

## 《概率统计》试卷 (二)

时间 90 分钟

### 一. 选择题 (每题 3 分, 共 24 分)

1. 设事件  $A$  与  $B$  互斥,  $P(A) > 0, P(B) > 0$ , 则下列结论中一定成立的有\_\_\_\_\_.

(A)  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  互不相容;

(B)  $A, B$  为对立事件;

(C)  $A$  与  $B$  相互独立;

(D)  $A$  与  $B$  不独立.

2. 一盒零件有 5 个正品, 2 个次品, 不放回任取 3 个, 其中至少有 2 个正品的概率为\_\_\_\_\_.

(A)  $2/7$ ;

(B)  $4/7$ ;

(C)  $5/7$ ;

(D)  $6/7$ .

3. 某人射击中靶的概率为 0.75. 若射击直到中靶为止, 则射击次数为 3 的概率为\_\_\_\_\_.

(A)  $(0.75)^3$ ;

(B)  $0.75(0.25)^2$ ;

(C)  $0.25(0.75)^2$ ;

(D)  $(0.25)^3$ .

4. 下列各函数中可以作为某个随机变量  $X$  的分布函数的是\_\_\_\_\_.

(A)  $F(x) = \sin x$ ;

(B)  $F(x) = \frac{1}{1+x^2}$ ;

(C)  $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2} & (x \leq 0), \\ 1 & (x > 0); \end{cases}$

(D)  $F(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0), \\ 1.1 & (0 \leq x \leq 1), \\ 1 & (x > 1); \end{cases}$

5. 设随机变量  $X \sim B(1, p), Y \sim \pi(\lambda)$ , 且  $X, Y$  相互独立, 则  $X + Y$  \_\_\_\_\_.

(A) 是一维随机变量;

(B) 是二维随机变量;

(C) 服从两点分布;

(D) 服从泊松分布.

6. 设随机变量  $X$  的分布律为:  $P(X = a) = 0.6, P(X = b) = p, (a < b)$ . 又  $E(X) = 1.4$

$D(X) = 0.24$ , 则  $a, b$  的值为\_\_\_\_\_.

(A)  $a=1, b=2$ ;

(B)  $a=-1, b=2$ ;

(C)  $a=1, b=-2$ ;

(D)  $a=0, b=1$ .

7. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自正态总体  $N(\mu, 1)$  的一个简单随机样本,  $\bar{X}, S^2$  分别为样本均值与样本方差, 则 \_\_\_\_\_.

(A)  $\bar{X} \sim N(0, 1)$ ;

(B)  $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n)$ ;

(C)  $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim \chi^2(n)$ ;

(D)  $\frac{\bar{X}}{S/\sqrt{n-1}} \sim t(n-1)$ .

8. 在  $H_0$  为原假设,  $H_1$  为备择假设的假设检验中, 若显著性水平为  $\alpha$ , 则\_\_\_\_\_.

(A)  $P(\text{接受 } H_0 \mid H_0 \text{ 成立}) = \alpha$ ;      (B)  $P(\text{接受 } H_1 \mid H_1 \text{ 成立}) = \alpha$ ;

(C)  $P(\text{接受 } H_1 \mid H_0 \text{ 成立}) = \alpha$ ;      (D)  $P(\text{接受 } H_0 \mid H_1 \text{ 成立}) = \alpha$ .

二. 填空题 (每题 5 分, 共 30 分)

1. 设  $P(A) = 3P(B) = 2/3$ ,  $A$  与  $B$  都不发生的概率是  $A$  与  $B$  同时发生的概率的 2 倍, 则  $P(A - B) =$ \_\_\_\_\_.

2. 设  $A, B$  为两随机事件, 已知  $P(A) = 0.7 = 0.3 + P(B)$ ,  $P(A \cup B) = 0.8$ , 则

$P(A \mid \bar{A} \cup B) =$ \_\_\_\_\_.

3. 设随机变量  $X$  的密度函数为: 
$$f(x) = \begin{cases} 1/3 & (0 \leq x \leq 1), \\ 2/9 & (3 \leq x \leq 6), \\ 0 & (\text{其他}). \end{cases}$$

若  $k$  满足  $P(X \geq k) = 2/3$ , 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

4. 设随机变量  $X \sim N(1.04, 1)$ , 已知  $P(X \leq 3) = 0.975$ , 则  $P(X \leq -0.92) =$ \_\_\_\_\_.

5. 设随机变量  $X, Y$  满足  $D(X) = 4, D(Y) = 1, D(3X - 2Y) = 28$ ,  $\rho_{XY} =$ \_\_\_\_\_.

6. 设总体  $X \sim U(0, \theta)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为总体的一个样本, 则未知参数  $\theta$  的矩估计量

为\_\_\_\_\_; 极大似然估计量为\_\_\_\_\_.

### 三. 计算题 (每题 10 分, 共 40 分)

1. 某电脑公司组装的电脑所用的显示屏是由 3 家工厂提供的(数据见表), 现从待出厂的电脑中任抽一台检验发现是次品(设为事件  $A$ ), 原因是显示屏有问题.

(1) 求  $P(A)$ ; (2) 有问题的显示屏由哪家厂提供的可能性最大?

显示屏制造厂	提供份额	次品率
1	0.15	0.03
2	0.60	0.01
3	0.25	0.02

2. 设随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 3x & (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x), \\ 0 & (\text{其他}). \end{cases}$$

(1) 求边缘密度函数  $f_X(x)$  与  $f_Y(y)$ ;

(2)  $X$  与  $Y$  是否相互独立? 为什么?

(3) 计算  $P(X + Y > 1)$ .

3. 某意外事故  $A$  发生的概率为  $p$ . 若  $A$  发生, 保险公司要赔偿给投保者  $M$  元. 为使公司的期望收益达到  $0.05M$  元, 公司将要求投保者交纳多少保费?

3. 机器自动包装食盐, 设每袋盐的净重服从正态分布, 规定每袋盐的标准重量为 500 克, 标准差不能超过 10 克. 某天开工后, 为了检验机器是否正常工作, 从已经包装好的食盐中

随机抽取 9 袋, 测得  $\bar{X} = 499$ ,  $S^2 = 16.03^2$ . 问这天自动包装机工作是否正常 ( $\alpha = 0.05$ )?

即检验 (1)  $H_0: \mu = 500, H_1: \mu \neq 500$ ; (2)  $H_0: \sigma^2 \leq 10^2, H_1: \sigma^2 > 10^2$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{0.025}(8) = 2.306, t_{0.025}(9) = 2.262 \quad \chi_{0.025}^2(8) = 17.535, \chi_{0.025}^2(9) = 19.023 \\ t_{0.05}(8) = 1.8595, t_{0.05}(9) = 1.8331 \quad \chi_{0.05}^2(8) = 15.507, \chi_{0.05}^2(9) = 16.919 \end{array} \right\}$$

### 四. 证明题 (6 分)

设事件  $A$ 、 $B$ 、 $C$  同时发生必导致事件  $D$  发生, 证明:  $P(A) + P(B) + P(C) \leq 2 + P(D)$ .