# §3　条 件 概 率

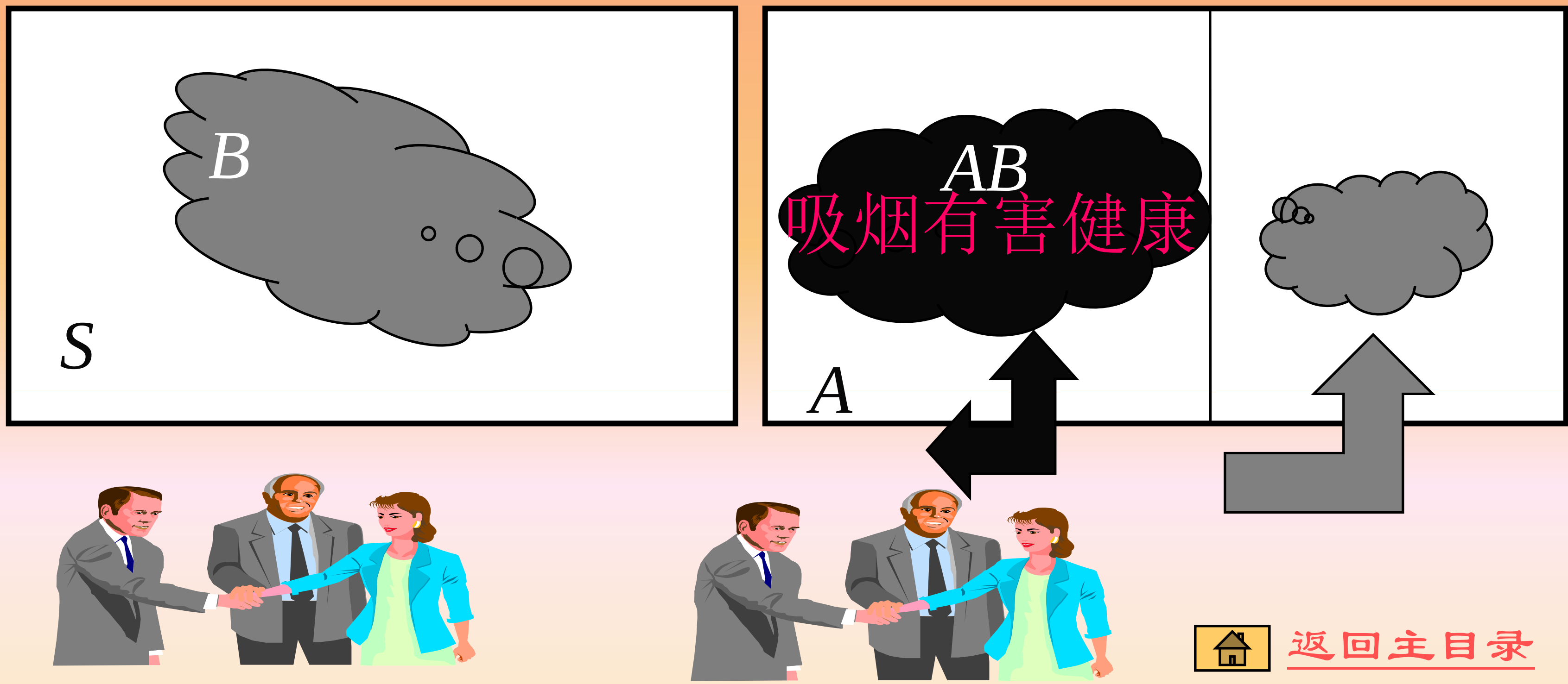
## 目 录 索 引



返回主目录

# 一 条件概率

条件概率是概率论中一个重要而实用的概念。它所考虑的是事件 $A$ 已经发生的条件下事件 $B$ 发生的概率。




返回主目录

## 条 件 概 率

设A、B是某随机试验中的两个事件，且$P(A)>0$

则称事件B在“事件A已发生”这一附加条件下的

概率为在事件A已发生的条件下事件B的条件概率

，简称为B在A之下的条件概率，记为$P(B|A)$

**例 1**　盒中有4个外形相同的球，它们的标号分别为1、2、3、4，每次从盒中取出一球，有放回地取两次.

则该试验的所有可能的结果为

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) | (1, 4) |
| (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) | (2, 4) |
| (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) | (3, 4) |
| (4, 1) | (4, 2) | (4, 3) | (4, 4) |

其中(i, j)表示第一次取i号球，第二次取j号球

设A={ 第一次取出球的标号为 2 }

B={ 取出的两球标号之和为 4 }

则事件B所含的样本点为

(1, 3)　(2, 2)　(3, 1)

因此事件B的概率为: $P(B)=\frac{3}{16}$

若我们考虑在事件A发生的条件下，事件B发生的概率并记此概率为: $P(B|A)$

由于已知事件A已经发生，则该试验的所有可能结果为

(2, 1)　(2, 2)　(2, 3)　(2, 4)

这时，事件B是在事件A已经发生的条件下的概率，因此这时所求的概率为

$$P(B|A)=\frac{1}{4}$$

注：由例1可以看出，事件在“条件A已发生这附加条件的概率与不附加这个条件的概率是不同的.

因此，有必要引入下面的定义：

设A、B是某随机试验中的两个事件，且

$$P(A)>0$$

则
$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

称为在事件A已发生的条件下事件B的条件概率，简称为B在A之下的条件概率。

在例 1 中，我们已求得 $P(B)=\frac{3}{16}$， $P(B|A)=\frac{1}{4}$

还可求得 $P(A)=\frac{4}{16}$， $P(AB)=\frac{1}{16}$

故有
$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

返回主目录

## 条件概率的性质：

1 非负性：对任意事件$B$，有$P(B|A)\geq 0$

2 规范性：$P(S|A)=1$；

3 可列可加性：如果随机事件$B_1$，$B_2,\cdots,B_n,\cdots$ 两两互不相容，则

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty}B_n \middle| A\right)=\sum_{n=1}^{\infty}P(B_n|A)$$

**例** 2已知某家庭有3个小孩，且至少有一个是女孩，求该家庭至少有一个男孩的概率.

解：设 A={ 3个小孩至少有一个女孩 }

B={ 3个小孩至少有一个男孩 }

则

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

$$P(AB)=1-\frac{1}{8}-\frac{1}{8}=\frac{6}{8}$$

所以

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{6}{8}}{\frac{7}{8}}=\frac{6}{7}$$

## 两个事件的乘法公式



由条件概率的计算公式

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

我们得

$$P(AB)=P(A)P(B|A)$$

这就是两个事件的乘法公式.

## 多个事件的乘法公式



设$A_1$，$A_2$，$\cdots$，$A_n$为$n$个随机事件，且

$$P(A_1 A_2 \cdots A_{n-1}) > 0$$

则有

$$P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)$$
$$P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$$

这就是n个事件的乘法公式.

**例 3** 袋中有一个白球与一个黑球，现每次从中取出一球，若取出白球，则除把白球放回外再加进一个白球，直至取出黑球为止．求取了n次都未取出黑球的概率．

解：

设 $B=\{$取了$n$次都未取出黑球$\}$

$A_i=\{$第 $i$ 次取出白球$\}$ $(i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$

则 $$B=A_1A_2\cdots A_n$$

由乘法公式，我们有

$$P(B)=P(A_1A_2\cdots A_n)$$

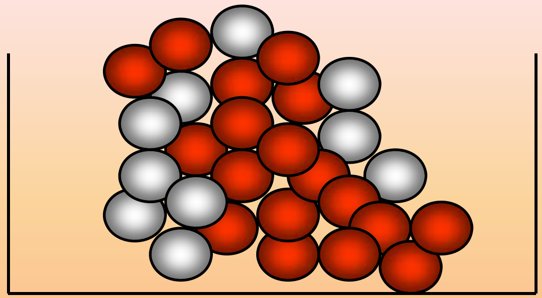
$$=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\cdots\cdot\frac{n}{n+1}$$

$$=\frac{1}{n+1}$$

## 乘法公式应用举例

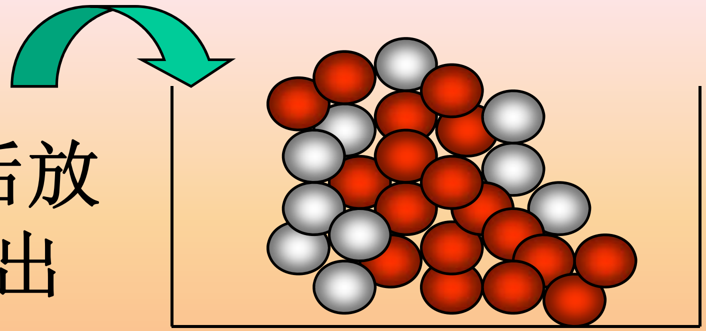
（波里亚罐子模型）



$t$个白球, $r$个红球

一个罐子中包含$t$个白球和$r$个红球. 随机地抽取一个球，观看颜色后放回罐中，并且再加进$a$个与所抽出的球具有相同颜色的球. 这种手续进行四次，试求第一、二次取到白球且第三、四次取到红球的概率.

随机取一个球，观看颜色后放回罐中，并且再加进$a$个与所抽出的球具有相同颜色的球.

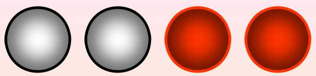


$t$个白球, $r$个红球

解：设$W_i$={第$i$次取出是白球}, $i$=1,2,3,4

$R_j$={第$j$次取出是红球}， $j$=1,2,3,4

于是$W_1W_2R_3R_4$表示事件“连续取四个球，第一、第二个是白球，第三、四个是红球.”

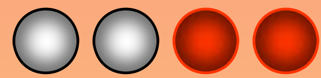


用乘法公式容易求出

$$P(W_1W_2R_3R_4)$$

$$=P(W_1)P(W_2|W_1)P(R_3|W_1W_2)P(R_4|W_1W_2R_3)$$

$$=\frac{t}{t+r}\frac{t+a}{t+r+a}\frac{r}{t+r+2a}\frac{r+a}{t+r+3a}$$



当 $a>0$ 时，由于每次取出球后会增加下一次也取到同色球的概率．这是一个传染病模型．每次发现一个传染病患者，都会增加再传染的概率．

一场精彩的足球赛将要举行，

5个球迷好不容易才搞到一张入场券.

大家都想去,只好用抽签的方法来解决.

入场券

5张同样的卡片，只有一张上写有“入场券”，其余的什么也没写. 将它们放在一起，洗匀，让5个人依次抽取.

“先抽的人当然要比后抽的人抽到的机会大.”

后抽比先抽的确实吃亏吗？

我们用$A_i$表示“第$i$个人抽到入场券”

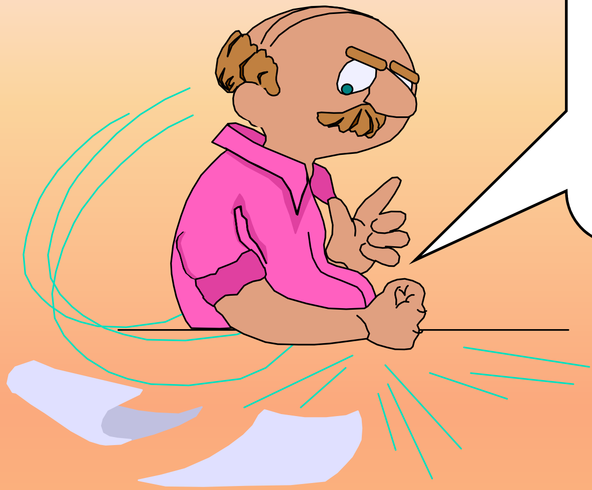
$i=1,2,3,4,5.$

则 $\overline{A_i}$表示“第$i$个人未抽到入场券”

显然，$P(A_1)=1/5$，$P(\overline{A_1})=4/5$

也就是说，

第1个人抽到入场券的概率是1/5.



“大家不必争先恐后，你们一个一个按次序来，谁抽到‘入场券’的机会都一样大.”

到底谁说的对呢？让我们用概率论的知识来计算一下,每个人抽到“入场券”的概率到底有多大?

“先抽的人当然要比后抽的人抽到的机会大。”

由于 $A_2 = \overline{A}_1 A_2$

因为若第2个人抽到了入场券，第1个人肯定没抽到.

由乘法公式

$$P(A_2) = P(\overline{A}_1)P(A_2 \mid \overline{A}_1)$$

也就是要想第2个人抽到入场券，必须第1个人未抽到，

计算得:

$$P(A_2) = (4/5)(1/4) = 1/5$$

同理，第3个人要抽到“入场券”，必须第1、第2个人都没有抽到. 因此

$$P(A_3)=P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3)=P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2\mid\overline{A}_1)P(A_3\mid\overline{A}_1\overline{A}_2)$$

＝(4/5)(3/4)(1/3)=1/5

继续做下去就会发现, 每个人抽到“入场券”的概率都是1/5.

这就是有关抽签顺序问题的正确解答.

也就是说，抽签不必争先恐后.

例 4 设某光学仪器厂制造的透镜，第一次落下时打破的概率为 1/2 ，若第一次落下未打破，第二次落下打破的概率为 7/10 ，若前两次落下未打破，第三次落下打破的概率为 9/10 。求透镜落下三次而未打破的概率。

解：以 $A_i$ ( $i$=1,2,3 ) 表示事件“透镜第 $i$ 次落下打破”，以 $B$ 表示事件“透镜落下三次而未打破”，有：

$$P(B)=P(\bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3)=P(\bar{A}_3|\bar{A}_1\bar{A}_2)P(\bar{A}_2|\bar{A}_1)P(\bar{A}_1)$$

$$=(1-\frac{9}{10})(1-\frac{7}{10})(1-\frac{1}{2})=\frac{3}{200}.$$

返回主目录

注意$P(AB)$与$P(A \mid B)$的区别！

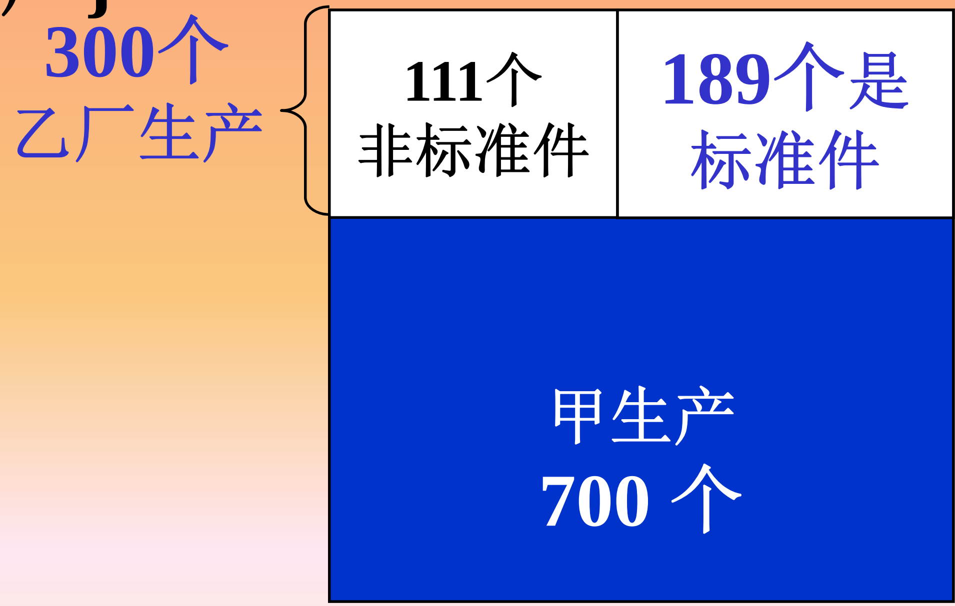
请看下面的例子

例5 甲、乙两厂共同生产**1000**个零件，其中**300**件是乙厂生产的. 而在这**300**个零件中，有**189**个是标准件，现从这**1000**个零件中任取一个，问这个零件是乙厂生产的标准件的概率是多少?

设$B$={零件是乙厂生产}

$A$={是标准件}

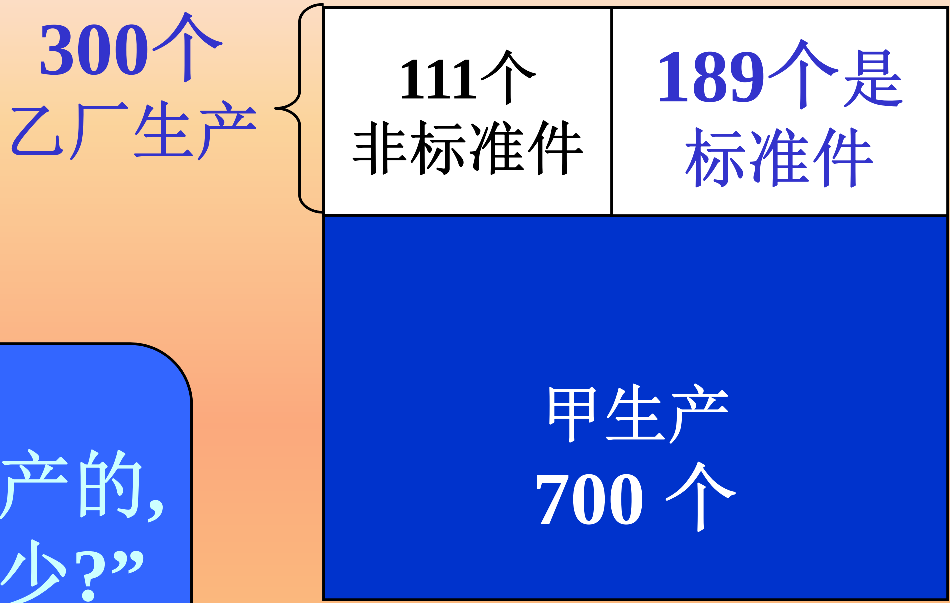
所求为$P(AB)$.



设$B$={零件是乙厂生产}

$A$={是标准件}

所求为$P(AB)$ .




若改为 "发现它是乙厂生产的，问它是标准件的概率是多少?"

求的是 $P(A|B)$ .

$B$发生，
在$P(AB)$中作为结果；
在$P(A|B)$中作为条件.

**例6** 设某种动物由出生算起活到20年以上的概率为0.8，活到25年以上的概率为0.4. 问现年20岁的这种动物，它能活到25岁以上的概率是多少？

解：设$A$={能活20年以上}，$B$={能活25年以上}

所求为$P(B|A)$ .

依题意， $P(A)=0.8$, $P(B)=0.4$

$$P(B\mid A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(B)}{P(A)}=\frac{0.4}{0.8}=0.5$$

## 条件概率$P(A|B)$与$P(A)$的区别

每一个随机试验都是在一定条件下进行的，设$A$是随机试验的一个事件，则$P(A)$是在该试验条件下事件$A$发生的可能性大小.

而条件概率$P(A|B)$是在原条件下又添加“$B$发生”这个条件时$A$发生的可能性大小。虽然$P(A|B)$仍是概率，但样本空间已经改变.

$P(A)$与$P(A\ |B)$的区别在于两者发生的条件不同,它们是两个不同的概念,在数值上一般也不同.

## 条件概率$P(A|B)$与$P(A)$数值关系

条件概率$P(A|B)$是在原条件下又添加“$B$发生”这个条件时$A$发生的可能性大小. 那么，是否一定有:

$$P(A|B) \geq P(A)?$$

或 $P(A|B) \leq \mathrm{P(A)}$?

请思考！！

# 条件概率总结

- 条件概率在原样本空间当中是否是某个事件的概率？

答：不是，它是一个整体概念。由于样本空间已发生改变，所以它不再是原样本空间当中的事件发生的概率。

如何判断是否是条件概率？

1.明确给出了在A发生的前提或条件下，求事件B的概率
2.经过分析已知事件A发生，求事件B的概率
3.后验概率：事情已经发生了，让你找原因

条件概率如何获得？

1.从原题当中直接给出

2.使用公式，或者叫定义法求出

3.改变样本空间，用其它方法求出。

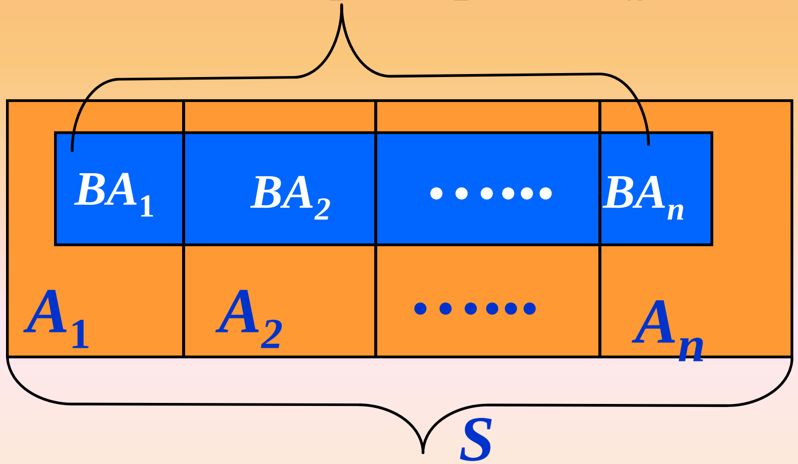
# 全概率公式和贝叶斯公式

**定义**　设 $S$ 为试验 $E$ 的样本空间，$A_1, A_2, \cdots A_n$ 为 $E$ 的一组事件。若满足

(1)　$A_i A_j = \varnothing,\ i \neq j,\ \ i, j = 1, 2, \cdots, n;$

(2)　$A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = S.$　　$B = BA_1 \cup BA_2 \cdots \cup BA_n$

则称为 $A_1, A_2, \cdots A_n$ 样本空间 $S$ 的一个划分。




返回主目录

## 全 概 率 公 式：



设随机事件 $A_1, \quad A_2, \quad \cdots, \quad A_n \quad \cdots$ 以及 $B$ 满足：

(1). $A_1, \quad A_2, \quad \cdots, \quad A_n \quad \cdots$ 两两互不相容；

(2). $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = S$ 且 $B \subset \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$；

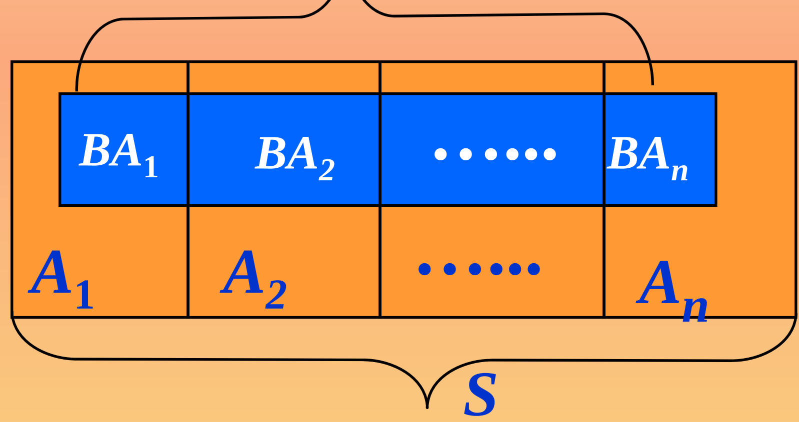
(3). $P(A_n) > 0 \ (n = 1, \quad 2, \quad \cdots)$

则有
$$P(B) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) P(B|A_n)$$

# 全概率公式的证明

由条件： $B \subset \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$

$B = BA_1 \cup BA_2 \cdots \cup BA_n$




得

$$B = \bigcup_{n=1}^{\infty} (A_n B)$$

而且由 $A_1, \quad A_2, \quad \cdots, \quad A_n \quad \cdots$ 两两互不相容，

得 $A_1B, \quad A_2B, \quad \cdots, \quad A_nB \quad \cdots$ 也两两互不相容；

返回主目录

全概率公式的证明（续）

所以由概率的可列可加性，得

$$P(B)=\sum_{n=1}^{\infty}P(A_nB)$$

再由条件 $P(A_n)>0$ $(n=1,\ 2,\ \cdots)$，得

$$P(A_nB)=P(A_n)P(B|A_n)$$

代入公式（1），得

$$P(B)=\sum_{n=1}^{\infty}P(A_nB)=\sum_{n=1}^{\infty}P(A_n)P(B|A_n)$$

全概率公式和贝叶斯公式主要用于计算比较复杂事件的概率，它们实质上是加法公式和乘法公式的综合运用.

综合运用

加法公式

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

$A$、$B$互斥

乘法公式

$P(AB)= P(A)P(B|A)$

$P(A)>0$

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B\mid A_i)$$

全概率公式的来由，不难由上式看出：

“全”部概率$P(B)$被分解成了许多部分之和.

它的理论和实用意义在于：

在较复杂情况下直接计算$P(B)$不易,但B总是伴随着某个$A_i$出现，适当地去构造这一组$A_i$往往可以简化计算.

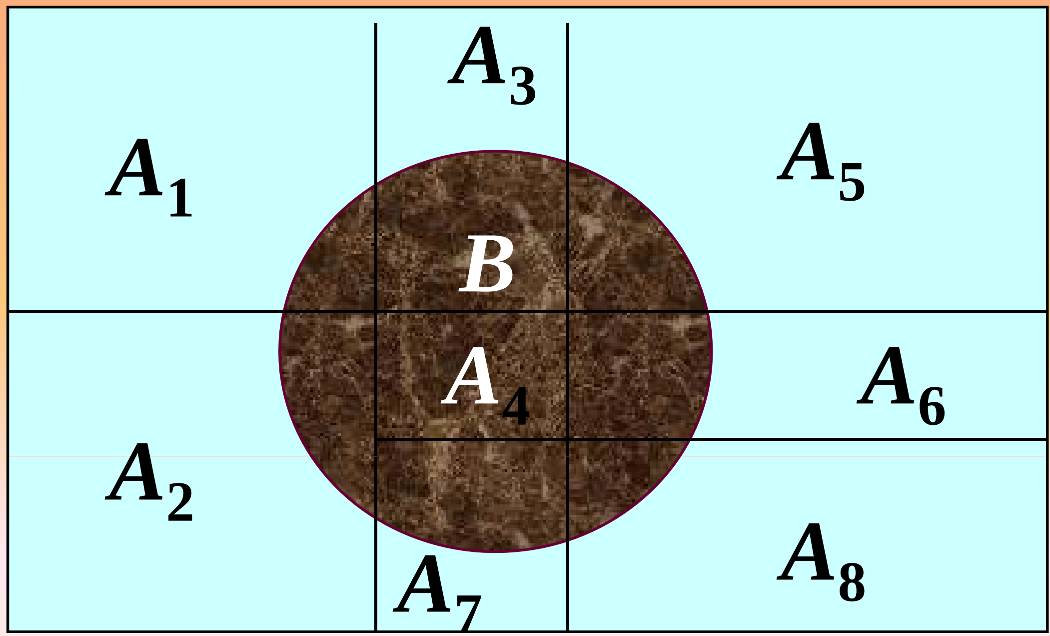
我们还可以从另一个角度去理解 全概率公式.

某一事件$B$的发生有各种可能的原因($i=1,2,\ldots,n$)，如果$B$是由原因$A_i$所引起，则$B$发生的概率是

$$P(BA_i)=P(A_i)P(B|A_i)$$

每一原因都可能导致$B$发生，故$B$发生的概率是各原因引起$B$发生概率的总和，即全概率公式.

由此可以形象地把全概率公式看成为“由原因推结果”，每个原因对结果的发生有一定的“作用”，即结果发生的可能性与各种原因的“作用”大小有关. 全概率公式表达了它们之间的关系 .




诸$A_i$是原因

$B$是结果

## 全概率公式的使用



我们把事件B看作某一过程的结果，

把 $A_1$， $A_2$， $\cdots$， $A_n$ $\cdots$看作该过程的若干个原因，

根据历史资料，每一原因发生的概率已知，

$$\left(\text{即 } P(A_n)\text{已知}\right)$$

而且每一原因对结果的影响程度已知，

$$\left(\text{即 } P(B|A_n)\text{已知}\right)$$

则我们可用全概率公式计算结果发生的概率.

$$\left(\text{即求 } P(B)\right)$$

返回主目录

**例7** 某小组有20名射手，其中一、二、三、四级射手人数分别为2、6、9、3．又若选一、二、三、四级射手参加比赛，则在比赛中射中目标的概率分别为0.85、0.64、0.45、0.32，今随机选一人参加比赛，试求该小组在比赛中射中目标的概率．

解：

设 $B=\{$该小组在比赛中射中目标$\}$

$A_i=\{$选$i$级射手参加比赛$\}(i=1,\ 2,\ 3\ \ 4)$

由全概率公式，有

$$P(B)=\sum_{n=1}^{4}P(A_n)P(B|A_n)$$

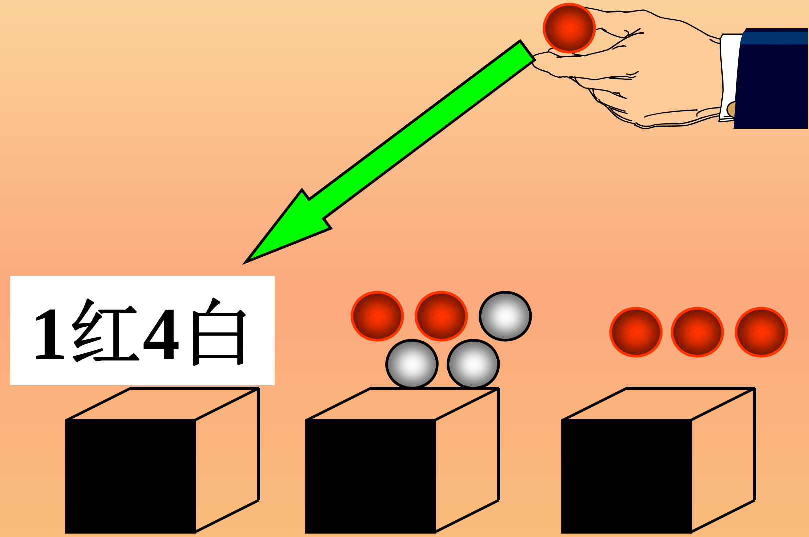
$$=\frac{2}{20}\times 0.85+\frac{6}{20}\times 0.64+\frac{9}{20}\times 0.45+\frac{3}{20}\times 0.32$$

$$=0.5275$$

实际中还有下面一类问题，是

“已知结果求原因”

某人从任一箱中任意摸出一球，发现是红球,求该球是取自1号箱的概率.




或者问:

该球取自哪号箱的可能性最大?

这一类问题在实际中更为常见，它所求的是条件概率，是已知某结果发生条件下，求各原因发生可能性大小.

接下来我们介绍为解决这类问题而引出的

**贝叶斯公式**

## Bayes 公式



设随机事件 $A_1, \quad A_2, \quad \cdots, \quad A_n \quad \cdots$ 以及$B$ 满足

(1). $A_1, \quad A_2, \quad \cdots, \quad A_n \cdots$ 两两互不相容;

(2). $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = S$ 且 $B \subset \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ;

(3). $P(A_n) > 0 \ (n = 1, \quad 2, \quad \cdots)$

则

乘法定理

$$P(A_n \mid B) = \frac{P(A_n B)}{P(B)} = \frac{P(B \mid A_n) P(A_n)}{\sum_{j=1}^{\infty} P(B \mid A_j) P(A_j)}, \quad n = 1, 2, \cdots, \infty$$

条件概率　全概率公式

返回主目录

贝叶斯公式在实际中有很多应用，它可以帮助人们确定某结果（事件 $B$）发生的最可能原因.

该公式于**1763**年由贝叶斯(**Bayes**)给出. 它是在观察到事件$B$已发生的条件下，寻找导致$B$发生的每个原因的概率，所以也被称为逆概公式。

## Bayes公式的使用

我们把事件B看作某一过程的结果，

把 $A_1$， $A_2$， $\cdots$， $A_n$ $\cdots$看作该过程的若干个原因，

根据历史资料，每一原因发生的概率已知，

$$\left(\text{即 } P(A_n)\text{已知 }\right)$$

而且每一原因对结果的影响程度已知，

$$\left(\text{即 } P(B|A_n)\text{已知 }\right)$$

如果已知事件B已经发生，要求此时是由第 i 个原因引起的概率，则用Bayes公式

$$\left(\text{即求 } P(A_i|B)\right)$$

例 8 某一地区患有癌症的人占0.005，患者对一种试验反应是阳性的概率为0.95，正常人对这种试验反应是阳性的概率为0.04，现抽查了一个人，试验反应是阳性，问此人是癌症患者的概率有多大?

求解如下：

设 $C$={抽查的人患有癌症},

$A$={试验结果是阳性},

则$\overline{C}$ 表示"抽查的人不患癌症".

已知 $P(C)=0.005, P(\overline{C})=0.995,$

$P(A|C)=0.95,\quad P(A|\overline{C})=0.04$

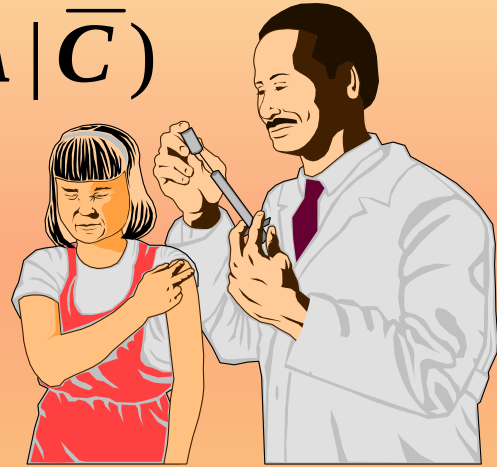
求$P(C|A)$.

由贝叶斯公式，可得

$$P(C|A)=\frac{P(C)P(A|C)}{P(C)P(A|C)+P(\bar{C})P(A|\bar{C})}$$

代入数据计算得:

$P(C\mid A)=0.1066$



现在来分析一下结果的意义.

1. 这种试验对于诊断一个人是否患有癌症有无意义？

2. 检出阳性是否一定患有癌症?

**1.** 这种试验对于诊断一个人是否患有癌症有无意义？

如果不做试验,抽查一人,他是患者的概率

$$P(C)=0.005$$

患者阳性反应的概率是**0.95**，若试验后得阳性反应，则根据试验得来的信息，此人是患者的概率为 $P(C \mid A)= 0.1066$

从**0.005**增加到**0.1066**,将近增加约**21**倍.

说明这种试验对于诊断一个人是否患有癌症有意义.

## 2. 检出阳性是否一定患有癌症?

试验结果为阳性,此人确患癌症的概率为

$$P(C \mid A)=0.1066$$

即使你检出阳性，尚可不必过早下结论你有癌症，这种可能性只有**10.66%** (平均来说，**1000**个人中大约只有**107**人确患癌症)，此时医生常要通过再试验来确认.

例 9

袋中有10个黑球，5个白球．现掷一枚均匀的骰子，掷出几点就从袋中取出几个球．若已知取出的球全是白球，求掷出3点的概率．

解：

设：B={ 取出的球全是白球 }

$$A_i = \{掷出i点\} \quad (i = 1,\ 2,\ \cdots,\ 6)$$

则由Bayes公式，得

$$P(A_3 | B) = \frac{P(A_3)P(B|A_3)}{\sum_{i=1}^{6} P(A_i)P(B|A_i)}$$

返回主目录

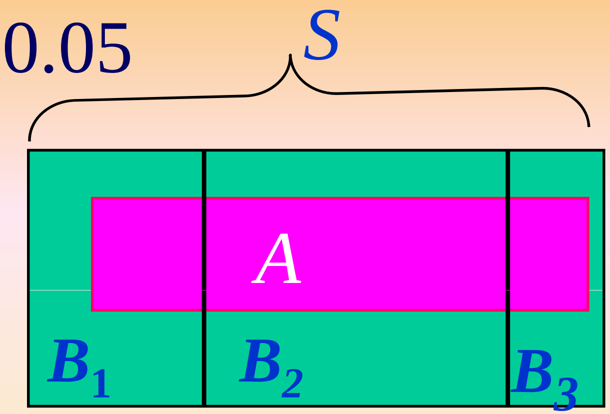
例9（续）

$$=\frac{\frac{1}{6}\times\frac{C_5^3}{C_{15}^3}}{\sum_{i=1}^{5}\frac{1}{6}\times\frac{C_5^i}{C_{15}^i}+\frac{1}{6}\times 0}$$

$$=0.04835$$

**例 10** 某电子设备制造厂所用的晶体管是由三家元件厂提供的。根据以往的记录有以下的数据。

| 元件制造厂 | 次品率 | 提供晶体管的份额 |
|---|---|---|
| 1 | 0.02 | 0.15 |
| 2 | 0.01 | 0.80 |
| 3 | 0.03 | 0.05 |



## 例10（续）



设这三家工厂的产品在仓库中是均匀混合的，且无区别的标志。

（1）在仓库中随机的取一只晶体管，求它是次品的概率。

（2）在仓库中随机的取一只晶体管，若已知取到的是次品试分析此次品出自那家工厂的可能性最大。

**解：** 设 $A$ 表示“取到的是一只次品”，$B_i$ ( $i$= 1,2,3)表示“取到的产品是由第 $i$家工厂提供的”，

## 例10（续）



| 元件制造厂 | $P(A\mid B_i)$ 次品率 | | $P(B_i)$ 提供晶体管的份额 |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.02 | × | 0.15 |
| 2 | 0.01 | × | 0.80 |
| 3 | 0.03 | × | 0.05 |

$\to P(A)$

全概率公式

贝叶斯公式

$$P(B_i\mid A)=\frac{P(B_iA)}{P(A)}$$

$$P(A)=P(A\mid B_1)P(B_1)+P(A\mid B_2)P(B_2)+\cdots+P(A\mid B_n)P(B_n).$$

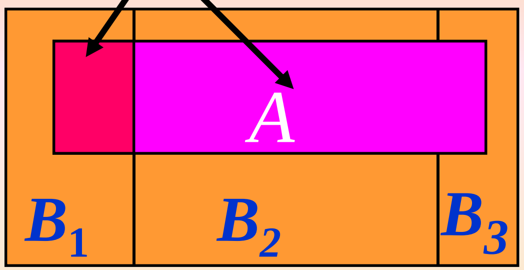
$$P(A)=0.0125$$

返回主目录

# 例10（续）

| 元件制造厂 | $P(A\mid B_i)$ | | $P(B_i)$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.02 | × | 0.15 |
| 2 | 0.01 | × | 0.80 |
| 3 | 0.03 | × | 0.05 |

$$P(B_1\mid A)=\frac{P(A\mid B_1)P(B_1)}{P(A)}=\frac{0.02\times 0.15}{0.0125}=0.24$$




返回主目录

例10（续）

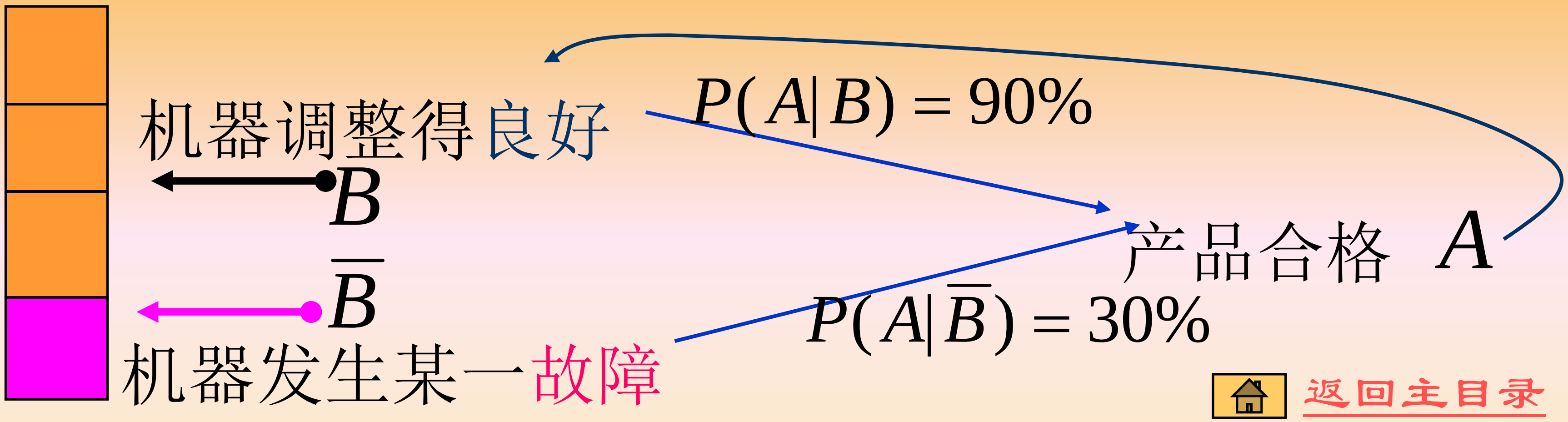


$$P(B_1 \mid A) = \frac{3}{12.5} = 24\% \,,$$

$$P(B_2 \mid A) = \frac{8}{12.5} = 64\% \,,$$

$$P(B_3 \mid A) = \frac{1.5}{12.5} = 12\% \,.$$

**例 11**　对以往的数据分析结果表明当机器调整得良好时，产品的合格率为 90%，而当机器发生某一故障时，其合格率为 30%。每天早上机器开动时，机器调整良好的概率为 75%。已知某天早上第一件产品是合格品，试求机器调整得良好的概率是多少？




返回主目录

解：$$P(B|A)=\frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B)+P(A|\overline{B})P(\overline{B})}$$

$$=\frac{0.9\times 0.75}{0.9\times 0.75+0.3\times 0.25}=0.9.$$

下面我们再回过头来看一下贝叶斯公式

贝叶斯公式 $$P(A_i \mid B)=\frac{P(A_i)P(B \mid A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A_j)P(B \mid A_j)}$$

在贝叶斯公式中，$P(A_i)$和$P(A_i|B)$分别称为原因的验前概率和验后概率.

$P(A_i)(i=1,2,\ldots,n)$是在没有进一步信息（不知道事件$B$是否发生）的情况下，人们对诸事件发生可能性大小的认识.

当有了新的信息（知道$B$发生），人们对诸事件发生可能性大小$P(A_i \mid B)$有了新的估计.

贝叶斯公式从数量上刻划了这种变化。

这一讲我们介绍了

全概率公式　　贝叶斯公式

它们是加法公式和乘法公式的综合运用，同学们可通过进一步的练习去掌握它们.

值得一提的是，后来的学者依据贝叶斯公式的思想发展了一整套统计推断方法，叫作“贝叶斯统计”. 可见贝叶斯公式的影响.