作业

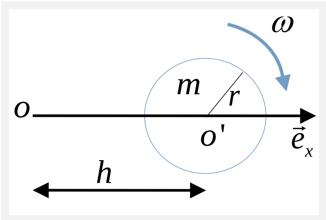
（1-1）已知一质点运动，径向和横向的速度分别是 λr 和 $\mu\theta$，（λ 和 μ 是常数），求质点的加速度 $\vec{a}$。

（1-2）一质点沿心脏线 $r=k(1+\cos\theta)$ 以恒定速率 v 运动，求出质点的速度和加速度。

（1-3）将一质点 m 以初速度 v_0 与水平线成 α 角度抛出，此质点受到的空气阻力是其速率的 mk 倍，$k>0$ 为常数，证明当质点的速度方向又与水平线成 α 角时，所需的时间为：$t=\frac{1}{k}\ln\left(1+\frac{2v_0 k\sin\alpha}{g}\right)$。

（1-4）一质点在势能函数为 $V(x)=V_0(\frac{a}{x}+\frac{x}{a})$ 的力场中的 $x>0$ 的区域内运动，此时 $V_0 a>0$，求出稳定平衡点的位置，并求出在这些点附近做微振动的频率。

（1-5）质量为 m 的圆柱体以匀角速度 ω 绕对称轴 o' 转动，对称轴 o' 与坐标原点 o 距离为 h，分别用两种方法求出圆柱体相对于原点 o 的角动量，（根据定义直接计算、利用角动量变换

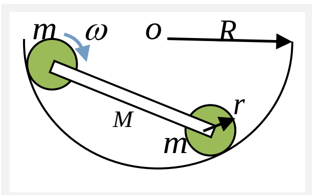


关系）。

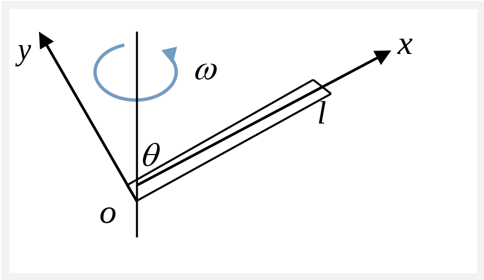
（1-6）在半径为 R 的大圆槽里有两个半径为 r、质量为 m 的相同圆柱，它们的转轴以长为 l、质量为 M 的刚性杆连接，$l<2(R-r)$，圆柱体以 ω 的角速度作纯滚动，已知圆柱体的绕轴转动惯量为 I_m，刚性杆中心转动惯量为 I_M，求：

（a）系统质心速度；

（b）圆柱体和刚性杆的动量、角动量、动能；



（1-7）质量为 m 长为 l 的细长杆，绕通过杆端点 o 的铅直轴以角速度 ω 转动，杆与转轴间的夹角 θ 保持恒定，求杆对于端点 o 的角动量。



陈书（3.11）
陈书（3.14）
陈书（3.15）
陈书（3.16）
陈（2.4）
陈（2.8）
陈（2.11）
陈（2.13）
陈（2.14）
陈（2.16）

（4-1）(a) 写出质量为m，摆绳长为l的单摆的拉格朗日量和拉格朗日方程；

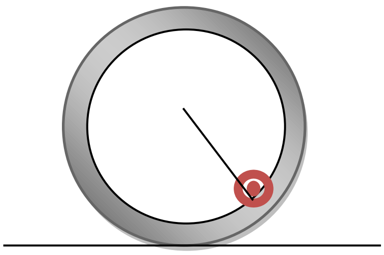
(b) 写出质量为m，摆绳长l按既定规律$l(t)$变化的单摆的拉格朗日量和拉格朗日方程；

(c) 写出质量为m，摆绳长为l，悬点o可沿水平方向自由滑动的单摆的拉格朗日量和拉格朗日方程；

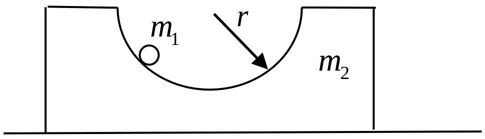
（4-2）开口向上的抛物线$z = x^2$以恒定角速度ω绕其对称轴旋转，一质量为m的小环套在线上滑动，求小环的运动方程。

（4-3）一质点在重力作用下沿竖直平面内的已知曲线中运动，曲线的参数方程为$x = x(s)$，$y = y(s)$，写出拉氏方程。

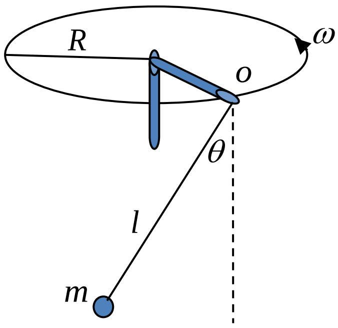
（4-4）质量为M、半径为R的圆环放在水平面上作纯滚动，圆环边缘上附加一质量为m的质点，求拉氏方程。



（4-5）质量为m_1的小球在质量为m_2的具有光滑圆弧线（半径为r）的物块内滑动，而物块放在光滑水平面上，求运动方程。

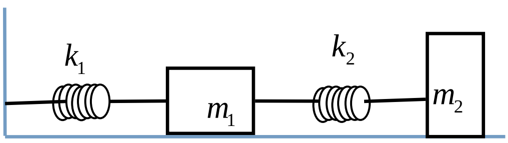


（4-6）如图所示，在竖直杆的支撑下长为R的悬臂（径向轴）以恒定角速度ω绕圆心运动，在臂端o放置一质量为m、摆长为l的单摆，称为平面摆，记θ为摆与竖直下方的夹角，求此摆的运动方程。

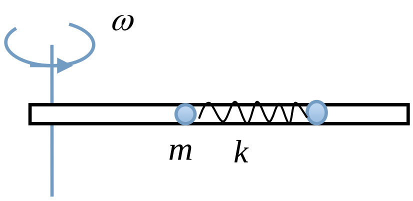


（4-7）假设自由落体运动有一可能的运动形式：$\tilde{y}=\frac{1}{2}gt^2+\varepsilon\sin\omega t$，$(\varepsilon \ll 1)$，求在时间$\tau$内（落体）系统的作用量，并与真实运动的作用量比较其大小。

（4-8）两弹簧的弹性系数分别为k_1和k_2，两振子的质量分别为m_1和m_2，用哈密顿正则方程求出系统的运动方程。



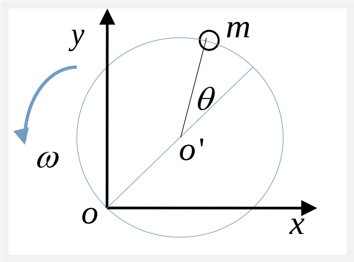
（4-9）质量均为m的两个相同小球之间用弹簧k连接，放在光滑的管内，管子以匀角速度ω绕垂直轴转动，用哈密顿正则方程求出系统的运动方程。



（4-10）写出球坐标下质点运动的哈密顿正则方程，已知势能为$V(r)$，坐标变换为：

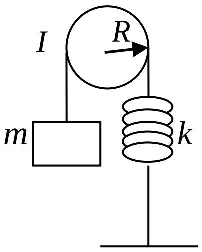
$$\begin{cases} x=r\sin\theta\cos\varphi \\ y=r\sin\theta\sin\varphi \\ z=r\cos\theta \end{cases}$$

（4-11）质量为m的小环套在半径为a的光滑圆环上，并沿着圆环滑动，现圆环在水平面上以匀角速度ω绕环上一点转动，用哈密顿正则方程求出系统的运动方程。

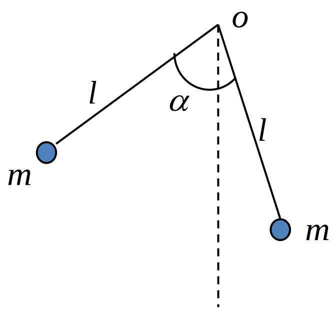


（4-12）分别画出一维谐振子在小阻尼、过阻尼和临界阻尼情况下的相图。

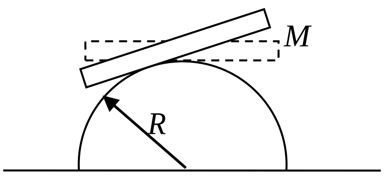
（5-1）设滑轮转动惯量为I，半径为R，绳子一端悬一重物m，另一端连接一弹簧k，求系统作微振动的周期



（5-2）一条无质量的刚性杆在中点o被弯折成两段夹角为α、长度均为l的折杆，折杆的端点都系着质量为m的质点，折杆中点o被一垂线支撑，使得可以在系统所在的垂直平面内作小幅摆动，求系统的微振动周期。

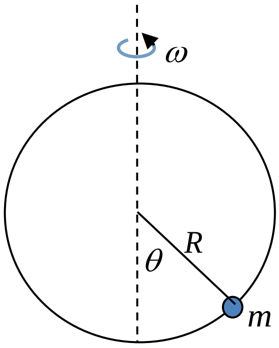


（5-3）一根长为l，质量为M的均匀棒（绕质心的转动惯量为I_c），放在半径为R的粗糙半圆柱上，试确定系统的微振动频率。



（5-4）一根长为l，质量为M的均匀棒（绕质心的转动惯量为I_c），两端用两个弹簧（弹性系数均为k）支承起来，试确定系统振动的简正模式和简正频率。

（5-5）半径为 R 的光滑圆环上穿有一质量为 m 的小球，圆环以恒定角速度 ω 绕其铅直的直径转动，若满足条件 $\omega^2 > g/R$，求在平衡点角度 $\theta = \arccos\left(\frac{g}{R\omega^2}\right)$ 附近作微振动的频率。



（5-6）证明以下变换是正则变换:

1) $Q = \ln\left(\frac{1}{q}\sin p\right)$、$\Gamma = qctgp$

2) $Q = \lg\left(1+\sqrt{q}\cos p\right)$、$\Gamma = 2\left(1+\sqrt{q}\cos p\right)\sqrt{q}\sin p$