下对膜厚 h 的限制。



解：设点源的入射角为θ，折射角为γ。则点源在P点产生的光程差表达式为

$$\Delta L(P) = 2nh\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}$$

于是，光程差改变量为

$$\delta(\Delta L) = \frac{d(\Delta L)}{d\gamma}\delta\gamma = -2nh\sin\gamma \cdot \delta\gamma$$

从对折射定律 $n\sin\gamma = \sin\theta$ 微分：

$$\delta\gamma = \frac{\cos\theta}{n\cos\gamma}\cdot\delta\theta$$

于是

$$\delta(\Delta L) = -2h\sin\gamma\cdot\frac{\cos\theta}{\cos\gamma}\cdot\delta\theta = -\frac{2h\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta}}\cdot\delta\theta$$

表面看起来，$\delta(\Delta L)$ 由点源 Q_1、Q_2 之间的角距离 $\delta\theta$ 决定，实际上 $\delta\theta$ 由瞳孔决定：

$$\delta\theta=\frac{D}{s},\qquad \left(\begin{array}{l}D\text{ 为瞳孔直径，}\\ s\text{ 为瞳孔到 }P\text{ 点距离。}\end{array}\right)$$

最后得到

$$\delta(\Delta L)=-\frac{2hD\sin\theta\cos\theta}{s\sqrt{n^2-\sin^2\theta}}.$$

$D=3\,\text{mm}$，$s=30\,\text{cm}$，$\theta=30°$，$n=1.5$，代入上式，得

$$\delta(\Delta L)=-0.0061h=\begin{cases}-122\,\mu\text{m}, & h=2\,\text{cm};\\ -0.122\,\mu\text{m}, & h=20\,\mu\text{m}.\end{cases}$$

（2）为使干涉条纹有一定的衬比度，至少要求 $|\delta(\Delta L)|<\lambda/2$. 由此应使膜层厚度

$$h<\frac{s\sqrt{n^2-\sin^2\theta}}{4D\sin\theta\cos\theta}\lambda\xlongequal{\text{本题中}}82\lambda.$$

若取 $\lambda=0.55\,\mu\text{m}$，$82\lambda\approx45\,\mu\text{m}$，则 2 cm 厚的膜不合要求，而 20 μm 厚的膜合乎要求。

3. 空间相干性（小结）

- 空间相干性实际上是在讨论：由于光源的线度(扩展光源)而引起的干涉条纹衬比度降低。
- 空间相干范围： $\boxed{b=\frac{R}{d}\lambda}$ $\boxed{b\theta_0\sim\lambda}$
- 它可以用于解释：
  - 为什么激光器比白光更容易看到干涉条纹？(激光器b很小)
  - 等倾干涉中，为什么用面光源可以得到清晰的条纹？($\theta_0\sim 0$ ，参考book P127～128)
  - 等厚干涉中，为什么光源面积b须受限制？(参考book P128)
  - …

Homework wk10 (submit on May 4)

- 教材 P159 习题 3-11、3-12