

**上一章内容回顾**

## **第二章: 光学谐振腔**

**§2.1 闭合腔中的振荡模**

**§2.2 开放式谐振腔的模间距及带宽**

**§2.3 谐振腔的稳定条件**

**§2.4 谐振腔的特性**

## 下一章内容简介

# 第三章：激光放大器与振荡器

### §3.1 受激跃迁产生的吸收与放大

#### ---粒子布居数反转

### §3.2 产生粒子数反转的几种量子系统

### §3.3 行波激光放大器

### §3.4 再生谐振放大器---振荡阈值条件

### §3.5 激光振荡器

### §3.6 激光器的频率特性和稳频与模式选择原理

## **§3.1 受激跃迁产生的吸收与放大**

### **---粒子布居数反转**

**一、光强指数衰减及放大规律---吸收放大系数**

**二、光放大的先决条件----粒子布居数反转**

# 一、光强指数衰减及放大规律---吸收放大系数

## 辐射能量交换的三个基本过程

## 产生激光的机理与两个过程有关

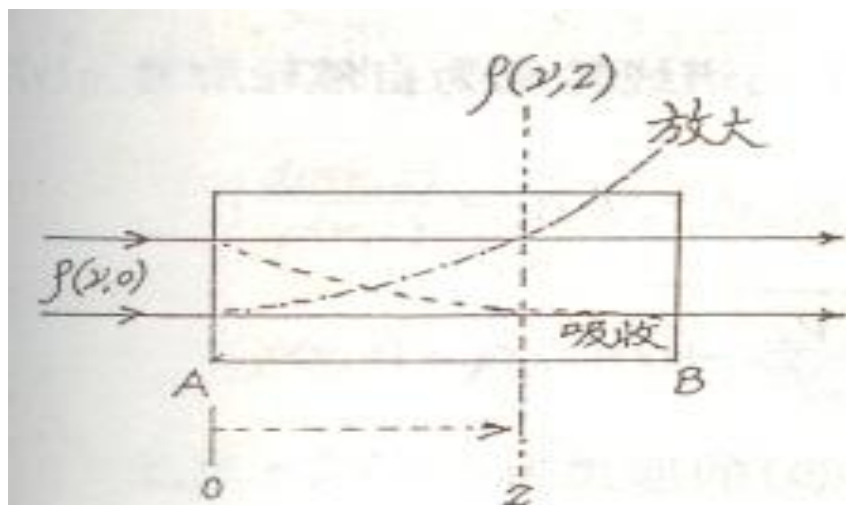


图 1-3. 1、光的受激吸收和受激发射

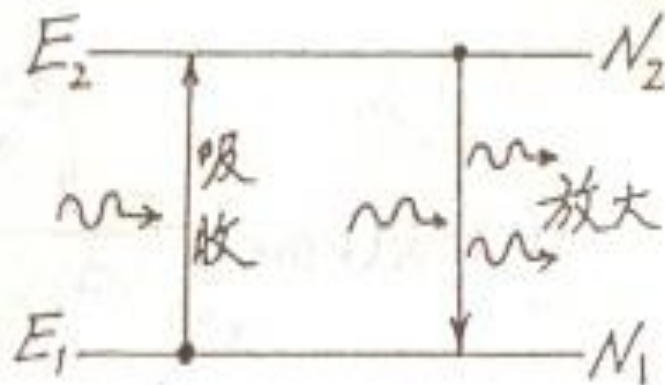


图1-3.2 受激过渡

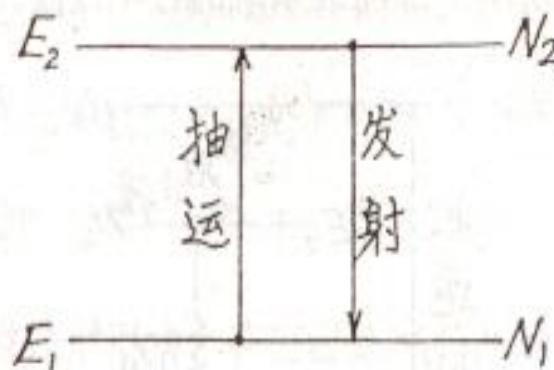


图1-3.3 二能级系统

# 1、受激吸收产生的能量密度的减少

$$\left( \frac{d\rho(\nu, z)}{dt} \right)_{\text{吸收}} = -N_1 \rho(\nu_1, z) g(\nu) B_{12} h \nu$$

$$\left( \frac{d\rho(\nu, z)}{dt} \right)_{\text{吸收}} = -N_1 \rho(\nu, z) g(\nu) \frac{g_2}{g_1} B_{21} h \nu$$

$g(\nu)$ : 谱线轮廓因子

$\rho(\nu, z)$ : 辐射能量密度

● 谱线轮廓为自然轮廓时,  $g(\nu)$ 的形式为：

$$g(\nu) = g(\nu_0, \nu)_N = \frac{2}{\pi \Delta \nu_N} \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu - \nu_0}{\Delta \nu_N / 2} \right)^2}$$

当谱线轮廓为热运动增宽轮廓时， $g(\nu)$ 的形式为( $H=N$  (自然加宽)， $L$ (碰撞加宽))

$$g(\nu) = g(\nu_0, \nu)_H = \frac{2}{\pi \Delta \nu_H} \cdot \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu - \nu_0}{\Delta \nu_H / 2} \right)^2}$$

2、受激发射产生的能量密度的增大（从 $\psi_2$ 态到 $\psi_1$ 态的过渡）为：

$$\left( \frac{d\rho(\nu, z)}{dt} \right)_{\text{受激发射}} = + N_2 \rho(\nu, z) g(\nu) B_{21} h\nu$$

3、两个过程总和

$$\begin{aligned} \frac{d\rho(\nu, z)}{dt} &= \left( \frac{d\rho(\nu, z)}{dt} \right)_{\text{吸收}} + \left( \frac{d\rho(\nu, z)}{dt} \right)_{\text{受激发射}} \\ &= - \left( \frac{g_2}{g_1} N_1 - N_2 \right) \rho(\nu, z) B_{21} h\nu \end{aligned}$$

$$dz = \frac{c_0}{\mu} dt = c dt$$

$$\frac{d\rho(\nu, z)}{dz} = -(N_1 - N_2)\rho(\nu, z)g(\nu)B_{21}\frac{h\nu_0}{c}$$

$$\int \frac{d\rho(\nu, z)}{\rho(\nu, z)} = -\int (N_1 - N_2)g(\nu)B_{21}\frac{h\nu_0}{c} dz$$

$$\rho(\nu, z) = \rho_0(\nu) \exp[-(N_1 - N_2)g(\nu)B_{21}\frac{h\nu_0}{c} z] = \rho_0(\nu)e^{-\alpha(\nu)z}$$

其中  $\alpha(\nu) = (N_1 - N_2)g(\nu)B_{21}\frac{h\nu}{c}$  吸收系数

- $\rho_0(\nu) = \rho(\nu, 0)$  , 是入射辐射开始时的数值

$$I(\nu) = I_0(\nu) \exp[-\alpha(\nu)z]$$

## 二、光放大的先决条件----粒子布居数反转

(1)  $N_1 > N_2$  热平衡状态

粒子布居按玻尔兹曼分布律

受激吸收过程占优  $\alpha(\nu) > 0$

正吸收,  $\rho(\nu, z)$  衰减

(2)  $N_1 < N_2$  非平衡状态, 布局数反转

$\alpha(\nu) < 0$  负吸收,  $\rho(\nu, z)$  放大

增益大于损耗:

激光放大和振荡产生的先决条件之一

(3)  $N_1 = N_2$  非热平衡

$\alpha(\nu) = 0$ , 透明介质



## §3.2 产生粒子数反转的几种量子系统

一、二能级系统

二、三能级系统

三、四能级系统（固体）

四、四能级系统（气体）

## §3.2 产生粒子数反转的几种量子系统

- **问题**：什么物质可以容易产生激光？
- **量子系统**：构成物质的大量粒子（原子、离子、分子）的集合
- **实现粒子数反转的机构**：采用二能级、三能级、四能级量子系统。

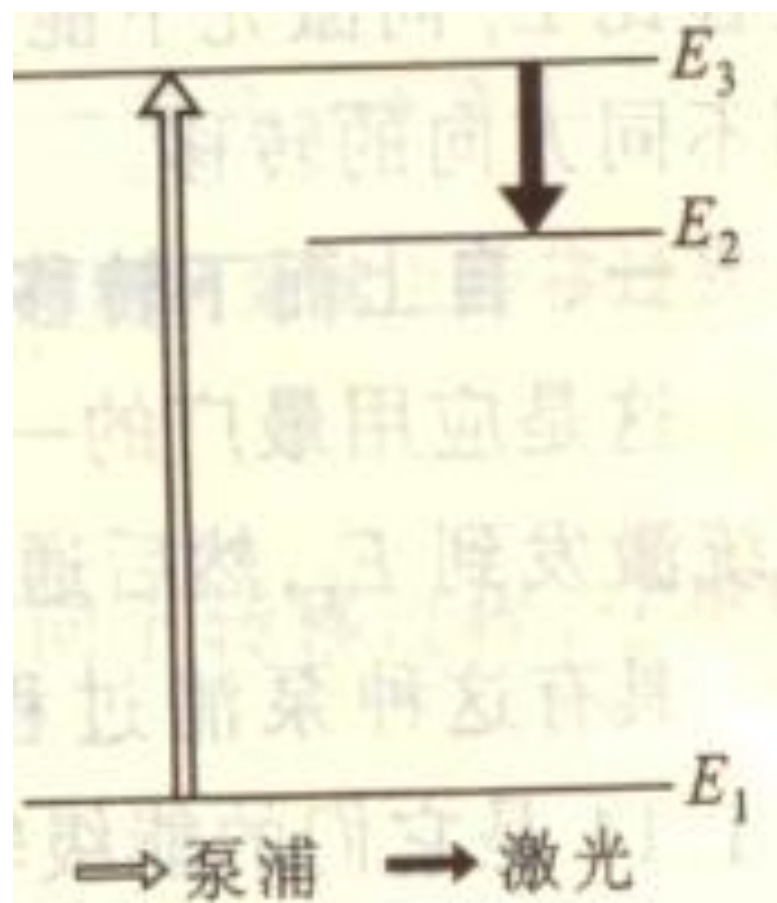


图 1.13 激光器的直接泵浦过程

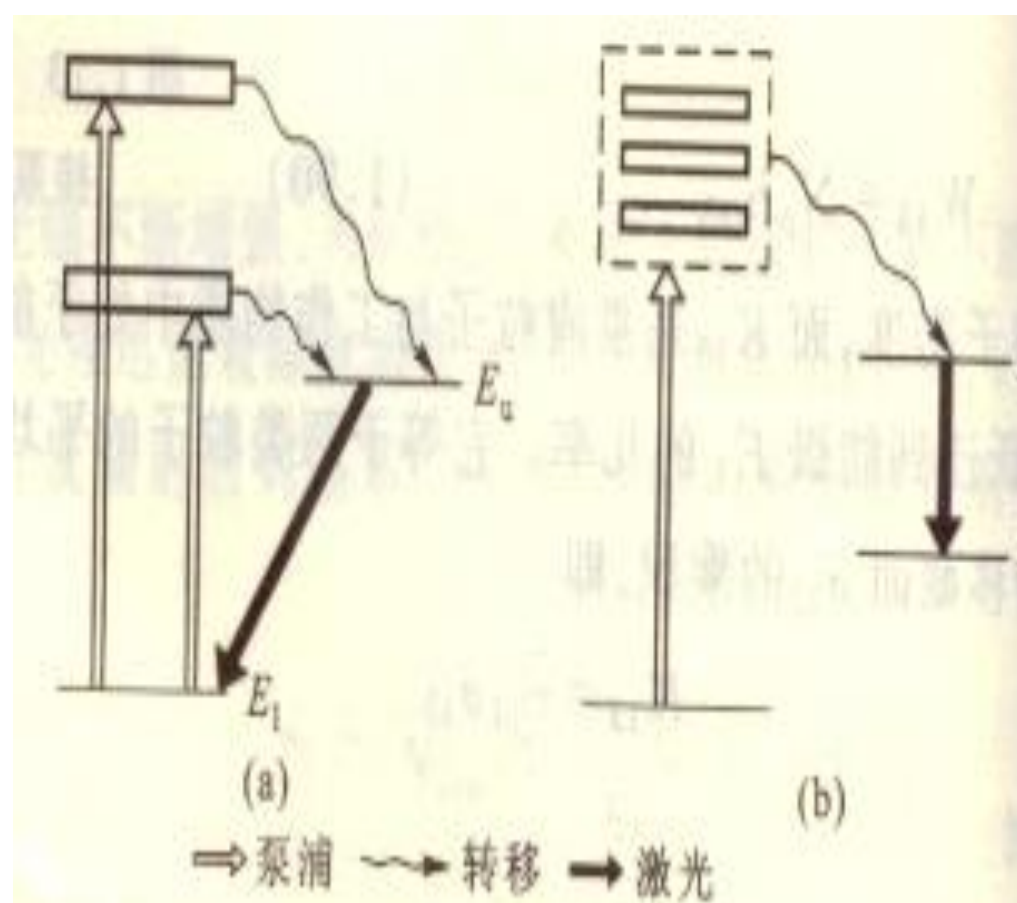
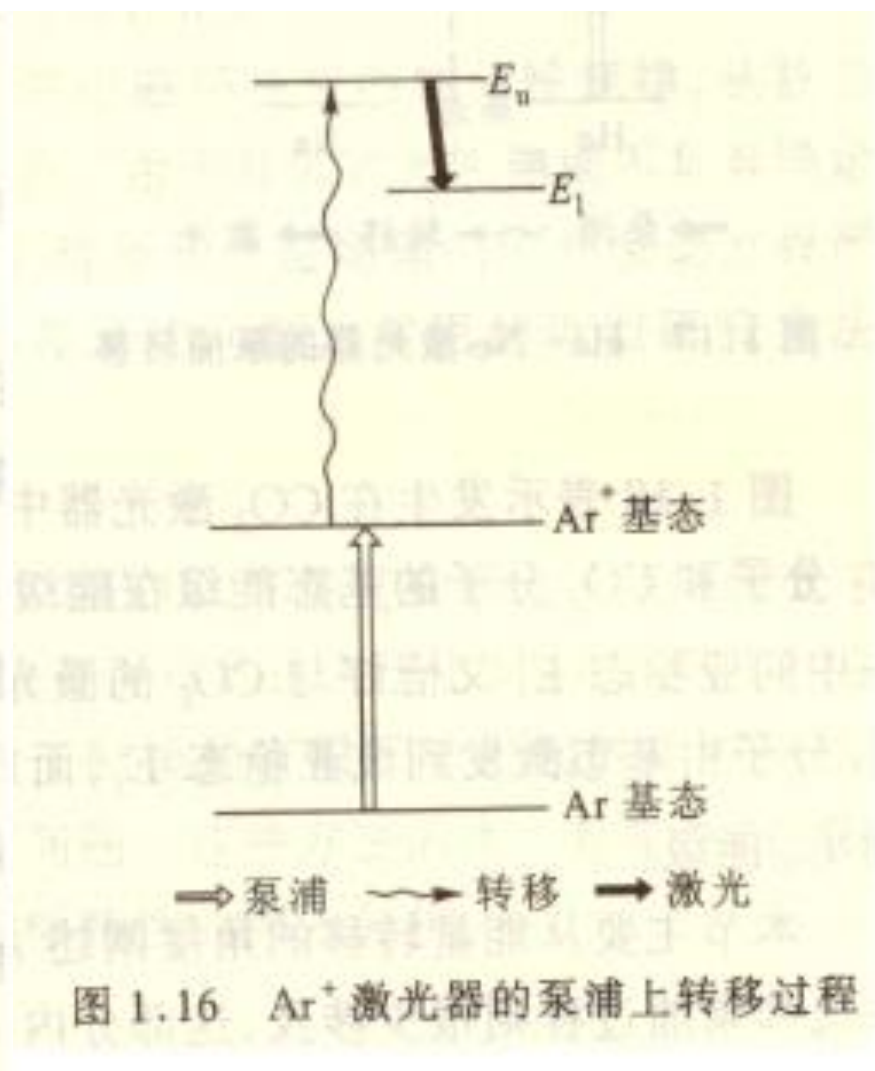
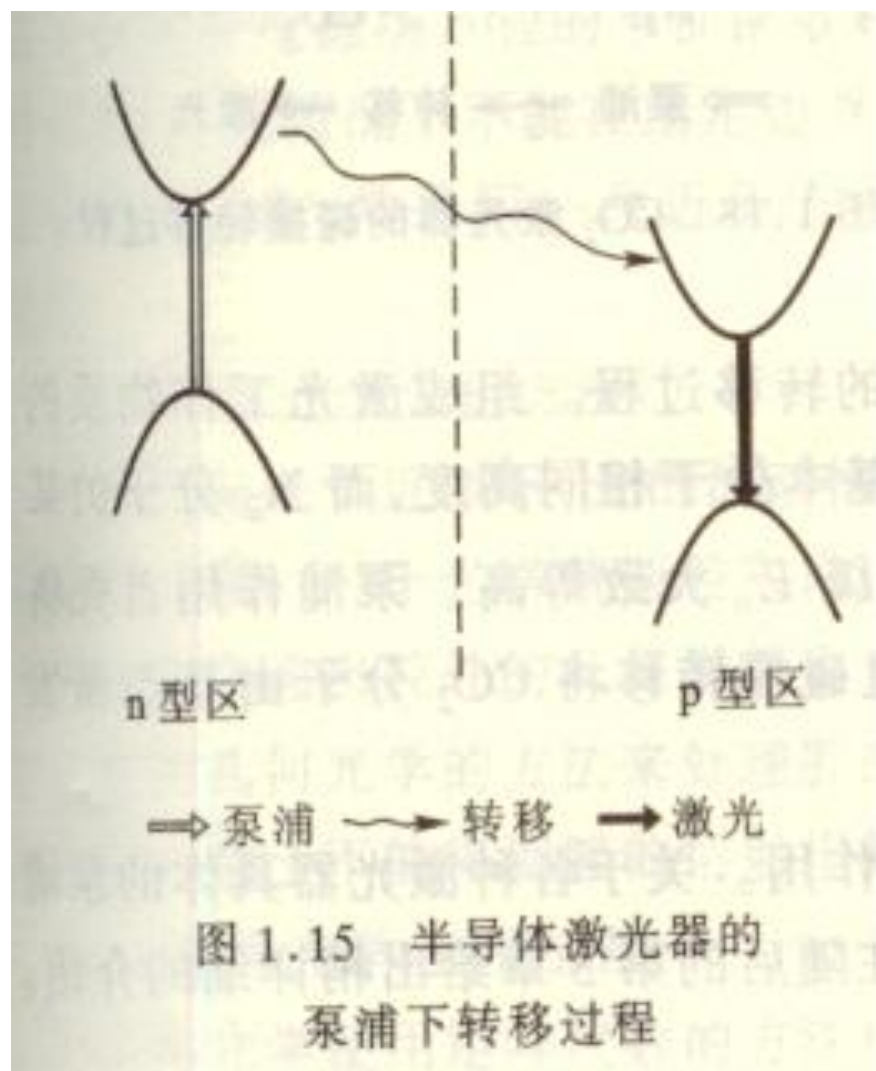


图 1.14 激光器的泵浦下转移过程  
(a) 红宝石 (b) Nd:YAG



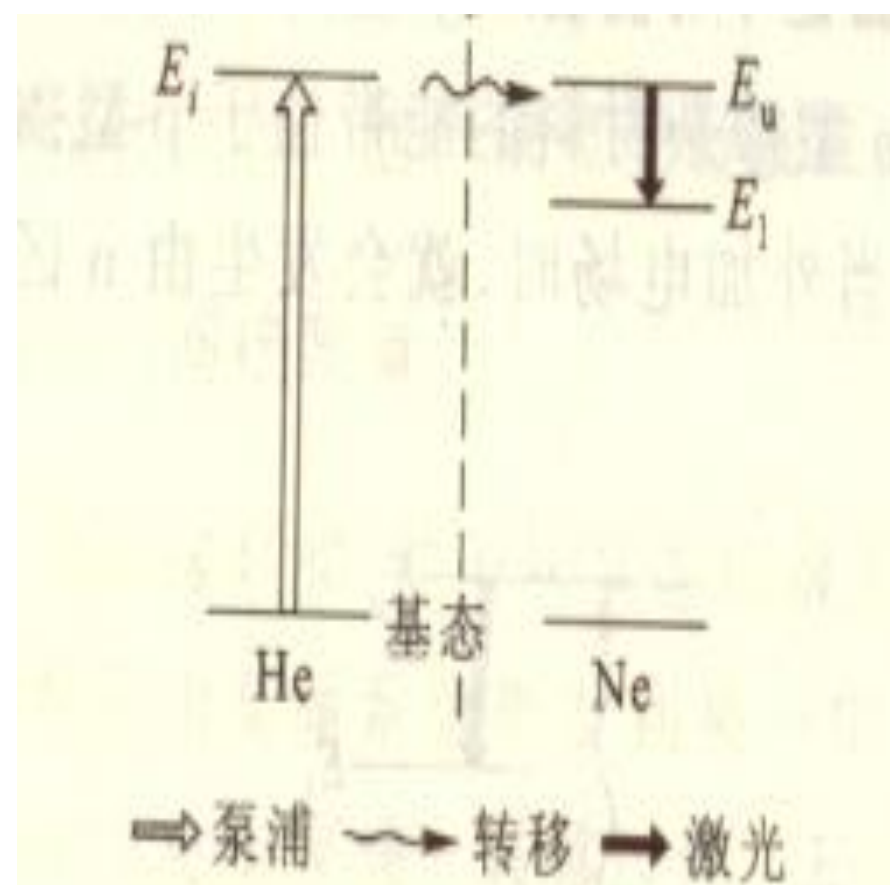


图 1.17 He-Ne 激光器的泵浦转移

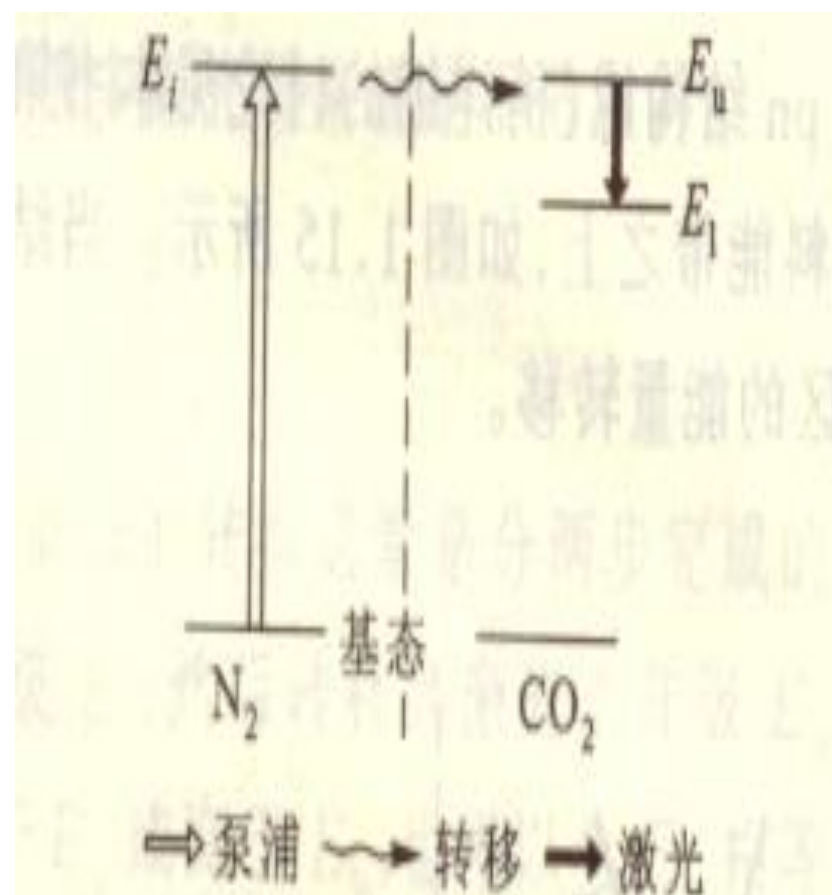


图 1.18 CO<sub>2</sub> 激光器的碰撞转移过程

- **问题：**几个系统的工作物质中，哪个系统  
容易产生激光、  
或者阈值低、  
或者效率高？
- **数学描述？**

## 一、二能级系统

**适用于微波区：注入式PN结半导体激光器（电抽运）**

**可看作二能级系统；**

**光频区不采用：**

**光抽运不适合上能级谱线**

**宽度窄，寿命短，不易实**

**现反转**

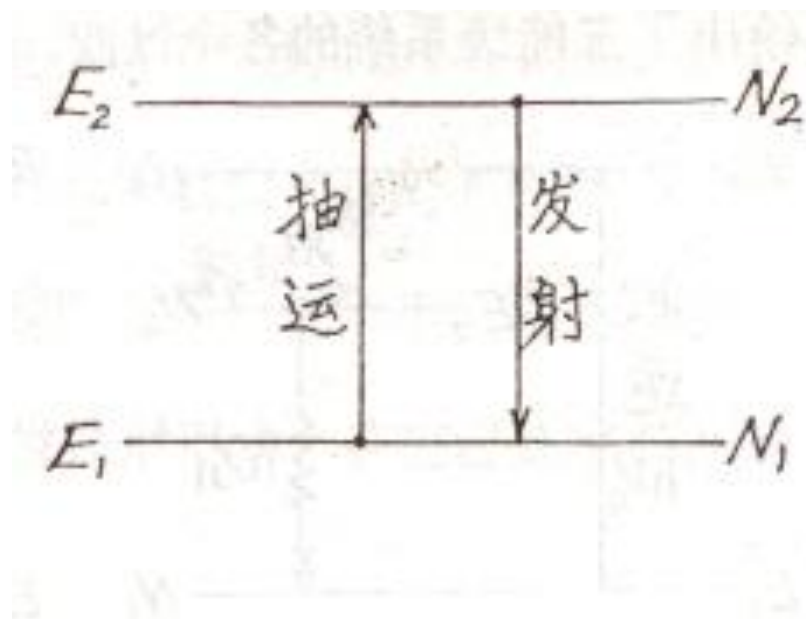


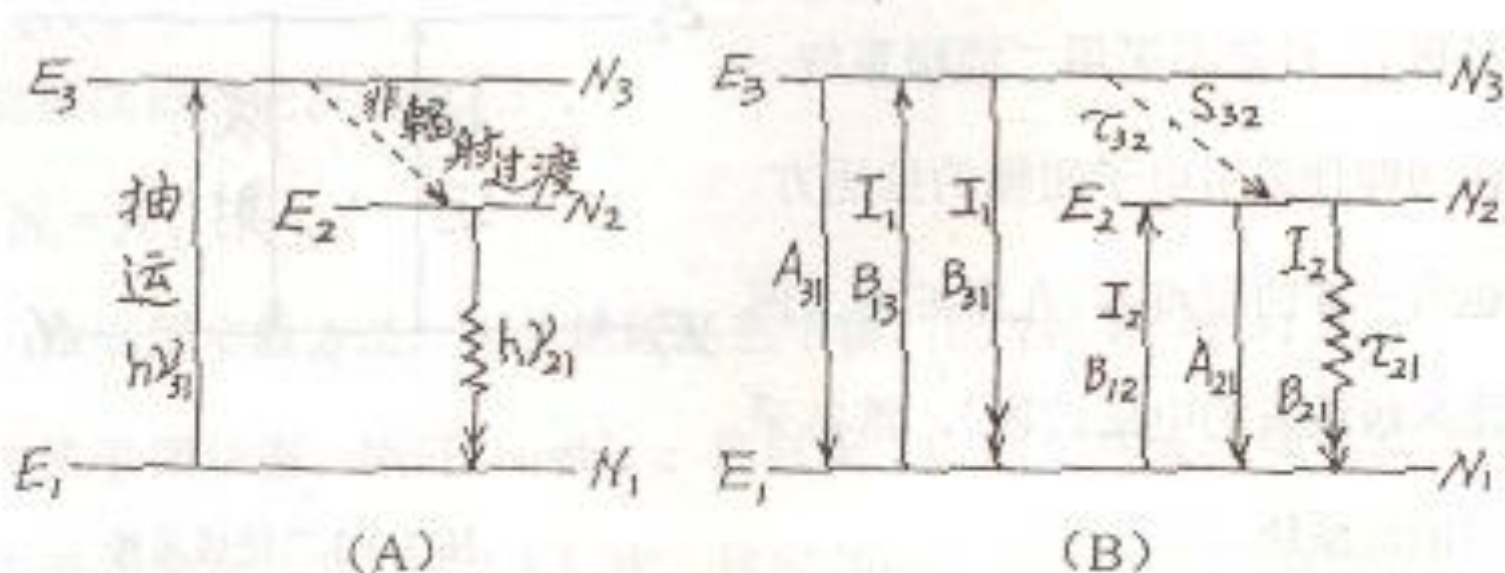
图 1-3.3 二能级系统

## 二、三能级系统

### 1、一般特性描述

从能级 $E_3$ 到 $E_2$ 的过渡可能是非辐射的。

例如： $Al_2O_3:Cr^{+3}$ 红宝石激光器



$$\tau_{32} \approx 10^{-7} s$$

$$\tau_{21} = 3ms$$

图 1-3.4.三能级系统

符号：  
表示抽运或受激吸收；  
表示自发发射；  
表示非辐射过渡或弛豫；  
表示一般受激发射；  
表示一般受激发射；  
表示受激发射（激光）



## 2、过渡动力学

$I_1$ =激光强度； $N_0$ =粒子的总数目； $I_2$ =频率为  $\nu_{21}$  的辐射强度（即受激辐射强度）； $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$  分别为能级 $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ 中的粒子数目； $S_{32}$  是从 $E_3$ 能级到 $E_2$ 能级非辐射过渡几率，当各过程处于平衡时，有

$$\frac{dN_3}{dt} = B_{13}N_1I_1 - N_3(B_{31}I_1 + A_{31} + S_{32}) = 0 \dots\dots\dots(3.10)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = N_3S_{32} + B_{12}N_1I_2 - N_2(A_{21} + B_{21}I_2) = 0 \dots\dots\dots(3.11)$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = N_0 \dots\dots\dots(3.12)$$

●从 ( 3.10 ) 式求 $N_3$ :

$$N_3 = \frac{B_{13}I_1N_1}{B_{31}I_1 + A_{31} + S_{32}} \dots\dots\dots(3.13)$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{13}I_1[\frac{S_{32}}{B_{31}I_1 + A_{31} + S_{32}}] + B_{12}I_2}{A_{21} + B_{21}I_2} \approx \frac{B_{13}I_1 + B_{12}I_2}{A_{21} + B_{21}I_2} \dots\dots(3.14)$$

假设  $\left\{ \begin{array}{l} 1): A_{31} \ll S_{32} \\ 2): B_{31}I_1 \ll S_{32} \text{ 合理} \\ 3): N_3 \rightarrow 0 \end{array} \right.$

**能级 $E_2$ 与 $E_1$ 为非简并的：**  
 **$g_1 = g_2 = 1$  ,  $B_{12} = B_{21}$**

$$N_1 + N_2 \approx N_0$$

$$\frac{N_2 - N_1}{N_0} = \frac{\Delta N}{N_0} = \frac{B_{13}I_1 - A_{21}}{B_{13}I_1 + A_{21} + 2B_{21}I_2}$$

- 三能级量子系统要能产生激光所必须满足的条件：

$$B_{13}I_1 > A_{21},$$

抽运大于激光能级的自发发射

### 3、三能级系统的激光器例子

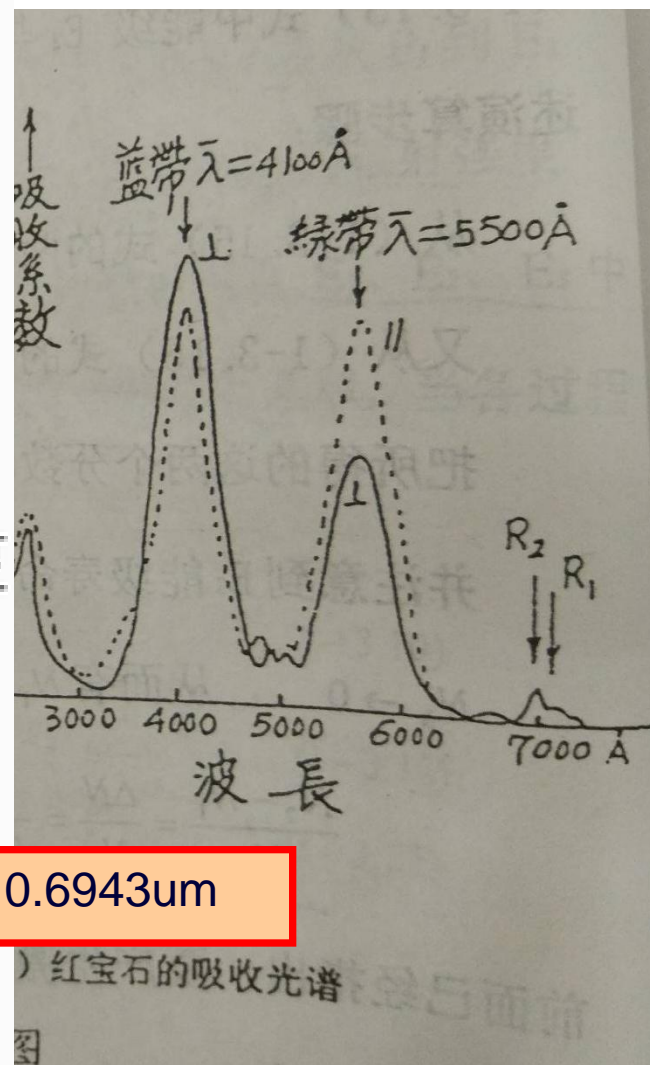
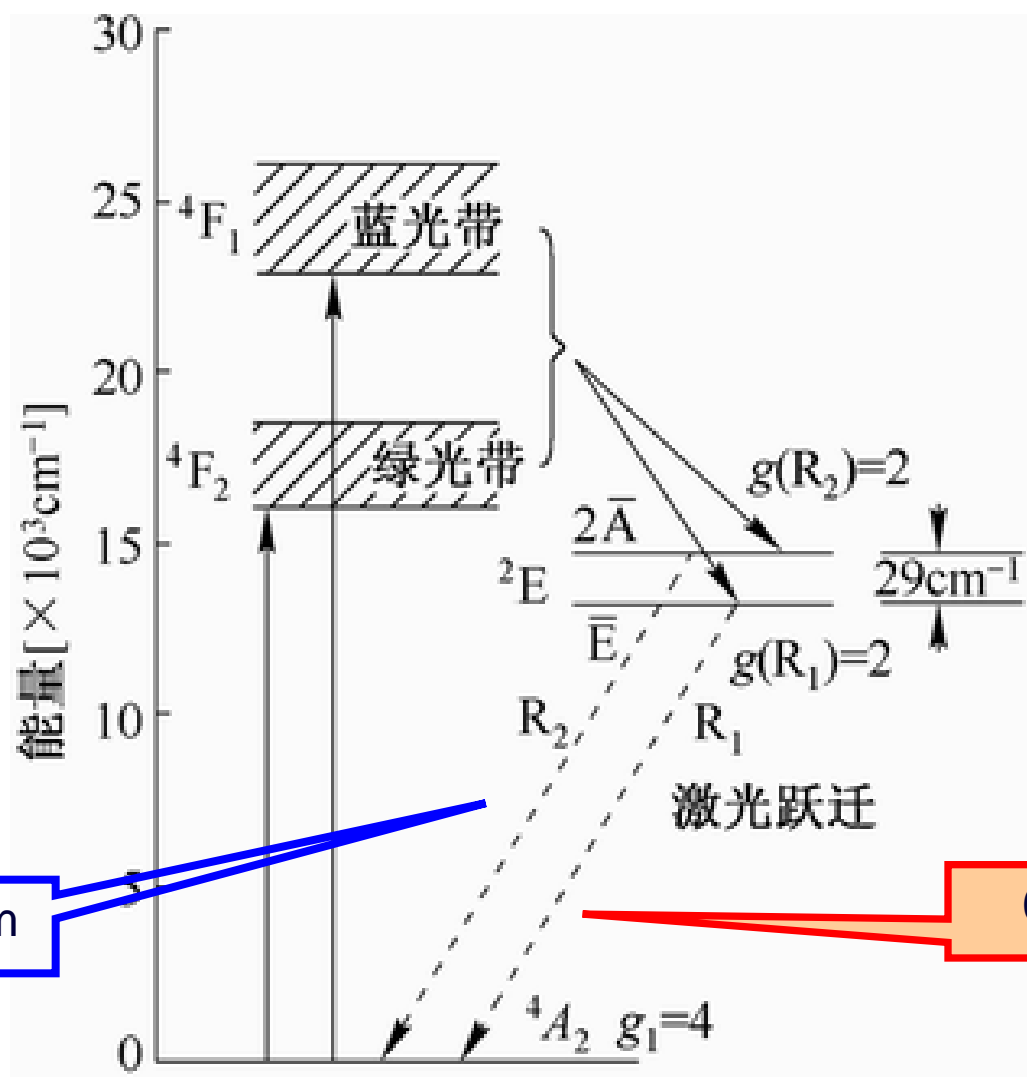


图 红宝石中铬离子的能级结构

## 红宝石激光器

- 红宝石是在 $\text{Al}_2\text{O}_3$ 中掺入少量的 $\text{Cr}_2\text{O}_3$ 生长成的晶体。它的吸收光谱特性主要取决于 $\text{Cr}^{3+}$ ，它属于三能级系统。

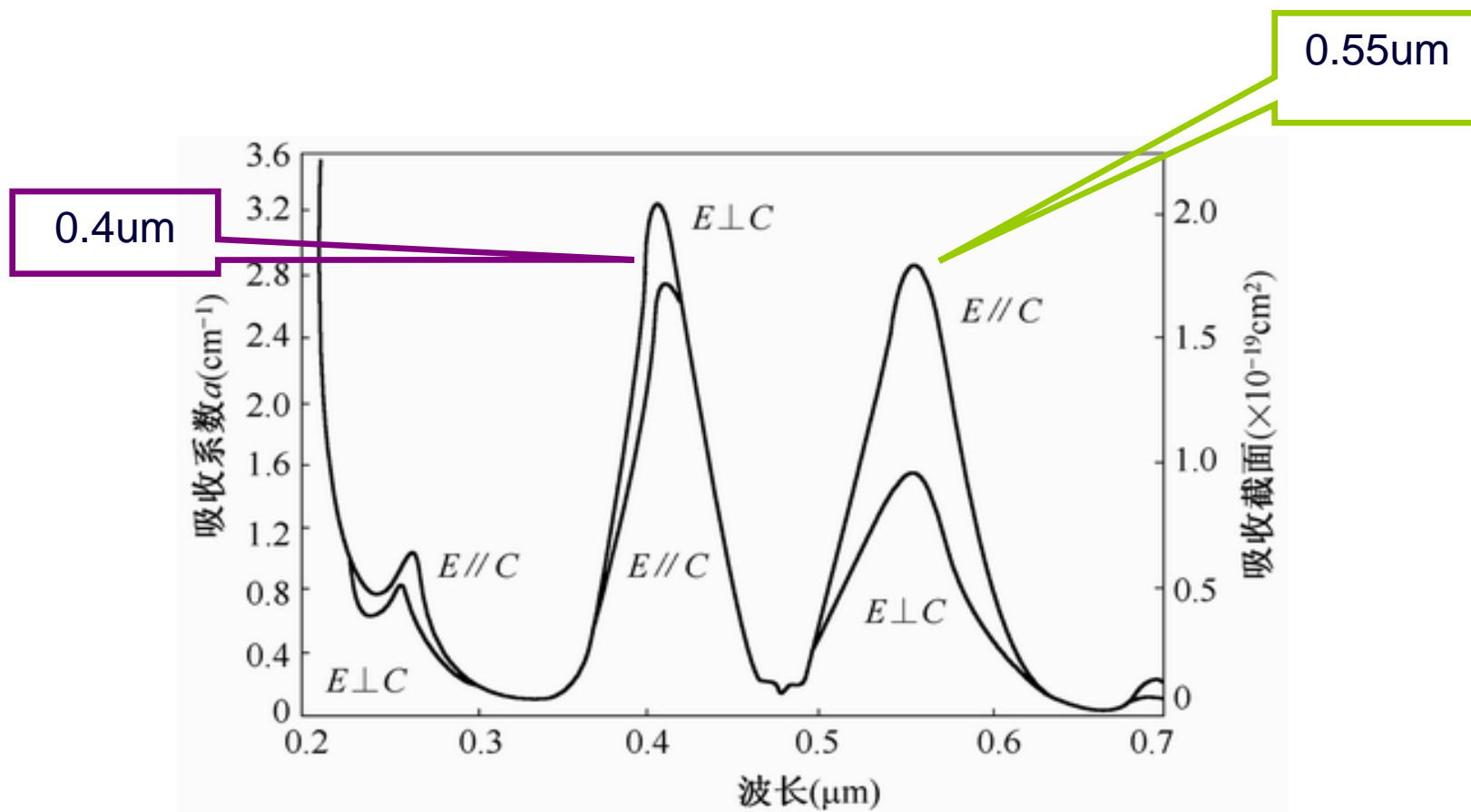


图 红宝石中铬离子的吸收光谱

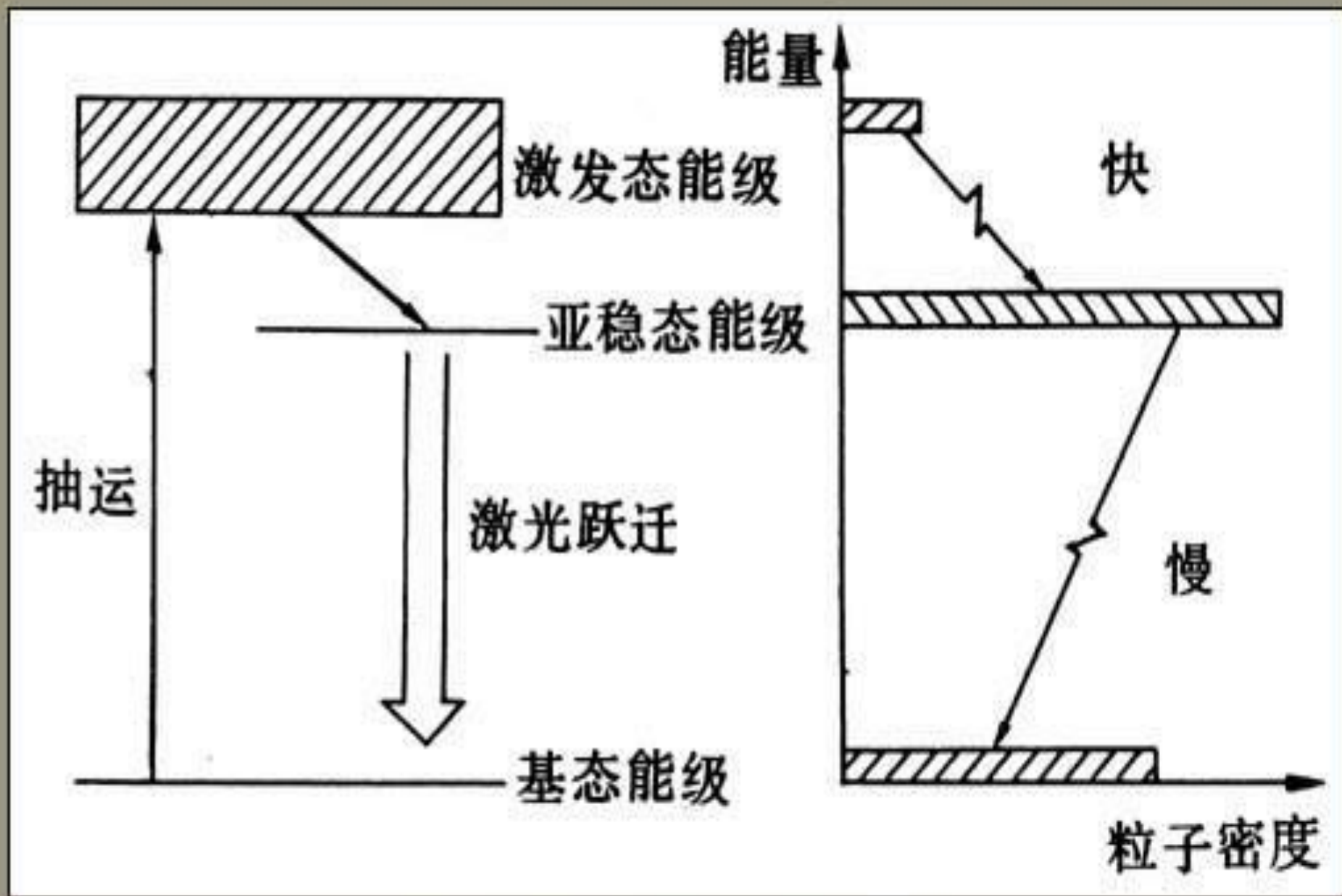


图1 红宝石中 $\text{Cr}^{3+}$  的能级示意图

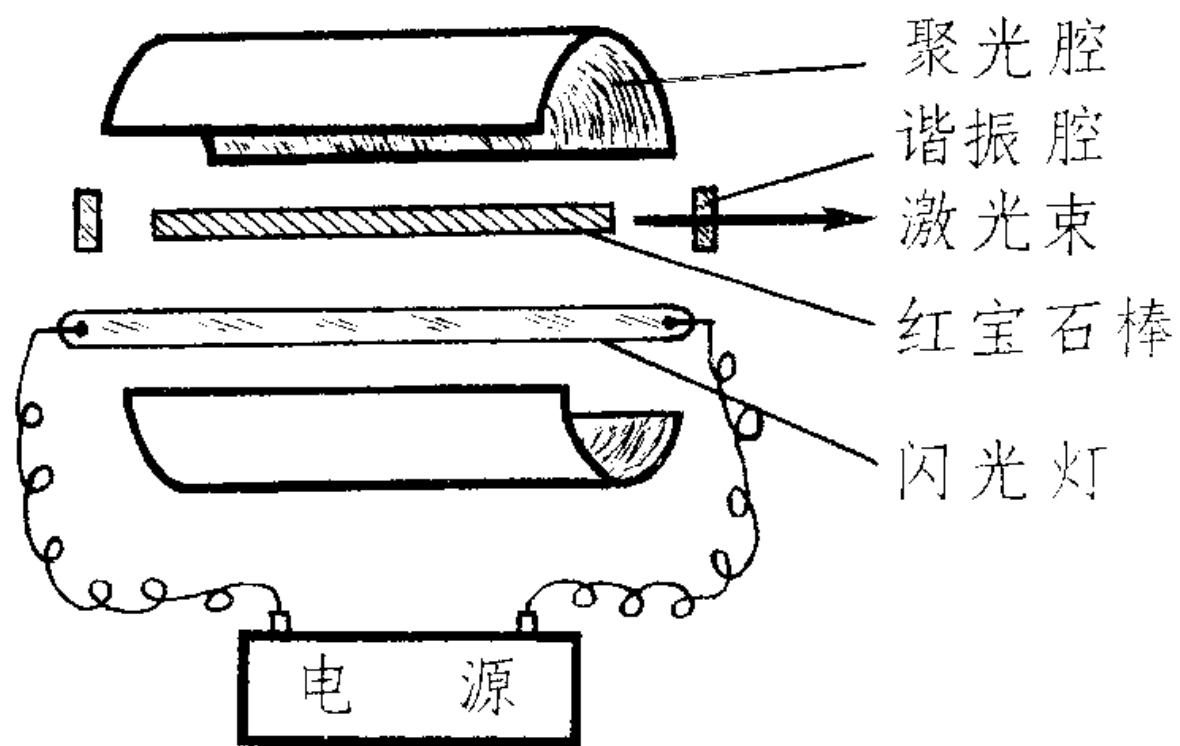
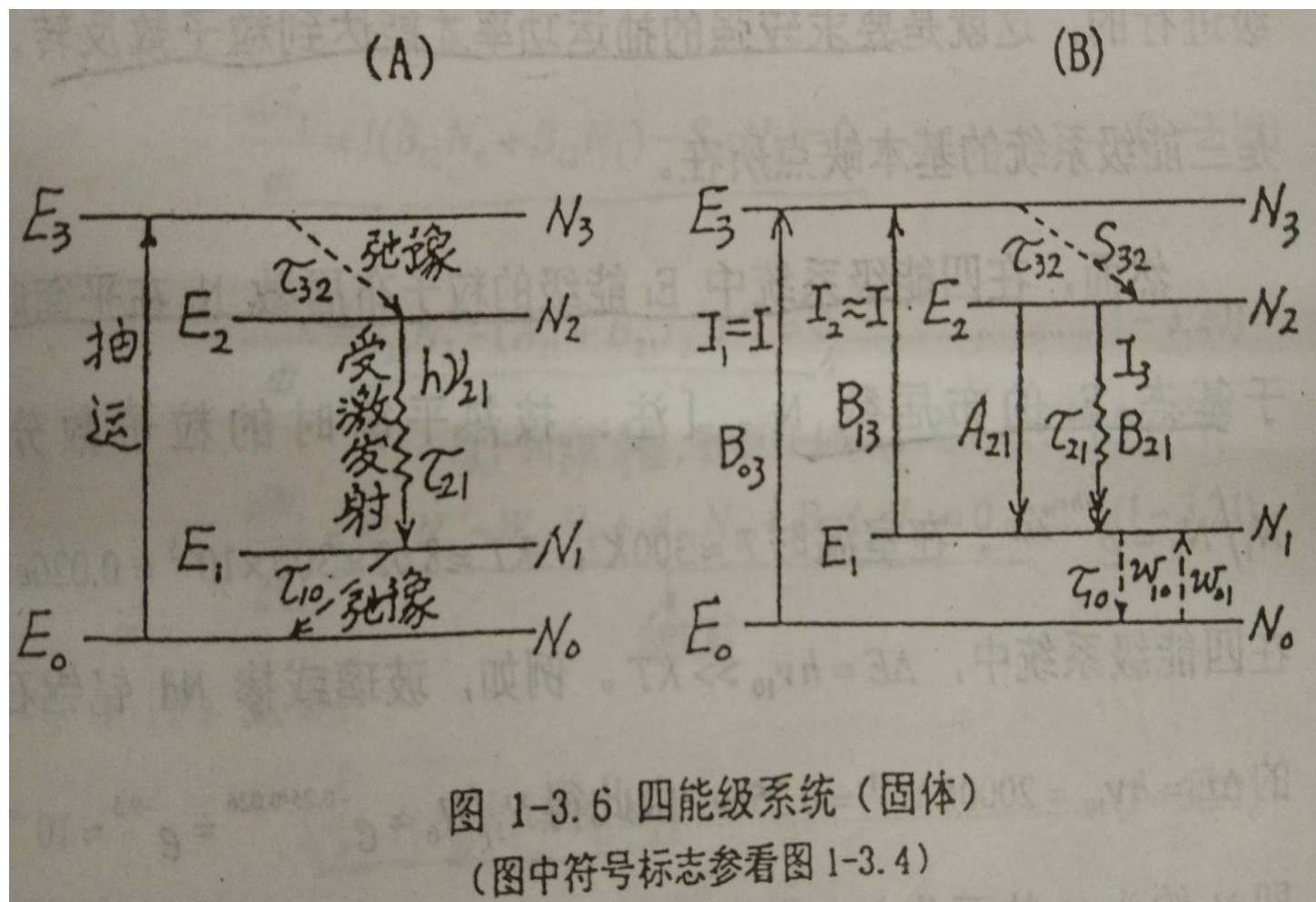


图 7—15 红宝石激光器

### 三、四能级系统（固体工作物质、光抽运情形）

#### 1、一般特性描述



$$\tau_{21} > \begin{cases} \tau_{32} \\ \tau_{10} \end{cases}$$



## 2、四能级系统中过渡动力学

$$\frac{N_1}{N_0} = e^{-(E_1-E_0)/kT} = e^{-h\nu_{10}/kT} = \frac{W_{01}(\text{热过渡几率})}{W_{10}(\text{热过渡几率})} \dots (3.18)$$

**热平衡情况（抽运光强 $I$ , 激光光强 $I_3$ ）**

$$\frac{dN_3}{dt} = I(B_{03}N_0 + B_{13}N_1) - S_{32}N_3 = 0 \dots (3.19)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = S_{32}N_3 - (A_{21} + B_{21}I_3)N_2 = 0 \dots (3.20)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = W_{01}N_0 - W_{10}N_1 + A_{21}N_2 + B_{21}I_3N_2 = 0 \dots (3.21)$$

- 从 ( 3.19 ) 式得 :

$$S_{32}N_3 = I(B_{03}N_0 + B_{13}N_1).....(3.22)$$

- 把 ( 3.22 ) 式代入 ( 3.20 ) 式 , 并求 , 得

$$N_0 = \frac{(A_{21} + B_{21}I_3)N_2 - B_{13}IN_1}{IB_{03}}.....(3.23)$$

- 把 ( 3.18 ) 式和 ( 3.23 ) 式代入 ( 3.21 ) 式 , 并求 , 得

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{(B_{03}e^{h\nu_{10}/kT} + B_{13})I}{(A_{21} + B_{21}I_3)(1 + \frac{IB_{03}}{W_{01}})} \approx \frac{(B_{03}e^{h\nu_{10}/kT} + B_{13})I}{(A_{21} + B_{21}I_3)}.....(3.24)$$

其中假设  $W_{10} > W_{01} > IB_{03}$

### 3、关于四能级与三能级系统的阈值抽运强度的比较

$$\left(\frac{N_2}{N_1}\right)_{\text{三能级}} \approx \frac{B_{13}I_1 + B_{12}I_2}{A_{21} + B_{21}I_2} \dots (3.14)$$

$$\left(\frac{N_2}{N_1}\right)_{\text{四能级}} \approx \frac{(B_{03}e^{h\nu_{10}/kT} + B_{13})I}{(A_{21} + B_{21}I_3)} \dots (3.24)$$

由于四能级有： $e^{h\nu_{10}/kT} \approx e^{10}$

上两式比较：I 可以比 $I_1$ 、 $I_2$ 低而获得相同的 $N_2/N_1$

- **四能级系统**：能级 $E_2$ 的布居数 $N_2$ 减少的主要机制是自发衰减  $A_{21}N_2$ ，这个衰减必须由抽运辐射的吸收来补偿  $IB_{03}N_0$ ，

$$IB_{03}N_0 \approx A_{21}N_2$$

- 在四能级系统中， $E_1$ 能级几乎是空的，因此

$$IB_{03}N_0 \approx A_{21}N_2 \approx A_{21}(N_2 - N_1)$$

$$I \approx \frac{(N_2 - N_1)A_{21}}{B_{03}N_0}$$

$$= \frac{1}{B_{03}\tau_{21}} \left( \frac{N_2 - N_1}{N_0} \right)$$

$$\tau_{21} = \frac{1}{A_{21}}$$

$$\text{激发因子 } \frac{N_2 - N_1}{N_0} \ll 1$$

- 三能级系统：  
对于不大的粒子数反转，约为

$$N_2 \approx N_1 \approx N_0/2$$

粒子数减少的数目由抽运辐射的吸收来补偿:

$$N_1 I B_{13} \approx A_{21} N_2$$

$$\text{三能级 } I = \frac{A_{21}}{B_{13}} = \frac{1}{B_{13} \tau_{21}}$$

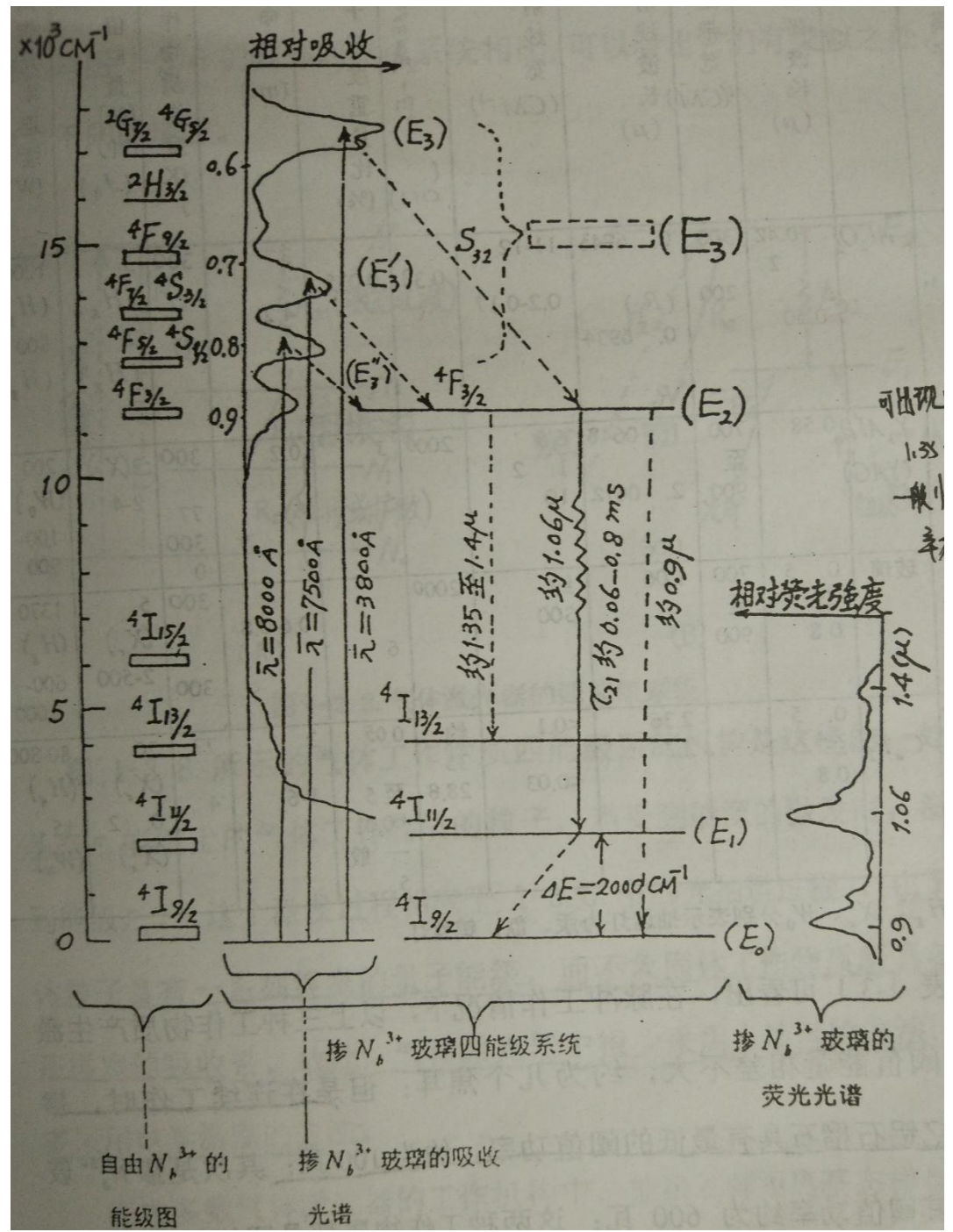
$$\text{四能级 } I \approx \frac{1}{B_{03} \tau_{21}} \left( \frac{N_2 - N_1}{N_0} \right)$$

$$\text{激发因子 } \frac{N_2 - N_1}{N_0} \ll 1$$

**结论：**四能级系统的阈值抽运强度  
远比三能级系统小3-4个数量级。

# 4、四能级系统的 固体激光器例子

掺  $Nd^{3+}$  玻璃  
四能级系统



## 掺钕钇铝石榴石( $\text{Nd}^{3+} : \text{YAG}$ )

- 工作物质: 将一定比例的 $\text{Al}_2\text{O}_3$ 、 $\text{Y}_2\text{O}_3$  , 和 $\text{Nd}_2\text{O}_3$ 在单晶炉中进行熔化结晶而成的 , 呈淡紫色。它的激活粒子是钕离子( $\text{Nd}^{3+}$ ) .

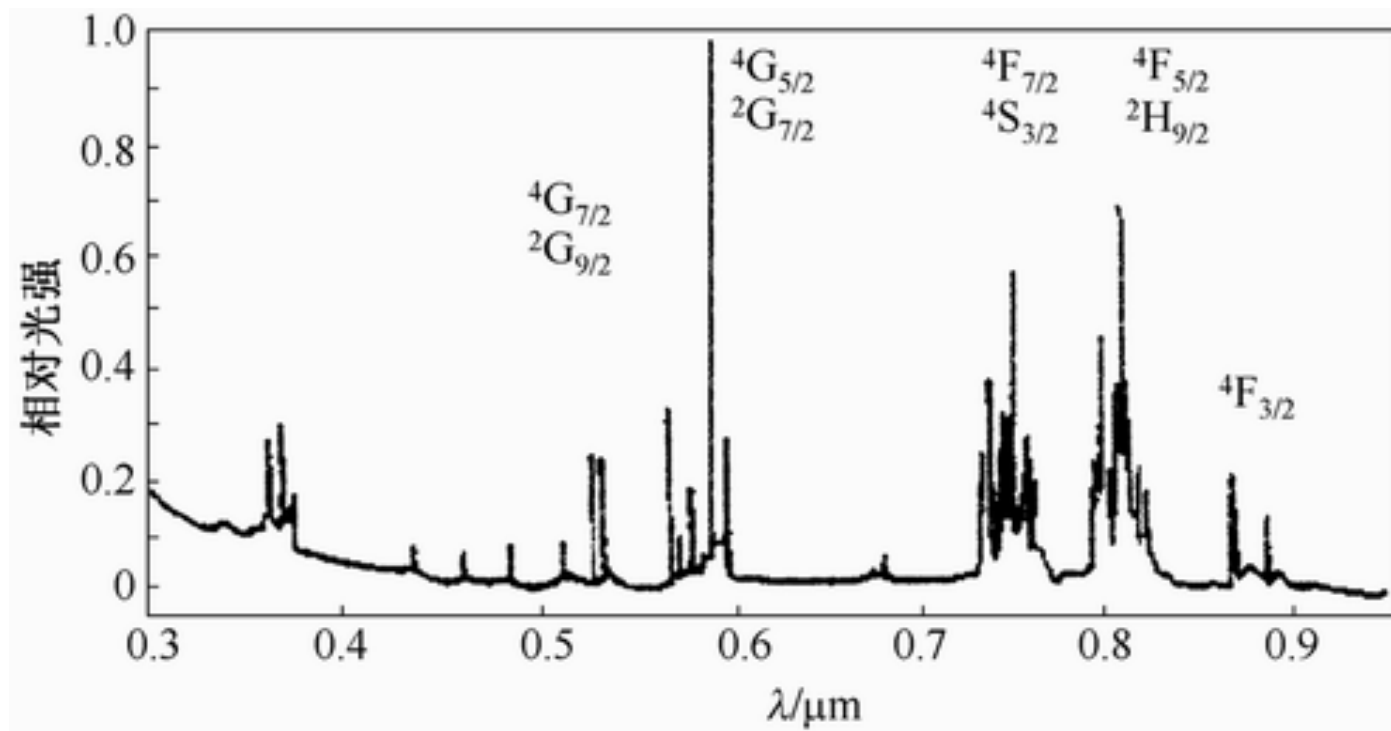
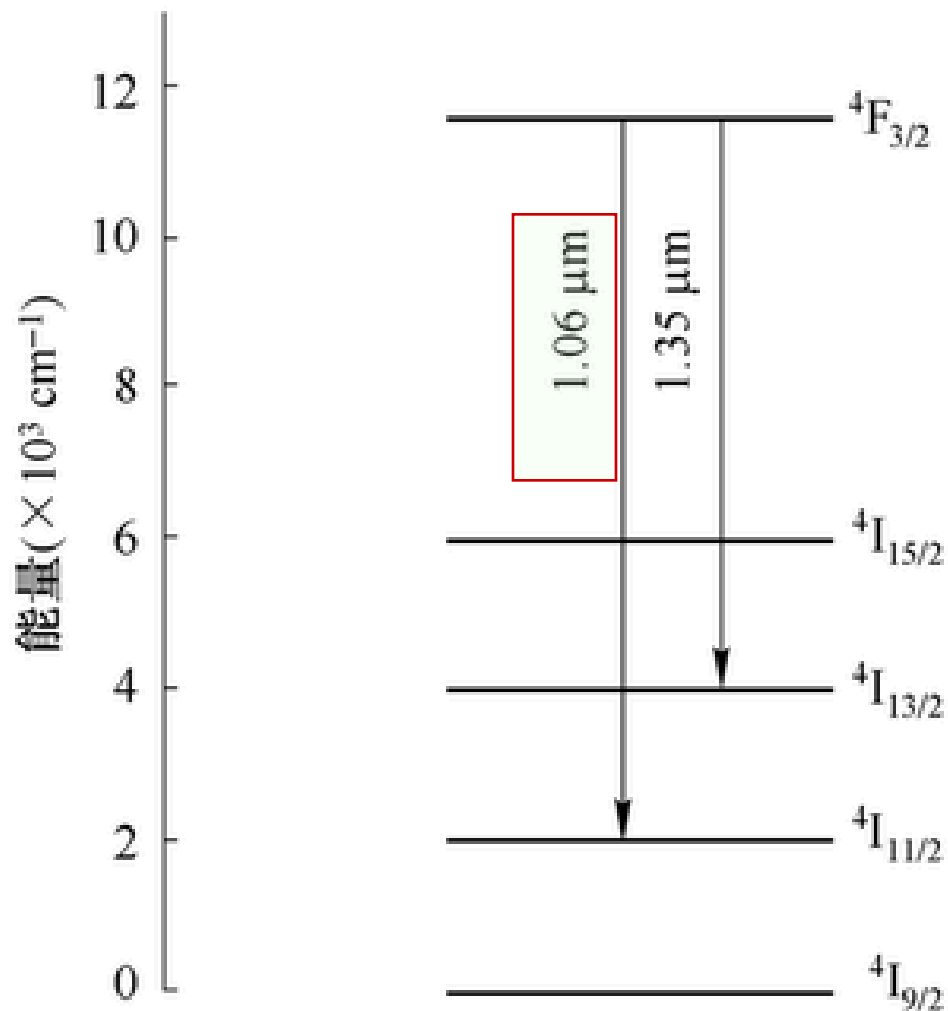


图  $\text{Nd}^{3+} : \text{YAG}$  晶体的吸收光谱

- YAG中 $\text{Nd}^{3+}$ 与激光产生有关的能级结构如图所示。

它属于四能级系统。



**优点:** 阈值低，具有  
良好的热学性质

图  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$  的能级结构



## 四、四能级系统（气体工作物质，电激励情况）

### 1、一般特性描述（不同于固体）

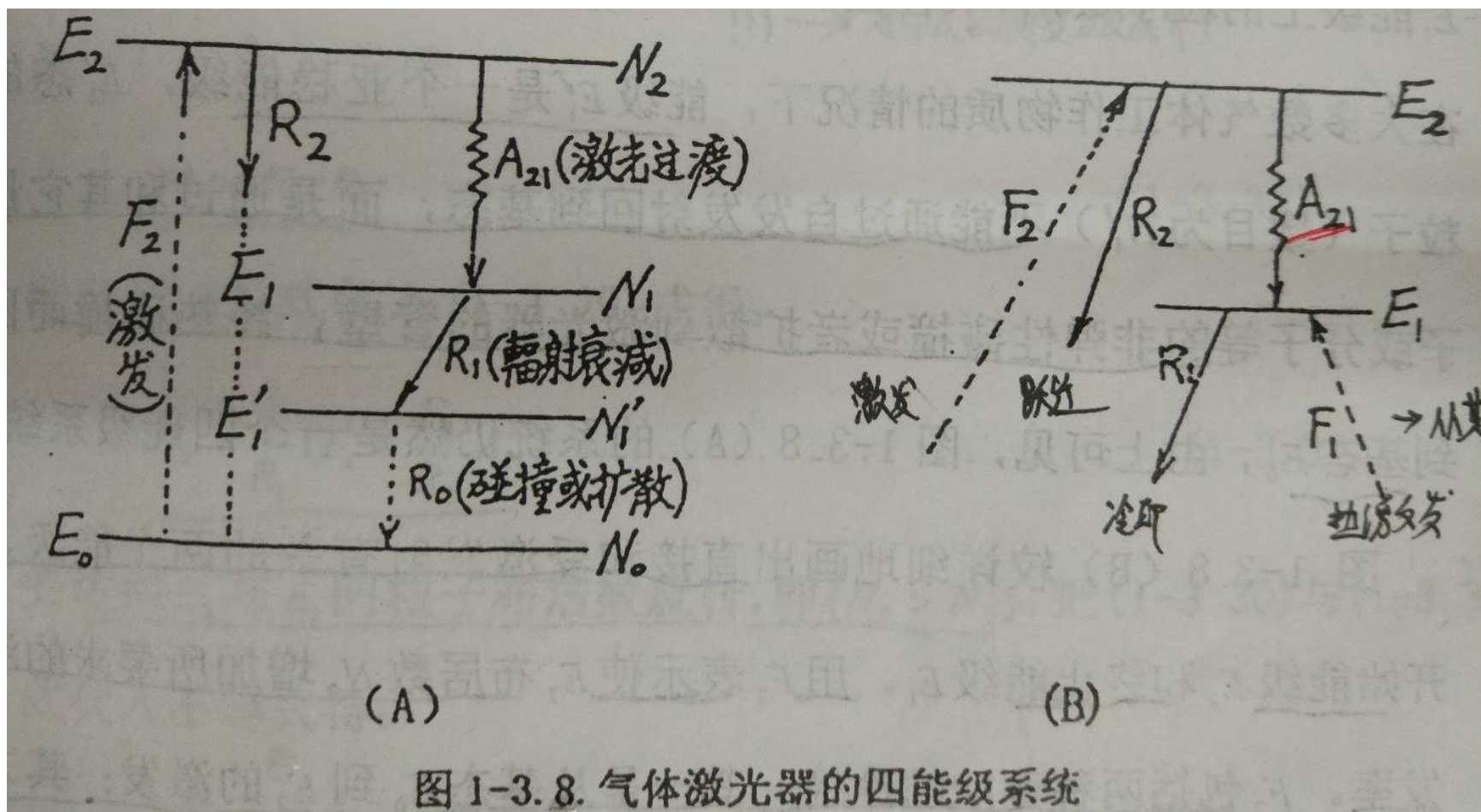


图 1-3. 8. 气体激光器的四能级系统

- **为什么气体用电激励，固体用光激励？**

**由于气体粒子具有一系列很窄的量子能级，而不象固体工作物质所具备的那样宽的吸收带。故此，气体激光器中很少采用光抽运的方法，而多采用电学激励的方法。**

- **$E_1$  几乎是空的与固体类似。**

- **未有激光振荡之前主要是自发发射 $A_{21}$**

## 2、气体激光器四能级系统动力学

$F_2$  : 使 $E_2$ 布居数 $N_2$ 增加所要求的激发率。

$R_2$  : 没有受激发射振荡时, 从能级 $E_2$ 的总辐射的衰减率。

$A_{21}$  : 为从 $E_2$ 到 $E_1$ 自发发射的几率。

$F_1$  : 是从其它能级到 $E_1$ 的“有害的”激发

在平衡时, 有: 
$$\frac{dN_2}{dt} = F_2 - N_2 R_2 = 0 \dots (3.28)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = F_1 + N_2 A_{21} - N_1 R_1 = 0 \dots (3.29)$$

$$N_1 = \frac{1}{R_1} (F_1 + \frac{F_2}{R_2} A_{21}); N_2 = \frac{F_2}{R_2}$$

若有 $N_2 > N_1$ , 则有 ( 粒子数反转 )

$$R_1 > (\frac{F_1}{F_2} R_2 + A_{21}) \text{ 腾空 } N_1 \dots \text{激光条件}$$

### 3、例：He-Ne

632.8nm,

3390nm ,

1152.3nm

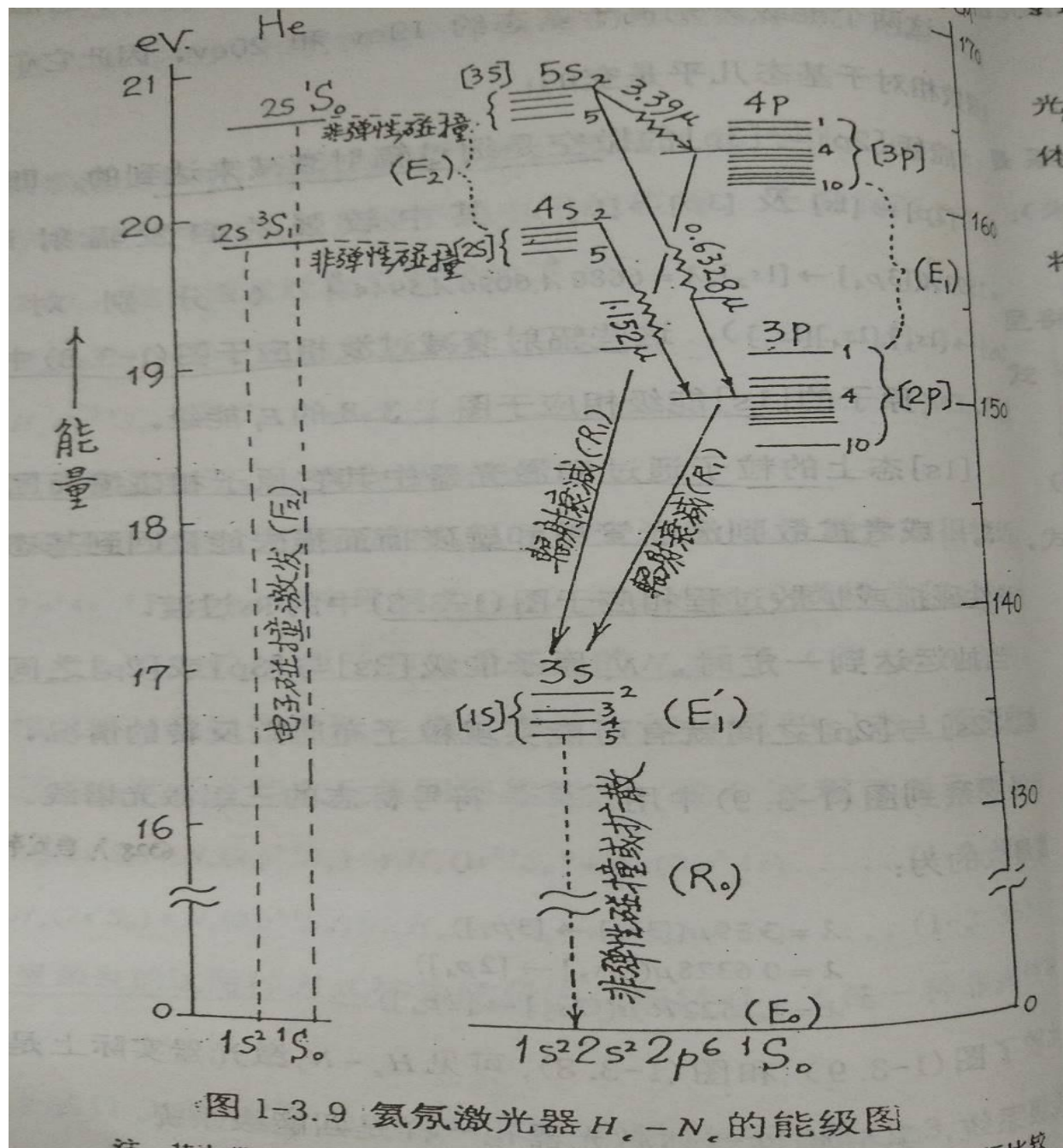
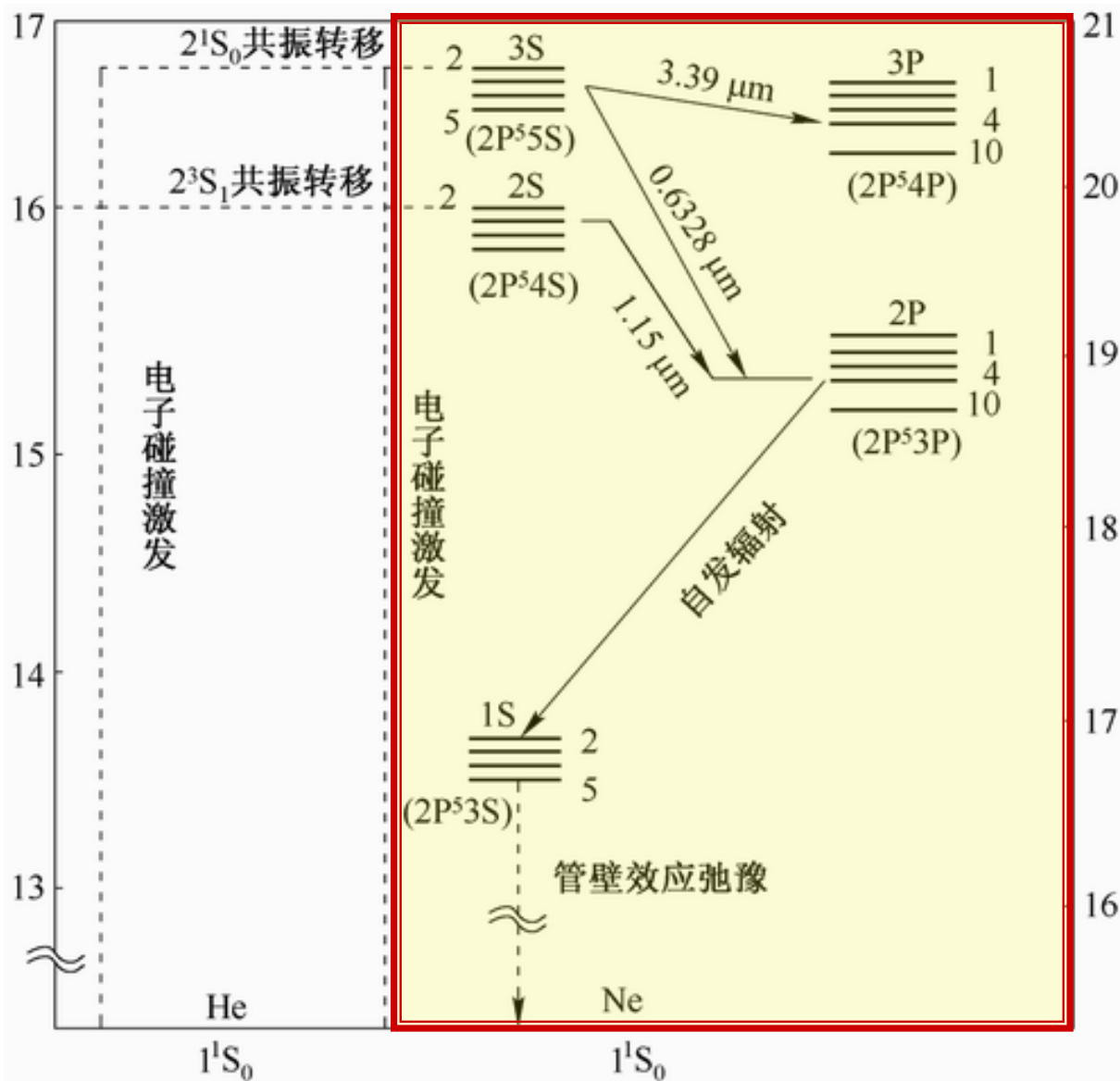


图 1-3.9 氦氖激光器  $He-Ne$  的能级图

# Ne原子的激光上能级是3S和2S能级，激光下能级是3P和2P能级



He-Ne激光器是典型的  
四能级系统，其激光谱  
线主要有三条：

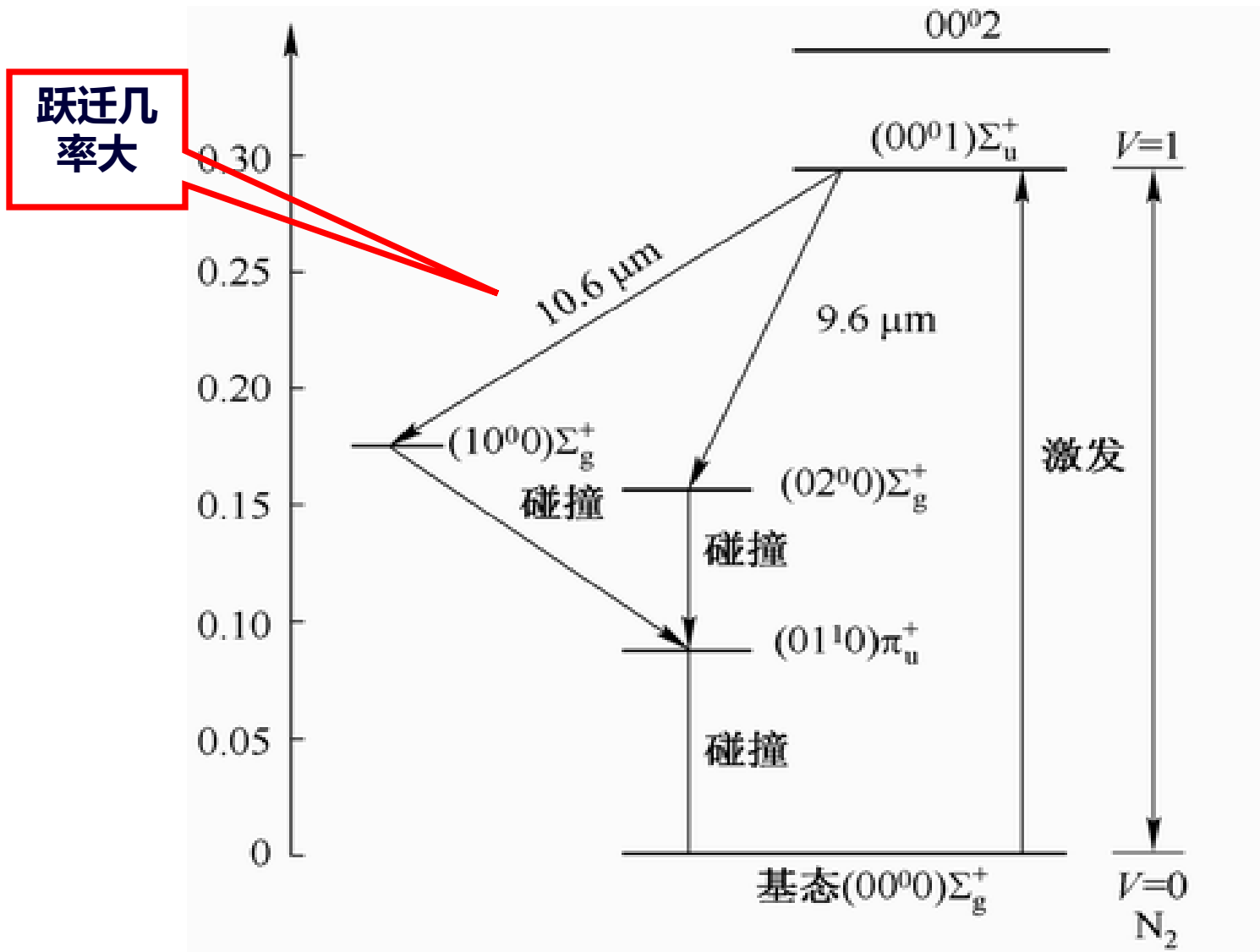
**$3S \rightarrow 2P$**   
 **$0.6328 \mu m$**

**$2S \rightarrow 2P$**      **$1.15 \mu m$**

**$3S \rightarrow 3P$**      **$3.39 \mu m$**

与激光跃迁有关的Ne原子的部分能级图

CO<sub>2</sub>激光器中与产生激光有关的CO<sub>2</sub>分子能级图如图所示。



与产生激光有关的CO<sub>2</sub>分子能级图

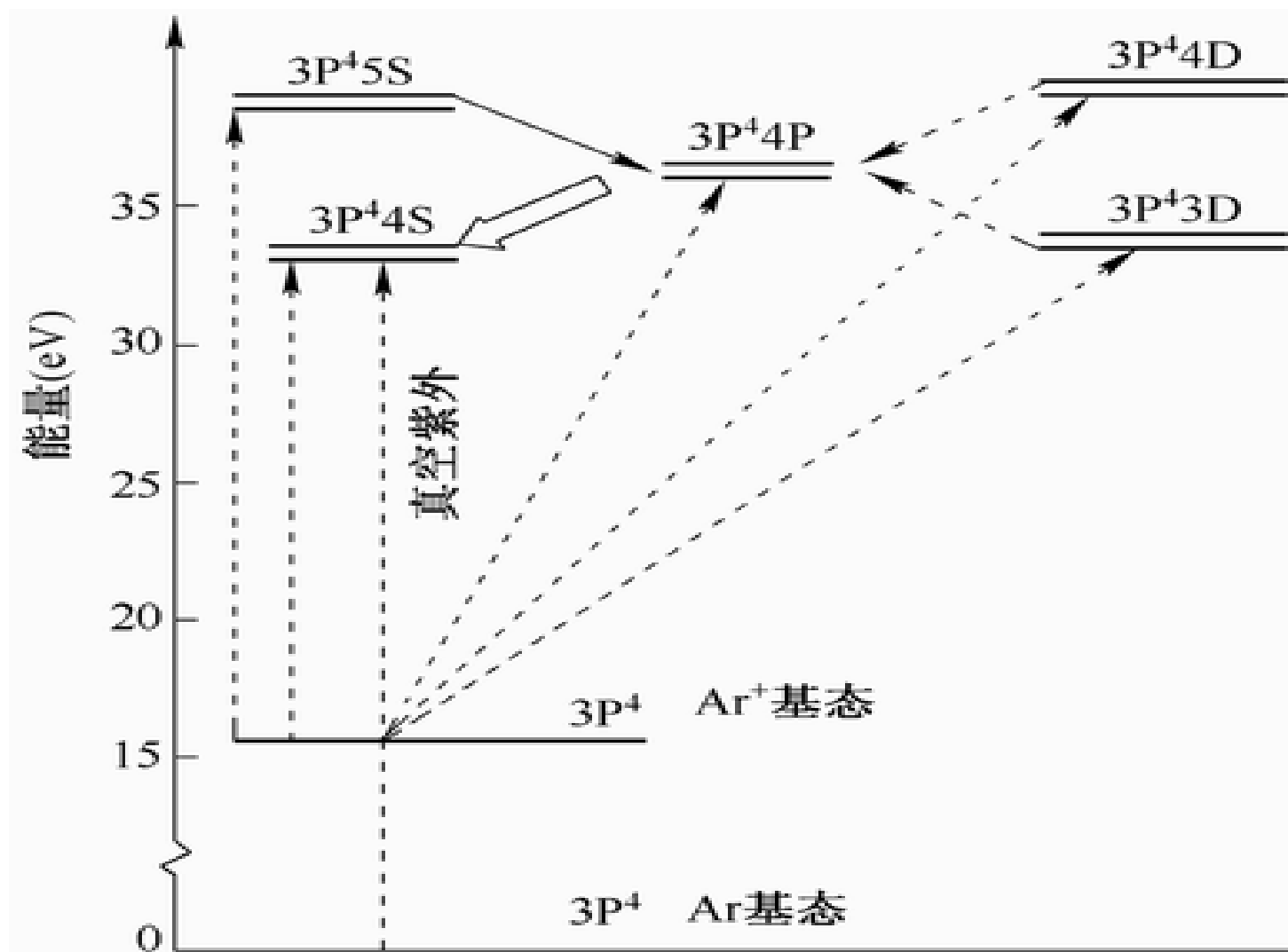
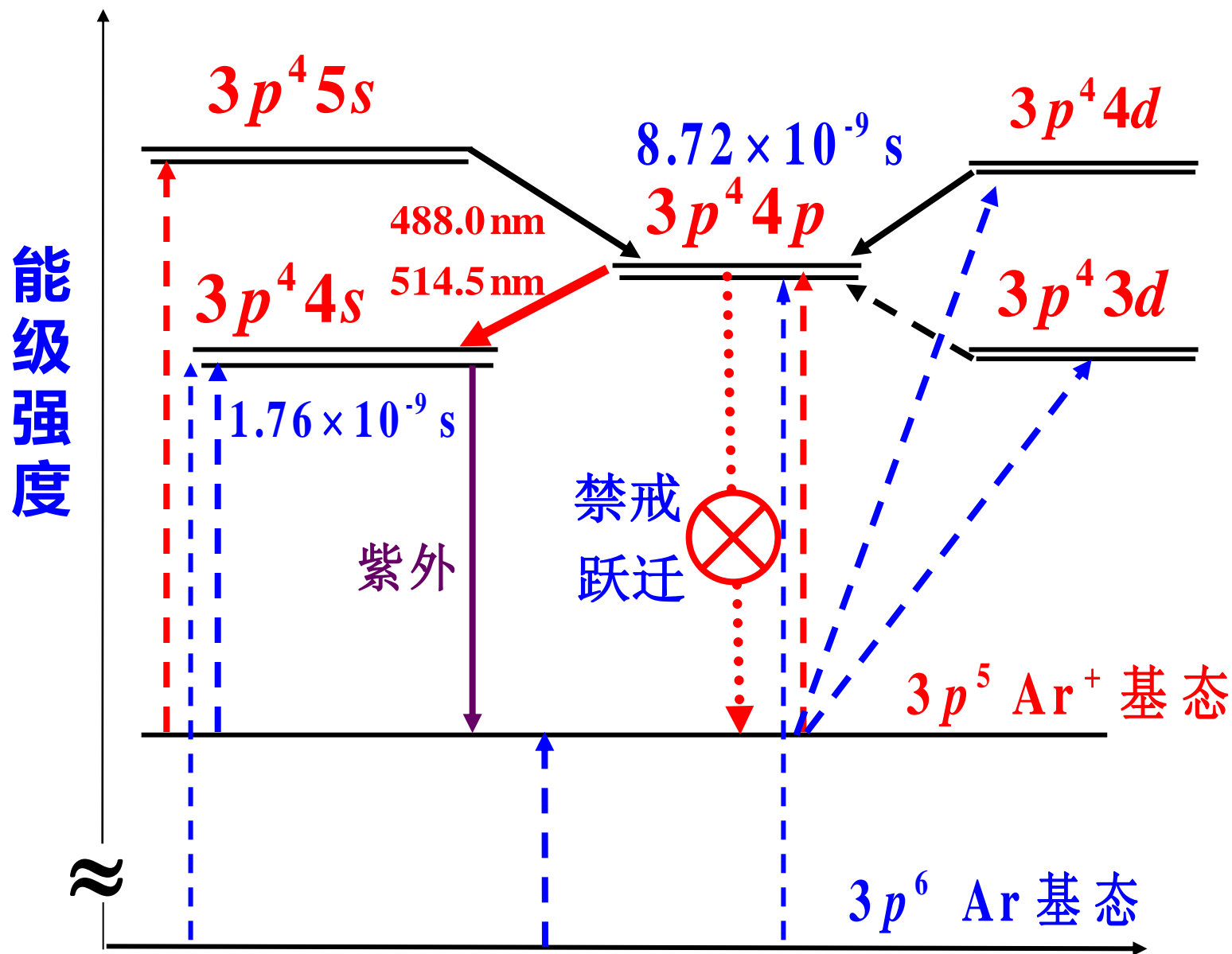


图: 与产生激光有关的 $\text{Ar}^+$ 的能级结构



$\text{Ar}^+$ 能级分布及跃迁示意图



## 小结：四能级系统和三能级系统的主要区别？

- **三能级系统的缺点：**抽运是相对于一个很稠密的下能级进行的，这就是要求较强的抽运功率才能达到粒子数反转。
- **四能级系统的优点：**在抽运时， $E_2$ 能级的布居数 $N_2$ 相对于 $E_1$ 能级上数量很小的 $N_1$ 而累积，因此很容易达到粒子数反转  $N_2 > N_1$  的情况，即对应的抽运功率较之于三能级系统来说可以小很多。

**问题：激光阈值抽运强度  
与什么因素有关？  
关系如何？**

**能级系统？**

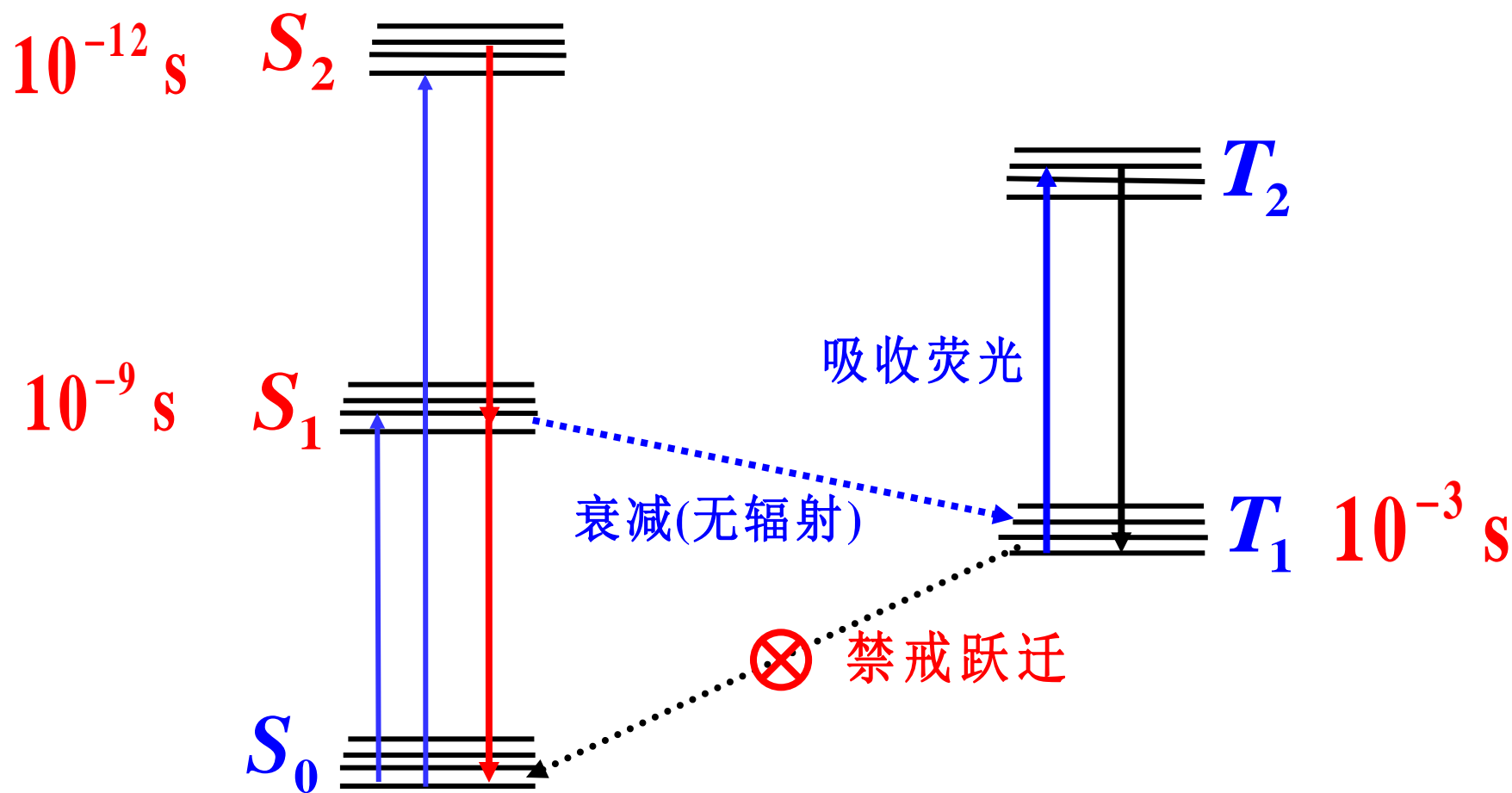
**爱因斯坦系数？**

**激光上能级寿命？**

**激发因子？**

**问题：为什么气体用电激励，固体用光激励？**

**由于气体粒子具有一系列很窄的量子能级，而不象固体工作物质所具备的那样宽的吸收带。故此，气体激光器中很少采用光抽运的方法，而多采用电学激励的方法。**



染料分子能级示意图

## 染料激光辐射（上图）

处在激光上能级  $S_1$  态的分子跃迁到  $S_0$  态的各个振动能级上时产生荧光，同时很快的弛豫到  $S_0$  态的最低能级上。

如果染料分子在  $S_1$  态和  $S_0$  态之间形成了集居数反转，就可能产生激光。

跃迁到  $S_0$  态较高能级上的分子能迅速通过无辐射跃迁过程返回到  $S_0$  态的最低能级，在  $S_1$  态的最低能级和  $S_0$  态的较高能级之间极易形成集居数反转分布，使得染料激光器的阈值很低。

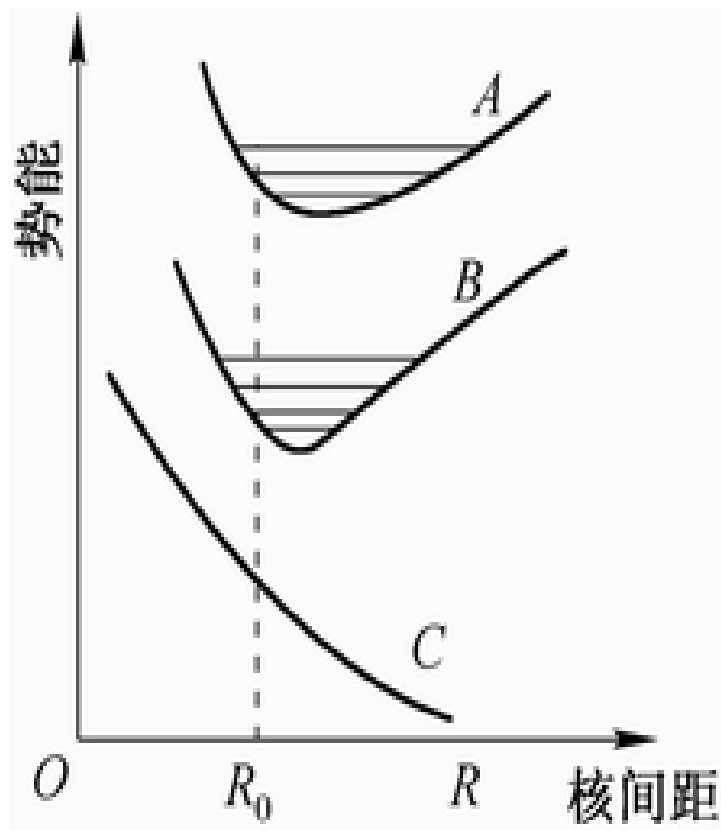
**结论：染料分子也是一种四能级系统。**

## 准分子概念与准分子激光

- **准分子不是稳定的分子**，是在激光混合气体受到外来能量的激发，所引起的一系列物理及化学反应中曾经形成但转瞬即逝的分子，其寿命仅为几十毫微秒。  
激光上能级寿命为 $10^{-8}\text{s}$ ，下能级寿命为 $10^{-13}\text{s}$ ，很容易形成集居数反转。
- **准分子激光**是一种脉冲激光。
- 因谐振腔内充入不同的稀有气体和卤素气体的混合物。有不同波长的激光产生。**大部份波长范围为157 - 353nm。**

**思考题：准分子激光器是几能级系统？**

# 准分子能级结构及激光器的特点



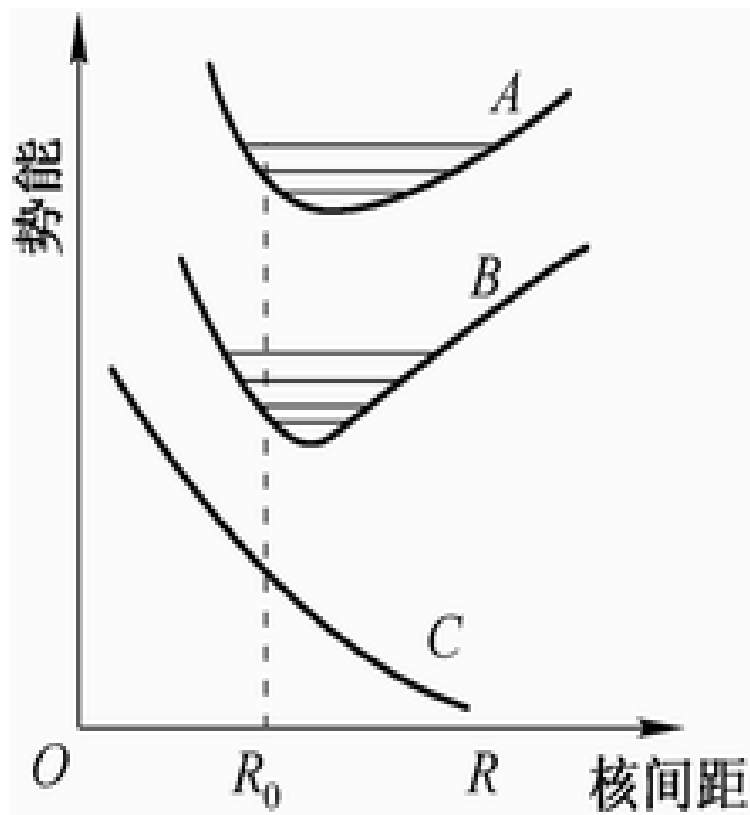
准分子的能级结构

➤ 能级结构有明显的特点。如左图所示，**A**表示较高激发态，**B**表示激光上能级，**C**表示基态。

➤ 由于基态寿命很短，即使是超短脉冲情况下，基态也可认为是空的，因此准分子体系对产生短脉冲特别有利。**四能级系统。**



# 准分子激光器的特点



准分子的能级结构

- 激光下能级是基态，基本上没有无辐射损耗。因此数量反转效率很高，这是准分子激光器可能达到高效率的主要原因。
- 由于激光下能级的离子迅速离解，因而拉长脉宽和高重复率工作都没有困难。
- 由于准分子的荧光光谱为一连续带，故可做成频率可调谐器件。

# 准分子激光器的泵浦方式

## ➤ 电子束泵浦:

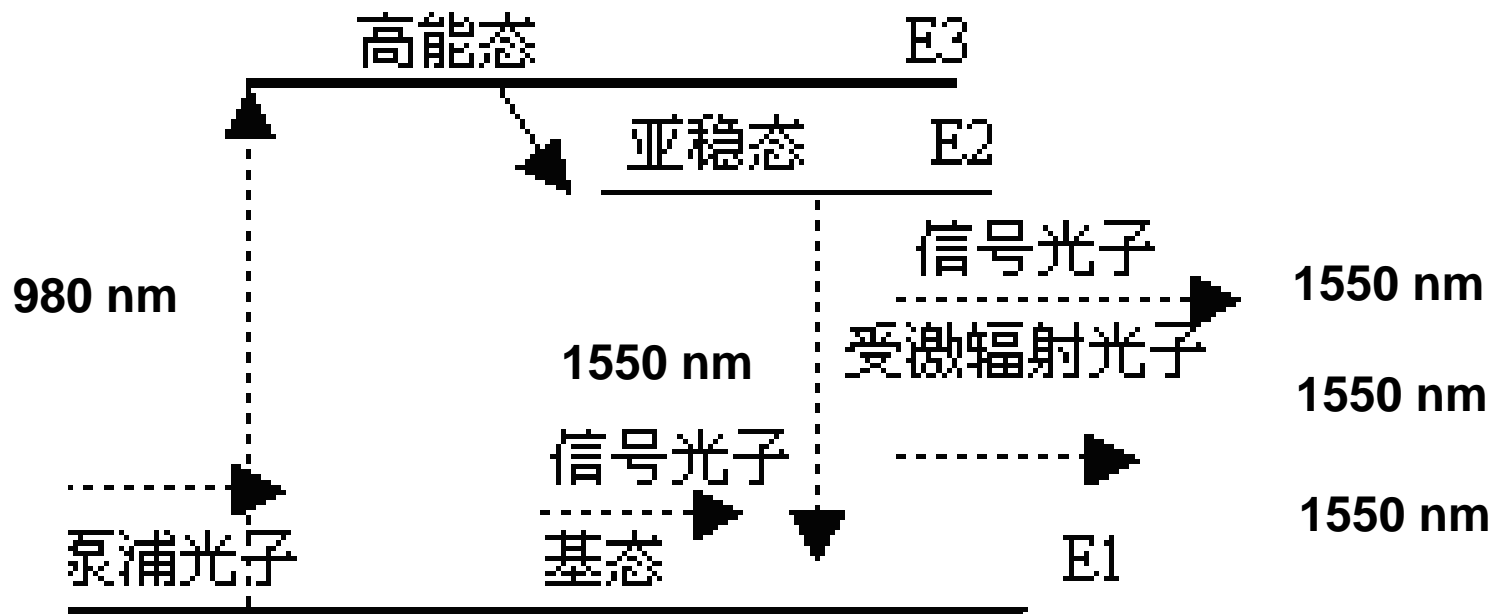
- ① 横向泵浦
- ② 纵向泵浦
- ③ 同轴电子束泵浦

## ➤ 快速放电泵浦:

多采用所谓布鲁姆莱(Blumlein)电路

# 准分子激光器输出波长

激光器类型	激光波长/nm	激光器类型	激光波长/nm
Ar <sub>2</sub>	126	XeCl	308
Kr <sub>2</sub>	146	XeF	351
Xe <sub>2</sub>	172	XeO	550
ArCl	175	ArO	558
ArF	193	KrO	558
KrF	248		



**Energy Level of  $\text{Er}^{3+}$**

# Excimer laser

**excimer (激基分子) = excited dimer (二聚物)**

**UV ( 200nm ~ 400nm )**

- **Rare-gas** - **halide** excimer lasers  
(Kr, Ar, Xe) (F, Cl)

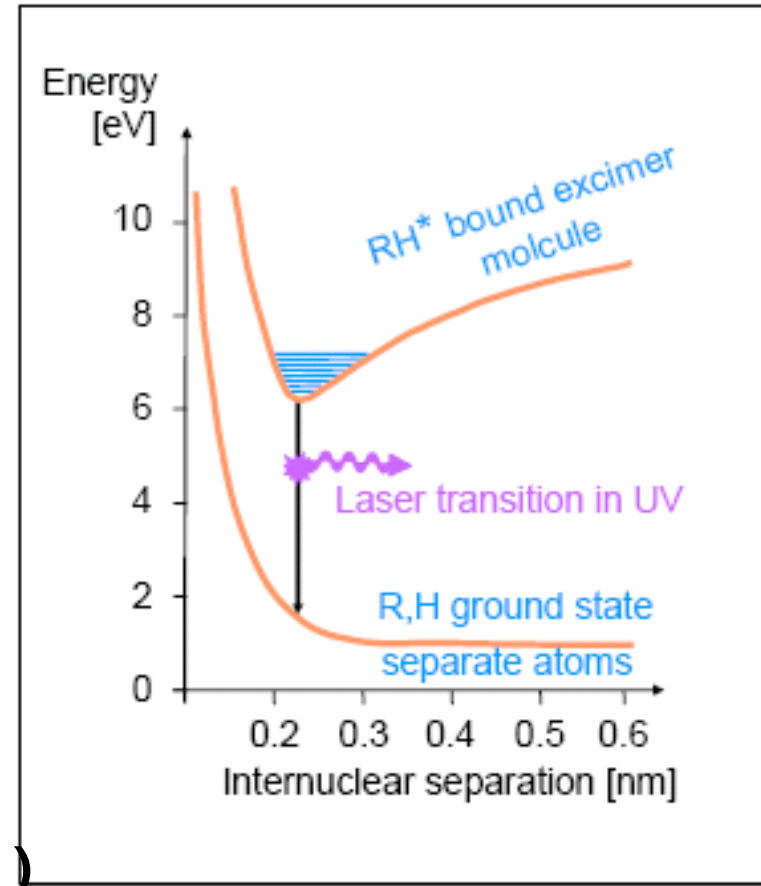
**( 卤化物 )**

- $R + H \rightarrow (R^+H^-) - 4eV$   
 $e + R \rightarrow e + R^*$   
 $R^* + H \rightarrow (R^+H^-)^* + 6eV$

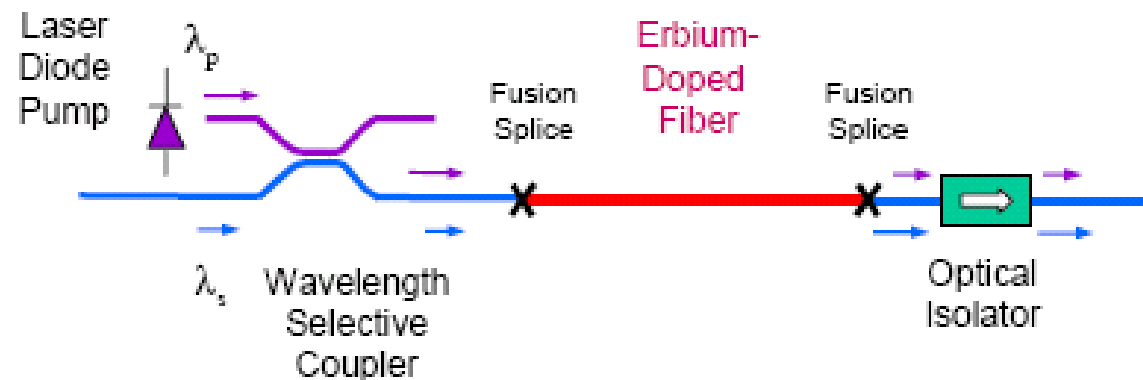
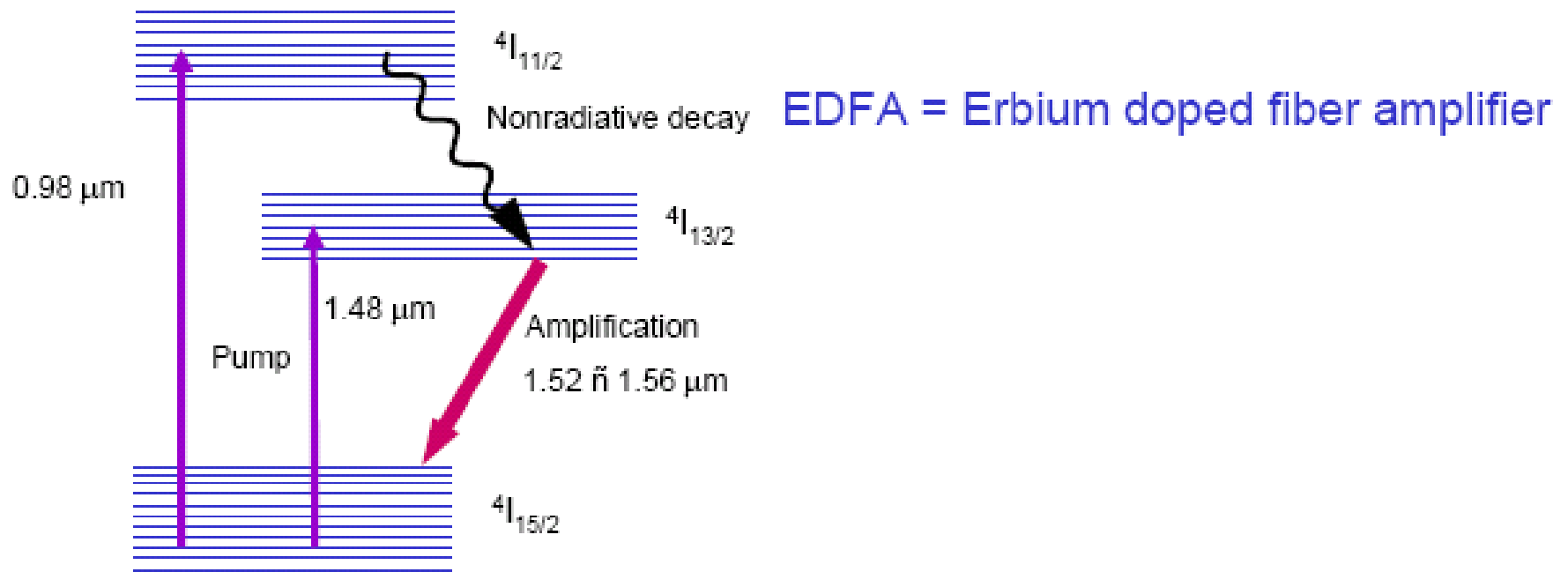
- **激基状态:  $(RH)^* = (AX)^*$**

- **Pumping: energetic e-beams (高能电子束)**

- **short pulse operation**



# 掺铒光纤放大器EDFA



## 上一节课程内容

### §3.2 产生粒子数反转的几种量子系统

一、二能级系统

二、三能级系统

三、四能级系统（固体）

四、四能级系统（气体）

## 下一节内容

### §3.3 行波激光放大器

- 一、单渡越放大与增益
- 二、单渡越峰值放大
- 三、典型的激光工作物质  
的寿命与频谱之积
- 四、例子



## §3.3 行波激光放大器

- 大多数激光物质→制作激光振荡器。
- 兼作激光放大器的实际上有掺钕玻璃、掺铒石英、红宝石、氦氖混合气体、二氧化碳-氦混合气体等几种物质。

### 一、单渡越放大与增益

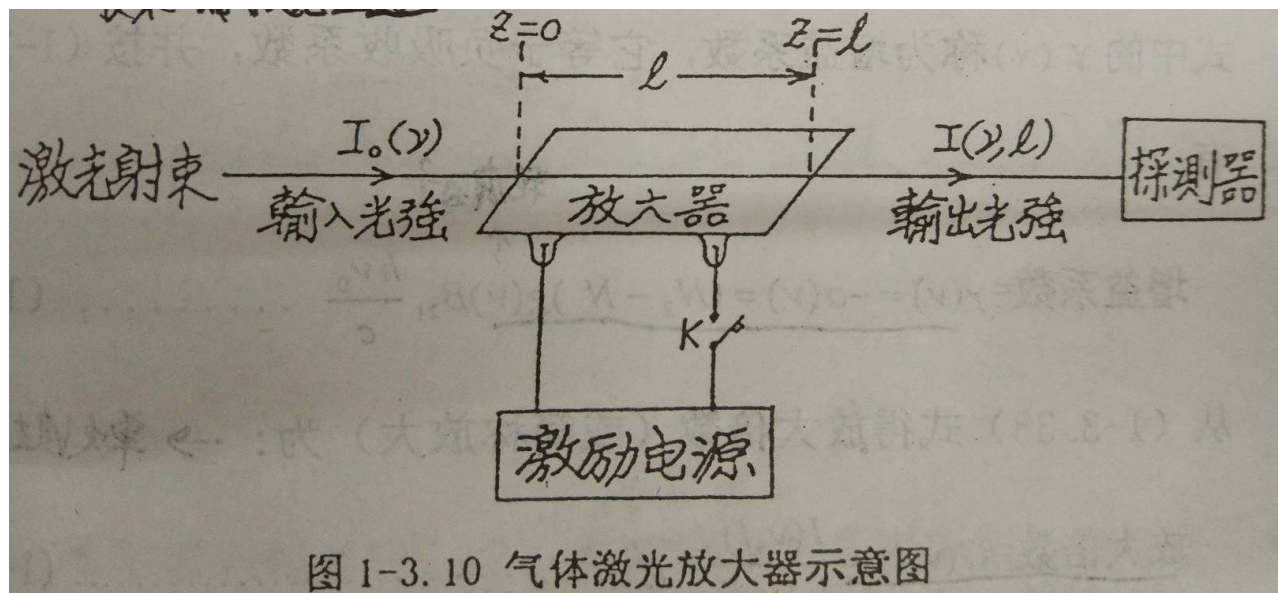


图 1-3.10 气体激光放大器示意图

布鲁斯特角为什么？

# 1、光增益系数

§3.1节中图3.1关于光通过介质时的吸收情况的分析，知道光的吸收是按指数规律进行的：

$$I(\nu, l) = I_0(\nu) e^{-\alpha(\nu)l} = I_0(\nu) e^{\gamma(\nu)l}$$

对于平行光束，光密度与光强度的关系是

$$I(\nu) = \rho(\nu)c$$

$\rho(\nu)$  辐射能量密度：单位体积内包含的辐射能量

- 增益系数（单位长度的增益系数）

$$\gamma(\nu) = -\alpha(\nu) = (N_2 - N_1)g(\nu)B_{21}\frac{h\nu_0}{c}$$

## 2、光放大倍数----单次渡越放大

$$G(\nu, l) = \frac{I(\nu, l)}{I_0(\nu, l)} = e^{\gamma(\nu)l}$$

$$\gamma(\nu)[m^{-1}] = \ln G(\nu, l)$$

## 二、单渡越峰值放大

放大（倍数）依赖于频率和工作物质长度  $l$  的关系

$$G(\nu, l) = \frac{I(\nu, l)}{I_0} = \exp[\gamma(\nu)l] = \exp[(N_2 - N_1)g(\nu)B_{21}\frac{h\nu_0}{c}l]$$
$$= \exp[(N_2 - N_1)g(\nu)\frac{A_{21}}{8\pi}\frac{\lambda_0^2}{n^2}\cdot l] = \exp[Cg(\nu)]$$

$$B_{21} = \frac{c^3}{8\pi h \nu^3} A_{21} = \frac{\lambda^3}{8\pi h} A_{21} \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$(N_2 - N_1)\frac{A_{21}}{8\pi}\cdot\frac{\lambda_0^2}{n^2}\cdot l = \text{常数} C$$

- 单位长度的增益系数

$$\gamma(\nu) \equiv -\alpha(\nu) = \ln G(\nu, l) = Cg(\nu)$$

- 对于频率的函数关系跟谱线轮廓因子相类似。

## 1、对于均匀加宽-洛伦兹轮廓

$$g(\nu) = g(\nu_0, \nu)_N = \frac{2}{\pi \Delta \nu_N} \cdot \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu - \nu_0}{\Delta \nu_N / 2} \right)^2}$$

峰值处  $g(\nu_0) = \frac{2}{\pi \Delta \nu_N}$

**峰值放大**

$$\begin{aligned} G_{0N} &= \exp[\gamma(\nu_0)l] = \exp[Cg(\nu_0)] \\ &= \exp\left[(N_2 - N_1) \frac{A_{21}}{8\pi} \cdot \frac{\lambda_0^2}{n^2} l \cdot \frac{2}{\pi \Delta \nu_N}\right] \end{aligned}$$

## 2、非均匀加宽----热运动增宽谱线轮廓

$$g(\nu) = g(\nu_0, \nu)_D = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \cdot \exp\left[-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{(\Delta\nu_D/2)^2} \ln 2\right]$$

$$g(\nu_0) = \frac{2}{\Delta\nu_D} \cdot \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}$$

峰值放大

$$G_{0D} = \exp[(N_2 - N_1) \frac{A_{21}}{8\pi} \cdot \frac{\lambda_0^2}{n^2} \cdot \frac{l}{\Delta\nu_D} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\ln 2}]$$

### 3、在实际工作中，都是具有热运动增宽谱线轮廓

$$G_{0N} = \exp[\gamma(\nu_0)l] = \exp[Cg(\nu_0)]$$

$$= \exp[(N_2 - N_1) \frac{A_{21}}{8\pi} \cdot \frac{\lambda_0^2}{n^2} l \cdot \frac{2}{\pi \Delta \nu_N}]$$

$$G_{0D} = \exp[(N_2 - N_1) \frac{A_{21}}{8\pi} \cdot \frac{\lambda_0^2}{n^2} \cdot \frac{l}{\Delta \nu_D} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\ln 2}]$$

$$G_0 = e^{(N_2 - N_1) \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{\lambda_0^2}{n^2} \cdot \frac{1}{\tau \Delta \nu} \cdot l}$$

$$\text{或 } G_0 = e^{\frac{1}{4} \frac{\lambda_0^2}{n^2} (N_2 - N_1) \cdot \frac{1}{2\pi \tau \Delta \nu} \cdot l}$$

$$\frac{2}{\pi} = 0.638$$

$$\frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}} = 0.94 \approx 1$$

$$A_{21} = \frac{1}{\tau}$$

$$G_0 = e^{(N_2 - N_1) \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{\lambda_0^2}{n^2} \cdot \frac{1}{\tau \Delta \nu} \cdot l}$$

$$\text{或 } G_0 = e^{\frac{1}{4} \frac{\lambda_0^2}{n^2} (N_2 - N_1) \cdot \frac{1}{2\pi\tau\Delta\nu} \cdot l}$$

$$(a) N_2 - N_1 \uparrow \dots \Rightarrow \dots G_0 \uparrow$$

$$(b) \lambda_0 \uparrow \dots \Rightarrow \dots G_0 \uparrow$$

$$(c) l \uparrow \dots \Rightarrow \dots G_0 \uparrow$$

$$(d) 2\pi\tau\Delta\nu \downarrow \dots \Rightarrow \dots G_0 \uparrow$$

欲提高增益，往往采用降温的办法，使  $\Delta\nu$  变小。



### 三、典型的激光工作物质的 $2\pi\tau\Delta\nu$ 值

激光工作物质参数	红宝石 300K	掺钕YAG 300K	掺钕玻璃 300K	一般激光 气体Ar, Ne,Ke 等	气体 CO <sub>2</sub> 300K
寿命 $\tau$ (秒)	$3 \times 10^{-3}$	$0.2 \times 10^{-3}$	$0.8 \times 10^{-3}$	$10^{-8}$	$2 \times 10^{-3}$
实际线宽 $\Delta\nu$ (周/秒)	$3 \times 10^{11}$	$3 \times 10^{11}$	$10^{13}$	$10^9$	$10^{10}$
$2\pi\tau\Delta\nu$	$5 \times 10^9$	$4 \times 10^8$	$10^{11}$	60	$10^8$

欲提高增益，往往采用降温的办法，使  $\Delta\nu$  变小。

#### 四、例子：见书P86-88

峰值获得10%，即 $G_0=1.1$ 所需粒子数反转多少？

1、气体激光器

2、固体激光器

问题：获得什么结论？

## 上一节内容回顾

### §3.3 行波激光放大器

- 一、单渡越放大与增益
- 二、单渡越峰值放大
- 三、典型的激光工作物质  
的寿命与频谱之积
- 四、例子

**问题1、激光上能级寿命越长越好吗？**

**问题2、相同峰值放大时气体激光器与固体激光器的粒子数反转数与总粒子数相比（激发因子）的差别如何？物理意义是什么？**

## 下一节课程内容

### §3.4 再生谐振放大器---振荡阈值条件

- 一、再生光强度放大与单渡越放大的关系
- 二、再生光强放大最大值间的频率间距  
以及带宽
- 三、振荡阈值条件
- 四、再生谐振放大器的举例

## §3.4 再生谐振放大器---振荡阈值条件

问题：

已知再生放大器的透反射率、长度

- 1、单渡越（光强）放大 $G$  已知，多次放大器（激光器） $G_{\text{总}}$ 如何？
- 2、振幅放大与强度放大的关系如何？
- 3、 $G$  与频率和长度有关， $G_{\text{总}}$ 与什么有关系？
- 4、阈值条件？

## §3.4 再生谐振放大器----振荡阈值条件

### 一、再生光强度放大与单渡越放大的关系

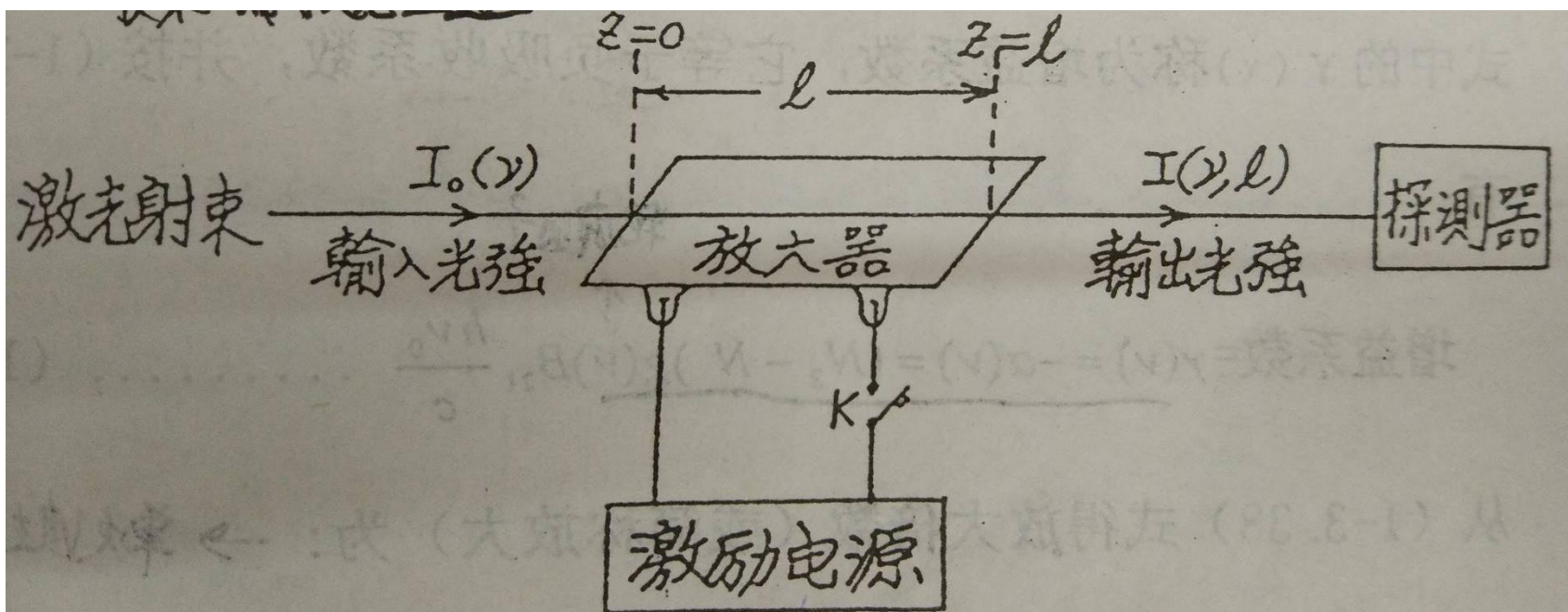


图 1-3.10 气体激光放大器示意图

设 $R_1$ 与 $R_2$ 分别为 $M_1$ 与 $M_2$   
镜的反射系数；

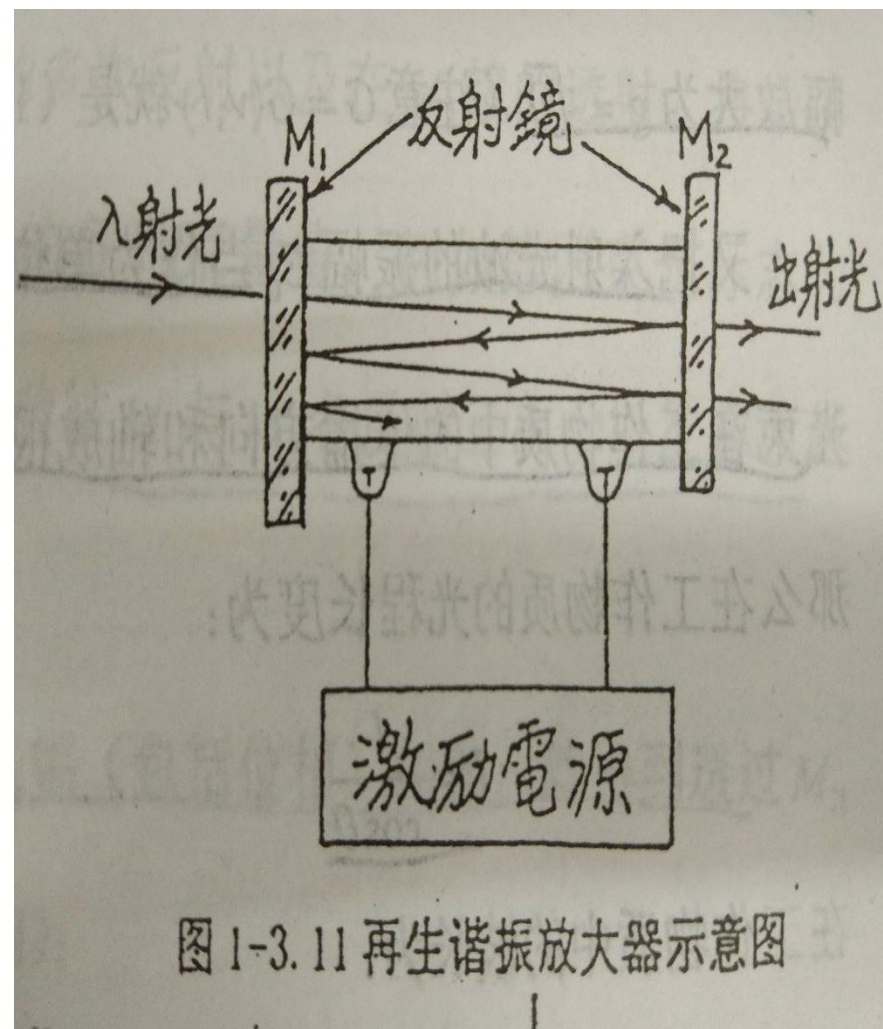
$T_1$ 与 $T_2$ 分别为 $M_1$ 与 $M_2$ 镜  
的透射系数。

反射因子

$$r_1 = \sqrt{R_1} \text{ 与 } r_2 = \sqrt{R_2}$$

透射因子

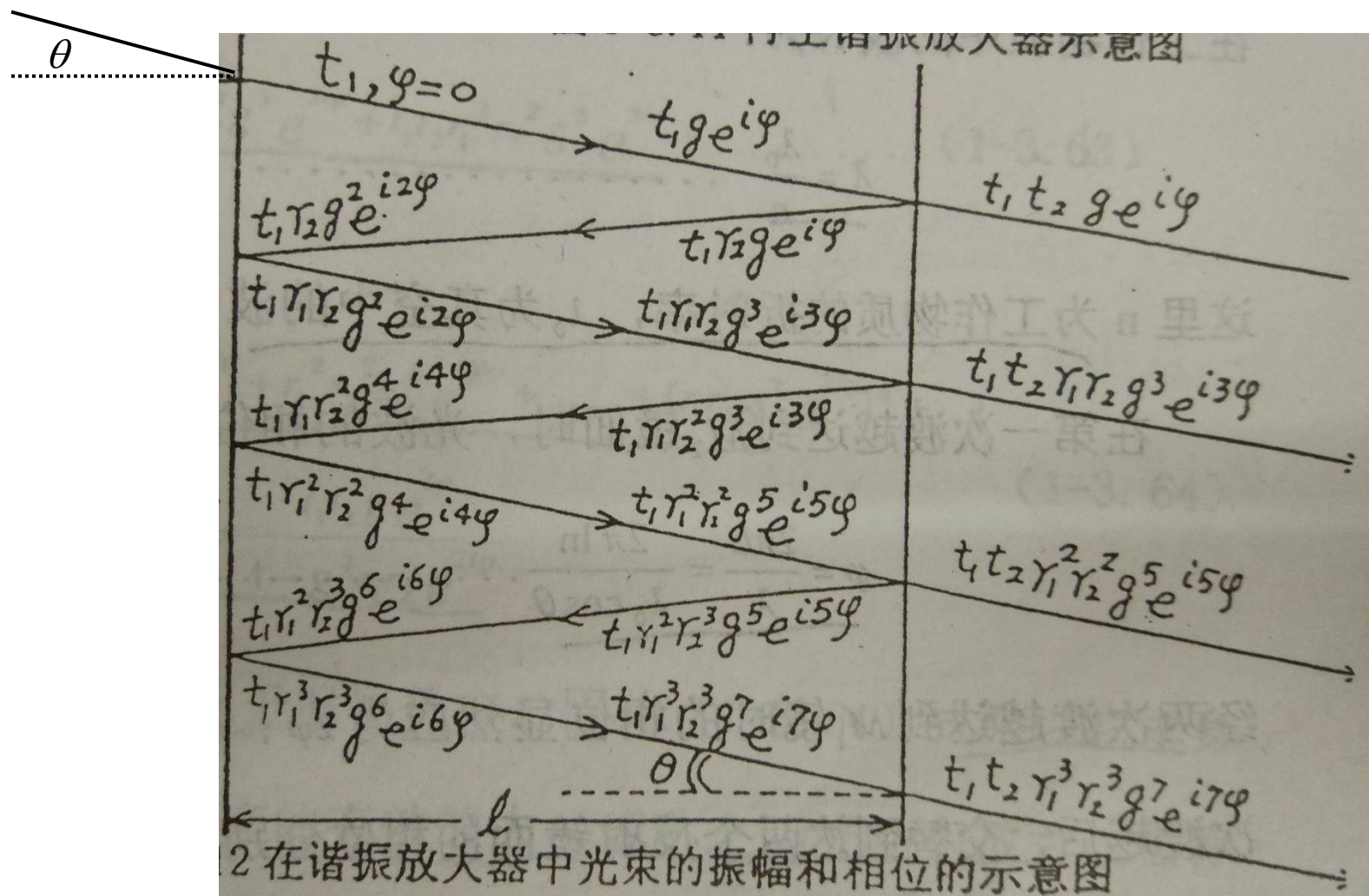
$$t_1 = \sqrt{T_1} \text{ 与 } t_2 = \sqrt{T_2}$$





# 1、单渡越放大

令入射光束为平面波，单位振幅 $E_0=1$ ，相位为  $\varphi=0$



### ( A ) 单渡越相位增加

$$\varphi = \frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{2\pi nL}{\lambda_0} = \frac{2\pi nl}{\lambda_0 \cos \theta}$$

### ( B ) 单渡越光强放大倍数

$$G = G(\nu, l) \dots (\text{无源腔 } G \equiv 1)$$

### ( C ) 单渡越振幅放大

$$g = \sqrt{G}$$

## 2、再生振荡放大器

### (A) 总振幅放大

$$\begin{aligned} E_T &= E_0[t_1 t_2 g e^{i\varphi} + t_1 t_2 r_1 r_2 g^3 e^{3i\varphi} + t_1 t_2 r_1^2 r_2^2 g^5 e^{5i\varphi} + \dots] \\ &= E_0 t_1 t_2 g e^{i\varphi} [1 + r_1 r_2 g^2 e^{i2\varphi} + (r_1 r_2 g^2 e^{i2\varphi})^2 + \dots] \\ &= E_0 t_1 t_2 g e^{i\varphi} \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 g^2 e^{i2\varphi})^n \\ &= E_0 t_1 t_2 g e^{i\varphi} \frac{1}{1 - r_1 r_2 g^2 e^{i2\varphi}} \dots \Leftarrow \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1 - x} \end{aligned}$$

## ( B ) 总光强度或光能量、光功率放大

$$G_T = \frac{E_T E_T^*}{E_0^2} = \frac{T_1 T_2 G}{1 + G^2 R_1 R_2 - 2G \sqrt{R_1 R_2} \cos 2\varphi}$$
$$= \frac{T_1 T_2 G}{(1 - G \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4G \sqrt{R_1 R_2} \sin^2 \varphi}$$

## ( C ) 总光能量放大最大与最小值

( i )  $\varphi = 0, \pi, 2\pi, \dots, q\pi, q = \text{整数}$

$$G_T^{\max} = \frac{T_1 T_2 G}{(1 - G \sqrt{R_1 R_2})^2}$$

(ii)  $\varphi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \dots \frac{2q+1}{2}\pi, q = \text{整数}$

$$G_T^{\min} = \frac{T_1 T_2 G}{(1 - G\sqrt{R_1 R_2})^2 + 4G\sqrt{R_1 R_2}}$$

$G_T^{\min}(\nu), G_T^{\max}(\nu)$  依赖频率  $\nu$

## 二、再生光强放大最大值 $G_T^{\max}$ 间的频率间距以及带宽

### 1、间距

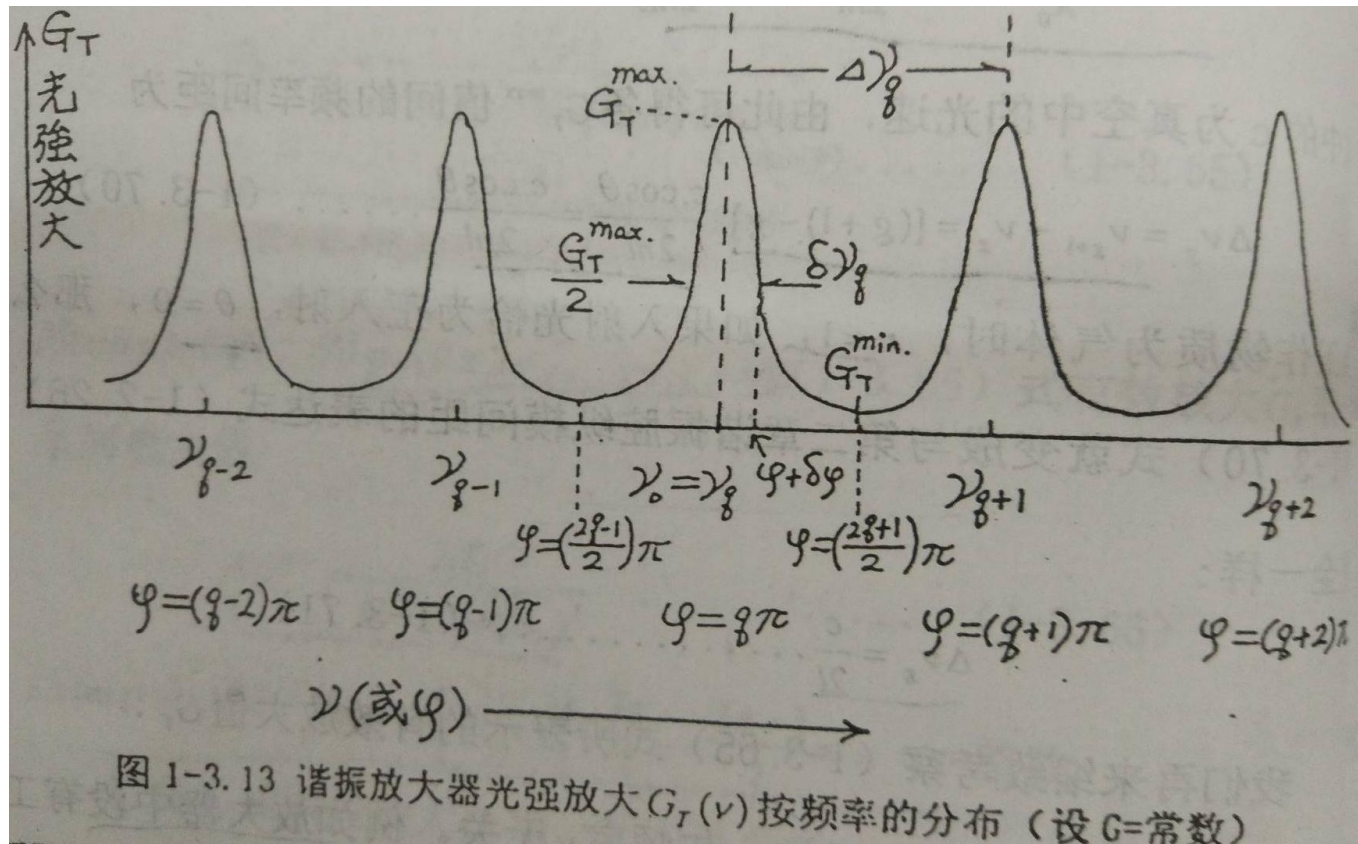
相应得到各放大最大值的波长

$$\because \varphi = \pi q = \frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{2\pi n l}{\lambda_0 \cos \theta}$$

$$\therefore \lambda_0 = \lambda_q = \frac{2Ln}{q} = \frac{2nl}{q \cos \theta}, q = \text{整数}。$$

$$\Rightarrow v_q = \frac{c}{\lambda_q} = q \frac{c \cos \theta}{2nl}$$

$$\Delta \nu_q = \nu_{q+1} - \nu_q = [(q+1) - q] \cdot \frac{c \cdot \cos \theta}{2nl} = \frac{c \cdot \cos \theta}{2nl}$$



- 当工作物质为气体时  $n \approx 1$ , 如果入射光恰为正入射  $\theta = 0$ , 与谐振腔纵模间距一致  $\Delta \nu_q = \frac{c}{2l}$

## 2、再生光强度放大与带宽

(A) 光强有效放大  $G_T$  还是依赖于频率  $\nu$  的

$$\text{相位 } \varphi = \frac{2\pi n l}{\lambda_0 \cos \theta} = \frac{2\pi n l}{c \cos \theta} \cdot \nu = K \nu$$

$$K \equiv \frac{2\pi n l}{c \cos \theta} \dots\dots\dots \text{常数}$$

$$G_T = \frac{T_1 T_2 G}{(1 - G \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4 G \sqrt{R_1 R_2} \sin^2 K \nu}$$



## (B) 带宽

$$\delta\varphi = \frac{2\pi nl}{c \cdot \cos \theta} \delta\nu$$

$$\delta\nu = \frac{c \cdot \cos \theta}{2\pi nl} \delta\varphi = \frac{c}{2\pi nL} \delta\varphi$$

当  $\varphi = K\nu = q\pi$

$$G_T^{\max} = \frac{T_1 T_2 G}{(1 - G \sqrt{R_1 R_2})^2}$$

当  $\varphi = K\nu = q\pi + \delta\varphi$

$$G_T = \frac{G_T^{\max}}{2}$$

$$\frac{G_T^{\max}}{2} = \frac{T_1 T_2 G}{(1 - G\sqrt{R_1 R_2})^2 + 4G\sqrt{R_1 R_2} [\sin(q\pi + \delta\varphi)]^2}$$

● 因为  $\delta\varphi$  很小

$$[\sin(q\pi + \delta\varphi)]^2 = [\sin \delta\varphi]^2 \approx (\delta\varphi)^2$$

$$\frac{1}{2} \frac{T_1 T_2 G}{(1 - G\sqrt{R_1 R_2})^2} = \frac{T_1 T_2 G}{(1 - G\sqrt{R_1 R_2})^2 + 4G\sqrt{R_1 R_2} \cdot (\delta\varphi)^2}$$

● 上式分母相等有

$$\delta\varphi = \frac{1 - G\sqrt{R_1 R_2}}{2\sqrt{G\sqrt{R_1 R_2}}}$$

## ● 故光强放大带宽

$$\delta\nu_q = 2\delta\nu = \frac{2}{K} \delta\varphi = \frac{c \cos \theta}{2\pi n l} \cdot \frac{1 - G\sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{G\sqrt{R_1 R_2}}}$$

$$L = l / \cos \theta = l$$

● **G=1 (无腔源)** , 设  $R_1 = R_2$ , 且  $R \rightarrow 1, n = 1, \theta = 0$

则

$$\delta\nu_q = \frac{c(1-R)}{2\pi l}$$

与无源腔带宽  $\delta\nu_c$  一致

● 如  $R_1 = R_2 = R \approx 1$   $\delta\nu_q \rightarrow 0$

### 三、振荡阈值条件

放大 > 损耗

$$\because G_T^{\max} = \frac{T_1 T_2 G}{(1 - G\sqrt{R_1 R_2})^2}$$

当  $1 - G\sqrt{R_1 R_2} \rightarrow 0$  时,  $G_T^{\max} \rightarrow \infty$

其物理含义是：振荡状态发生

$$\Rightarrow G \approx \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2}} \dots\dots \text{振荡阈值条件}$$

## 四、再生谐振放大器的举例

### 1、气体氦氖放大器(平面平行镜组成)

$$A(\text{吸收}) + R(\text{反射}) + T(\text{透射}) = 1$$

若

$$l = 60\text{cm}, R_1 = R_2 = R = 0.98,$$

$$\theta = 0(\text{正入射}) \Rightarrow T = 1 - R$$

**(A) 无源腔 $G=1$ 情况：光强放大按频率的分布**

$$G_T(\nu) = \frac{T_1 T_2}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4\sqrt{R_1 R_2} \sin^2 K\nu}$$
$$= \frac{T^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2 K\nu}$$

$$\text{相位 } \varphi = K\nu$$

$$K \equiv \frac{2\pi n l}{c \cos \theta} \dots \text{常数}$$

- 各  $G_T^{\max}$  值间的频率间距，也就是谐振腔的纵模间距

$$\begin{aligned}\Delta\nu_c &= \Delta\nu_q = \frac{c}{2l} = \frac{3 \times 10^{10}}{2 \times 60} \\ &= 2.5 \times 10^8 \text{ 周/秒} = 250 \text{ 兆周/秒}\end{aligned}$$

- 输出带宽为

$$\begin{aligned}\delta\nu_c &= \delta\nu_q = \frac{c(1-R)}{2\pi l} = \frac{3 \times 10^{10} \times 0.02}{2 \times 3.14 \times 60} \\ &= 1.6 \times 10^6 = 1.6 \text{ 兆周/秒}\end{aligned}$$

## ( B ) 对粒子数反转的要求

$$\lambda = 6328 \text{ \AA} \quad n \approx 1$$

$$\begin{aligned} \nu_0 &= \frac{c}{\lambda_0} = 3 \times 10^{10} / 0.6328 \times 10^{-4} \\ &= 4.763 \times 10^{14} \text{ 周/秒} \end{aligned}$$

**若单渡越峰值放大**  $G(\nu_0, l) = G_0 = 1.02$

$$\begin{aligned} G_0 &= G(\nu_0, l) = \exp[\gamma(\nu)l] \\ &= \exp\left[(N_2 - N_1) \frac{\lambda_0^2}{8\pi n^2} \cdot \frac{l}{\tau \Delta \nu}\right] \end{aligned}$$

## ● T=400K时光谱学实测

$\Delta\nu = \Delta\nu_D = 1.518 \times 10^9$  周/秒;  $\tau = 0.6 \times 10^{-8}$  秒,

同时, 还知道  $l = 60\text{cm}$

$$\begin{aligned}\Delta N = N_2 - N_1 &= \frac{8\pi n^2 \tau \Delta\nu}{\lambda_0^2 l} \cdot \ln G_0 \\ &= \frac{8 \times 3.14 \times 0.6 \times 10^{-8} \times 1.52 \times 10^9}{(0.6328 \times 10^{-4})^2 \times 60} \cdot 0.0198 \\ &= 1.8 \times 10^7 \approx 10^7 \text{ cm}^{-3}\end{aligned}$$

## ● 这个数值远小于管中气体粒子的密度

$$N_0 \approx 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$



## (C) 单渡越放大及光强放大依赖于频率的关系

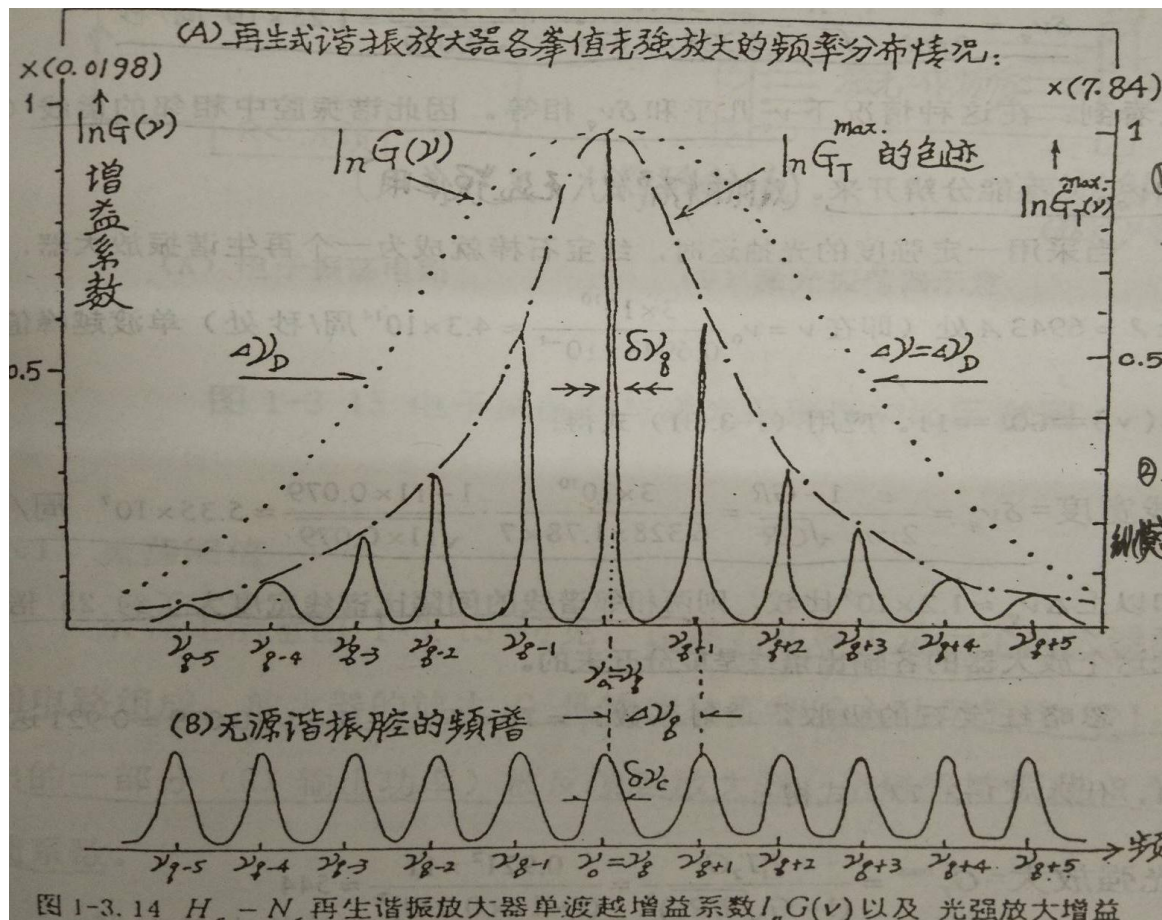
$$\ln G(\nu, l) = \gamma(\nu)l = Cg(\nu)$$

$$\text{常数 } C = (N_2 - N_1) \frac{A_{21}}{8\pi} \cdot \frac{\lambda_0^2 l}{n^2} = \Delta N \cdot \frac{\lambda_0^2}{8\pi\tau n^2}$$

谱线轮廓（多普勒）

$$g(\nu) = g(\nu_0, \nu) = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \cdot \exp\left[-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_D/2}\right)^2 \ln 2\right]$$

$$\therefore \gamma(\nu).l = \ln G(\nu, l) = \Delta N \cdot \frac{\lambda_0^2 l}{8\pi\tau n^2} \cdot \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \cdot e^{-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D/2}\right)^2 \ln 2}$$



$$\gamma(\nu) \cdot l = \ln G(\nu, l) = \Delta N \cdot \frac{\lambda_0^2 l}{8\pi\tau n^2} \cdot \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \cdot e^{-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu/2}\right)^2 \ln 2}$$

是多普勒轮廓

## ( D ) 再生谐振放大器输出的谱线带宽

$$\delta\nu_q$$

$$\delta\nu_q = \frac{c \cos \theta}{2\pi n l} \bullet \frac{1 - G\sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{G\sqrt{R_1 R_2}}} = \frac{c}{2\pi L} \frac{1 - G(\nu)R}{\sqrt{G(\nu)R}}$$

离中心频率越远，该纵模带宽越大

( 见上页图，书表1-3.4 )

## 2、固体红宝石放大器

棒长  $l = 7cm$ ; 折射率  $n=1.78$ 。

两个端面磨平抛光，不镀膜。当入射光束是垂直入射时，红宝石棒端面的反射系数为

$$R_1 = R_2 = R = \frac{(1 - n)^2}{(1 + n)^2}$$

**( A ) 无源谐振腔 , 这时单渡越放大  $G=1$**

● **谱线间的间距 :**

$$\Delta \nu_q = \frac{c}{2nl} = \frac{3 \times 10^{10}}{2 \times 1.87 \times 7} = 1.2 \times 10^9 \text{ 周/秒}$$

● **纵模带宽**

$$\begin{aligned} \delta \nu_q &= \frac{c}{2\pi L} \frac{1 - G(\nu)R}{\sqrt{G(\nu)R}} = \frac{c}{2\pi nl} \cdot \frac{1 - R}{\sqrt{R}} \\ &= \frac{3 \times 10^{10}}{6.328 \times 1.87 \times 7} \cdot \frac{1 - 0.079}{\sqrt{0.079}} = 1.25 \times 10^9 \text{ 周/秒} \end{aligned}$$

● **纵模间不能分辨 ! ! !**

## ( B ) 有源腔

单渡越峰值放大  $G(\nu) = G_0 = 11$

$$\begin{aligned}\delta\nu_q &= \frac{c}{2\pi nl} \frac{1 - GR}{\sqrt{GR}} \\ &= \frac{3 \times 10^{10}}{6.328 \times 1.78 \times 7} \cdot \frac{1 - 11 \times 0.079}{\sqrt{11 \times 0.079}} \approx 5.35 \times 10^7 \text{ Hz}\end{aligned}$$

$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2nl} = \frac{3 \times 10^{10}}{2 \times 1.87 \times 7} = 1.2 \times 10^9 \text{ 周/秒}$$

**纵模间能分辨！！**

$$T_1 = T_2 = T = 1 - R = 1 - 0.079 = 0.921$$

## 中心频率处的光强放大

$$G_T^{\max} = \frac{T_1 T_2 G}{(1 - G\sqrt{R_1 R_2})^2} = \frac{0.921^2 \times 11}{(1 - 11 \times 0.079)^2} \approx 544$$

## 上一节内容回顾

### §3.4 再生谐振放大器---振荡阈值条件

- 一、再生光强度放大与单渡越放大的关系
- 二、再生光强放大最大值间的频率间距以及带宽
- 三、振荡阈值条件
- 四、再生谐振放大器的举例



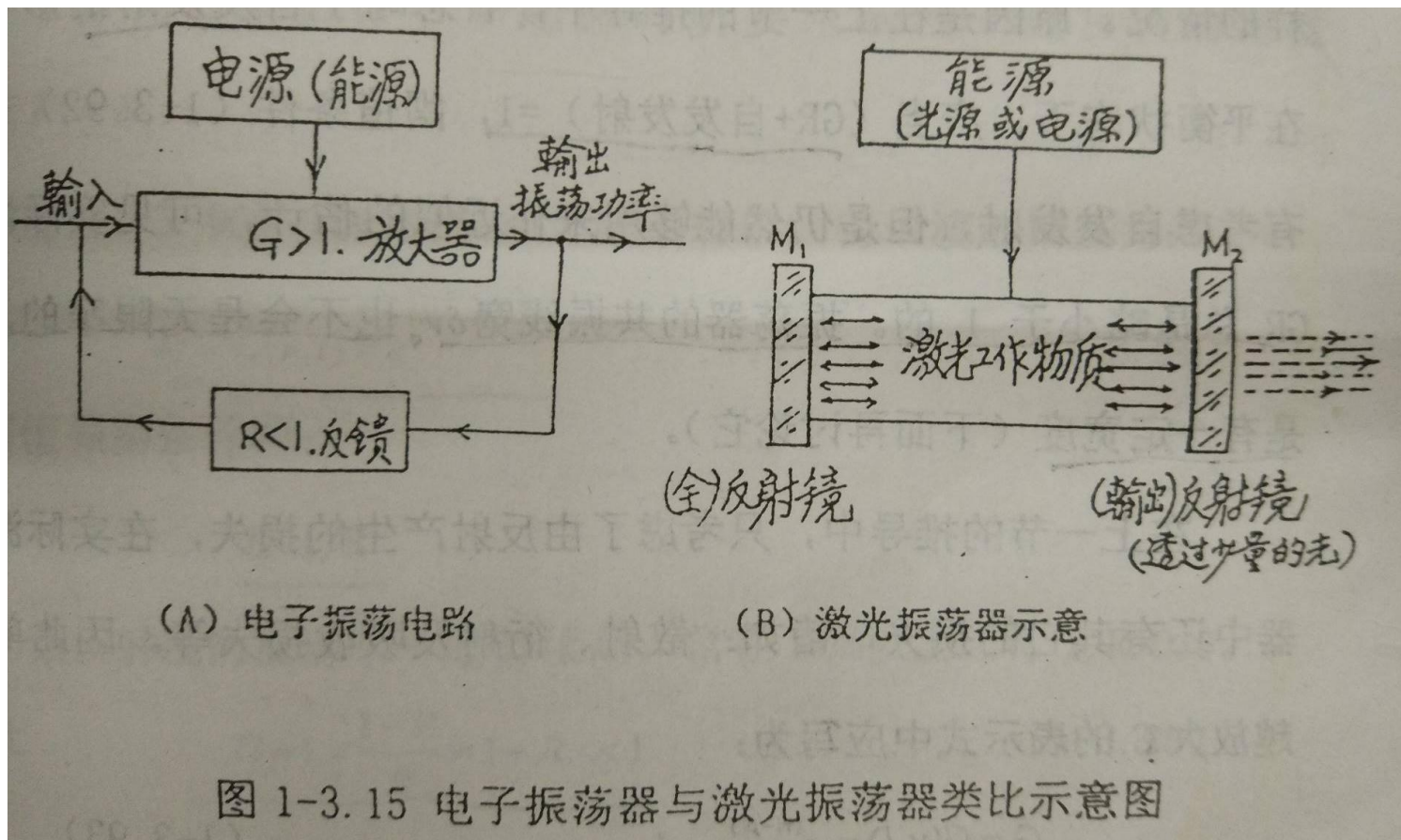
## 下一节内容

### §3.5 激光振荡器

- 一、激光振荡器及阈值
- 二、阈值粒子数的反转密度
- 三、谐振器的输出谱线宽度
- 四、激光振荡器的列举

## §3.5 激光振荡器

### 一、激光振荡器及阈值 自发发射相当于入射光



- 上节再生谐振放大器自持振荡的阈值条件是：

$$G\sqrt{R_1R_2} = GR = 1$$

- 放大G和反馈系数R的乘积GR叫做环路增益。

光强度有限放大最大值

$$G_T^{\max} = \frac{T_1T_2G}{(1 - G\sqrt{R_1R_2})^2} \rightarrow \infty$$

$$\text{振荡带宽 } \delta\nu_q = \frac{c}{2\pi nl} \frac{1 - G\sqrt{R_1R_2}}{\sqrt{G\sqrt{R_1R_2}}} = \frac{c}{2\pi nl} \frac{1 - GR}{\sqrt{GR}} \rightarrow 0$$

- 为什么？

上面忽略了自发发射的影响。正确有：

$$GR + A(\text{自发发射}) = 1$$

但是  $GR = 1$  可以估算阈值

- 如果考虑除反射损耗以外的其他损耗（散射、衍射及吸收， $\beta$  损耗因子）故单渡越放大

$$G = G(\nu, l) = e^{(rl - \beta l)}$$

## 二、阈值粒子数的反转密度

当粒子数反转达到阈值振荡条件 $GR=1$ 时，个别自发发射便会发展成为自持振荡。振荡首先在光谱线中心频率处以及附近的振荡模频率处建立起来，因为在附近的光强放大  $G_T^{\max}$  为最大。

(1) 阈值的其他表达式及阈值粒子数反转密度  
单渡越增益

$$G = G(\nu, l) = e^{(N_2 - N_1) \frac{A_{21}}{8\pi} \cdot \frac{c^2}{\nu^2} g(\nu) l}$$

- 反射镜的反射率一般都很高，即 $1 > R > 0.9$ 。从  
阈值振荡条件得： $G = 1/R$

$$G - 1 = \frac{1 - R}{R} \approx 1 - R \ll 1$$

$$G = G(\nu, l) = e^{(N_2 - N_1) \frac{A_{21}}{8\pi} \cdot \frac{c^2}{\nu^2} g(\nu) l}$$

$$G \approx 1 + (N_2 - N_1) \frac{A_{21}}{8\pi} \cdot \frac{c^2}{\nu^2} g(\nu) l$$

$$\text{其中利用 } e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots\dots\dots (-\infty < x < \infty)$$

- 或者

$$G - 1 = 1 - R \approx (N_2 - N_1) \frac{A_{21}}{8\pi} \cdot \frac{c^2}{\nu^2} g(\nu) l = \gamma(\nu) l$$

- 阈值粒子数反转密度

$$N_2 - N_1 = \frac{8\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{1}{A_{21}} \cdot \frac{1 - R}{g(\nu)l}$$

$$\begin{aligned} N_2 - N_1 &= \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \Delta\nu \cdot \frac{\tau}{t_c} \cdot \frac{1}{\Delta\nu g(\nu)} \\ &= (P_m \Delta\nu) \cdot \left(\frac{\tau}{t_c}\right) \frac{1}{\Delta\nu g(\nu)} \end{aligned}$$

- 光子在谐振腔中的寿命

$$t_c = \frac{l}{(1-R)c}$$

- 带宽内单位体积所含模数目

$$P_m \Delta \nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \Delta \nu$$

- 谱线过渡频率的寿命

$$\tau = \tau_{21} = \frac{1}{A_{21}}$$



● 对于自然谱线轮廓，粒子数反转阈值密度

$$\begin{aligned} N_2 - N_1 &= (P_m \Delta \nu) \cdot \left( \frac{\tau}{t_c} \right) \frac{1}{\Delta \nu_N g(\nu)} \\ &= \frac{\pi}{2} (P_m \Delta \nu) \frac{\tau}{t_c} = \frac{2\pi \nu^2}{c^3} \cdot \frac{2\pi \tau \Delta \nu}{t_c} \end{aligned}$$

$$\Delta \nu_N g(\nu_0) = \frac{2}{\pi}$$

● 对于热运动增宽轮廓，粒子数反转阈值密度

$$\begin{aligned} N_2 - N_1 &= (P_m \Delta \nu) \cdot \left( \frac{\tau}{t_c} \right) \frac{1}{\Delta \nu g(\nu)} \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\ln 2}} (P_m \Delta \nu) \frac{\tau}{t_c} = \frac{2\sqrt{\pi} \nu^2}{\sqrt{\ln 2} c^3} \cdot \frac{2\pi \tau \Delta \nu}{t_c} \end{aligned}$$

$$\Delta \nu_D g(\nu_0) = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}}$$

### 三、谐振器的输出谱线宽度

$$GR + \frac{\text{自发发射功率 } P_{oa}}{\text{受激发射（每模）功率 } \bar{P}} = 1$$

实际激光器输出实测：

$$\frac{P_{oa}}{\bar{P}} \approx \begin{array}{l} 10^{-12} - 10^{-14} \text{ 中等功率固体激光器} \\ 10^{-11} \text{ 小功率气体激光器} \end{array}$$

虽然小但物理意义重要！复杂理论推导有

$$\frac{P_{oa}}{\bar{P}} \equiv 1 - GR = (1 - R)^2 \cdot \frac{h\nu}{\bar{P}} \cdot \frac{c}{nl} \cdot \frac{N_2}{N_2 - N_1}$$

- 因起振时  $\sqrt{GR} \approx 1$  , 以及一个无源谐振腔所产生的带宽为

$$\delta\nu_c = \frac{c(1-R)}{2\pi nl}$$

$$\begin{aligned}\delta\nu_q &= \frac{c}{2\pi nl} \cdot \frac{1-GR}{\sqrt{GR}} = \frac{c}{2\pi nl} \cdot \frac{1}{\sqrt{GR}} \cdot (1-R)^2 \cdot \frac{h\nu}{p} \cdot \frac{c}{nl} \cdot \frac{N_2}{N_2 - N_1} \\ &= \left[ \frac{c}{2\pi nl} (1-R) \right]^2 \cdot 2\pi \cdot \frac{h\nu}{p} \cdot \frac{N_2}{N_2 - N_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{GR}} \\ &\approx 2\pi(\delta\nu_c)^2 \cdot \frac{1}{p/h\nu} \cdot \frac{N_2}{N_2 - N_1}\end{aligned}$$

- $\overline{p/h\nu}$  是在一个单模中每秒光子的数目（单模激光情况）

$$\bar{p} / h\nu = \begin{cases} 10^{20} \text{ 光子/秒 (中等功率固体激光器)} \\ 10^{15} \text{ 光子/秒 (小功率气体激光器)} \end{cases}$$

● 结论：

$$(A) \delta\nu_c \downarrow \Rightarrow Q \uparrow, \delta\nu_q \downarrow$$

$$(B) \bar{P} / h\nu \uparrow \Rightarrow \delta\nu_q \downarrow$$

但  $\delta\nu_q \neq 0$  (自发发射的影响)

## 四、激光振荡器的举例

### 1、气体激光器：

各项参数如下：

- 中心波长： $\lambda = 0.6328 \times 10^{-4} \text{ cm}$
- 相应的频率： $\nu = 4.763 \times 10^{14} \text{ 周/秒}$
- 谱线宽度： $\Delta\nu = \Delta\nu_D = 1.518 \times 10^9 \text{ Hz}$
- 寿命： $\tau = 0.6 \times 10^{-8} \text{ 秒}$
- 激光器长度： $l = 60 \text{ cm}$
- 反射镜的反射系数： $R_2 = R_1 = R = 0.98$
- 光子在谐振腔中的寿命：

$$t_c = \frac{nl}{c(1-R)} = \frac{60}{3 \times 10^{10} \times (1-0.98)^2} = 1 \times 10^{-7} \text{ 秒}$$

## (A) 粒子数反转阈值

$$\begin{aligned} N_2 - N_1 &= \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\ln 2}} (P_m \Delta \nu) \cdot \frac{\tau}{t_c} \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\ln 2}} \cdot \frac{3.2 \times 10^8 \times 0.6 \times 10^{-8}}{1 \times 10^{-7}} = 2 \times 10^7 \text{ cm}^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } P_m \Delta \nu &= \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \Delta \nu \\ &= \frac{8\pi \times (4.763 \times 10^{14})^2}{(3 \times 10^{10})^3} \times 1.518 \times 10^9 \approx 3.2 \times 10^8 [\text{模} / \text{cm}^3] \end{aligned}$$

## ( B ) 估算阈值抽运功率

### 氦氖能级电抽运相应的频率

$$\nu_p = \frac{c}{\lambda_p} = c\Delta E$$
$$= 3 \times 10^{10} \times 1.66 \times 10^5 \approx 5 \times 10^{15} \text{ 周/秒}$$

## ( 有效 ) 阈值抽运功率

$$P_{\text{泵阈}} = \frac{(N_2 - N_1)}{\tau} h \nu_p$$
$$= \frac{2 \times 10^7 \times 6.7 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{15}}{6 \times 10^{-9}} \approx 1.1 \times 10^{-2} \text{ 瓦} \cdot \text{厘米}^{-3}$$

## 实际阈值抽运功率

实验数据：有效体积约30立方厘米，管端工作电压约为2500伏，电流约为15毫安，注入电功率为38瓦（IV）。

$$P_{\text{总泵}} = P_{\text{泵阈}} V_{\text{体积}} = 33 \times 10^{-2} \text{瓦}$$

$$P_{\text{总泵}}^{\text{实际}} = IV = 38 \text{瓦} \approx 100 P_{\text{总泵}} = 33 \text{瓦}$$



**(C) 估计激光器效率（在阈值时）：**  
**阈值时，腔内激光束的功率密度为**

$$\begin{aligned}\delta_p &= \frac{h\nu_0(N_2 - N_1)}{\tau} \\ &= \frac{6.7 \times 10^{-34} \times 4.763 \times 10^{14} \times 2 \times 10^7}{0.6 \times 10^{-8}} \approx 1.1 \times 10^{-3} \text{ 瓦} \cdot \text{厘米}^{-3}\end{aligned}$$

**共焦腔**  $R_1 = R_2 = \text{腔距} d = 60\text{cm}$

$$w_1 = w_2 = \sqrt{\lambda d / \pi} \approx 0.036\text{cm}$$

**模式体积**  $V_{00} = \pi w_1^2 \cdot d \approx 0.24\text{cm}^3$

- 激光器输出的阈值(单模)光功率

$$\bar{p} = \delta_p \cdot V_{00} = 1.1 \times 10^{-3} \times 0.24 = 2.64 \times 10^{-4} \text{ 瓦}$$

- 电—>激光转换效率

$$\eta = \frac{\bar{p}}{P_{\text{总泵}}^{\text{实际}}} \\ = 2.64 \times 10^{-4} / 38 = 0.7 \times 10^{-5} \approx 10^{-5}$$

- 振荡超过阈值达到最佳输出时  $\eta \approx 10^{-4}$

氦氖激光器效率很低！！

## (D) 每模光子数

$$N_{\text{每模}} = \frac{\bar{p}}{h\nu} = \frac{2.64 \times 10^{-4}}{6.7 \times 10^{-34} \times 4.736 \times 10^{14}} \\ \approx 8 \times 10^{14} \text{ 光子/秒}$$

**比10000K的非相干光源每模  
光子数只有0.1个强 $10^{16}$ 倍。**

$$\frac{\text{受激发射}}{\text{自发发射}} = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \approx 0.1$$

## (E) 单渡越增益

### 氦氖激光是四能级系统

$$N_1 \approx 0 \quad \frac{N_2}{N_2 - N_1} \approx 1$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{自发发射光功率 } P_{oa}}{\text{受激发射 (每模) 光功率 } \bar{P}} &\equiv 1 - GR = (1 - R)^2 \frac{h\nu}{p} \cdot \frac{c}{nl} \cdot \frac{N_2}{N_2 - N_1} \\ &= (1 - R) \frac{1}{p/h\nu} \cdot \frac{1}{t_c} = (1 - 0.98) \cdot \frac{1}{0.8 \times 10^{15} \times 1 \times 10^{-7}} \\ &\approx 2.5 \times 10^{-10} \text{ 这是一个非常小的值} \end{aligned}$$

## (饱和) 单渡越增益为

$$G = \frac{1 - 2.5 \times 10^{-10}}{R} = \frac{1 - 2.5 \times 10^{-10}}{0.98} = 1.0204 \text{ 很小!}$$

## ( F ) 激光输出谱线宽度

### 无源腔的输出带宽

$$\delta\nu_c = \frac{c(1-R)}{2\pi d} = 1.6 \times 10^6 \text{ Hz}$$

### 激光器的输出谱线宽度

$$\delta\nu_q = \frac{1}{p/h\nu} \cdot 2\pi(\delta\nu_c)^2 = \frac{2 \times 3.14 \times (1.6 \times 10^6)^2}{0.8 \times 10^{15}} \approx 2 \times 10^{-2} \text{ Hz}$$

实际上很难达到上述估计数值,为什么?

## 2、固体红宝石激光器

- 棒长  $l = 7cm$  ; 折射率  $n=1.78$
- 中心波长 (  $T=400K$  )  $\lambda_0 = 6943 \text{ \AA}^0$  ( 真空中 )
- 频率  $\nu = c / \lambda_0 = 4.35 \times 10^{14} Hz$  ( 真空中 )
- 棒端镀膜 , 平均反射系数  $R_1 = R_2 = R = 0.95$
- 谱线宽度  $\Delta \nu = \Delta \nu_D = 2 \times 10^{11} Hz$
- 寿命  $\tau = 3 \times 10^{-3} s$
- 铬离子的密度  $N_0 = N_1 + N_2 \approx 2 \times 10^{19} cm^{-3}$
- 光子在谐振腔中的寿命

$$\tau_c = \frac{nl}{c(1-R)} = \frac{1.87 \times 7}{3 \times 10^{10}(1-0.95)} = 8.3 \times 10^{-9} s$$

## (A) 粒子数反转阈值密度

### 在带宽范围内单位体积中所含的模数目

$$P_m \Delta \nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \Delta \nu = \frac{8\pi\nu^2 n^3}{c_0} \Delta \nu$$
$$= \frac{8\pi(4.35 \times 10^{14})^2 (1.78)^3}{(3 \times 10^{10})^3} \times 2 \times 10^{11} \approx 1.97 \times 10^{11} \text{ 模/厘米}^3$$

### 对于热运动增宽轮廓

$$N_2 - N_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\ln 2}} (P_m \Delta \nu) \cdot \frac{\tau}{t_c}$$
$$= 1.07 \times (1.97 \times 10^{11}) \times \frac{3 \times 10^{-3}}{8.3 \times 10^{-9}} \approx 7.6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_2 = \frac{(N_2 - N_1) + (N_2 + N_1)}{2} = \frac{2 \times 10^{19} + 1.6 \times 10^{16}}{2} \approx 1.0 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \approx \frac{N_0}{2}$$

## ( B ) 阈值抽运功率

- 抽运吸收的频率  $\nu_p \approx 6.3 \times 10^{14} \text{ Hz}$

### 阈值抽运功率密度

$$P_{\text{泵阈}} = \frac{N_2}{\tau} \cdot h\nu_p = \frac{1 \times 10^{19}}{3 \times 10^{-3}} \times 6.7 \times 10^{-34} \times 6.3 \times 10^{14} \approx 1400 \text{ 瓦} \cdot \text{厘米}^{-3}$$

- 如果抽运灯的效率为25%，红宝石的吸收为25%，

实际值应为  $\frac{1400}{(0.25)^2} = 22 \text{ Kw} / \text{cm}^3$ ，实验值约为  $23 \text{ Kw} / \text{cm}^3$ 。

- 脉冲工作方式, 阈值能量密度为

$$E_{\text{阈}} = P_{\text{泵阈}}^{\text{实际}} \cdot \tau = 22000 \times 3 \times 10^{-3} \approx 67 \text{ 焦耳} / \text{厘米}^3$$



## (C) 每模光子数

● 按照  $P_m \Delta \nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \Delta \nu = \frac{8\pi\nu^2 n^3}{c_0} \Delta \nu$  很大！

$$\approx 1 \times 10^{11} \text{ 模 / 厘米}^3$$

- 实测红宝石输出功率 $10^4$ 瓦，这个功率大约分布于200个模中

$$\Delta \nu_q = \frac{c}{2nl} = 1.2 \times 10^9 \text{ Hz}$$

$$\Delta \nu_D / \Delta \nu_q \approx \frac{2 \times 10^{11}}{1.2 \times 10^9} \approx 200$$

- 每模的功率

$$\overline{p} = \frac{10^4}{200} = 50 \text{瓦/模}$$

- 每模的光子数

$$\begin{aligned} \overline{p} / h\nu &= \frac{50}{6.7 \times 10^{-34} \times 4.35 \times 10^{14}} \\ &\approx 1.7 \times 10^{20} \text{光子/秒} \end{aligned}$$

## (D) 单渡越增益

$$\frac{N_2}{N_2 - N_1} \approx \frac{1 \times 10^{19}}{7.6 \times 10^{16}} = 1.3 \times 10^2$$

$$\begin{aligned} 1 - GR &= (1 - R) \frac{1}{p/h\nu} \cdot \frac{1}{t_c} \cdot \frac{N_2}{N_2 - N_1} \\ &= (1 - 0.95) \times \frac{1}{1.7 \times 10^{20}} \times \frac{1}{8.3 \times 10^{-9}} \times 1.3 \times 10^2 \\ &\approx 4.6 \times 10^{-13} \end{aligned}$$

## 起振所要求的饱和单渡越增益

$$G = \frac{1 - 4.6 \times 10^{-13}}{R} = \frac{1}{0.95} - \frac{4.6 \times 10^{-13}}{0.95} \approx 1.0526$$

## (E)激光输出谱线宽度

$$\delta\nu_c = \frac{c}{2\pi nl} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{3 \times 10^{10}}{6.3 \times 1.78 \times 7} \cdot \frac{1-0.95}{\sqrt{0.95}} \approx 2 \times 10^7 \text{ Hz}$$

$$\delta\nu_q = 2\pi(\delta\nu_c)^2 \cdot \frac{1}{p/h\nu} \frac{N_2}{N_2 - N_1}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times (2 \times 10^7)^2 \times \frac{1}{1.7 \times 10^{20}} \times 1.3 \times 10^2$$

$\approx 2 \times 10^{-3} \text{ Hz}$  很小，实际上宽很多，为什么？？

- 观察到小数量模衰减振荡.其弛豫振荡（脉冲）的寿命  $\Delta t = 10^{-6} \text{ s}$   $\delta\nu_q \rightarrow \frac{1}{\Delta t} = 10^6 \text{ Hz}$

**远小于纵模间距！！**

## 小结

$$\frac{P}{h\nu} = \begin{cases} 10^{20} \text{光子/秒} & (\text{中等功率固体激光器}) \\ 10^{15} \text{光子/秒} & (\text{小功率气体激光器}) \end{cases}$$

$$\frac{P_{oa}}{P} \approx \begin{cases} 10^{-12} - 10^{-14} & \text{中等功率固体激光器} \\ 10^{-11} & \text{小功率气体激光器} \end{cases}$$