



# 应用光学

# Applied Optics

任课教师：陈 瑞

电子邮箱：chenr229@mail.sysu.edu.cn

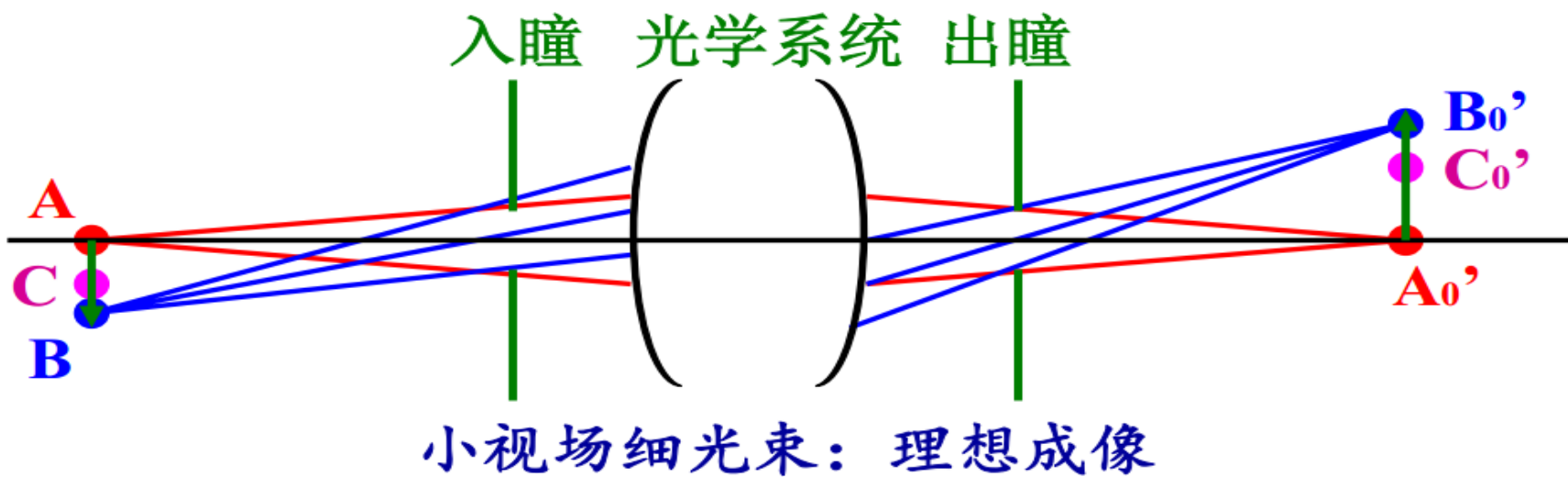
助教安排：柳夏、石福隆

答疑时间：周四下午2:30-3:30，爪哇堂307

中山大学 物理学院  
2021-1

单个球面透镜或任意组合，只能对近轴物点以细光束成完善像，视场和孔径的增大破坏了成像光束的同心性，产生成像缺陷，而这些成像缺陷可用**像差**来描述。

- 理想成像： -近轴区、 -细光束、 -小视场





# 像差影响 –



Both pictures provide very clear vision. However, the image on the right is much “higher definition”. Look carefully at the headlights of the vehicle and the speed limit signs. High definition lenses provide much better vision and clarity.



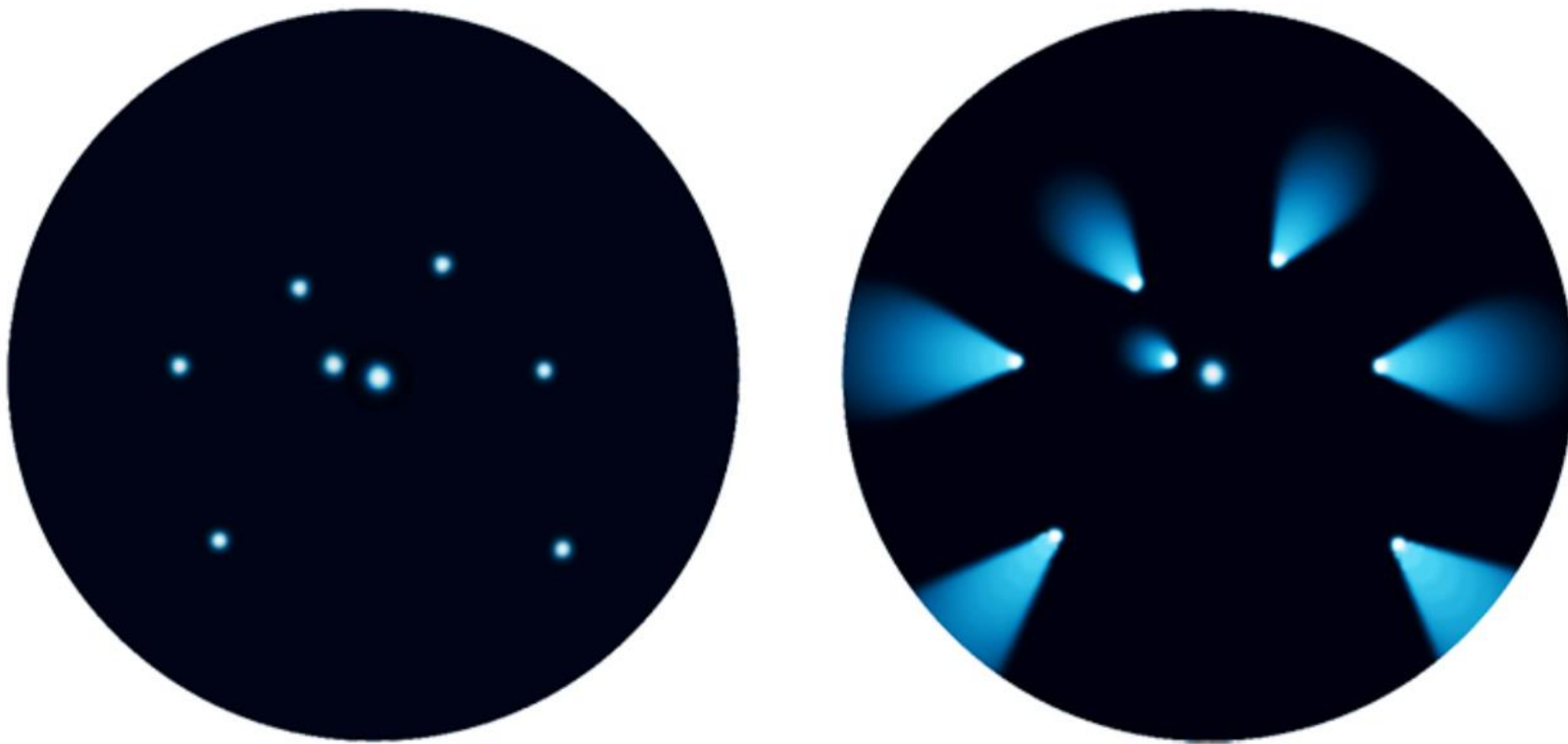


# 像差影响 -





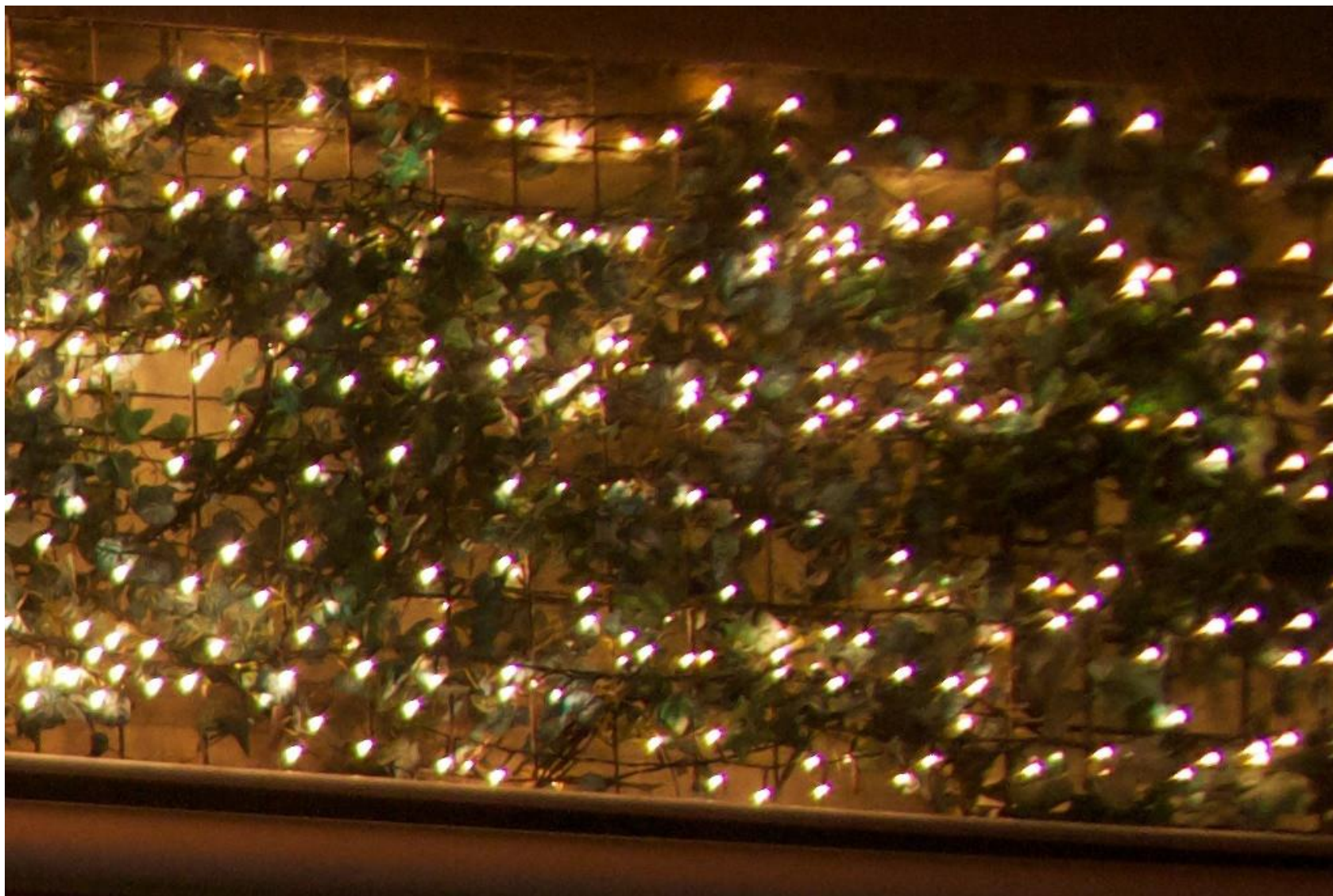
# 像差影响







# 像差影响





# 像差影响

Original

aio

Compromise

aio

Astigmatism causes blur along one direction

ABCD

Vertical lines may be more blurred

Horizontal Focus

aio

Vertical Focus

aio

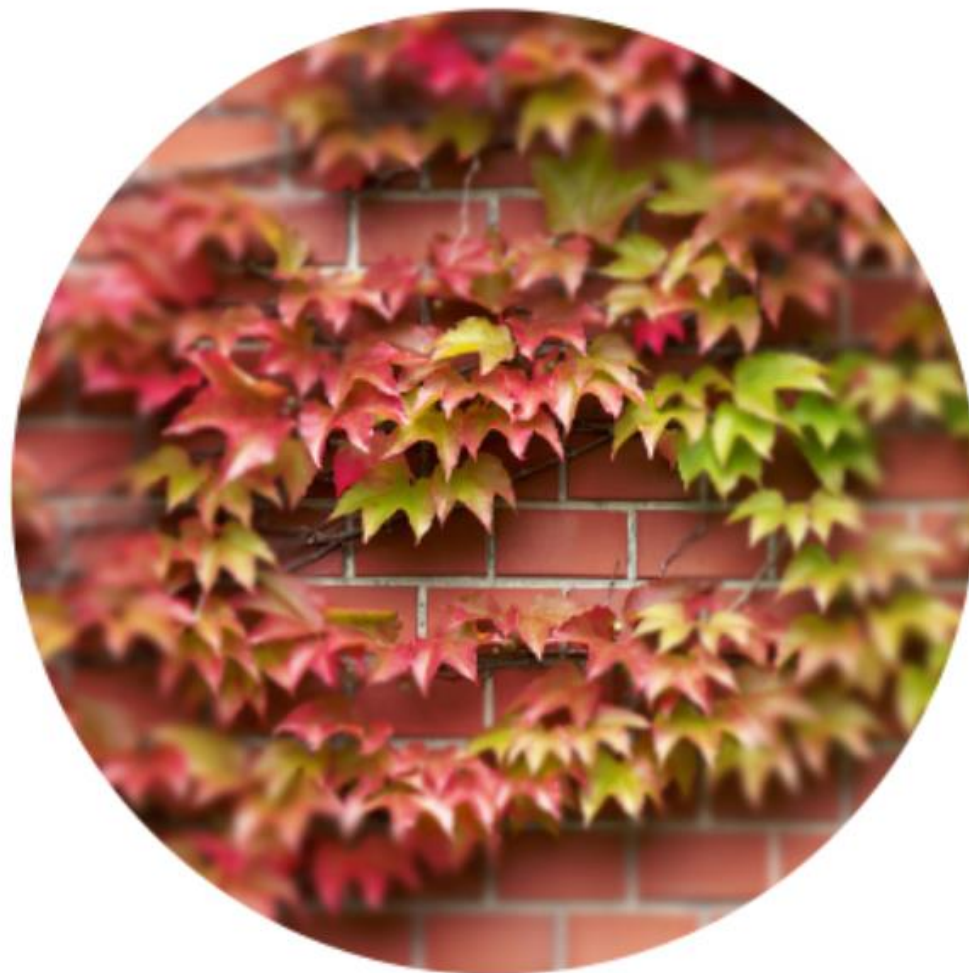
ABCD

Horizontal lines can be more blurred





# 像差影响





# 像差影响



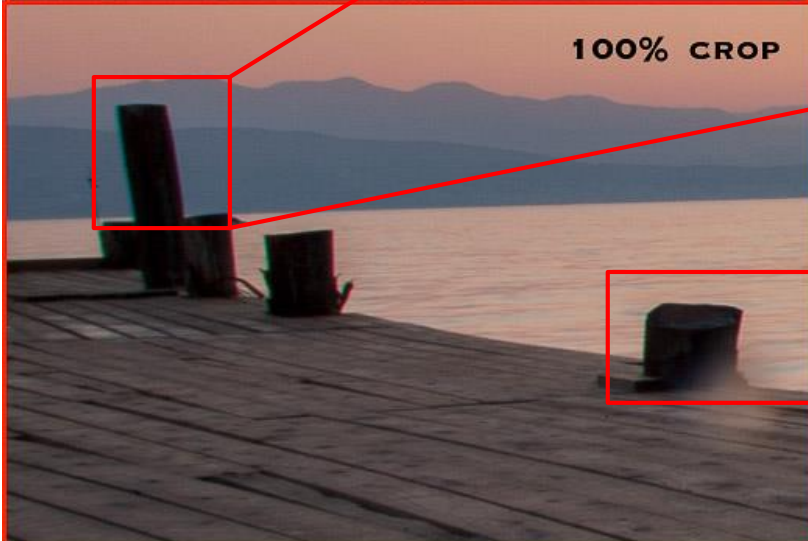
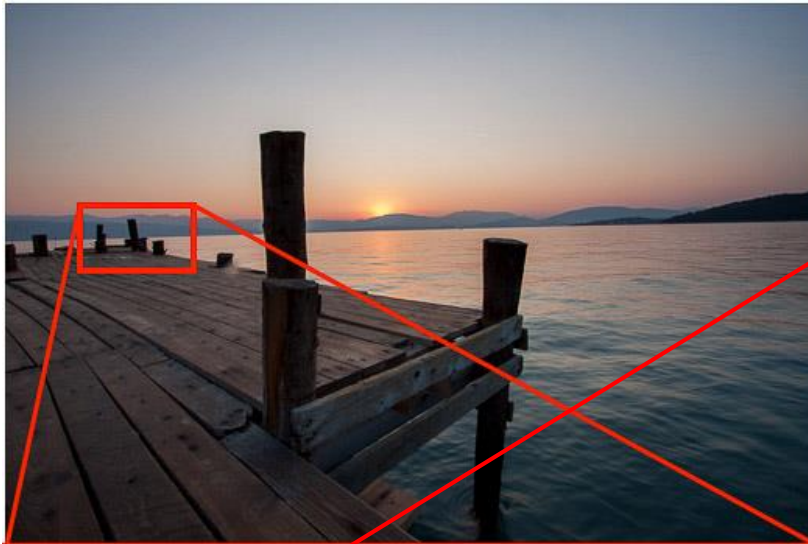
**Barrel distortion**



**Pincushion distortion**



# 像差影响



100% CROP



The dawn on a beach in Kerkyra Island (Greece). Bottom: 100% crop on the dock reveals CA along the high contrasted edges.

<https://expertphotography.com/chromatic-aberration-photography/>





# 像差影响

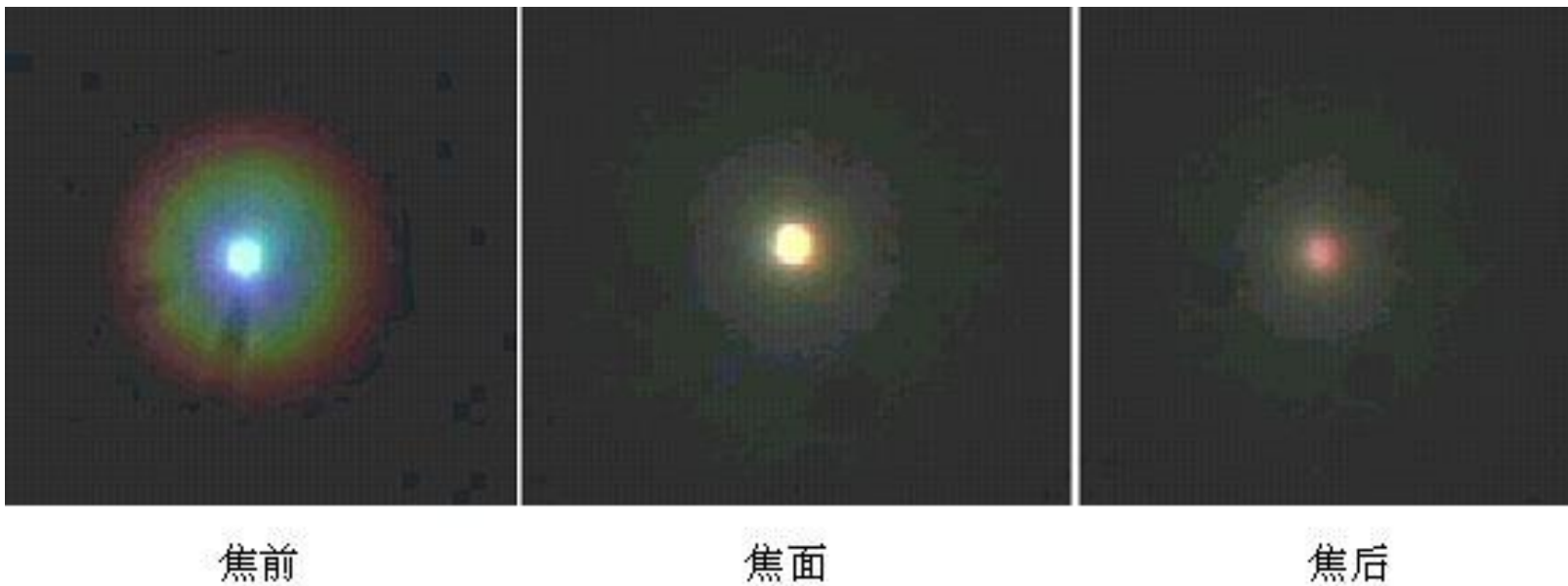


**Strong CA**



**Corrected**





- 像差影响光学系统成像的清晰度、相似性和色彩逼真度等，降低了成像质量；
- 我们不可能获得对整个空间都能良好成像的万能系统，只能为适应某种单一用途而设计专门的光学系统；
- 像差不可能被完全校正和消除，只能设计在接收器缺陷内的“完善系统”。



# 像差理论

## 几何像差

### 单色像差

轴上点像差 — 球差 (Spherical Aberration)

Ch 7

轴外点像差

Ch 8

彗差 (Coma)

像散 (Astigmatism)

场曲 (Field Curvature)

畸变 (Distortion)

Ch 9

### 色像差

轴上点像差 --- 位置色差 (longitudinal CA)

轴外点像差 --- 倍率色差 (Lateral CA)

Ch 10

波像差：与像质评价指标和光学检测相联系；

Ch 11

光线追迹-光路计算



# 第七章 球 差

**球差：**不同倾角的入射光线通过系统后交光轴于不同位置上，相对理想像点的位置偏离，是单色光成像缺陷之一。

## 主要内容

- 7.1 球差定义
- 7.2 球差描述
- 7.3 单个折射球面的球差
- 7.4 初级球差
- 7.5 单透镜的球差
- 7.6 平行平板的球差





# 第七章 球 差

**球差：**不同倾角的入射光线通过系统后交光轴于不同位置上，相对理想像点的位置偏离，是单色光成像缺陷之一。

## 主要内容

- 7.1 球差定义
- 7.2 球差描述
- 7.3 单个折射球面的球差
- 7.4 初级球差
- 7.5 单透镜的球差
- 7.6 平行平板的球差



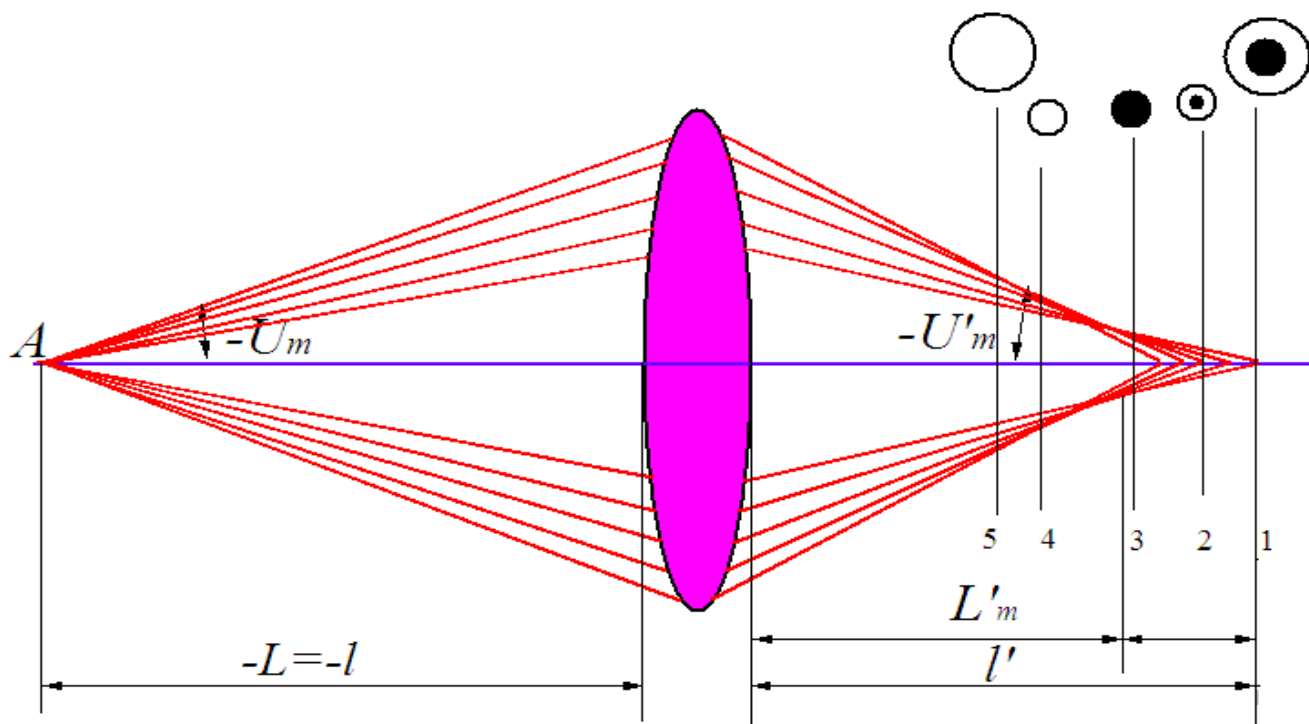
## 7.1 球差定义

**球差：** 轴上点发出的同心光束，经光学系统各个折射面折射后，不同孔径角 $U$ 的光线交光轴于不同点上，相对于理想像点的位置有不同的偏离，这就是**球面像差**，简称**球差**。

像方截距的差称为对应**光线的球差**。

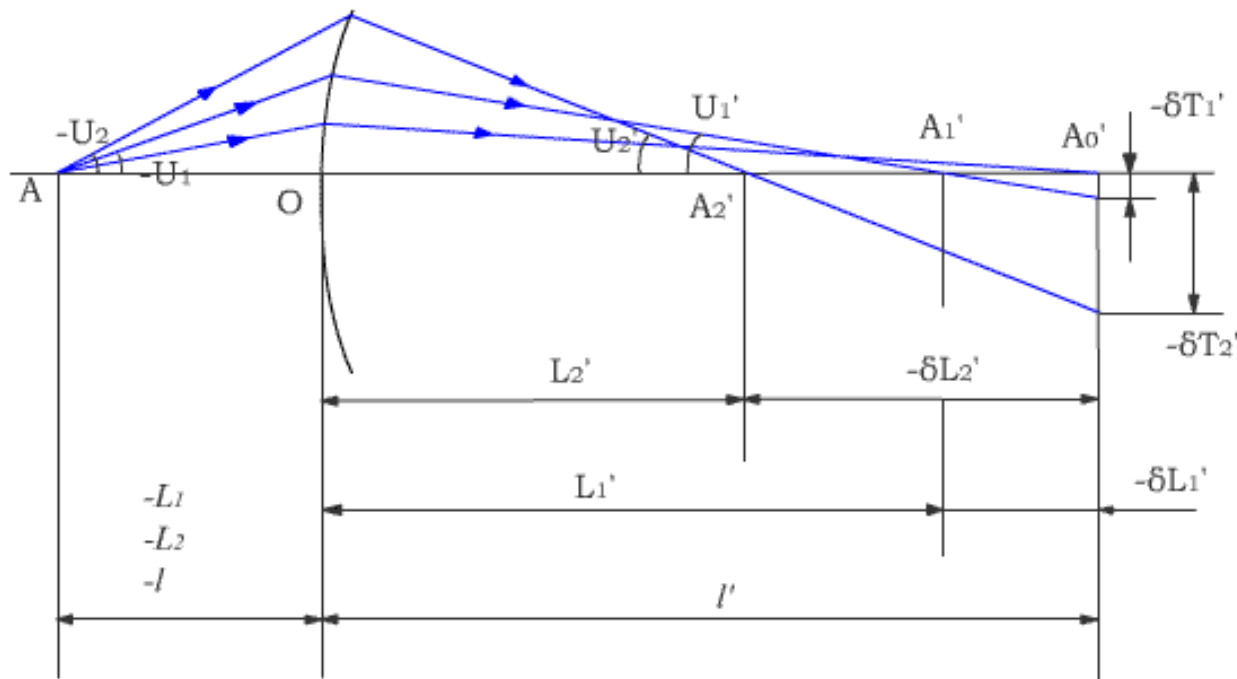
$$\delta L' = L' - l'$$

实际	理想
截距	截距



# 7.1 球差定义

**球差影响：**一个点形成的像是一个圆斑，破坏了理想成像的对应关系，使像点变得模糊。



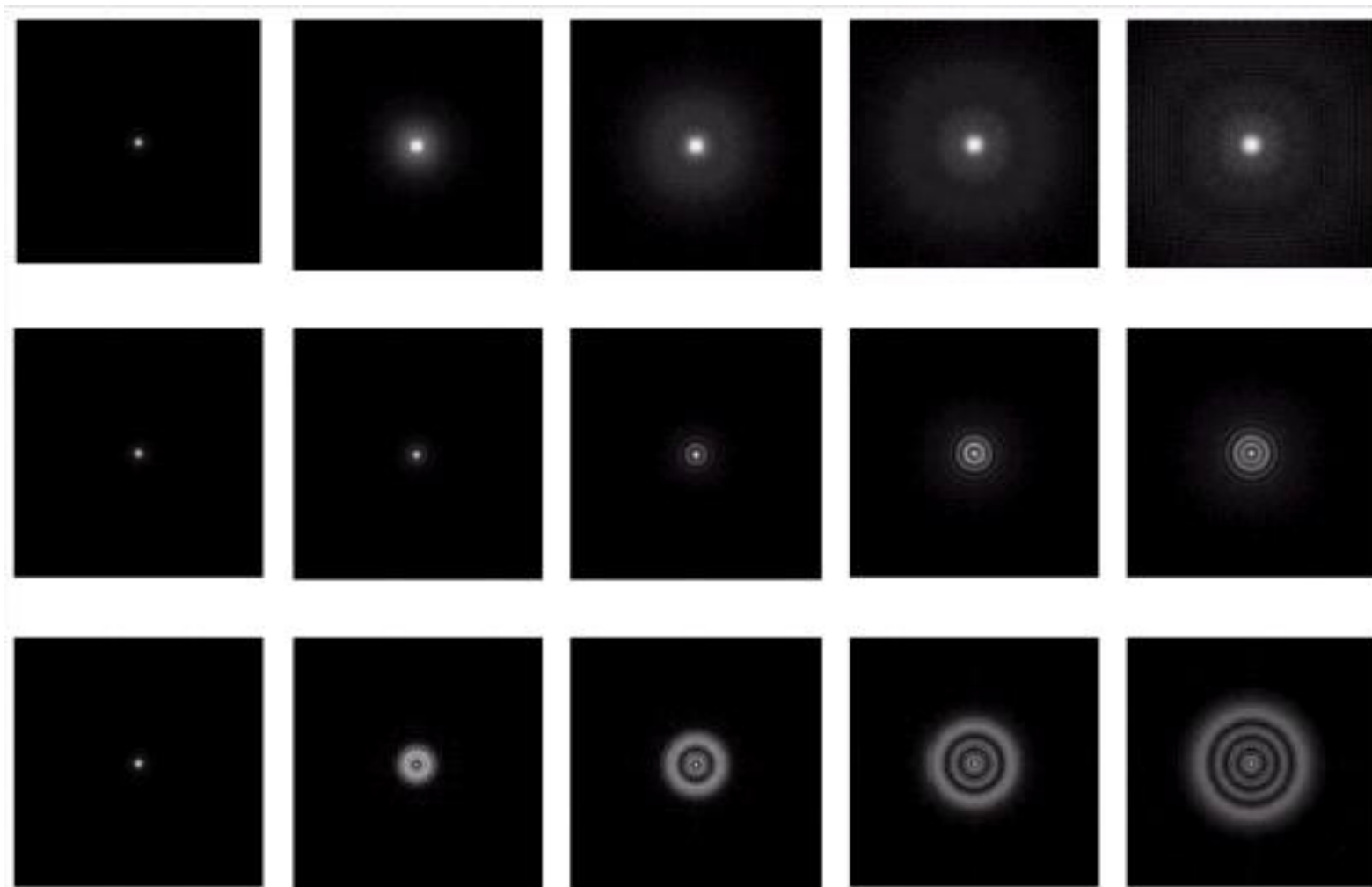
- 从A点发出的近轴光线的高斯像点 $A_0'$  的截距 $l'$  ；
- 以 $U_1$ 孔径角入射光线的共轭光线与光轴交 $A_1'$  点，截距为 $L_1'$  ；
- 以 $U_2$ 孔径角入射光线的共轭光线与光轴交 $A_2'$  点，截距为 $L_2'$  。
- A点发出的同心光束不交在同一点。如在像方不论在 $A_0'$  或 $A_2'$  或 $A_1'$  处放置光屏都将看到一个**弥散斑**，这是一种球面固有特性而引起的成像缺陷。





## 7.1 球差定义

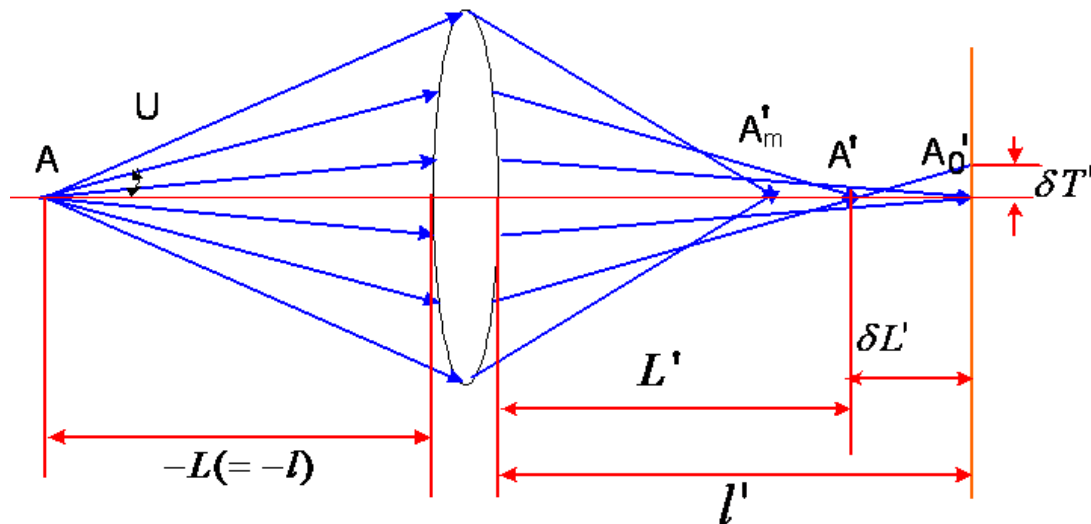
**球差影响：**一个点形成的像是一个圆斑，破坏了理想成像的对应关系，使像点变得模糊



# 7.1 球差定义

**垂轴球差：** 由于球差的存在，在高斯像面上的像点已不是一个点，而是一个圆形的弥散斑，弥散斑的半径用  $\delta T'$  表示：

$$\delta T' = \delta L' \tan U'$$



- 轴上点以单色光成像时只有球差，但轴上点以近轴光束所成的像是理想的，可见轴上点球差完全是由于**光束的孔径角增大**引起的；
- 不同孔径U（或孔径高度h）入射的光线有不同的球差。

**边光球差：** 轴上物点以最大孔径角  $U_m$  成像时的球差，用  $\delta L'_m$  表示；

**带光球差：** 以孔径角  $U = \alpha U_m$  ( $0 < \alpha < 1$ ) 成像时的球差为  $\alpha$  带球差，用  $\delta L'_\alpha$  表示。



# 第七章 球 差

**球差：**不同倾角的入射光线通过系统后交光轴于不同位置上，相对理想像点的位置偏离，是单色光成像缺陷之一。

## 主要内容

- 7.1 球差定义
- 7.2 球差描述
- 7.3 单个折射球面的球差
- 7.4 初级球差
- 7.5 单透镜的球差
- 7.6 平行平板的球差





## 7.2 球差描述

### 一. 球差描述

$$\delta L' = A_1 h^2 + A_2 h^4 + A_3 h^6 + \dots$$

$$\delta L' = a_1 U^2 + a_2 U^4 + a_3 U^6 + \dots$$

初级球差

二级球差

三级球差

...

高级球差

★ 为什么不含奇次项？

因为球差具有轴对称性，当 $h$ 或 $U$ 变号时，球差不变。

★ 为什么不含常数项？

因为当 $h$ 或 $U$ 为零时，像方截距 $L'$  等于 $l'$ ，球差 $\delta L'=0$ 。

★ 为什么展开式中没有 $y$  或 $w$ 项（物体与视场）？

因为球差是轴上点像差，与视场无关。





## 7.2 球差描述

### 一. 球差描述

具有初级球差与二级球差时的特征

- ① 近轴区理想成像,  $\delta L' = 0$ , 称为近轴区,
- ② 仅有初级球差, 称塞得Seidel区, 仅仅需要计算一条边缘光线即可确定公式中的系数。
- ③ 若同时有初级和二级球差, 四次项不可忽略, 则需要计算两条光线的球差值, 即可确定各项系数。大多是光学系统属于此类系统。
- ④  $h$  或  $U$  很大时, 需要计算更多的光线, 需要考虑三级球差甚至更多。



## 7.2 球差描述

### 二. 球差校正

在实际设计光学系统时，常通过使初级球差与高级球差相补偿，将边缘带的球差校正到零，即 $h=h_m$ 时有：

$$\delta L'_m = A_1 h_m^2 + A_2 h_m^4 = 0$$



$$A_1 = -A_2 h_m^2$$



$$\delta L' = -A_2 h_m^2 h^2 + A_2 h^4$$



- 由上式求得任意 $h$ 值的球差值。
- 对给定的光学系统(即球差系数 $A_1$ 、 $A_2$ 为定值)只能对一个 $h/h_m$ 值校正，即只能对某一环带光线校正球差，这种光学系统称**消球差系统**。

当对边缘光线校正球差后，在其它带上必然具有剩余球差，对上式取微分，并令其为零：

$$\frac{d\delta L'}{dh} = -2A_2 h_m^2 h + 4A_2 h^3 = 0$$

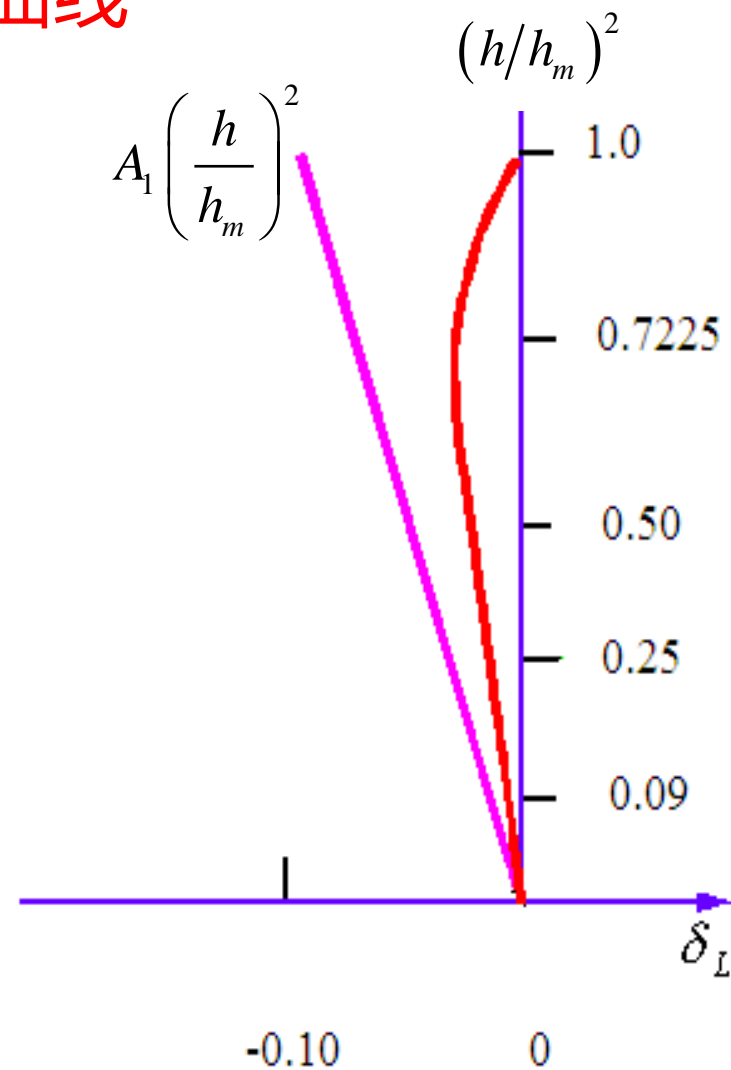
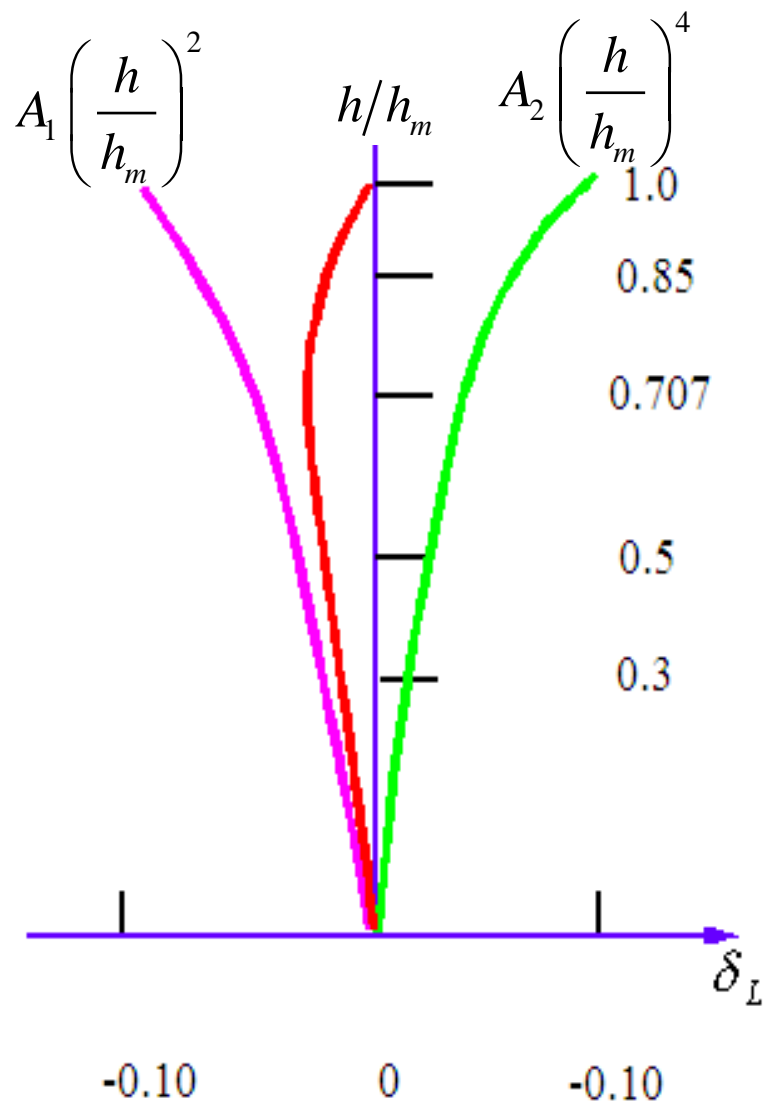
$$h = \frac{1}{\sqrt{2}} h_m \approx 0.707 h_m$$

- 当边光球差为零时， $0.707U_m$ 带处光具有最大剩余球差值，是边缘带高级球差的-1/4。
- 这是一定要选边光和带光进行球差计算的原因。



## 7.2 球差描述

### 二. 球差校正







## 7.2 球差描述

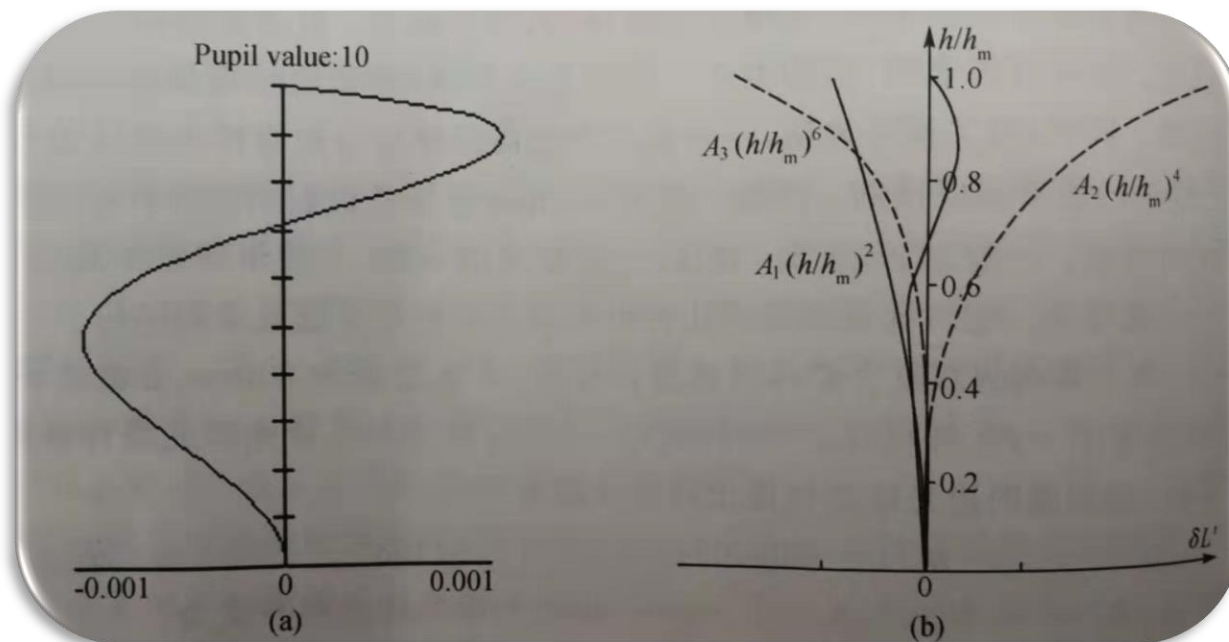
### 三. 球差校正

如果在光学系统中同时具有初级、二级和三级球差，并且三级球差与二级球差异号，这时可能使边光和带光的球差同时为零，并且在0.707带上下各有一个等值异号的剩余球差极值。

$$\delta L' = A_1 h^2 + A_2 h^4 + A_3 h^6$$

采取同样的方法可以计算得到

$$h / h_m \approx 0.89 \text{ 和 } 0.46$$





## 7.2 球差描述

**例：**10倍显微物镜， $l' = 7.3163mm$ ， $L_m' = 7.3223mm$ （最大射高的像方截距）

$L_{0.707}' = 7.3018mm$ （射高的0.707倍的像方截距），求球差的表达式

解：

$$\delta L_x' = A_1 h_x^2 + A_2 h_x^4 = A_1 h_m^2 \left( \frac{h_x}{h_m} \right)^2 + A_2 h_m^4 \left( \frac{h_x}{h_m} \right)^4 = A_1' k_\eta^2 + A_2' k_\eta^4$$

$k_\eta = h_x / h_m$  称孔径取点系数，一般取**0.3，0.5，0.707，0.85，1**共五个数。

则  $\delta L_m' = A_1' + A_2' = L_m' - l' = 7.3223 - 7.3163 = 0.006mm$

$$\begin{aligned} \delta L_{0.707}' &= A_1' 0.707^2 + A_2' 0.707^4 = A_1' / 2 + A_2' / 4 = L_{0.707}' - l' \\ &= 7.3018 - 7.3163 = -0.0145mm \end{aligned}$$

联立求得  $A_1' = -0.064$ ， $A_2' = 0.07$

球差可表示为：

$$\delta L_{k\eta}' = A_1' k_\eta^2 + A_2' k_\eta^4 = -0.064 k_\eta^2 + 0.07 k_\eta^4$$



# 第七章 球 差

**球差：**不同倾角的入射光线通过系统后交光轴于不同位置上，相对理想像点的位置偏离，是单色光成像缺陷之一。

## 主要内容

- 7.1 球差定义
- 7.2 球差描述
- 7.3 单个折射球面的球差
- 7.4 初级球差
- 7.5 单透镜的球差
- 7.6 平行平板的球差



## 7.3 单个折射球面的球差

整个光学系统近轴光路和实际光路的计算，利用  $\delta L' = L' - l'$  可获得该系统各个孔径带的球差。



- 像差产生的原因是什么？
- 光学系统中各个面对像差的贡献大小、正负和性质？
- 像差的最后数值分解为各个折射面分步之和；



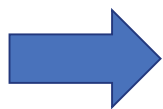
## 7.3 单个折射球面的球差

- 光束在第 $i$  面前有像差  $\delta L_i$  , 经过第 $i$ 面折射后变为  $\delta L'_i$



- 那么第 $i$  面产生的像差  $\delta L_i^*$  是什么？

$$\delta L_i^* = \delta L'_i - \delta L_i$$



$$\delta L_i^* = \delta L'_i - M_i \delta L_i$$

● 转面倍率

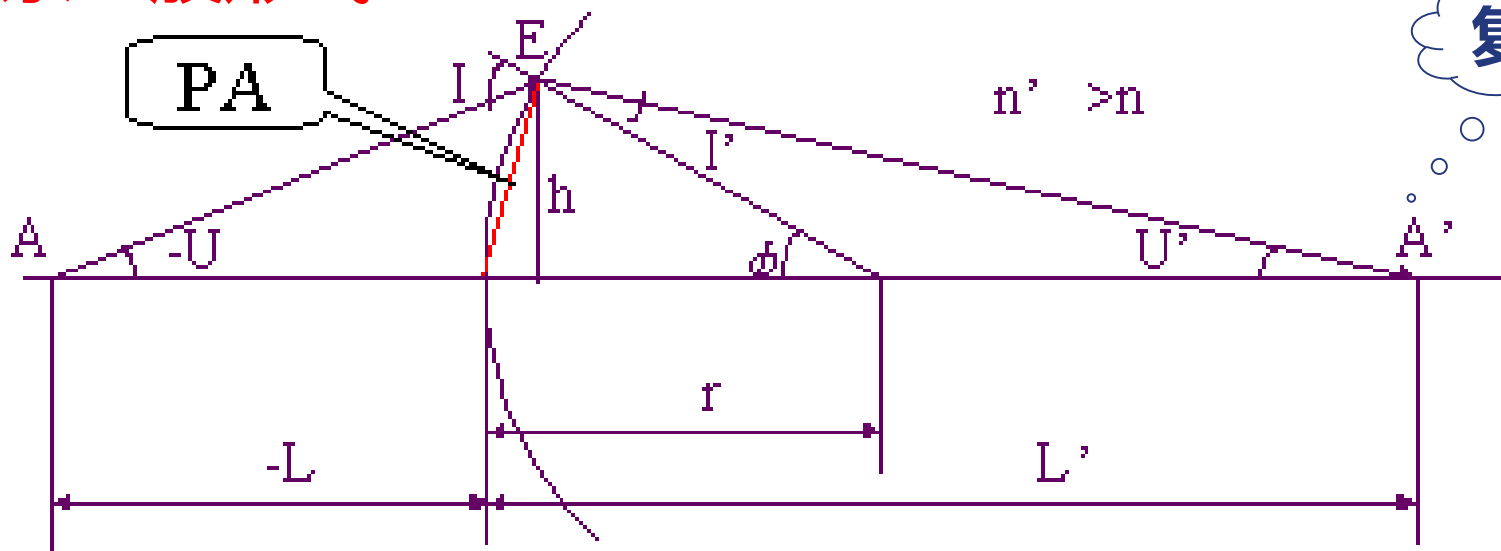
- 由于放大倍率的存在，像差经过折射发生的大小变化量并不是新产生的像差；
- 折射面上产生的像差应该是原像差乘以转面倍率与折射后像差的差值；
- 选择和定义一个恰当的倍率 $M$ 是讨论像差分布的重要问题之一；
- 合理的倍率一定应以理想系统的倍率作为其近似值；





## 7.3 单个折射球面的球差

### 一. 物像关系一般形式



$$\begin{cases} \sin I = \frac{L-r}{r} \sin U \\ \sin I' = \frac{n}{n'} \sin I \\ U' = U + I - I' \\ L' = r \left( 1 + \frac{\sin I'}{\sin U'} \right) \end{cases}$$

近轴区域



$$\begin{cases} i = \frac{l-r}{r} u \\ i' = \frac{n}{n'} i \\ u' = u + i - i' \\ l' = r \left( 1 + \frac{i'}{u'} \right) \end{cases}$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

$$n \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{l} \right) = n' \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{l'} \right)$$

$$n' u' - n u = \frac{h(n' - n)}{r}$$



## 7.3 单个折射球面的球差

### 一. 物像关系一般形式

$$\sin I = \frac{L-r}{r} \sin U \quad \rightarrow \quad \frac{r}{L-r} = \frac{\sin U}{\sin I} \quad \rightarrow \quad \frac{r}{L} = \frac{\sin U}{\sin I + \sin U} = 1 - \frac{\sin I}{\sin I + \sin U}$$

$$\frac{L-r}{L} = \frac{\sin I}{\sin I + \sin U}$$

带入

$$\frac{n'}{L'} - \frac{n}{L} = \frac{n'-n}{r} + \frac{n \sin I}{r(\sin I + \sin U)} \left( 1 - \frac{\sin I + \sin U}{\sin I' + \sin U'} \right)$$

$$\frac{n'}{L'} - \frac{n}{L} = \frac{n'-n}{r} + \frac{n(L-r)}{rL} \left( 1 - \frac{\sin I + \sin U}{\sin I' + \sin U'} \right)$$

$$\frac{n'}{L'} - \frac{n}{L} = \frac{n'-n}{r} + \frac{n(L-r)}{rL} \left[ 1 - \frac{\cos\left(\frac{I-U}{2}\right)}{\cos\left(\frac{I'-U'}{2}\right)} \right]$$

乘  $n/r$

$$\frac{n}{L} = \frac{n}{r} - \frac{n}{r} \frac{\sin I}{\sin I + \sin U}$$

同理

$$\frac{n'}{L'} = \frac{n'}{r} - \frac{n'}{r} \frac{\sin I'}{\sin I' + \sin U'}$$

相减

$$n' \sin I' = n \sin I$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\ 2 \sin \left( \frac{U+I}{2} \right) \cos \left( \frac{I-U}{2} \right) &= 2 \sin \left( \frac{U'+I'}{2} \right) \cos \left( \frac{I'-U'}{2} \right) \\ U' + I' &= U + I \end{aligned}$$



## 7.3 单个折射球面的球差

### 一. 物像关系一般形式

$$\frac{n'}{L'} - \frac{n}{L} = \frac{n' - n}{r} + \frac{n(L - r)}{rL} \left[ \frac{\cos\left(\frac{I' - U'}{2}\right) - \cos\left(\frac{I - U}{2}\right)}{\cos\left(\frac{I' - U'}{2}\right)} \right]$$



$$\frac{n'}{L'} - \frac{n}{L} = \frac{n' - n}{r} + \frac{2n(L - r)}{rL} \frac{\sin\left(\frac{I' - U}{2}\right) \sin\left(\frac{I - I'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{I' - U'}{2}\right)}$$

一般形式

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$U' + I' = U + I$$

$$2 \sin \left( \frac{I - U + I' - U'}{4} \right) \sin \left( \frac{I - U - I' + U'}{4} \right)$$



$$2 \sin \left( \frac{I' - U}{2} \right) \sin \left( \frac{I - I'}{2} \right)$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

近轴表示



## 7.3 单个折射球面的球差

### 二. 单个折射球面的球差

$$\frac{n'}{L'} - \frac{n}{L} = \frac{n' - n}{r} + \frac{2n(L-r)}{rL} \frac{\sin\left(\frac{I' - U}{2}\right) \sin\left(\frac{I - I'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{I' - U'}{2}\right)} \quad \rightarrow \quad n' \frac{L' - l'}{l' L'} = n \frac{L - l}{l L} - \frac{2n(L-r)}{rL} \frac{\sin\left(\frac{I' - U}{2}\right) \sin\left(\frac{I - I'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{I' - U'}{2}\right)}$$

物像关系公式  $\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$

$$\delta L' = L' - l' = \underbrace{\delta L \frac{n}{n'} \frac{l'}{l} \frac{L'}{L}}_M - \underbrace{2 \frac{n}{n'} \frac{l' L'}{r L} (L - r) \sin\left(\frac{I' - U}{2}\right) \sin\left(\frac{I - I'}{2}\right) / \cos\left(\frac{I' - U'}{2}\right)}_{\delta L^*}$$

物方球差 $\delta L$ 乘以转面倍率 $M$ 在像空间的贡献.

由于球面本身所产生的球差在像空间的贡献.

在表示光学系统最终球差时比较困难, 需要乘以一串的  $nl'L'/n'lL$  的连乘积.





## 7.3 单个折射球面的球差

### 二. 单个折射球面的球差

采取A. Kerber定义的轴向倍率计算, 转面方便并且计算简单, 因此基于球差的计算基本上是基于该方法。

**A. Kerber定义:** 转面倍率:  $M = \frac{nu \sin U}{n'u' \sin U'}$

因此:  $\delta L' = M \delta L + \delta L^* = \frac{nu \sin U}{n'u' \sin U'} \delta L + \delta L^*$



$$n'u' \sin U' \delta L' = nu \sin U \delta L - \frac{1}{2} S_- \quad \text{其中: } \frac{1}{2} S_- = -n'u' \sin U' \delta L^*$$

对于整个光学系统而言, 不产生新像差时  $nu \sin U \delta L$  是个转面不变量。



## 7.3 单个折射球面的球差

### 二. 单个折射球面的球差

对于含有 $k$ 个折射面的光学系统而言：

$$n'_k u'_k \sin U'_k \delta L'_k - n_1 u_1 \sin U_1 \delta L_1 = -\frac{1}{2} \sum_1^k (S_-)_k$$

$$\Rightarrow \delta L'_k = \frac{n_1 u_1 \sin U_1}{n'_k u'_k \sin U'_k} \delta L_1 - \frac{1}{2 n'_k u'_k \sin U'_k} \sum_1^k (S_-)_k$$

- 实际物体成像时， $\delta L_1=0$ ，  
折射面对光学系统总球差值的贡献量

$S_-$ 称为**球差分布系数**，  
其大小表征了该面所产生的球差大小。



## 7.3 单个折射球面的球差

### 二. 单个折射球面的球差

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2}S_- &= n'u' \sin U' \delta L' - nu \sin U \delta L \\
 &= n'u' [(L' - r) - (l' - r)] \sin U' - nu [(L - r) - (l - r)] \sin U \\
 &= n'u'r \sin I' - n'i'r \sin U' - nur \sin I + nir \sin U \\
 &= nir (\sin U - \sin U') + nr (u' - u) \sin I \quad \boxed{u' - u = i - i'}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2}S_- &= nir (\sin U - \sin U' + \sin I - \sin I') \\
 &= ni [r \sin U - r \sin U' + (L - r) \sin U - (L' - r) \sin U'] \\
 &= ni (L \sin U - L' \sin U')
 \end{aligned}$$

令:  $\Delta Z = (L' \sin U' - L \sin U)$       克尔伯公式:  $\frac{1}{2}S_- = ni\Delta Z$

$$\begin{cases} \sin I = \frac{L-r}{r} \sin U \\ \sin I' = \frac{n}{n'} \sin I \\ U' = U + I - I' \\ L' = r(1 + \frac{\sin I'}{\sin U'}) \end{cases}$$

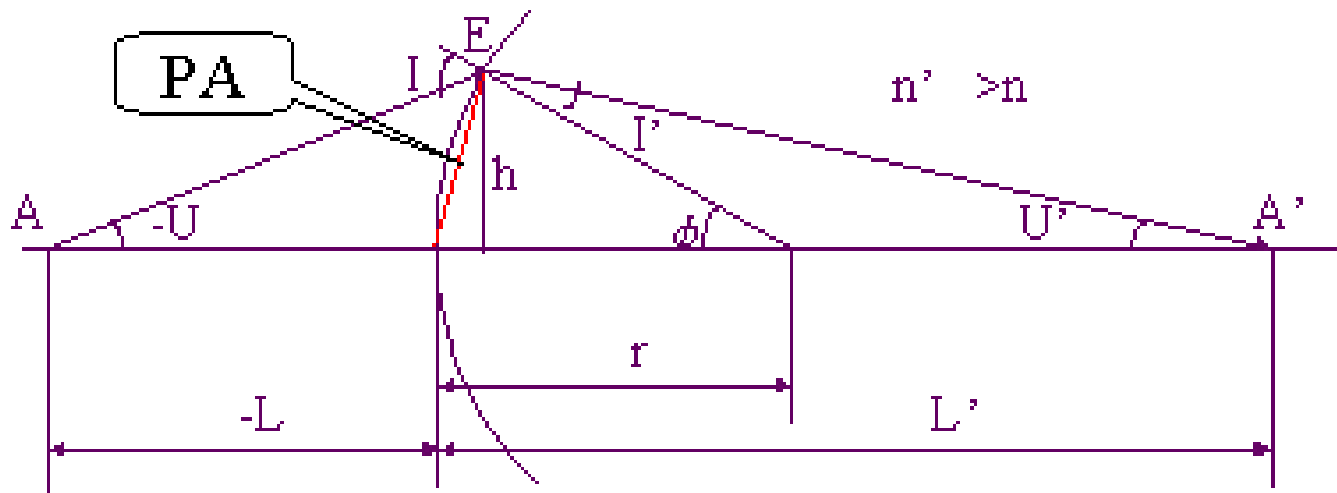
$$\begin{cases} i = \frac{l-r}{r} u \\ i' = \frac{n}{n'} i \\ u' = u + i - i' \\ l' = r(1 + \frac{i'}{u'}) \end{cases}$$



## 7.3 单个折射球面的球差

### 二. 单个折射球面的球差

$$-\frac{1}{2}S_- = ni(L \sin U - L' \sin U')$$



最后化简为：

$$S_- = \frac{niL \sin U (\sin I - \sin I') (\sin I' - \sin U)}{\cos \frac{I-U}{2} \cos \frac{I'+U}{2} \cos \frac{I+I'}{2}}$$

$$\begin{cases} \sin I = \frac{L-r}{r} \sin U \\ \sin I' = \frac{n}{n'} \sin I \\ U' = U + I - I' \\ L' = r(1 + \frac{\sin I'}{\sin U'}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i = \frac{l-r}{r} u \\ i' = \frac{n}{n'} i \\ u' = u + i - i' \\ l' = r(1 + \frac{i'}{u'}) \end{cases}$$





## 7.3 单个折射球面的球差

### 二. 单个折射球面的球差

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$-\frac{1}{2}S_- = nir(\sin U - \sin U' + \sin I - \sin I')$$

$$= nir \left[ 2 \sin \frac{1}{2}(U + I) \cos \frac{1}{2}(U - I) - 2 \sin \frac{1}{2}(U' + I') \cos \frac{1}{2}(U' - I') \right]$$

$$= 2nir \sin \frac{1}{2}(U + I) \left[ \cos \frac{1}{2}(U - I) - \cos \frac{1}{2}(U' - I') \right]$$

$$= 2nir \sin \frac{1}{2}(U + I) \times \left[ -2 \sin \frac{U + U' - I - I'}{2} \sin \frac{U - I - U' + I'}{2} \right]$$

$$= -4nir \sin \frac{1}{2}(U + I) \times \sin \frac{I' - U}{2} \sin \frac{I - I'}{2}$$

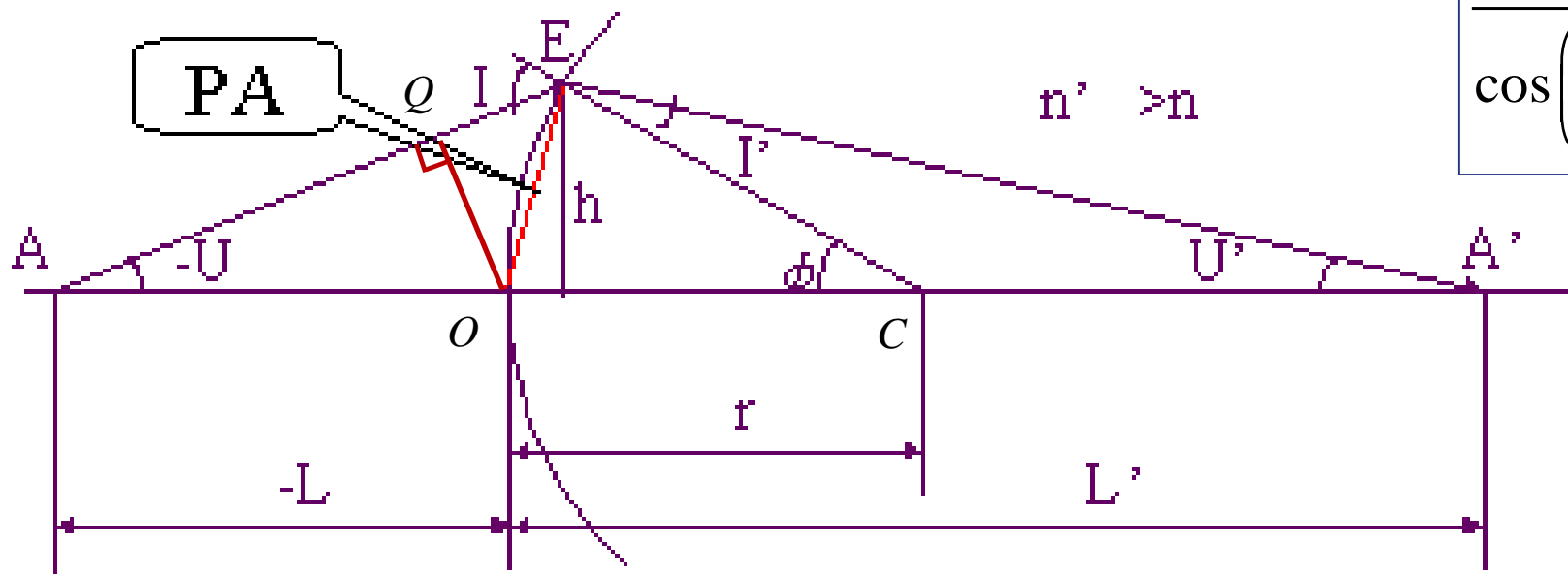
$$= -nir \sin \frac{1}{2}(U + I) \frac{(\sin I - \sin I')(\sin I' - \sin U)}{\cos \frac{I + I'}{2} \cos \frac{I' + U}{2}}$$

$$U' = U + I - I'$$



## 7.3 单个折射球面的球差

### 二. 单个折射球面的球差



$$\frac{L \sin U}{\cos \left( \frac{I+U}{2} \right)} = EO = \frac{L' \sin U'}{\cos \left( \frac{I'+U'}{2} \right)}$$

PA校对公式

$$OE = \frac{OQ}{\cos \angle QOE} = \frac{L \sin U}{\cos \angle QOE}$$

$$\angle QOE = \angle QOC - \angle EOC$$

$$= (90 - U) - \left( 90 - \frac{I+U}{2} \right) = \frac{I-U}{2}$$

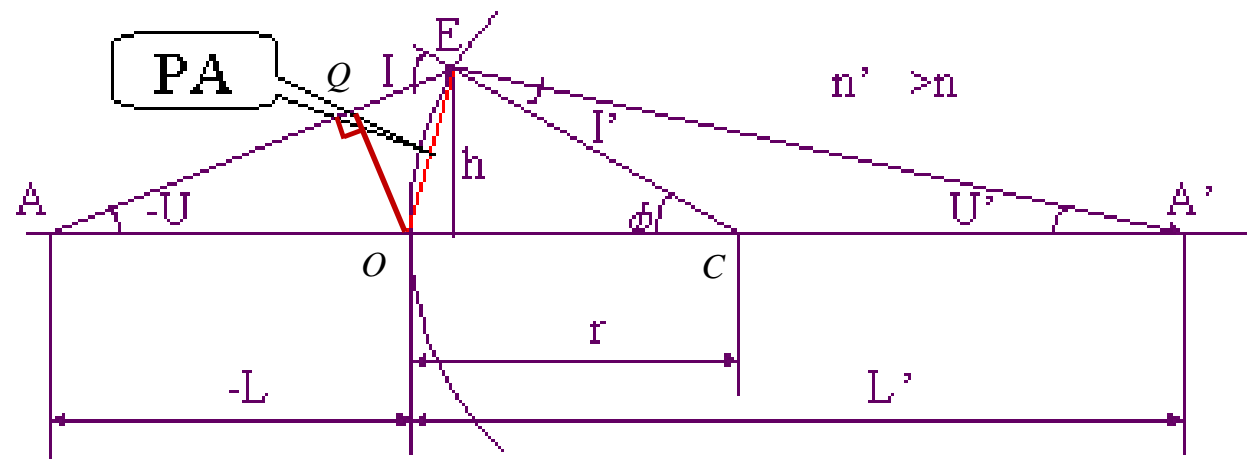
$$\Rightarrow OE = \frac{L \sin U}{\cos \left( \frac{I-U}{2} \right)} \Rightarrow OE = \frac{L' \sin U'}{\cos \left( \frac{I'-U'}{2} \right)}$$



## 7.3 单个折射球面的球差

### 二. 单个折射球面的球差

$$S_- = \frac{niL \sin U (\sin I - \sin I') (\sin I' - \sin U)}{\cos \frac{I-U}{2} \cos \frac{I'+U}{2} \cos \frac{I+I'}{2}}$$



$$U' = U + I - I'$$

$$\frac{L \sin U}{\cos \left( \frac{I-U}{2} \right)} = EO = \frac{L' \sin U'}{\cos \left( \frac{I'-U'}{2} \right)}$$

$$EO = 2r \sin \left( \frac{I+U}{2} \right)$$

$$r \sin \left( \frac{I+U}{2} \right) = \frac{EO}{2} = \frac{L \sin U}{2 \cos \left( \frac{I-U}{2} \right)}$$

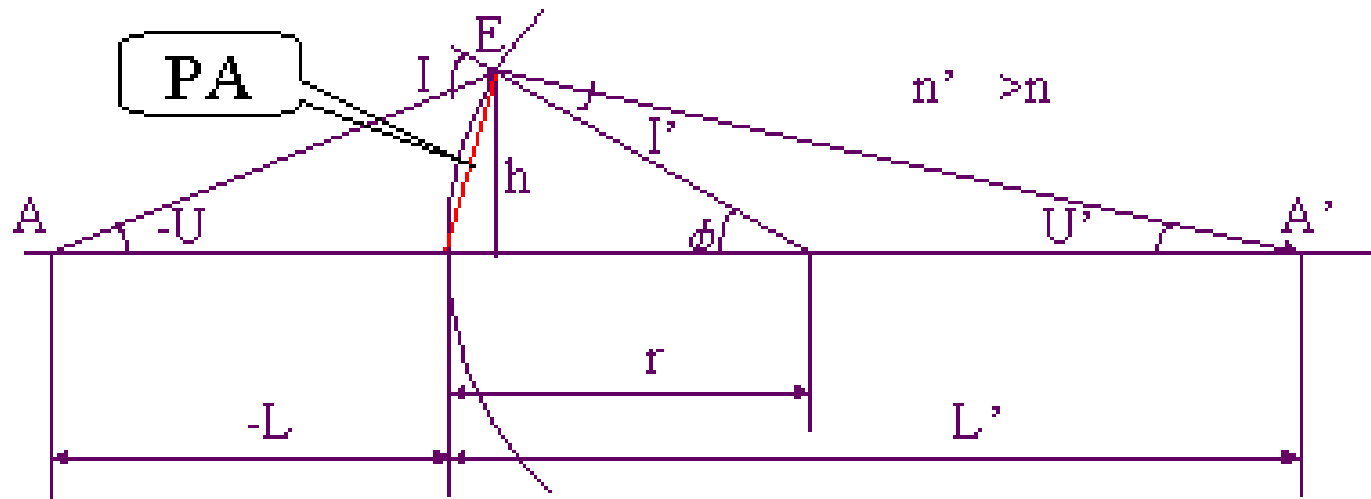


$$\frac{1}{2} S_- = nir \sin \frac{1}{2} (U + I) \frac{(\sin I - \sin I') (\sin I' - \sin U)}{\cos \frac{I+I'}{2} \cos \frac{I'+U}{2}}$$



## 7.3 单个折射球面的球差

### 三. 不晕点或齐明点



$$S_- = \frac{niL \sin U (\sin I - \sin I') (\sin I' - \sin U)}{\cos \frac{I-U}{2} \cos \frac{I'+U}{2} \cos \frac{I+I'}{2}}$$

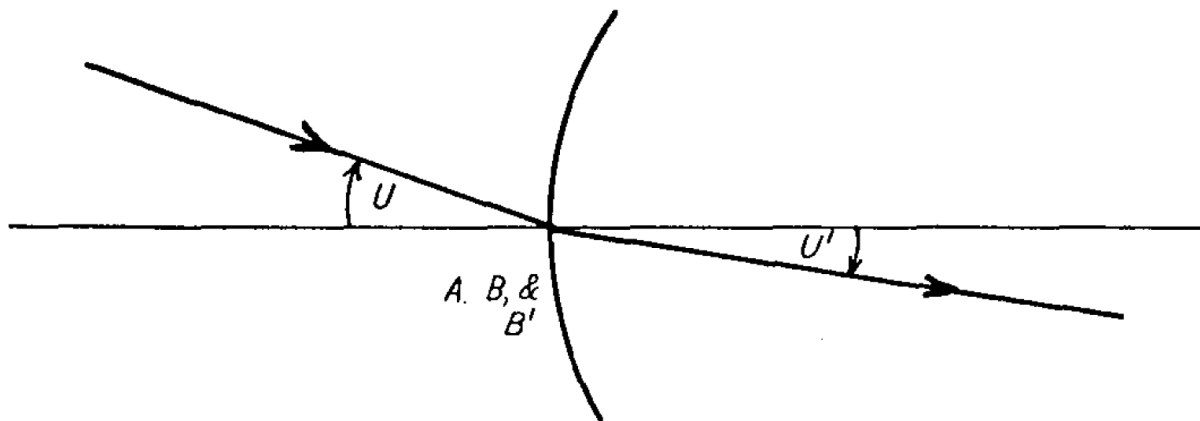
表征球面产生球差

1. 物点、像点均与球面顶点重合, 无球差, 此时  $L=0$ ,  $L'=0$ 。
2. 物点、像点均与球面中心重合, 无球差, 此时  $I=I'=0$  的条件下满足, 即  $L'=L=r$ , 而垂直放大率  $\beta = n/n'$ 。
3. 物点和像点不重合, 位于折射球面凹面的一侧, 满足  $I'=U$ , 即  $\sin I' - \sin U=0$

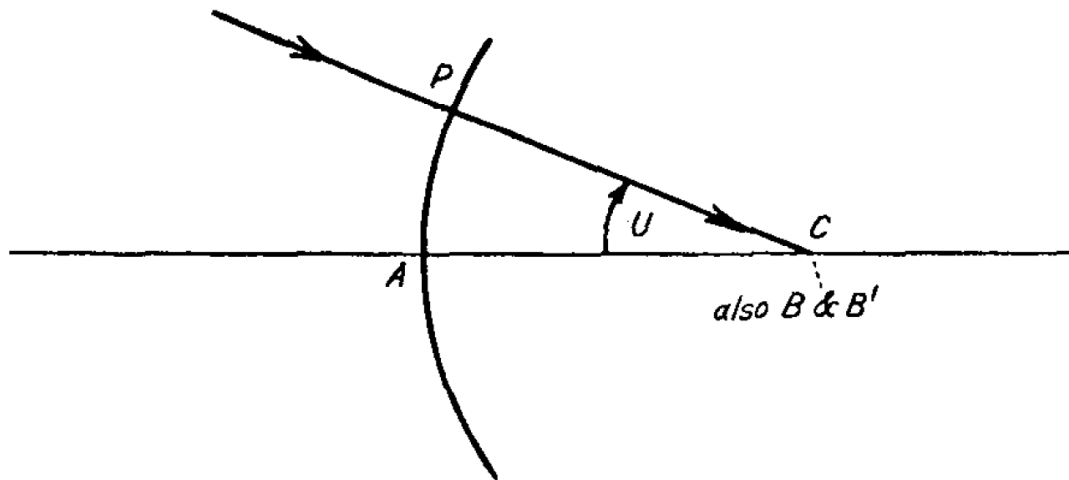


## 7.3 单个折射球面的球差

### 三. 不晕点或齐明点



1. 物点、像点均与球面顶点重合, 无球差, 此时  $L = L' = 0$  。



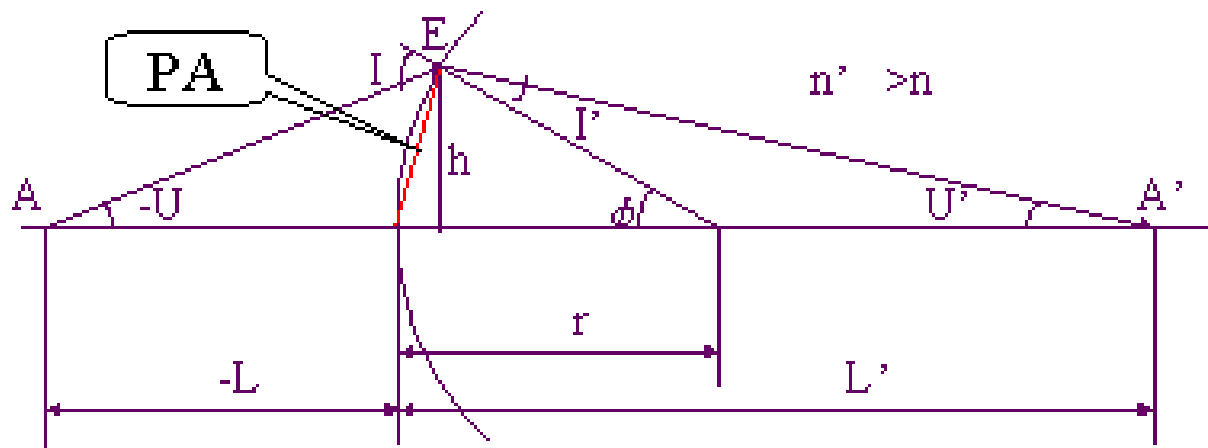
2. 物点、像点均与球面中心重合, 无球差, 此时  $I = I' = 0$  的条件下满足, 即  $L' = L = r$ , 而垂直放大率  $\beta = n/n'$ 。



## 7.3 单个折射球面的球差

### 三. 不晕点或齐明点

$$3. I' = U, \text{ 即 } \sin I' - \sin U = 0$$



$$\sin I' = \frac{n}{n'} \sin I = \frac{n}{n'} \cdot \frac{L-r}{r} \sin U \Rightarrow \frac{L-r}{r} = \frac{n'}{n} \Rightarrow L = \frac{(n+n')r}{n}$$

$$U' = U + I - I' \rightarrow I = U' \rightarrow \sin I = \sin U' \quad \text{同理有: } L' = \frac{(n+n')r}{n'}$$

$$\rightarrow \frac{\sin U'}{\sin U} = \frac{\sin I}{\sin I'} = \frac{n'}{n} = \frac{L}{L'} \quad \text{和} \quad \frac{1}{L} + \frac{1}{L'} = \frac{1}{r}$$

$$\begin{cases} \sin I = \frac{L-r}{r} \sin U \\ \sin I' = \frac{n}{n'} \sin I \\ U' = U + I - I' \\ L' = r(1 + \frac{\sin I'}{\sin U'}) \end{cases}$$



## 7.3 单个折射球面的球差

### 三. 不晕点或齐明点

$$nL = n'L' \longrightarrow \text{其垂轴放大率: } \beta = \frac{nL'}{n'L} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2$$

$$\frac{\sin U'}{\sin U} = \frac{\sin I'}{\sin I} = \frac{n'}{n} = \frac{L}{L'}$$

该对共轭点不管孔径角 $U$ 多大，比值 $\sin U'/\sin U = n'/n$ 始终保持常数，故不产生球差，这一对共轭点称为**不晕点或齐明点(aplanatic point)**。

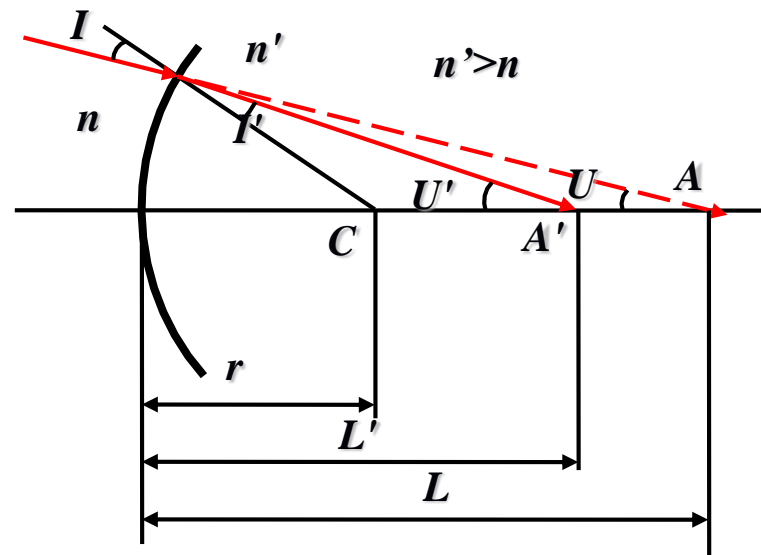
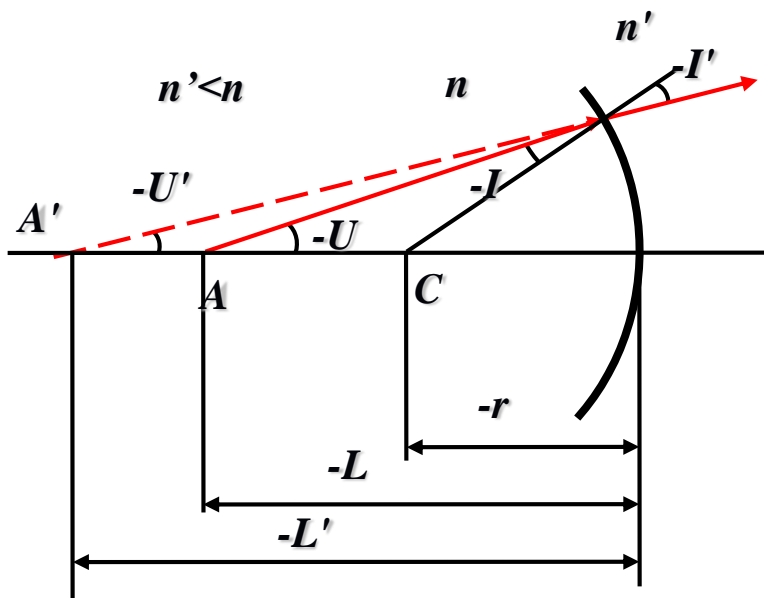


## 7.3 单个折射球面的球差

### 三. 不晕点或齐明点

$$L = \frac{n+n'}{n}r \quad L' = \frac{n+n'}{n'}r \quad \Rightarrow \quad nL = n'L'$$

这一对不产生球差的共轭点在球面的同一边，且都在球心之外，两种情况：实物成虚像，或者，虚物成实像。

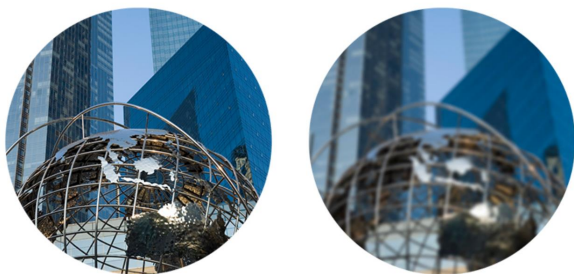




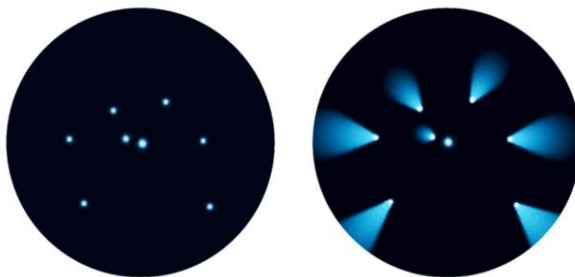




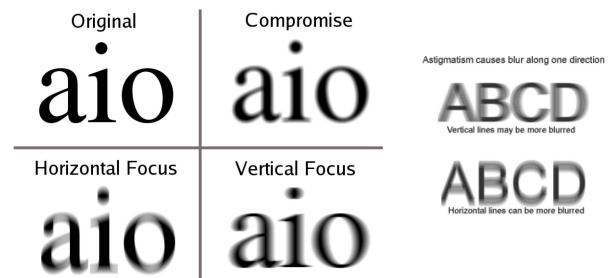
# 像差理论



球差



彗差



像散



场曲



畸变



Strong CA



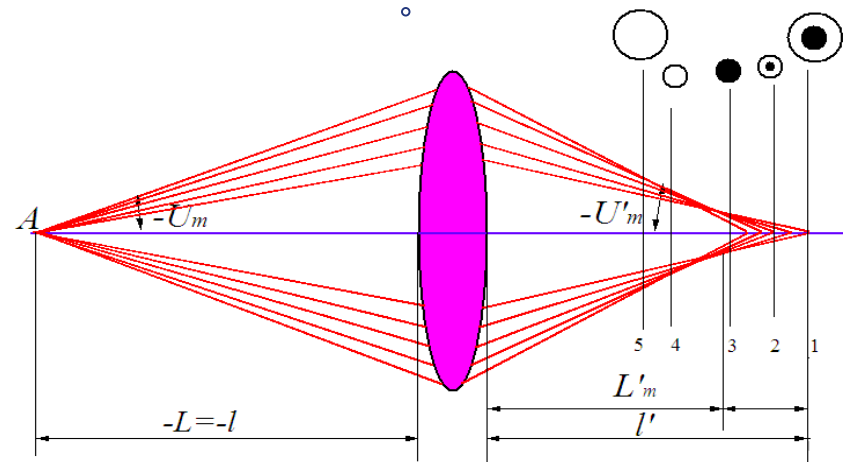
Corrected

色差

# 7.1 球差定义

复习

**球差：** 轴上点发出的同心光束，经光学系统各个折射面折射后，不同孔径角 $U$ 的光线交光轴于不同点上，相对于理想像点的位置有不同的偏离，这就是**球面像差**，简称**球差**。



像方截距的差称为对应**光线的球差**。

$$\delta L' = L' - l'$$

$$\delta L' = A_1 h^2 + A_2 h^4 + A_3 h^6 + \dots$$

$$\delta L' = a_1 U^2 + a_2 U^4 + a_3 U^6 + \dots$$

初级球差

二级球差

三级球差

...

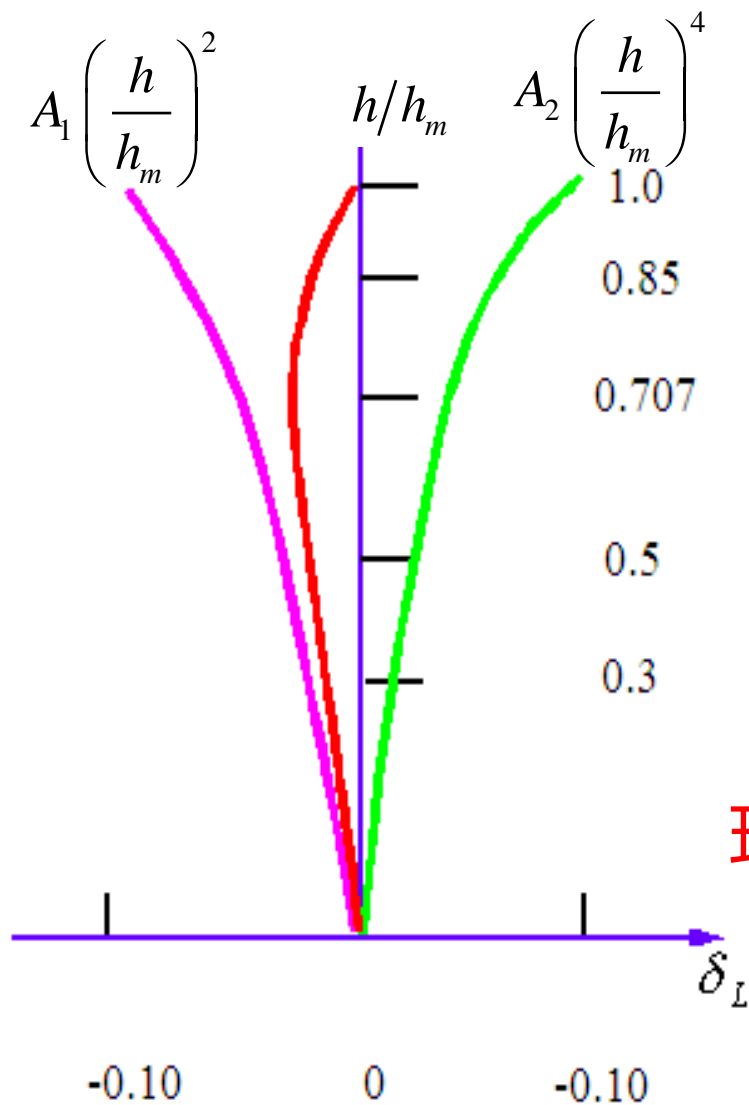
高级球差



## 7.2 球差描述

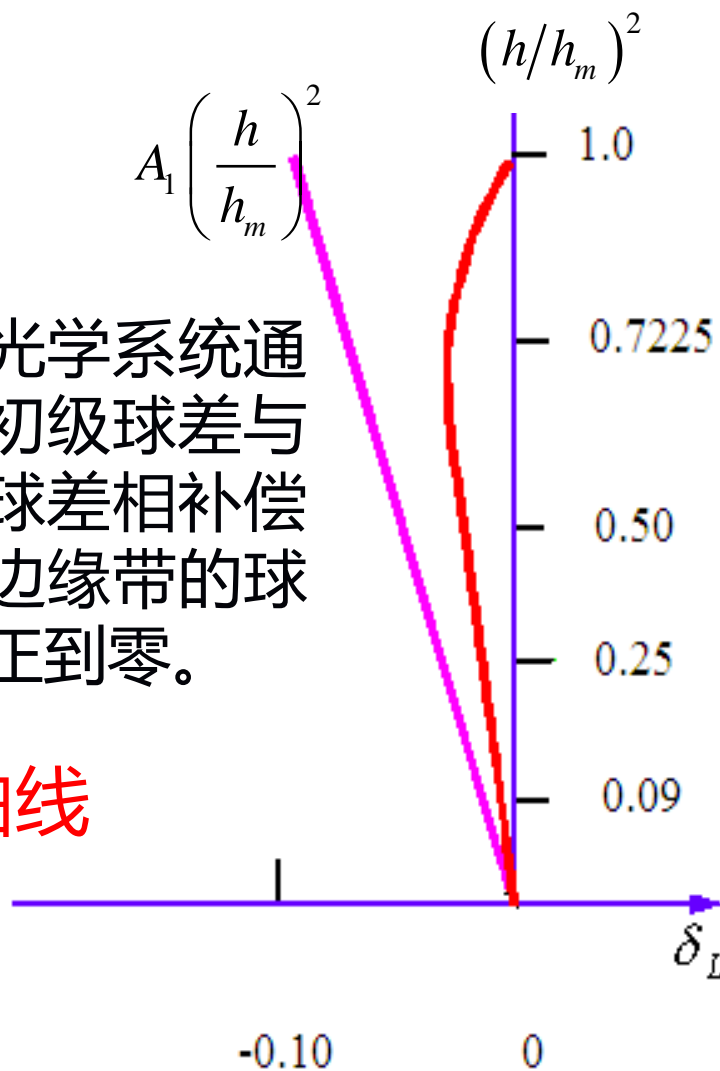
复习

### 二. 球差校正



实际光学系统通过使初级球差与高级球差相补偿，将边缘带的球差校正到零。

球差曲线





## 7.3 单个折射球面的球差

复习

整个光学系统近轴光路和实际光路的计算，利用  $\delta L' = L' - l'$  可获得该系统各个孔径带的球差。



- 像差产生的原因是什么？
- 光学系统中各个面对像差的贡献大小、正负和性质？
- 像差的最后数值分解为各个折射面分步之和；



## 7.3 单个折射球面的球差

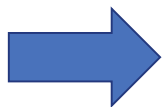
复习

- 光束在第 $i$ 面前有像差  $\delta L_i$  , 经过第 $i$ 面折射后变为  $\delta L'_i$



- 那么第 $i$ 面产生的像差  $\delta L_i^*$  是什么？

$$\delta L_i^* = \delta L'_i - \delta L_i$$



$$\delta L_i^* = \delta L'_i - M_i \delta L_i$$

● 转面倍率

- 由于放大倍率的存在，像差经过折射发生的大小变化量并不是新产生的像差；
- 折射面上产生的像差应该是原像差乘以转面倍率与折射后像差的差值；
- 选择和定义一个恰当的倍率 $M$ 是讨论像差分布的重要问题之一；
- 合理的倍率一定应以理想系统的倍率作为其近似值；





## 7.3 单个折射球面的球差

复习

### 二. 单个折射球面的球差

采取A. Kerber定义的轴向倍率计算, 转面方便并且计算简单, 因此基于球差的计算基本上是基于该方法。

**A. Kerber定义:** 转面倍率:  $M = \frac{nu \sin U}{n'u' \sin U'}$

$$\text{因此: } \delta L' = M \delta L + \delta L^* = \frac{nu \sin U}{n'u' \sin U'} \delta L + \delta L^*$$



$$n'u' \sin U' \delta L' = nu \sin U \delta L - \frac{1}{2} S_- \quad \text{其中: } \frac{1}{2} S_- = -n'u' \sin U' \delta L^*$$

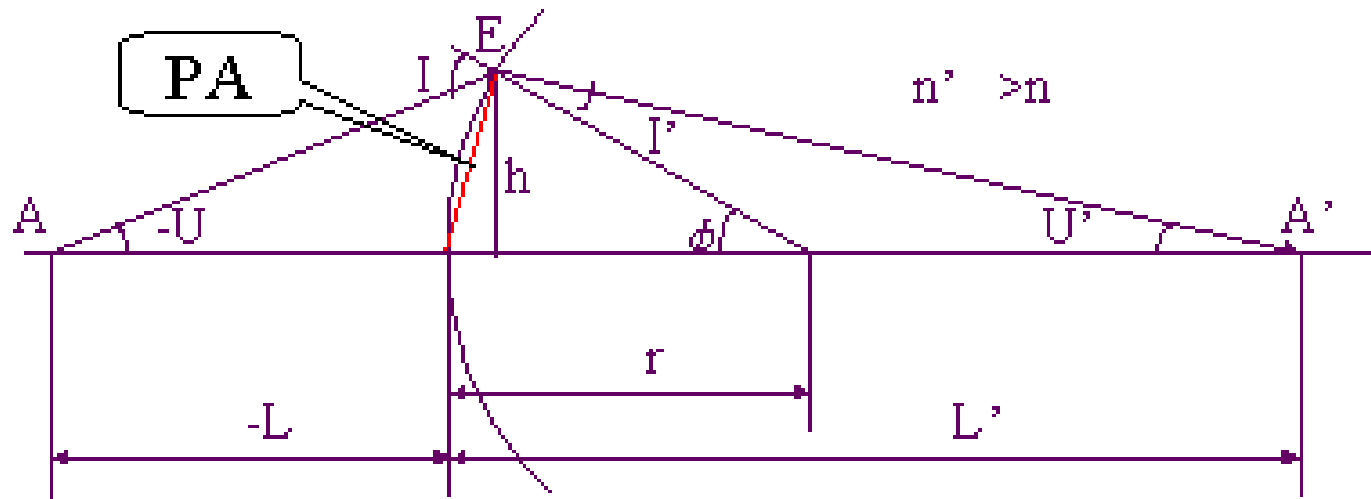
对于整个光学系统而言, 不产生新像差时 $nu \sin U \delta L$ 是个转面不变量。



## 7.3 单个折射球面的球差

复习

### 三. 不晕点或齐明点



$$S_- = \frac{niL \sin U (\sin I - \sin I') (\sin I' - \sin U)}{\cos \frac{I - U}{2} \cos \frac{I' + U}{2} \cos \frac{I + I'}{2}}$$

表征球面产生球差

1. 物点、像点均与球面顶点重合, 无球差, 此时  $L=0$ ,  $L'=0$ 。
2. 物点、像点均与球面中心重合, 无球差, 此时  $I=I'=0$  的条件下满足, 即  $L'=L=r$ , 而垂直放大率  $\beta = n/n'$ 。
3. 物点和像点不重合, 位于折射球面凹面的一侧, 满足  $I'=U$ , 即  $\sin I' - \sin U = 0$



## 7.3 单个折射球面的球差

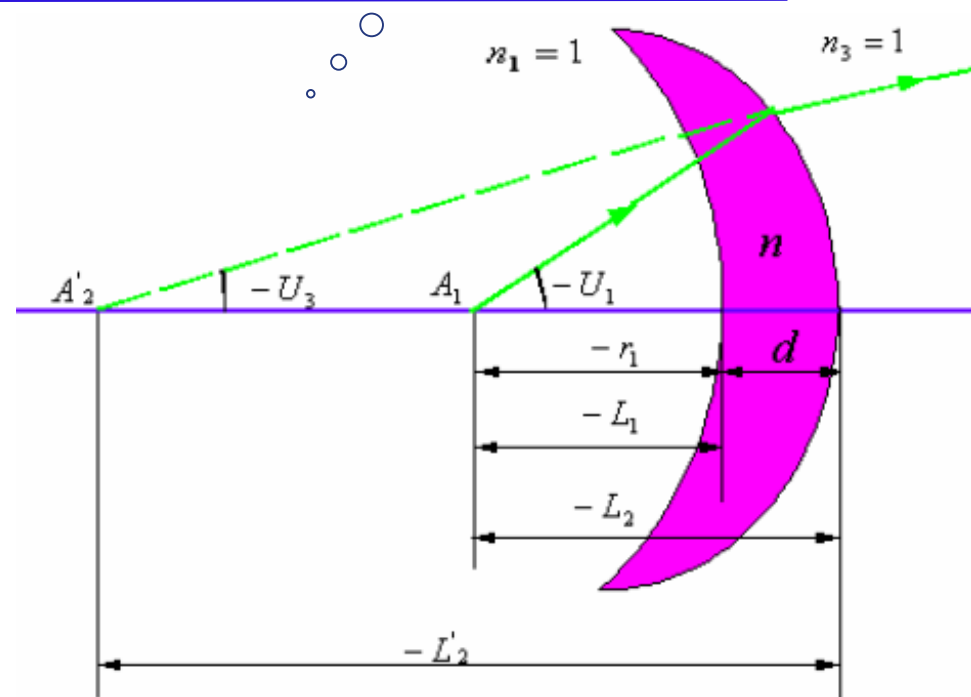
复习

### 四. 齐明透镜

齐明点(2)和(3)组合成无球差的单透镜

物点位于第一个折射面的曲率中心，对该表面有：

$$L_1 = L'_1 = r_1 \quad \beta = \frac{y'}{y} = \frac{nl'}{n'l} \Rightarrow \beta_1 = \frac{n_1 L'_1}{n L_1} = \frac{1}{n}$$



对第二个折射面满足条件  $I = U'$ ，由图知  $L_2 = L_1 - d = r_1 - d$

$$\because n' L' = n L \Rightarrow L'_2 = n_2 L_2 / n_3 = n L_2$$

$$\beta_2 = (n_2 / n_3)^2 = n^2$$

$$\because L = \frac{n + n'}{n} r \Rightarrow r_2 = n_2 L_2 / (n_2 + n_3) = n L_2 / (n + 1)$$

$$\Rightarrow \beta = \beta_1 \beta_2 = n$$



## 7.3 单个折射球面的球差

复习

### 四. 齐明透镜

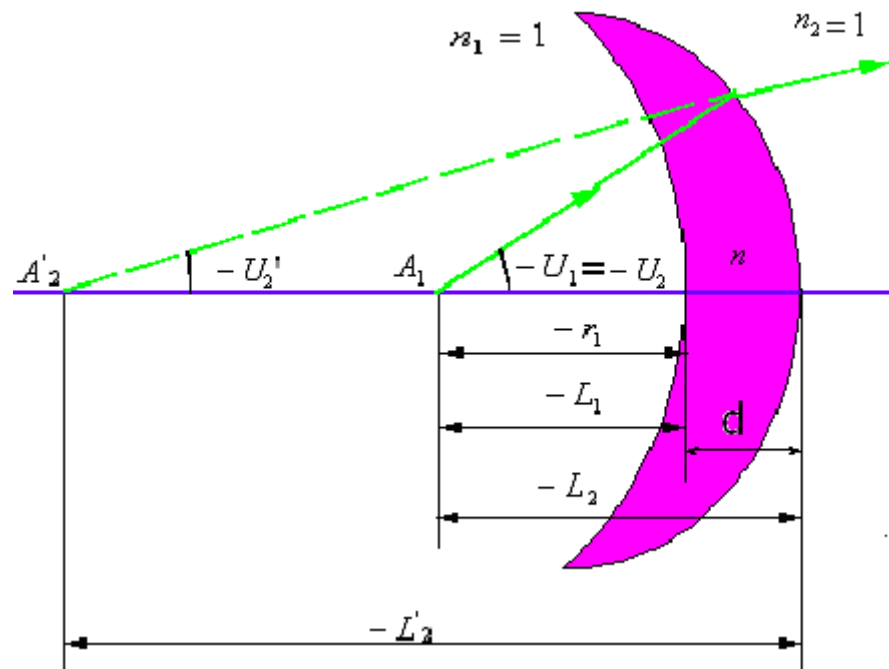
由齐明条件  $I'_2 = U_2, I_2 = U'_2$  和  $U_1 = U_2$  及折射定律得:

$$n_2 \sin I_2 = n'_2 \sin I'_2 \Rightarrow n \sin I_2 = \sin I'_2 \Rightarrow n \sin U'_2 = \sin U_2$$

$$\Rightarrow \sin U'_2 = \frac{1}{n} \sin U_2 = \frac{1}{n} \sin U_1$$

可见，齐明透镜的使用可以使孔径角增大 $n$ 倍。

应用：增大物镜的孔径角





## 7.3 单个折射球面的球差

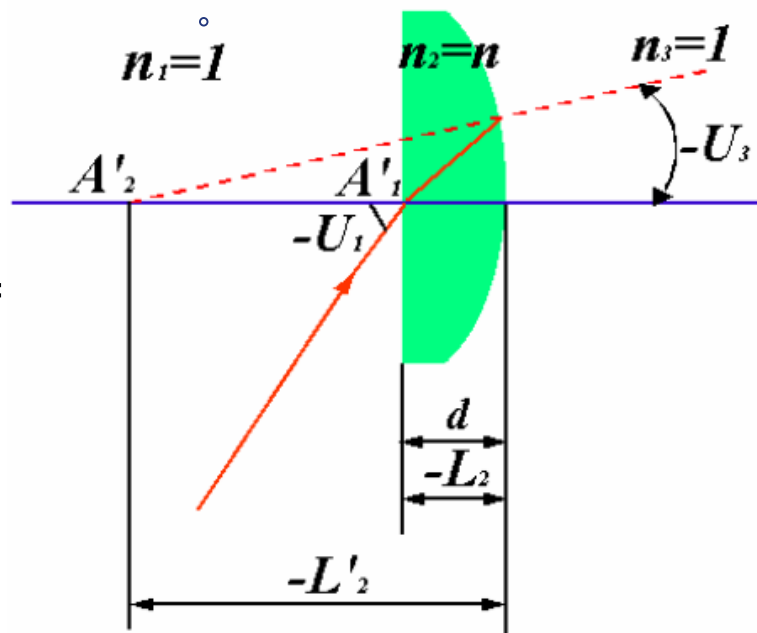
复习

### 四. 齐明透镜

齐明点(1)和(3)组合的齐明透镜

物点位于第一个折射面的顶点，对该表面有： $L=L'=0$ ， $\beta=1$ 。第一折射面曲率半径可任意，常取为平面

第二面满足条件： $I=U'$        $L_2 = L_1 - d = -d$



$$\because n'L' = nL \Rightarrow L'_2 = n_2 L_2 / n_3 = -nd$$

$$L = \frac{n+n'}{n} r \Rightarrow r_2 = \frac{n_2 L_2}{n_2 + n_3} = -\frac{nd}{n+1}$$

$$\beta_2 = (n_2/n_3)^2 = n^2$$

$$\Rightarrow \beta = \beta_1 \beta_2 = n^2$$



## 7.3 单个折射球面的球差

复习

### 四. 齐明透镜

由第一面折射定律得:  $n_1 \sin U_1 = n_2 \sin U'_1$

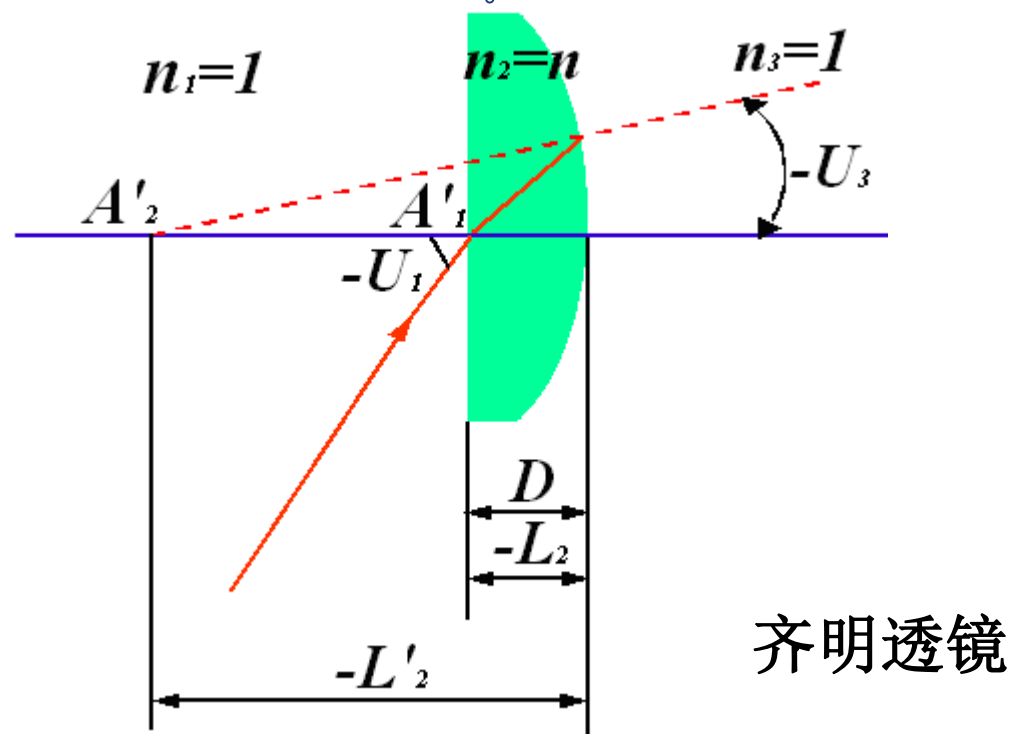
$$\Rightarrow \sin U_1 = n \sin U'_1$$

由齐明条件得:  $I_2 = U_3$ ,  $I'_2 = U'_1$ ,

$$n_2 \sin I_2 = n_3 \sin I'_2$$

$$\Rightarrow n \sin U_3 = \sin U'_1$$

$$\sin U_3 = \frac{\sin U_1}{n^2}$$

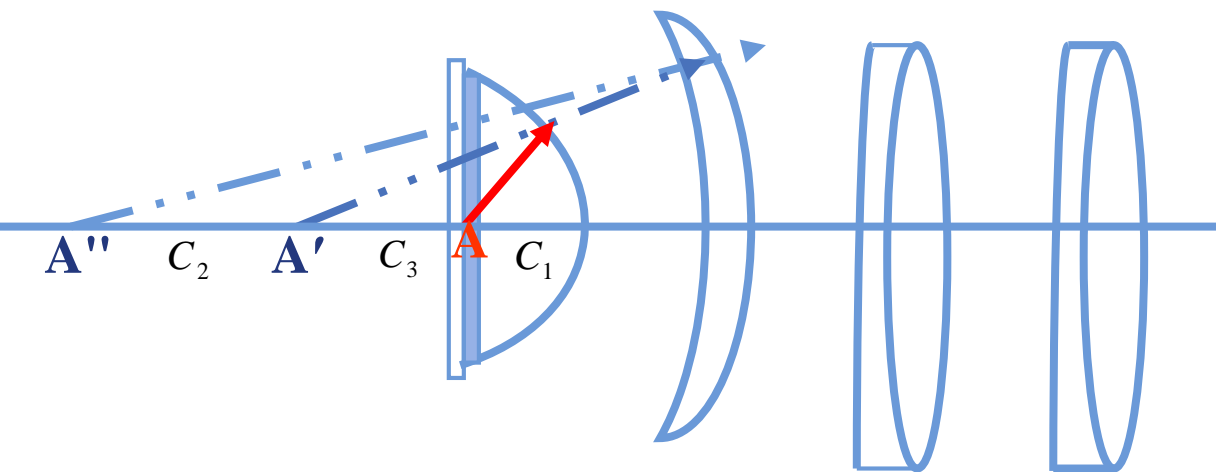


应用: 增大物镜的孔径角



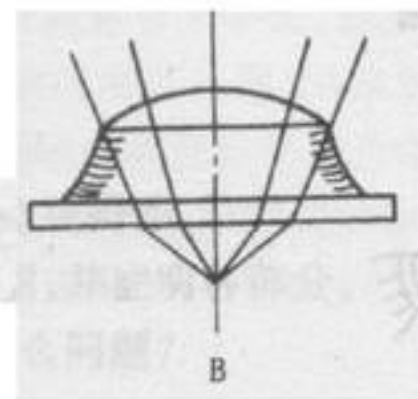
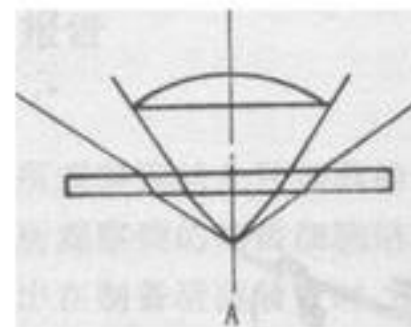
## 7.3 单个折射球面的球差

### 四. 齐明透镜



### 显微镜油浸物镜

- 使用油质作为玻片与接物镜之间的介质——油浸系
- 可以增加显微镜的放大倍数
- 可以增加视野的照明度
- 可以增大显微镜的分辨率



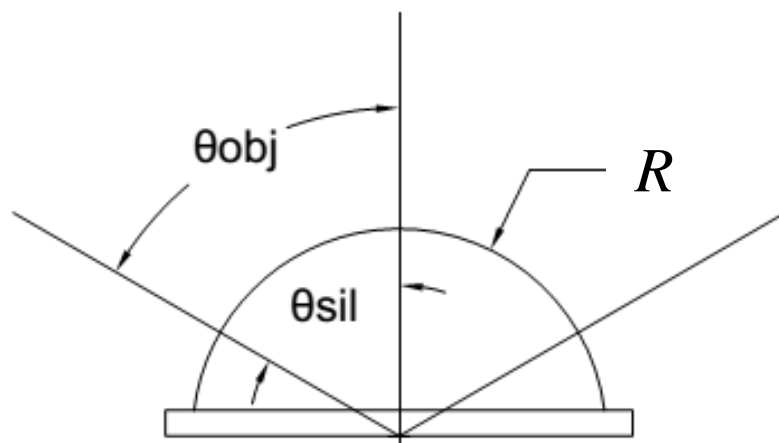
$$D = \frac{\lambda}{2NA}$$

$$NA = n \times \sin \frac{\alpha}{2}$$

## 7.3 单个折射球面的球差

### 四. 齐明透镜

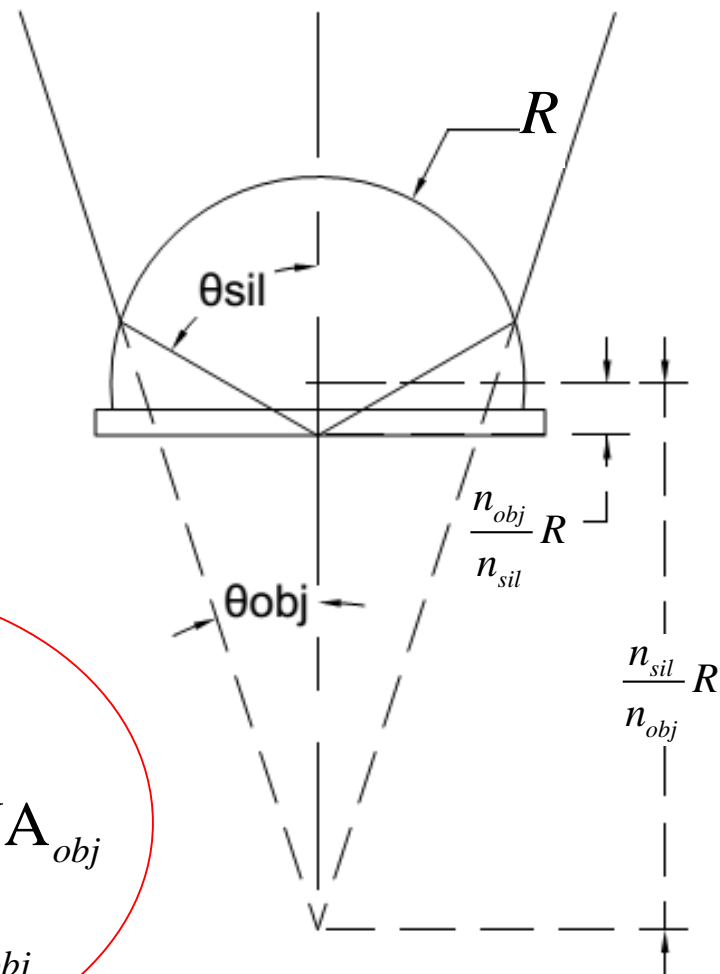
### 固体浸没物镜-集成电路无损检测



**HSIL**

$$NA_{hsil} = n_{sil} NA_{obj}$$

$$M_{hsil} = n_{sil} M_{obj}$$



**ASIL**

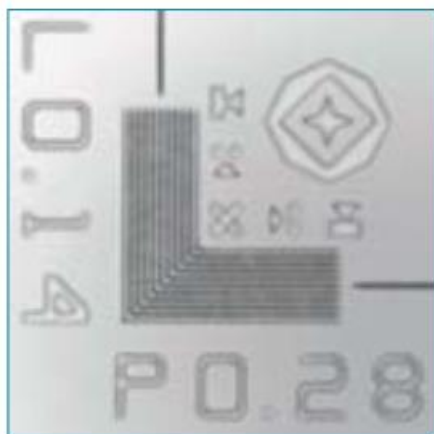
$$NA_{asil} = n_{sil}^2 NA_{obj}$$

$$M_{asil} = n_{sil}^2 M_{obj}$$

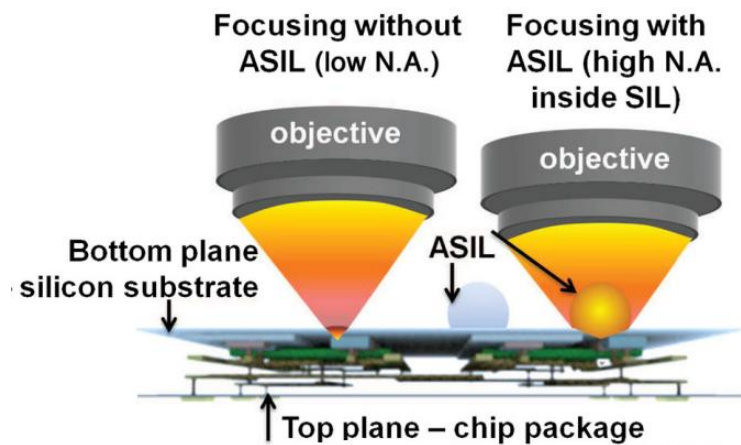
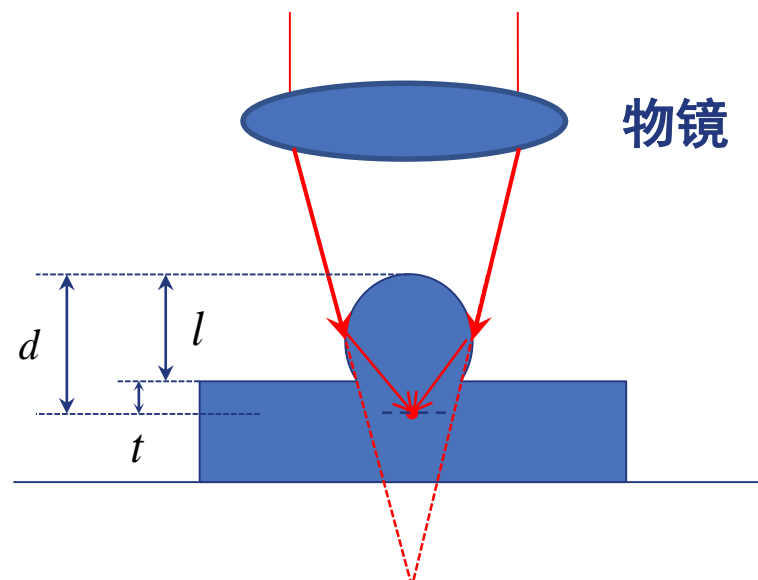
## 7.3 单个折射球面的球差

### 四. 齐明透镜

固体浸没物镜-集成电路无损检测



L-bar targets down to 280 nm pitch 1064 laser





## 7.3 单个折射球面的球差

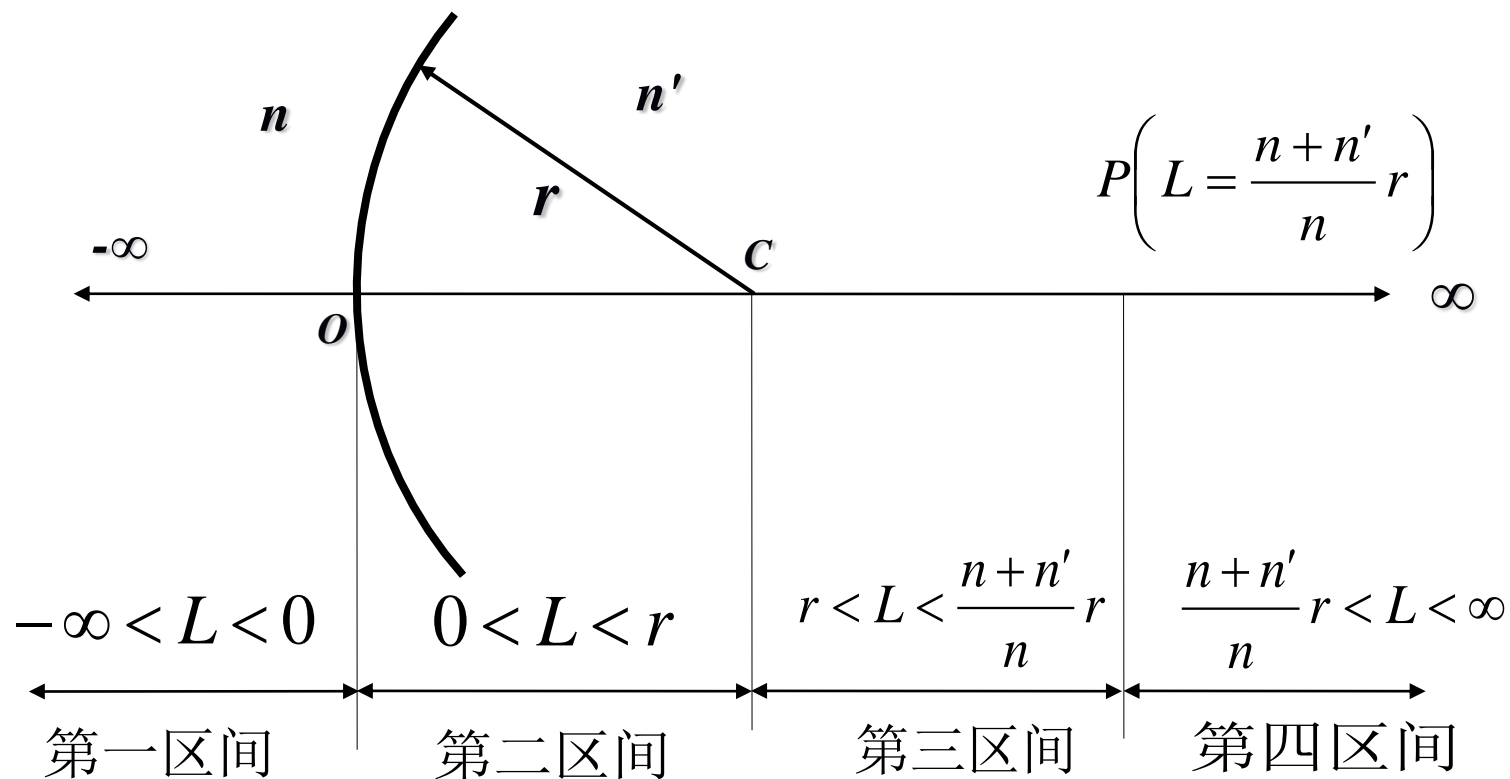
### ❖ 五. 球差正负与物体位置关系

$$S_- = \frac{niL \sin U (\sin I - \sin I') (\sin I' - \sin U)}{\cos \frac{I-U}{2} \cos \frac{I'+U}{2} \cos \frac{I+I'}{2}}$$

1) 当  $r > 0$  时。各个区间中物点的球差正负由  $L \sin U, i, \sin I - \sin I', \sin I' - \sin U$  的符号决定 p104

$$\sin I - \sin I' = \sin I \left( 1 - \frac{n}{n'} \right)$$

$$\begin{aligned} \sin I' - \sin U &= \frac{n}{n'} \frac{L-r}{r} \sin U - \sin U \\ &= \frac{n}{n'} \sin U \left( \frac{L-r}{r} - \frac{n'}{n} \right) \\ &= \frac{n}{n'} \sin U \left( \frac{L}{r} - \frac{n+n'}{n} \right) \end{aligned}$$





## 7.3 单个折射球面的球差

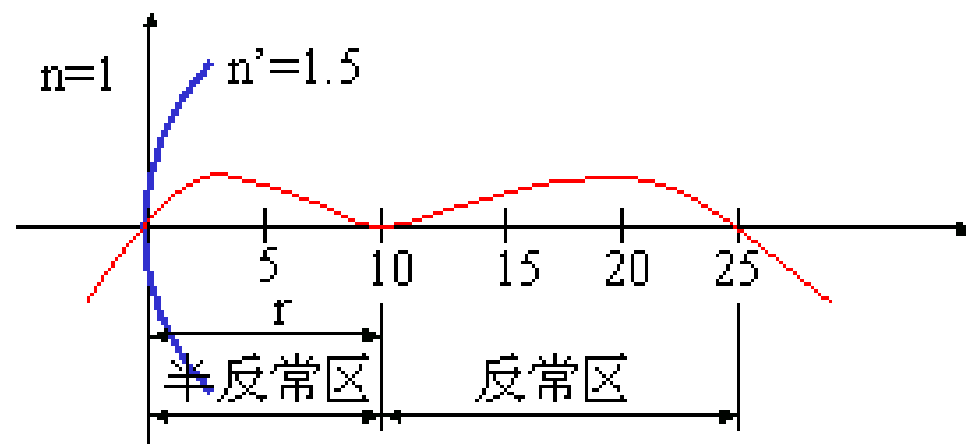
2) 当  $r > 0$ ,  $n' < n$  时。只有  $\sin I - \sin I'$  改变了符号, 只因会聚面变成发散面的原因。

3) 当  $r < 0$  时, 分为以下四个区间: p104

$$-\infty \leq L < \frac{n+n'}{n}r, \frac{n+n'}{n}r < L < r, r < L < 0, 0 < L \leq \infty$$

- 折射面对光束起会聚作用时产生负球差, 起发散作用时产生正球差, 但“反常区”情况相反。
- $r > 0$ ,  $n' > n$  (或  $r < 0$ ,  $n' < n$ ) 的面对光束起会聚作用, 称会聚面;  $r > 0$ ,  $n' < n$  (或  $r < 0$ ,  $n' > n$ ) 的面对光束起发散作用, 称发散面
- 但在半反常区情况相反, 会聚面起发散作用, 发散面起会聚作用
- 总之, 会聚面产生负球差, 发散面产生正球差, 反常区和半反常区相反

$$S_- = \frac{niL \sin U (\sin I - \sin I') (\sin I' - \sin U)}{\cos \frac{I-U}{2} \cos \frac{I'+U}{2} \cos \frac{I+I'}{2}}$$



● 球心到齐明点称反常区

● 顶点到球心称半反常区

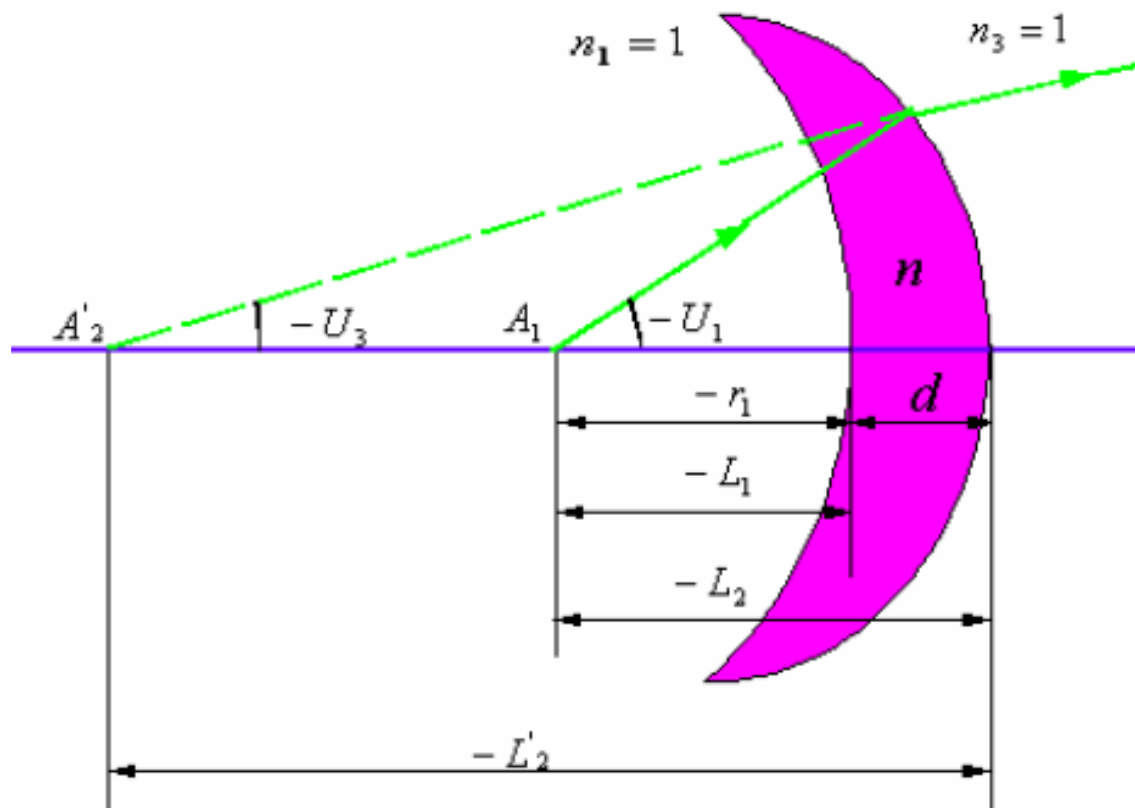


## 7.3 单个折射球面的球差

**例：**设计一齐明透镜，第一面曲率半径为 $r_1 = -95\text{mm}$ ，物点位于第一面曲率中心处，第二个球面满足齐明条件，若该透镜厚度 $d = 3\text{mm}$ ，折射率 $n = 1.5$ ，透镜位于空气中，求

(1) 该透镜第二曲面的曲率半径。

(2) 该透镜的垂直放大率。







## 7.3 单个折射球面的球差

解：物点位于第一个折射面的曲率中心，对该表面有：

$$L_1 = L'_1 = r_1$$

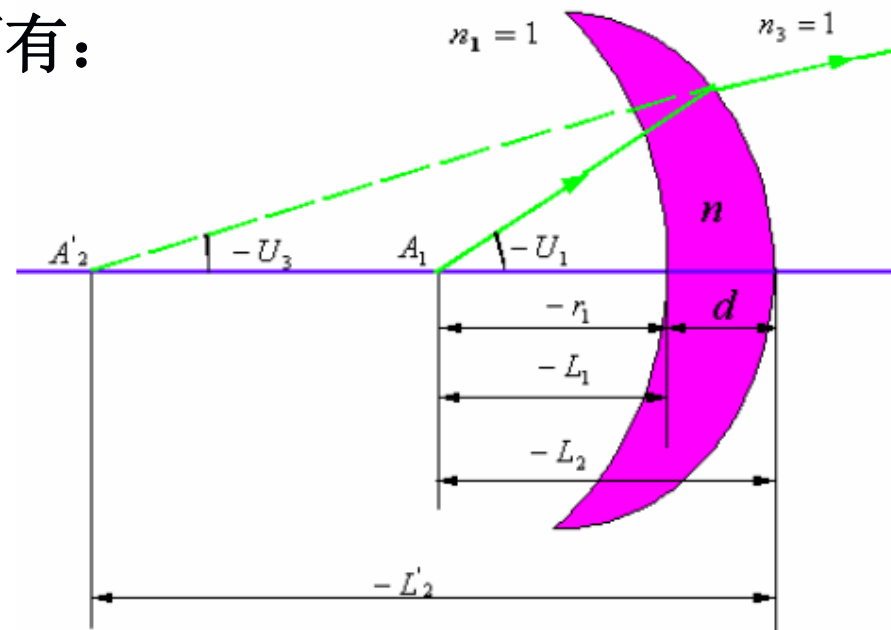
$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{nl'}{n'l} \Rightarrow \beta_1 = \frac{n_1 L'}{n L} = \frac{1}{n}$$

对第二个折射面满足条件  $I=U'$ ，由图知

$$L_2 = L_1 - d = r_1 - d = -95 - 3 = -98\text{mm}$$

$$\because L = \frac{n+n'}{n} r \Rightarrow r_2 = \frac{n_2 L_2}{n_2 + n_3} = \frac{1.5 \times (-98)}{1 + 1.5} = -58.8\text{mm}$$

$$\beta_2 = (n_2/n_3)^2 = n^2 \Rightarrow \beta = \beta_1 \beta_2 = n = 1.5$$





# 第七章 球 差

**球差：**不同倾角的入射光线通过系统后交光轴于不同位置上，相对理想像点的位置偏离，是单色光成像缺陷之一。

## 主要内容

- 7.1 球差定义
- 7.2 球差描述
- 7.3 单个折射球面的球差
- 7.4 初级球差
- 7.5 单透镜的球差
- 7.6 平行平板的球差



## 7.4 初级球差

### 一.球差分布公式

- 当孔径或视场较小时，初级像差接近实际像差；
- 初级像差较为简单，可与系统结构参数相联系，因此常用初级像差理论指导结构的选择，并在设计中利用初级像差引导设计方向。
- 对于整个光学系统而言：

$$n'_k u'_k \sin U'_k \delta L'_k - n_1 u_1 \sin U_1 \delta L_1 = -\frac{1}{2} \sum_1^k (S_-)_k$$

$$\Rightarrow \delta L'_k = \frac{n_1 u_1 \sin U_1}{n'_k u'_k \sin U'_k} \delta L_1 - \frac{1}{2 n'_k u'_k \sin U'_k} \sum_1^k (S_-)_k$$



## 7.4 初级球差

### 一.球差分布公式

$S_-$ 称为**球差分布系数**，其大小表征了该面所产生的球差大小。

$$\delta L'_k = \frac{n_1 u_1 \sin U_1}{n'_k u'_k \sin U'_k} \delta L_1 - \frac{1}{2n'_k u'_k \sin U'_k} \sum_1^k (S_-)_k$$

- 实际物体成像时， $\delta L_1=0$ ,

折射面对光学系统总球差值的贡献量

➡ 
$$\delta L'_k = -\frac{1}{2n'_k u'_k \sin U'_k} \sum_1^k (S_-)_k$$

以上提到的公式称为**Kerber球差分布公式**。



## 7.4 初级球差

### 二. 初级球差

- 球差展开式略去高次项可得到初级球差;
- 孔径较小时, 初级球差接近实际球差;
- 孔径较大时, 初级球差与实际球差的差异即为高级球差。

$$\delta L'_k = \frac{n_1 u_1 \sin U_1}{n'_k u'_k \sin U'_k} \delta L_1 - \frac{1}{2n'_k u'_k \sin U'_k} \sum_1^k (S_-)_k$$

初级球差: 
$$\delta L'_0 = \frac{n_1 u_1^2}{n'^2_k u'^2_k} \delta L_0 - \frac{1}{2n'_k u'^2_k} \sum_1^k (S_I)_k$$

初级球差系数, 也称为第一塞得和数

初级球差分布系数: 
$$S_I = l u n i (i - i') (i' - u)$$



$$S_- = \frac{n i L \sin U (\sin I - \sin I') (\sin I' - \sin U)}{\cos \frac{I - U}{2} \cos \frac{I' + U}{2} \cos \frac{I + I'}{2}}$$



## 第七章 球 差

**球差：**不同倾角的入射光线通过系统后交光轴于不同位置上，相对理想像点的位置偏离，是单色光成像缺陷之一。

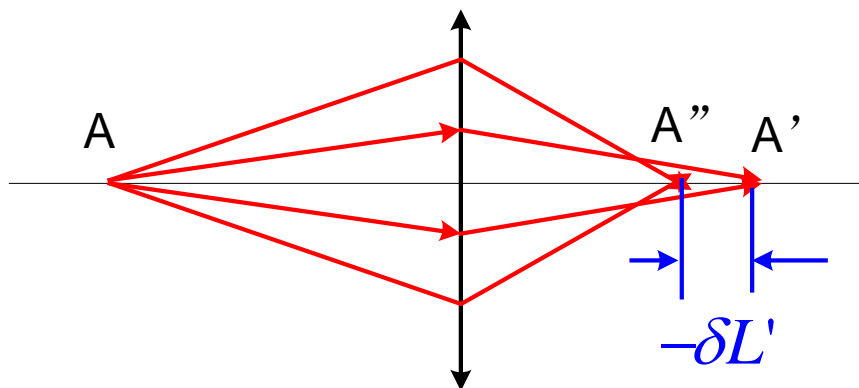
### 主要内容

- 7.1 球差定义
- 7.2 球差描述
- 7.3 单个折射球面的球差
- 7.4 初级球差
- 7.5 单透镜的球差
- 7.6 平行平板的球差

## 7.5 单透镜的球差

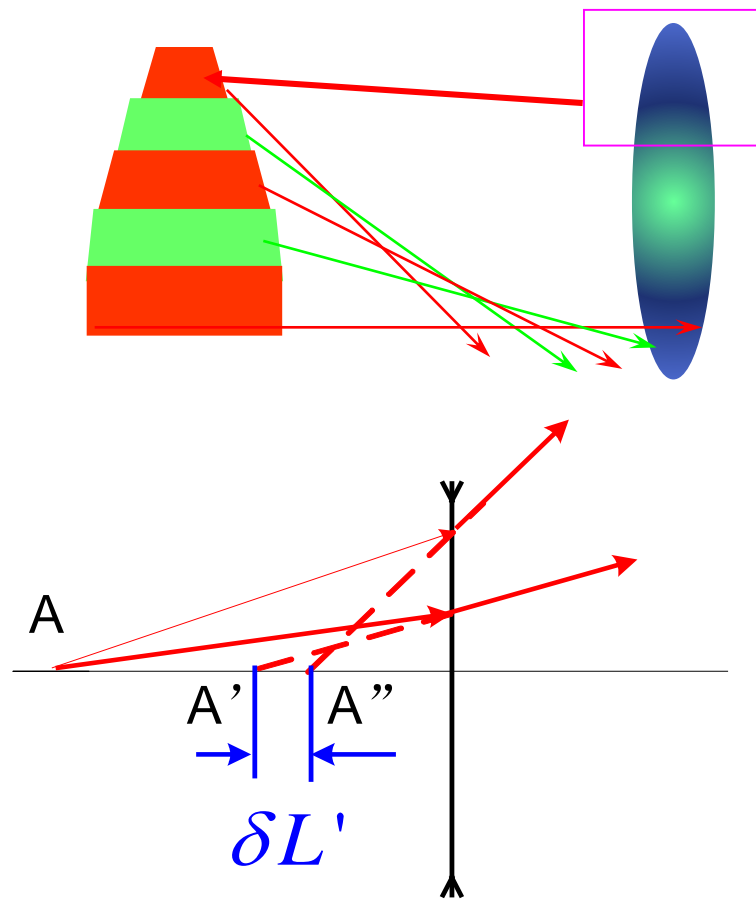
### 一. 单透镜的球差特征

- 单正透镜和负透镜可分别看作由无数个不同楔角的光楔组成；
- 对于单正透镜，边缘光线的偏向角比靠近光轴光线的偏向角大，也就是，边缘光线的像方截距比近轴光线的像方截距小；



- 根据球差定义，单正透镜产生负球差；
- 称为球差校正不足或欠校正。

● 单透镜不可能消球差。

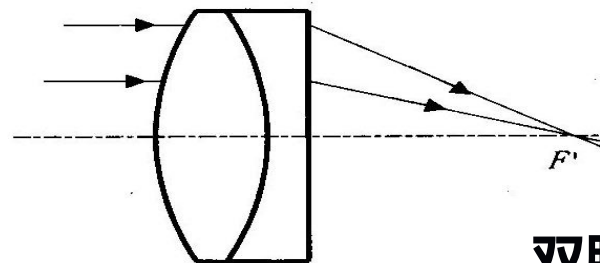


- 对于单负透镜，边缘光线的偏向角比近轴光线的偏向角大，但方向与单正透镜相反，则单负透镜产生正球差；
- 球差校正过头或过校正。

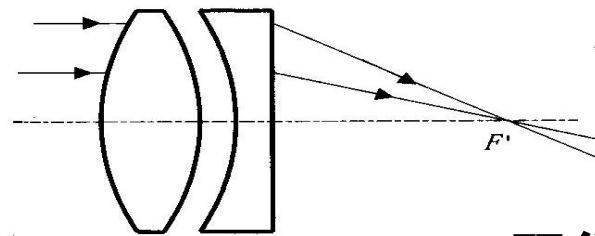


## 二. 球差校正

- 如果将正负透镜组合起来，能否校正球差呢？



双胶合光组



双分离光组

- ◆ **光学系统校正球差方法：**初级球差与高级球差相互补偿或者抵消；
- ◆ **光学系统设计：**改变结构参数控制初级球差，使之与二级球差获得平衡，从而获得球差校正。
- ◆ **大孔径要求结构更复杂：**当孔径增大时，光学系统二级球差与初级球差迅速增大，带光的剩余球差亦随之增大。故系统相对孔径不能任意增大，孔径愈大，为消球差所需的结构愈复杂。



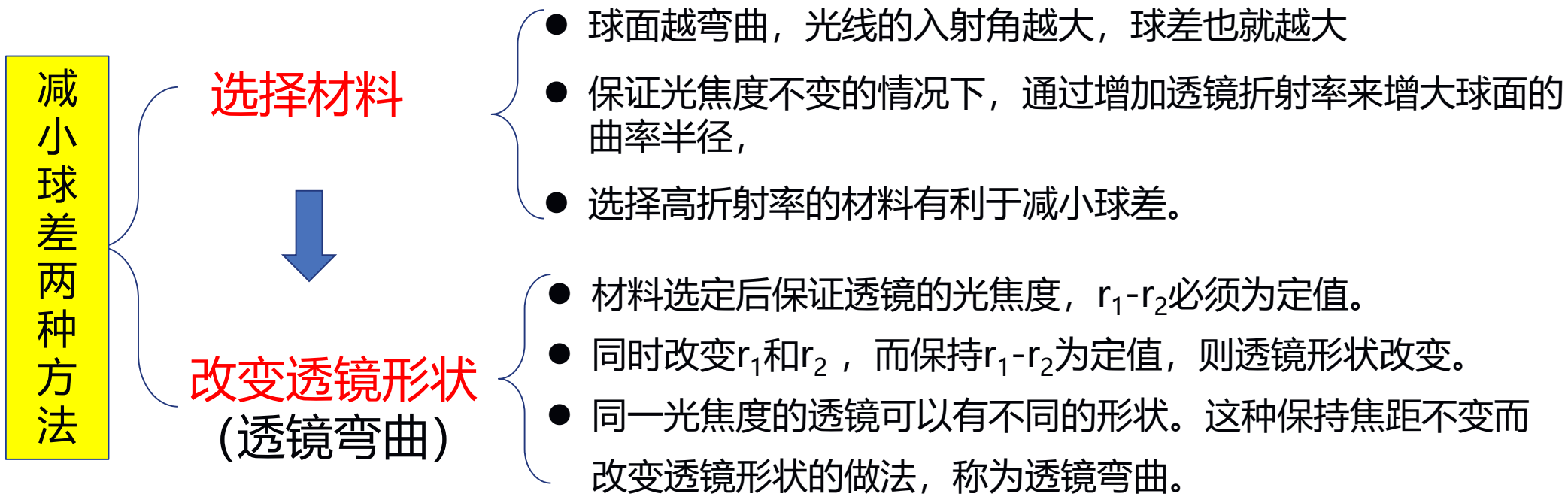
## 7.5 单透镜的球差

### 二. 球差校正

- 单片薄透镜的光焦度为： $\Phi = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (n - 1)(\rho_1 - \rho_2)$



- 透镜的光焦度是由成像要求决定的，当确定了透镜的光焦度后，透镜的材料和曲率半径都是可以选择的。（p125）

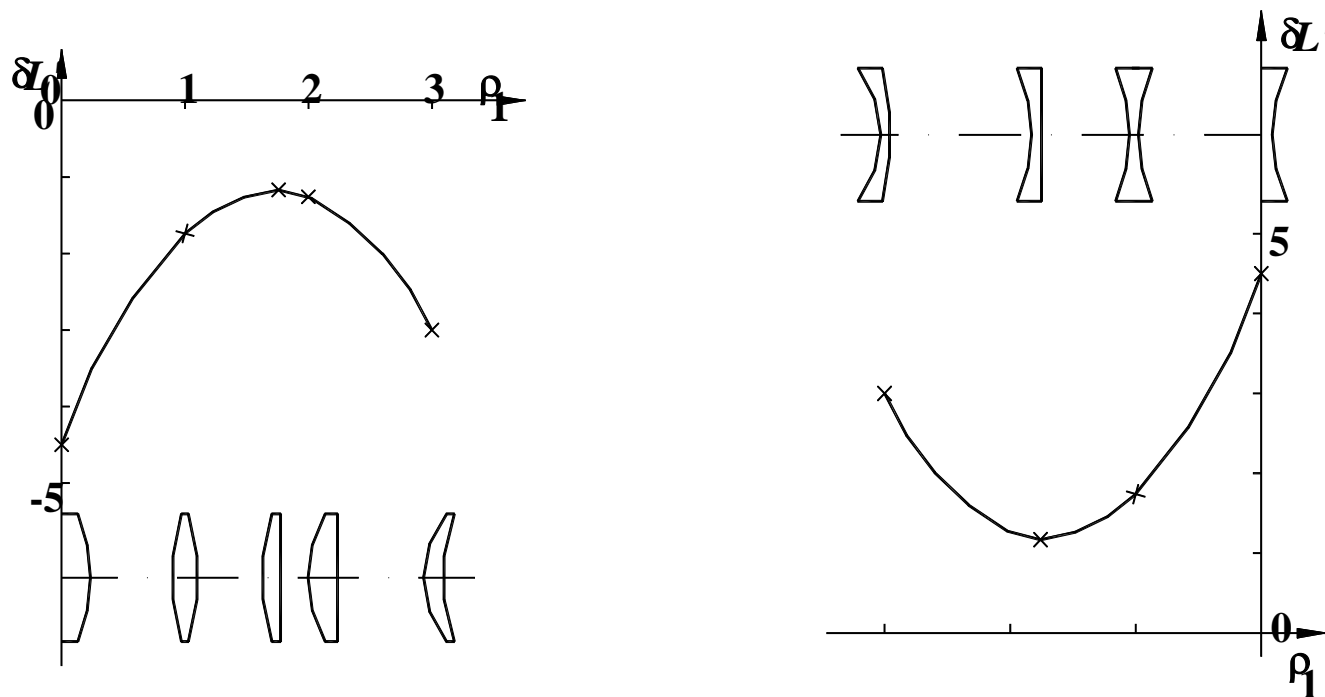




## 7.5 单透镜的球差

### 二. 球差校正

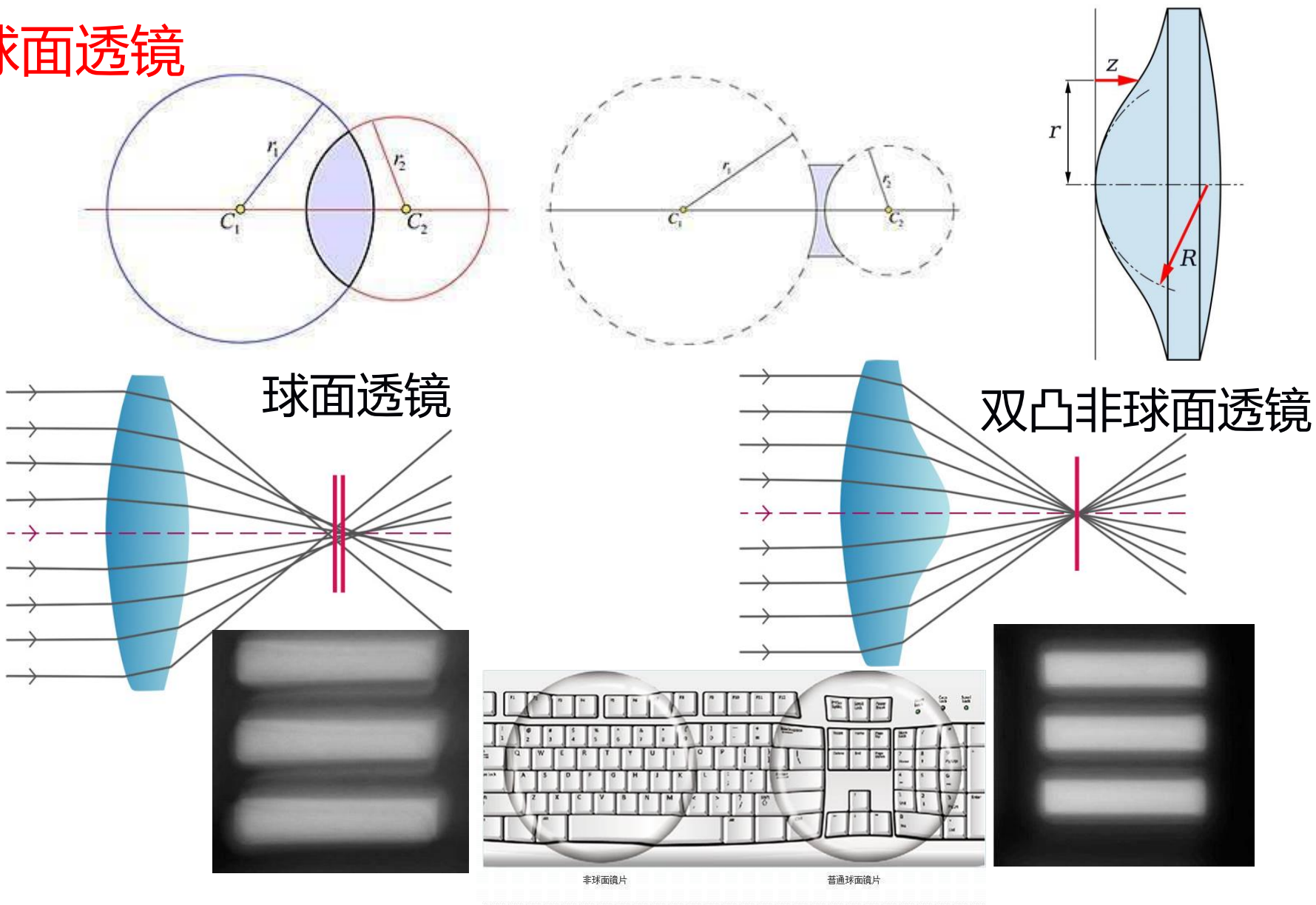
以物体在无穷远为例给出了透镜不同形状下的球差变化曲线。可以看出，无论是正透镜还是负透镜，都存在一个最小球差的形状，称为透镜最优形式。



球差随透镜形状而变的曲线

# 7.5 单透镜的球差

## 三. 非球面透镜

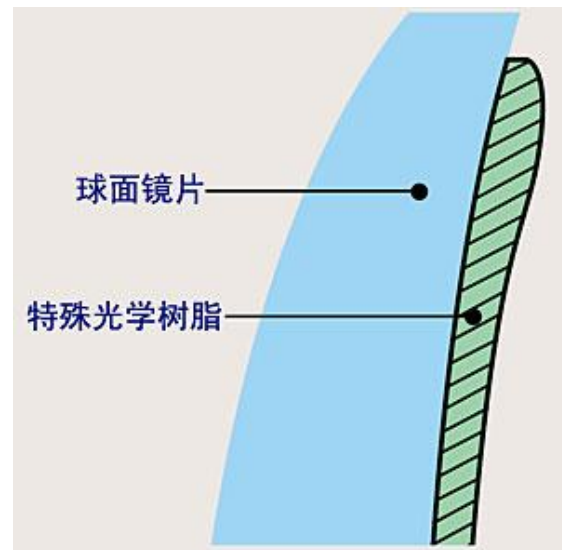


## 7.5 单透镜的球差

### 三. 非球面透镜

目前主要有三种制造非球面镜片的方法：

- **研磨非球面镜片：**在整块玻璃上直接研磨，成本相对较高；
- **模压非球面镜片：**采用金属铸模技术将融化的光学玻璃/光学树脂直接压制而成，成本相对较低；
- **复合非球面镜片：**在研磨成球面的玻璃镜片表面上覆盖一层特殊的光学树脂，然后将光学树脂部分研磨成非球面。这种制造工艺的成本界于上述两种工艺之间。



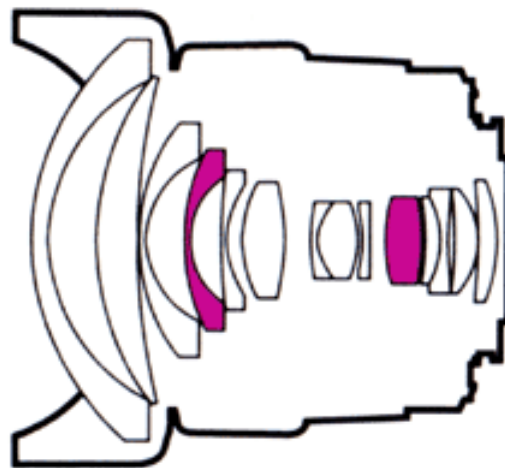
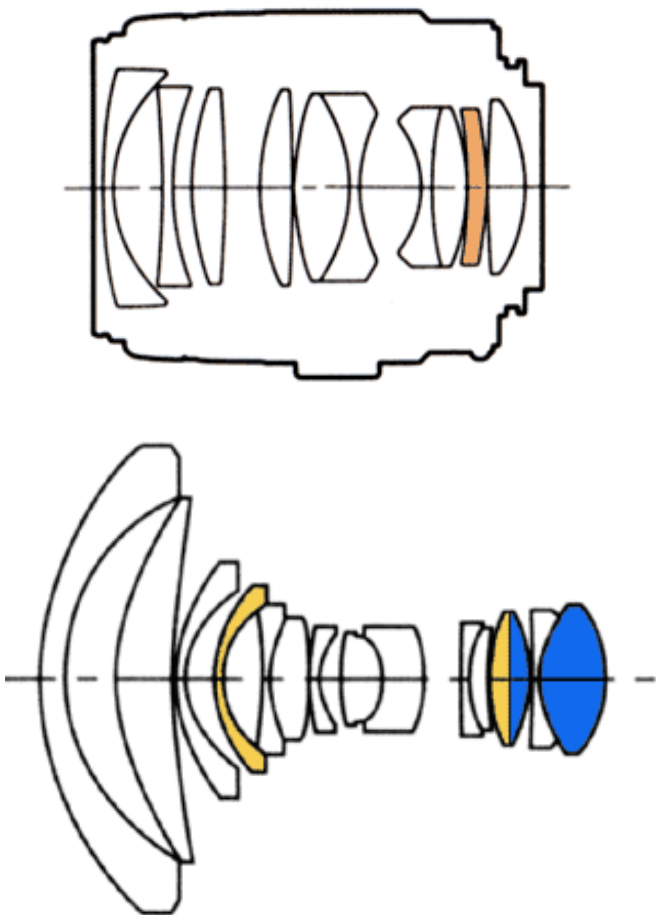


## 7.5 单透镜的球差

### 三. 非球面透镜

非球面透镜广泛应用于广角镜头中

佳能EF 50mm f/1.2L USM的光学结构是6组8枚镜片，其中包括1枚非球面镜片。





## 7.5 单透镜的球差

---

### 四. 薄透镜的初级球差

自学, p125





# 第七章 球 差

**球差：**不同倾角的入射光线通过系统后交光轴于不同位置上，相对理想像点的位置偏离，是单色光成像缺陷之一。

## 主要内容

- 7.1 球差定义
- 7.2 球差描述
- 7.3 单个折射球面的球差
- 7.4 初级球差
- 7.5 单透镜的球差
- 7.6 平行平板的球差



## 7.6 平行平板的球差

复习

### 一. 平行平板成像

第一面应用物像关系：

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = 0$$

$$l = l_1, l' = l'_1, n = 1, n' = n \Rightarrow \frac{n}{l'_1} - \frac{1}{l_1} = 0 \Rightarrow l'_1 = nl_1$$

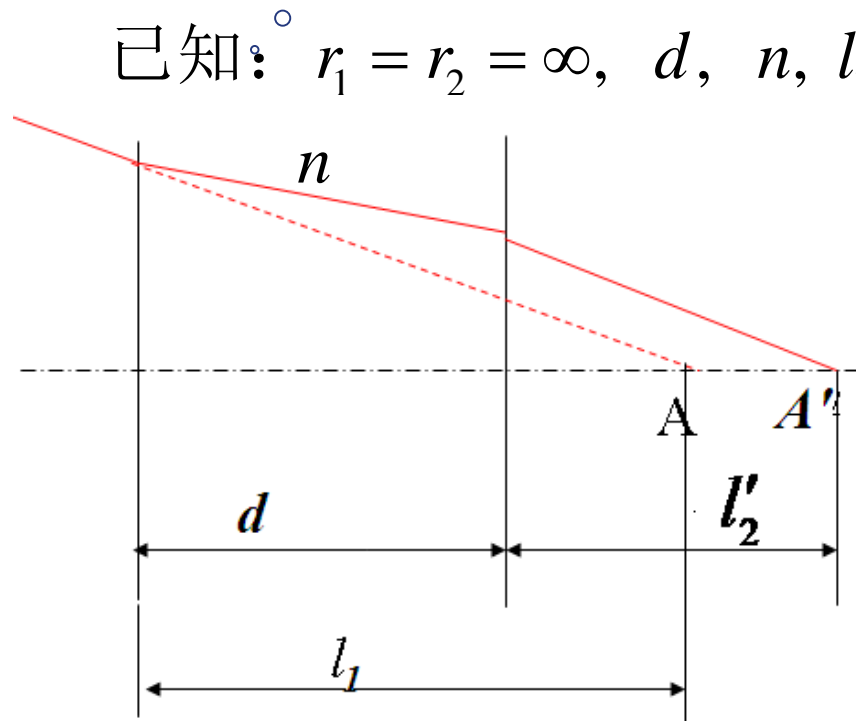
第二面：  $l_2 = l'_1 - d = nl_1 - d$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = 0 \Rightarrow l'_2 = \frac{nl_1 - d}{n} = l_1 - \frac{d}{n}$$

$$n = n, n' = 1, \Rightarrow \frac{1}{l'_2} - \frac{n}{nl_1 - d} = 0$$

$$AA' = l'_2 + d - l_1 = d - \frac{d}{n} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)d$$

像面移动量





## 7.6 平行平板的球差

复习

### 一、平行平板成像

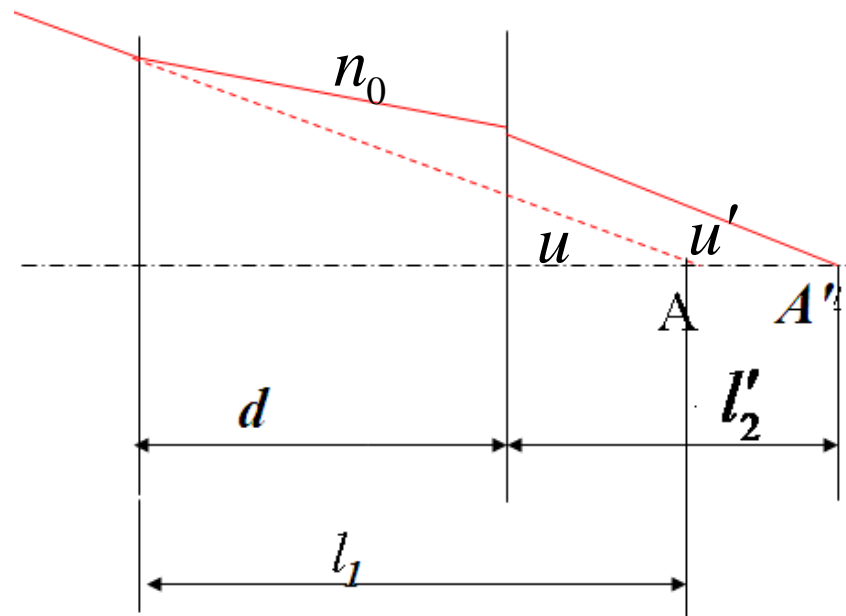
光线通过平行平板时，入射光线与出射光线永远平行。

$$u_1 = u'_2 \quad \gamma = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = \frac{u'_2}{u_1} = 1$$

$$\text{空气中 } \beta = \frac{1}{\gamma} = 1 \quad \alpha = \beta^2 = 1$$

**结论：**平行玻璃板不改变像的大小，只使像面发生位移，移动量为：

已知：  $r_1 = r_2 = \infty$ ,  $d$ ,  $n_0$ ,  $l_1$



$$\left(1 - \frac{1}{n_0}\right) d$$



## 7.6 平行平板的球差

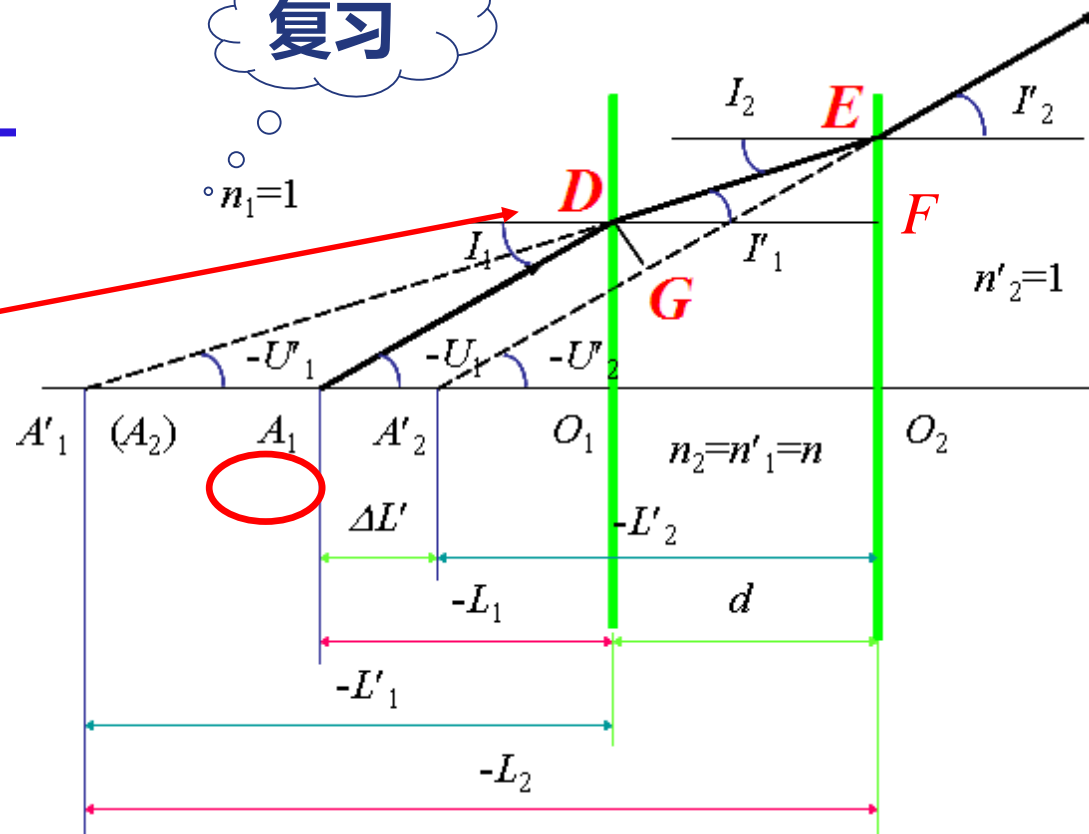
### 二. 非近轴成像

#### 1. 侧向位移 $\Delta T'$

在 $\triangle DEG$ 和 $\triangle DEF$ 中,  $DE$ 为公用边

$$\begin{aligned}
 \Delta T' &= \overline{DG} = \overline{DE} \sin \angle DEG \\
 &= \overline{DE} \sin(I_1 - I'_1) = \frac{\overline{DF}}{\cos I'_1} \sin(I_1 - I'_1) \\
 &= \frac{d}{\cos I'_1} \sin(I_1 - I'_1) \\
 &= d \sin I_1 \left( 1 - \frac{\cos I_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 I_1}} \right)
 \end{aligned}$$

复习



近轴条件

$$\Delta t' = d \left( 1 - \frac{1}{n} \right) i_1$$

- 线性关系, 小角度转动平板可以作为补偿或者测试的手段。



## 7.6 平行平板的球差

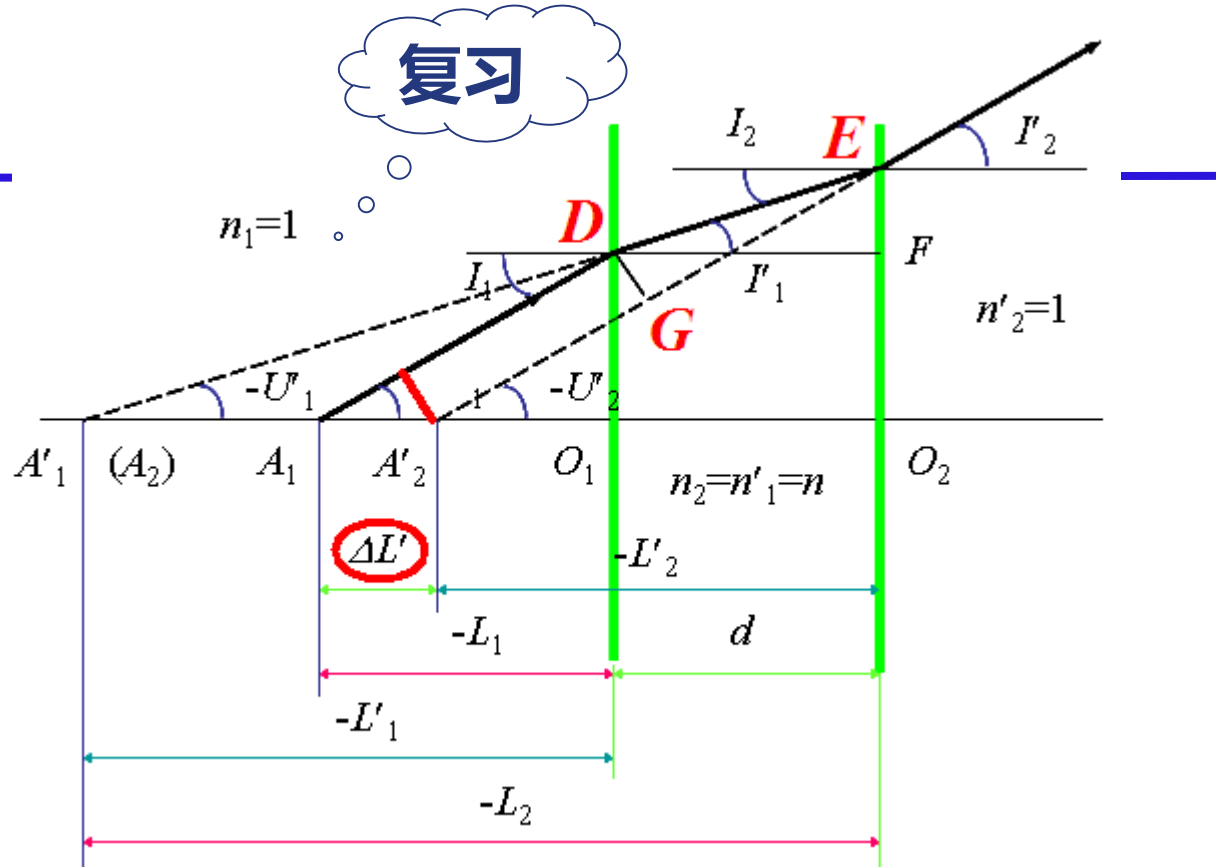
### 二. 非近轴成像

#### 2. 轴向位移 $\Delta L'$

$$\Delta L' = \frac{DG}{\sin I_1} = d \left( 1 - \frac{\cos I_1}{n \cos I'_1} \right)$$

$$= d \left( 1 - \frac{\cos I_1}{\sin I_1} \frac{\sin I'_1}{\cos I'_1} \right)$$

$$= d \left( 1 - \frac{\tan I'_1}{\tan I_1} \right)$$



近轴条件

$$\Delta l' = d \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$

Notes: 轴向位移 $\Delta L'$ 随入射角 $I_1$  (即孔径角 $U_1$ ) 的不同而不同, 即轴上点发出不同孔径的光线经平行平板后与光轴的交点不同, 亦即同心光束经平行平板后变成了非同心光束。因此, 平行平板不能成完善像。



## 7.6 平行平板的球差

### 三. 平行平板的球差

平行平板的球差就是实际光线与近轴光线的轴向位移量之差。

$$\Delta L' = \frac{DG}{\sin I_1} = d \left( 1 - \frac{\cos I_1}{n \cos I_1'} \right) \xrightarrow{\text{近轴条件}} \Delta l' = d \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$

$$\text{精确球差: } \delta L' = d \left( 1 - \frac{\cos I_1}{n \cos I_1'} \right) - d \left( 1 - \frac{1}{n} \right) = \left( 1 - \frac{\cos I_1}{\cos I_1'} \right) \frac{d}{n}$$

入射角 $I_1$ 即为孔径角 $U_1$ 。



## 7.6 平行平板的球差

### 三. 平行平板的球差

根据初级球差公式，可以得到平行平板的初级球差。

初级球差: 
$$\delta L'_0 = -\frac{1}{2n'_2 u_2'^2} \sum_1^2 (S_I)_k$$

$$n_1 = n'_1 = 1, \quad n'_1 = n_2 = n,$$

$$i_1 = i'_1 = -u_1, \quad i'_1 = i_2 = -u_2,$$

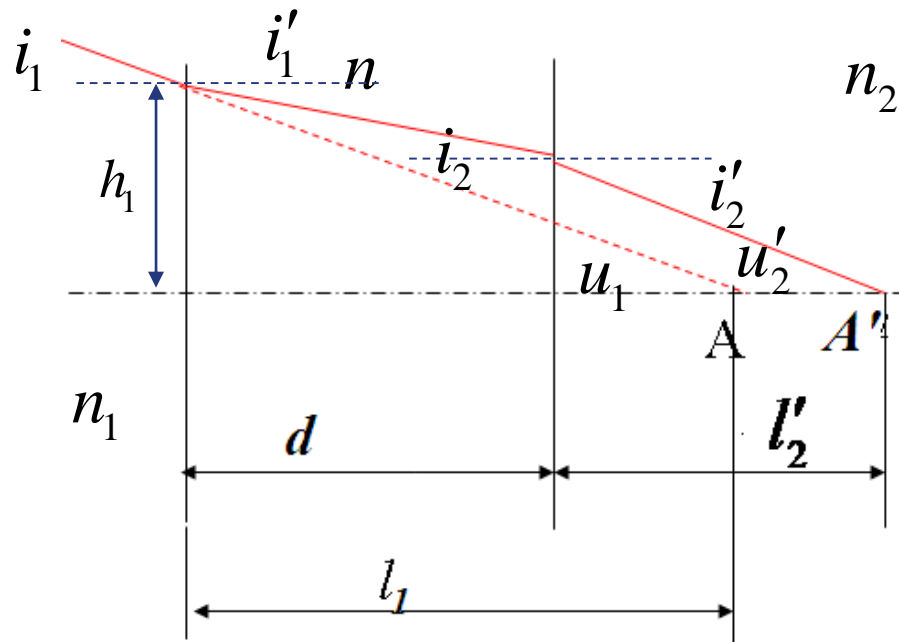
$$S_I = l u n i (i - i') (i' - u)$$

进一步:

$$\sum_1^2 S_I = l_1 u_1 n_1 i_1 (i_1 - i'_1) (i'_1 - u_1) + l_2 u_2 n_2 i_2 (i_2 - i'_2) (i'_2 - u_2)$$

$$= h_1 i_1 \left( i_1 - \frac{i'_1}{n} \right) \left( \frac{i'_1}{n} + i_1 \right) + h_2 i'_2 \left( \frac{i'_2}{n} - i'_2 \right) \left( i'_2 + \frac{i'_2}{n} \right)$$

$$= h_1 i_1^3 \left( \frac{n^2 - 1}{n^2} \right) - h_2 i_2'^3 \left( \frac{n^2 - 1}{n^2} \right) = u_1^3 \frac{1 - n^2}{n^2} (h_1 - h_2) = du_1^4 \frac{1 - n^2}{n^3}$$





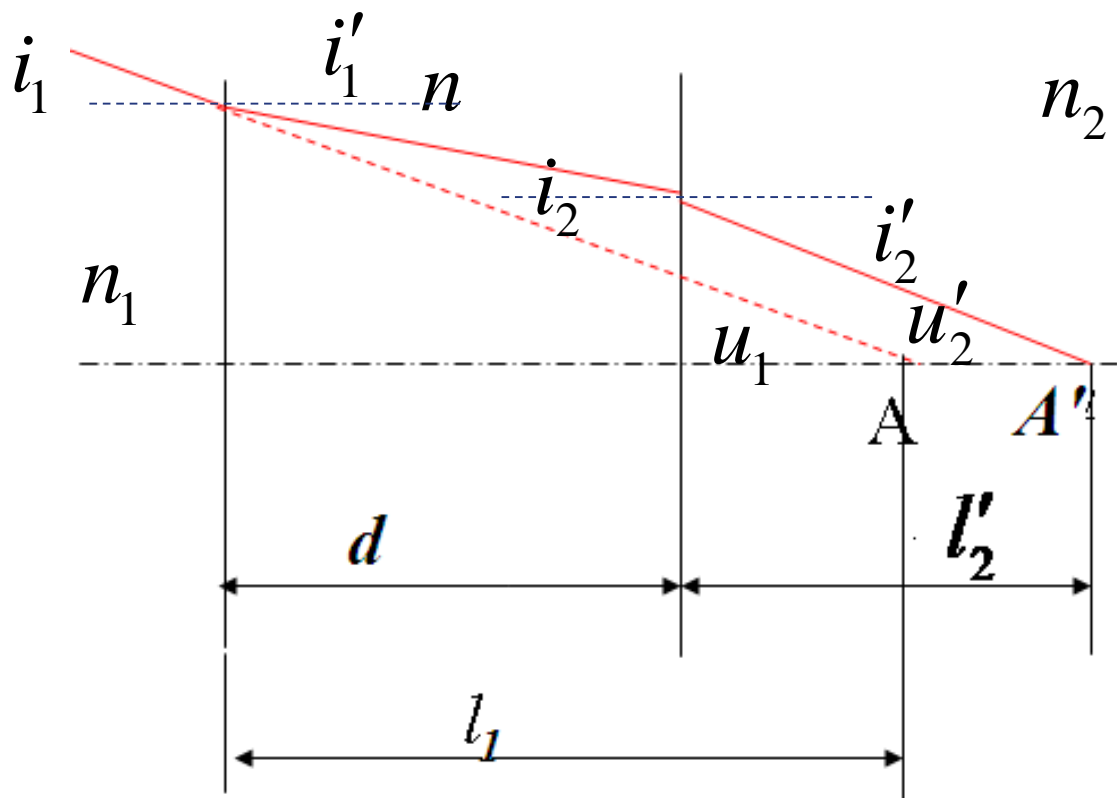


## 7.6 平行平板的球差

### 三. 平行平板的球差

平行平板的初级球差表示式为：

$$\begin{aligned}\delta L'_p &= -\frac{1}{2n'_2u'^2_2} \sum S_{Ip} \\ &= \frac{n^2 - 1}{2n^3} du_1^2\end{aligned}$$



平行平板恒产生正球差，其大小随着**平板厚度和入射光束孔径角**的增大而增大，平行平板只有平行光束入射的时候才不会产生球差。



## 7.6 平行平板的球差

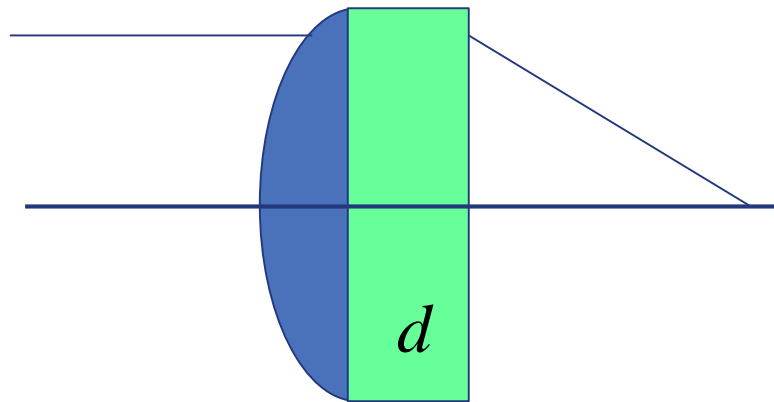
**例：**单正透镜恒产生负球差，而平行平板恒产生正球差。有一折射率为1.686的单透镜，它对无穷远物体成像时的最小球差形状，正好是凸面朝向物体时的平凸形状。据理回答在其后面加上尽可能厚的平行平板，能否以其正球差抵消了透镜的负球差？

$$\delta L'_0 = -\frac{1}{8} \frac{h^2}{f'} \frac{n(4n-1)}{(n-1)^2(n+2)}$$

$$\delta L'_{p0} = \frac{n^2-1}{2n^3} du_1^2 = \frac{n^2-1}{2n^3} d \left( \frac{h}{f'} \right)^2 = -\delta L'_0$$

$$\frac{n^2-1}{2n^3} d \left( \frac{h}{f'} \right)^2 = \frac{1}{8} \frac{h^2}{f'} \frac{n(4n-1)}{(n-1)^2(n+2)} \quad \longrightarrow \quad d \approx 3.63 f' > n f'$$

若能抵消，必须  $f' + (1 - \frac{1}{n})d \geq d$ ，即  $d \leq n f' \therefore$  不能校





## 第七章 球 差

**球差：**不同倾角的入射光线通过系统后交光轴于不同位置上，相对理想像点的位置偏离，是单色光成像缺陷之一。

### 主要内容

- 7.1 球差定义
- 7.2 球差描述
- 7.3 单个折射球面的球差
- 7.4 初级球差
- 7.5 单透镜的球差
- 7.6 平行平板的球差



# 第七章 球 差

## 球差定义

- 球差
- 垂轴球差
- 球差影响

## 球差描述

- 球差描述
- 球差校正

## 单个球面的球差

- 物像关系一般形式
- 不晕点或齐明点
- 齐明透镜
- 单个折射球面像差

## 第七章 球差

## 平行平板的球差

- 近轴成像
- 非近轴成像
- 平行平板的球差

## 单透镜的球差

- 球差特征
- 球差校正
- 非球面透镜

## 初级球差

- 球差分布公式
- 初级球差