光波的叠加 I

- 光学研究的内容包括：
  - 光的产生（**Production**）光源、激光、同步辐射
  - 光的传播（**Propagation**）
    - 各向同性介质 传播规律，特别是干涉、衍射、偏振
    - 各向异性介质 双折射、旋光
  - 光与物质的相互作用（**Interaction**）
    - 散射、吸收、光电效应、光化学效应

几何光学

波动光学

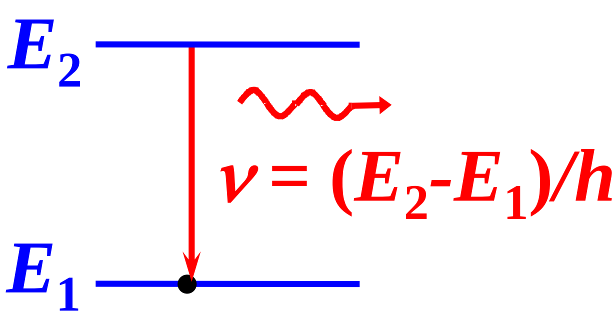
量子光学

光源的发光特性

光源的最基本的发光单元是分子、原子。

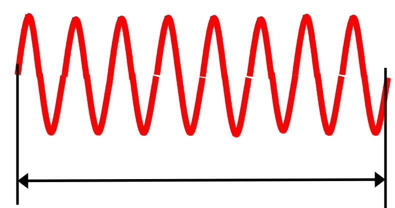
- 普通光源

自发辐射跃迁



发光时间 $t \approx 10^{-8}$s

波列 ⟶



波列长 $L = t\,c$

普通光源 每个原子发光是间隙式的;

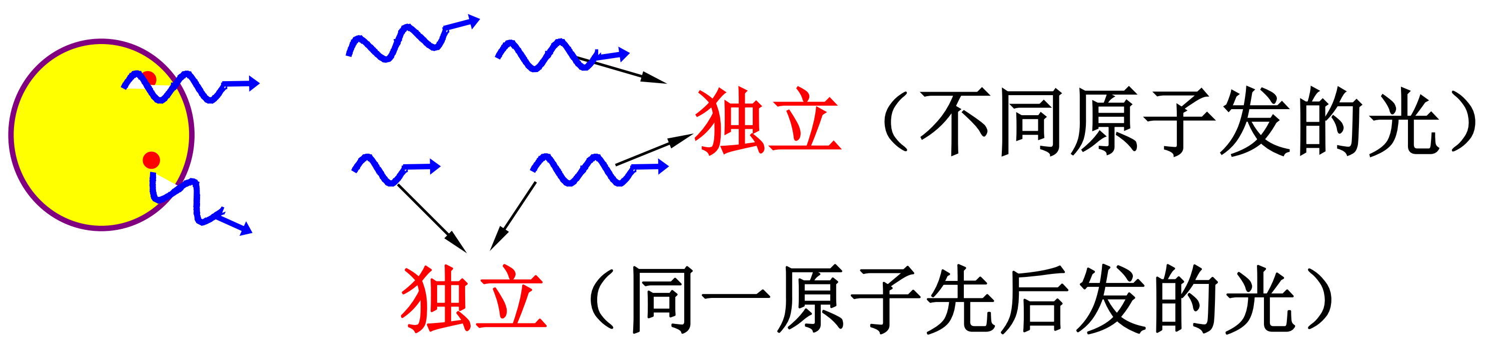
普通光源 各个原子的发光是完全独立的，互不相关：

它们何时发光完全是不确定的;

发光频率,光的振动方向,光波的初位相

以及光波的传播方向等都可能不同;

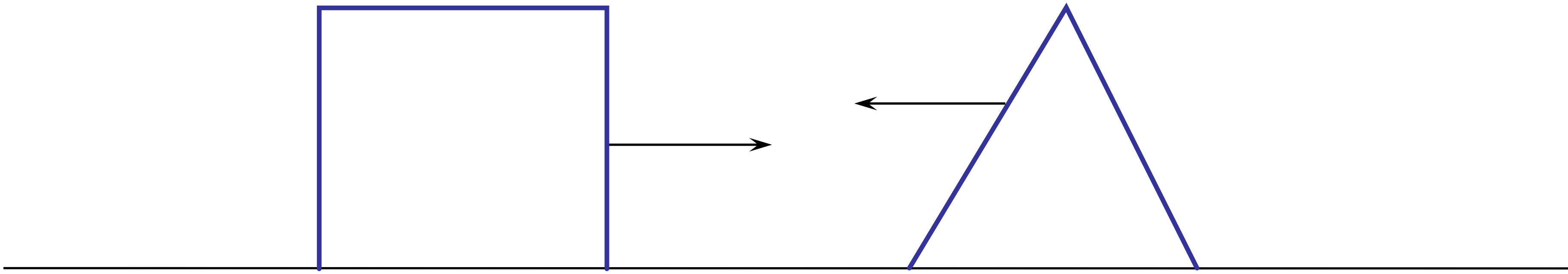
普通光源 的不同原子发的光不可能 产生干涉现象。



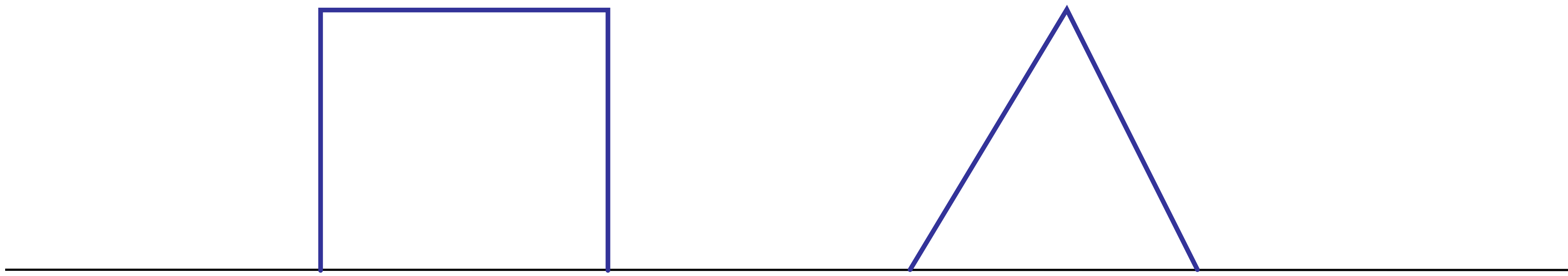
例如:普通灯泡发的光; 火焰; 电弧; 太阳光等等。

§1 光波的叠加

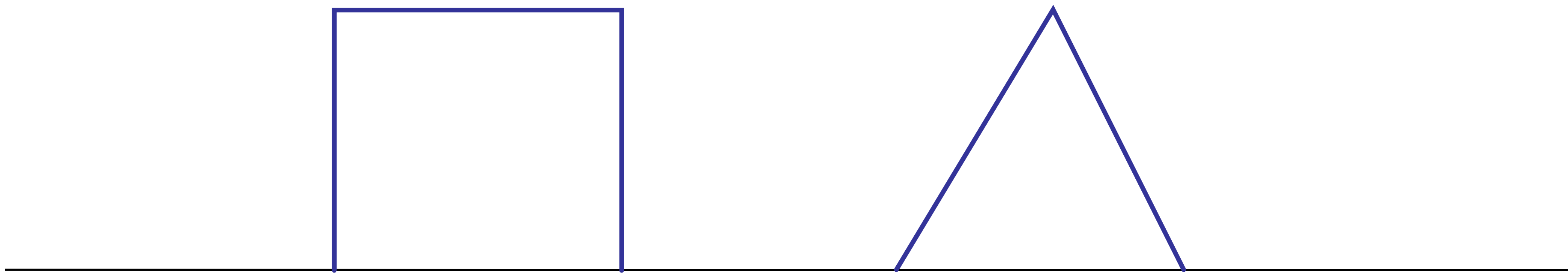
- 1. **叠加原理**
  - 简谐波在空间自由传播时，空间各点都将引起振动。当两列波在同一空间传播时，空间各点必然同时参与每列波在该点的振动。由于光传播的独立传播原理，在叠加区各点的总的振动就是各光波单独存在时光振动之合成。这就是光波的**叠加原理**。
  - 由于光波是矢量波，因此叠加应该是**矢量叠加**，化为标量时，应理解为同一方向的分量合成。



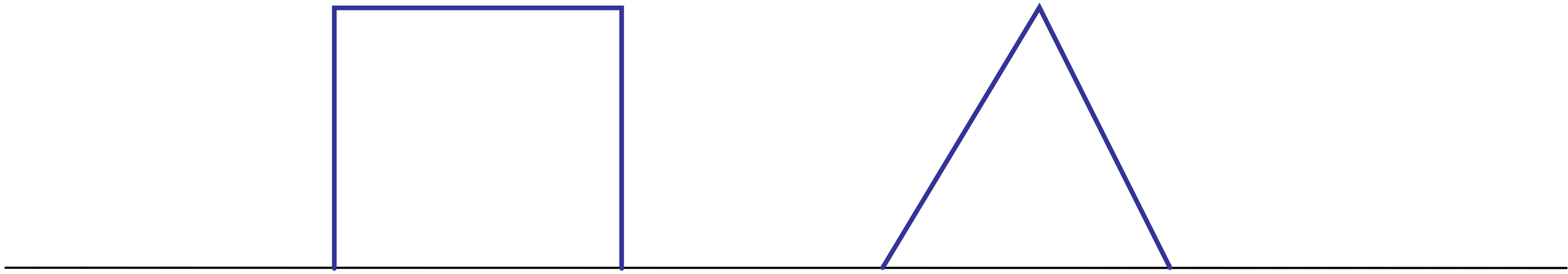
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



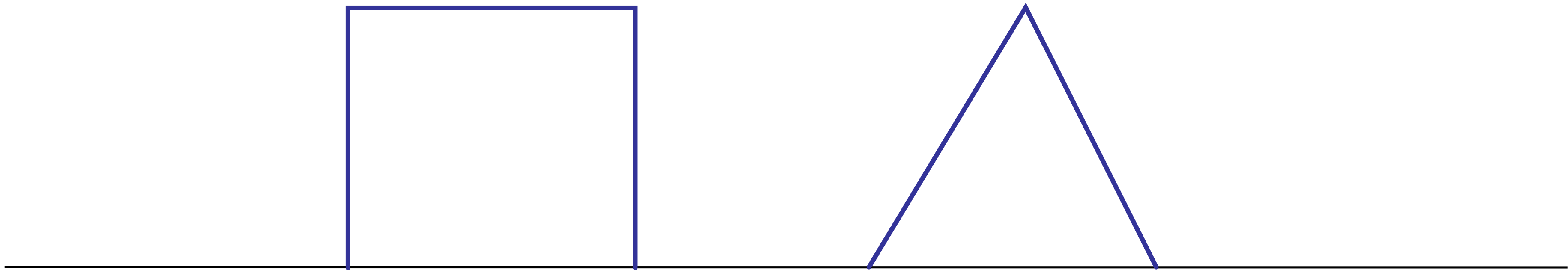
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



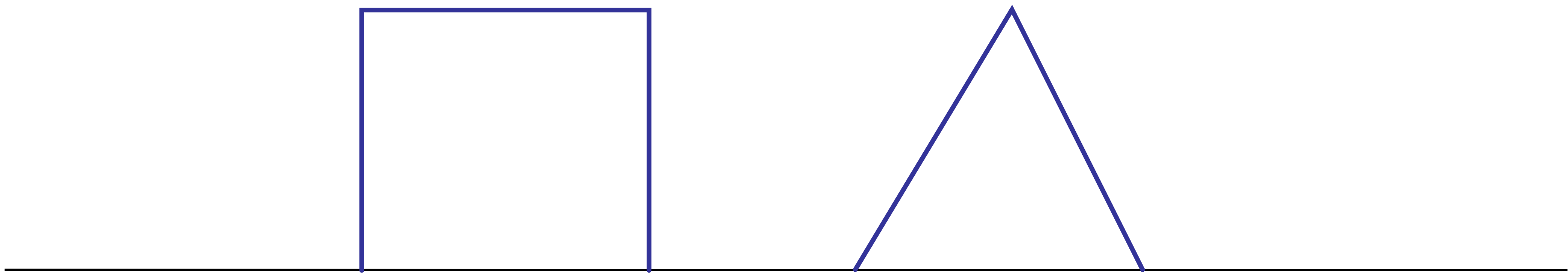
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



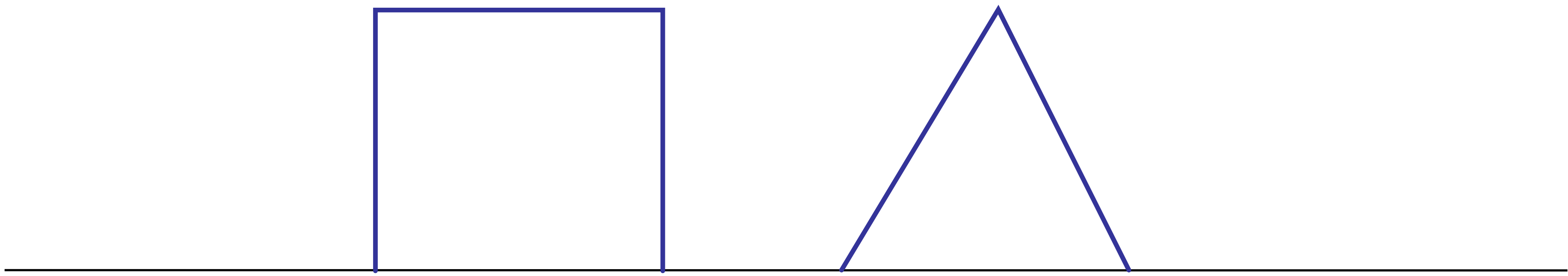
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



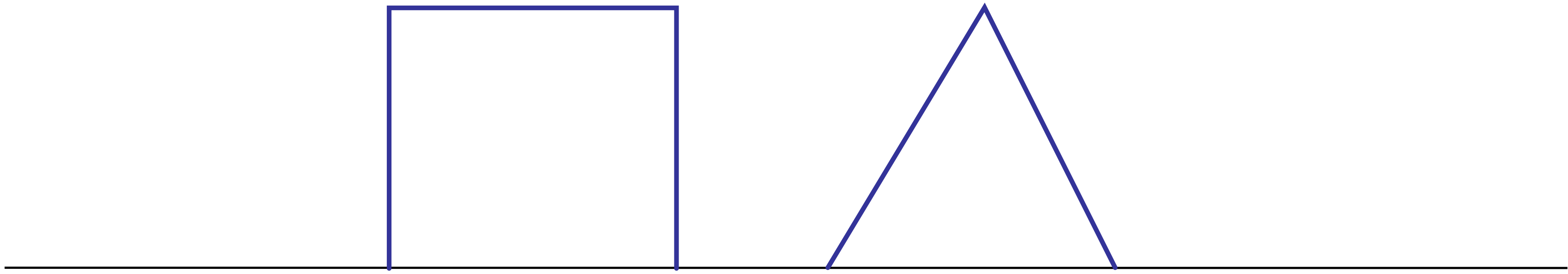
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



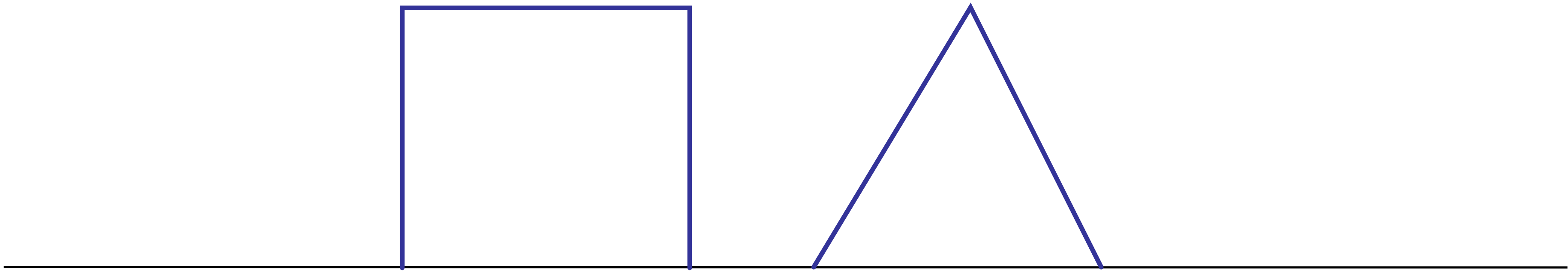
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



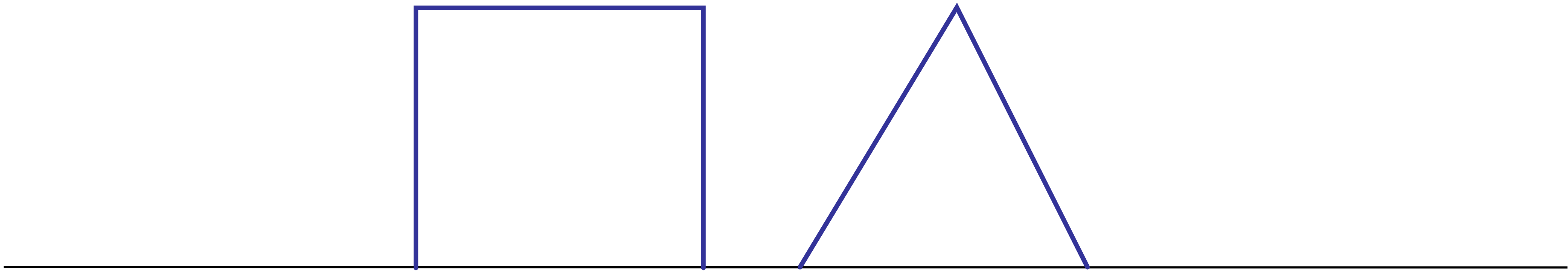
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



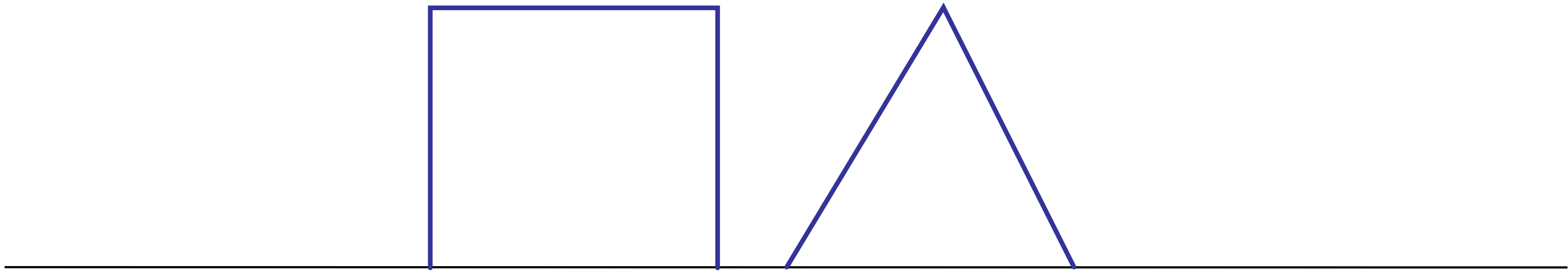
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



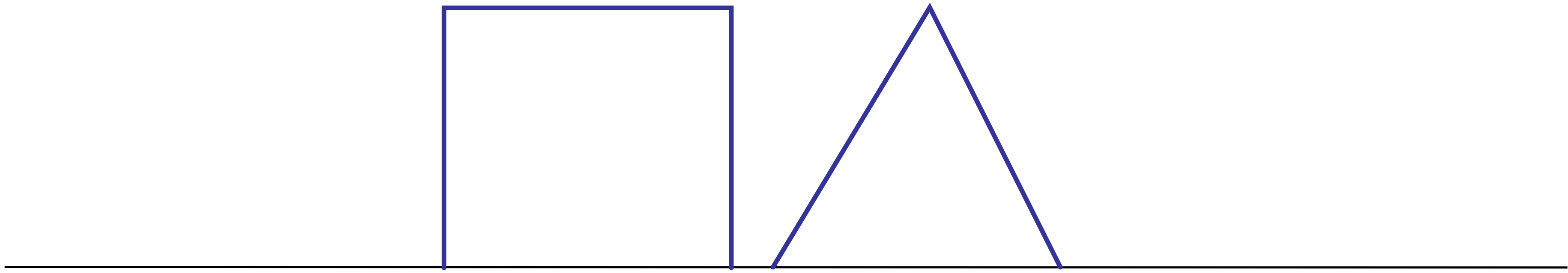
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



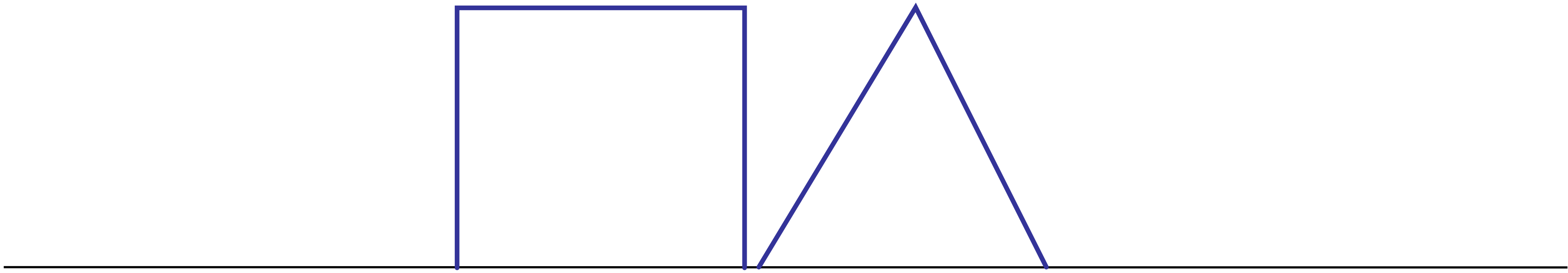
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



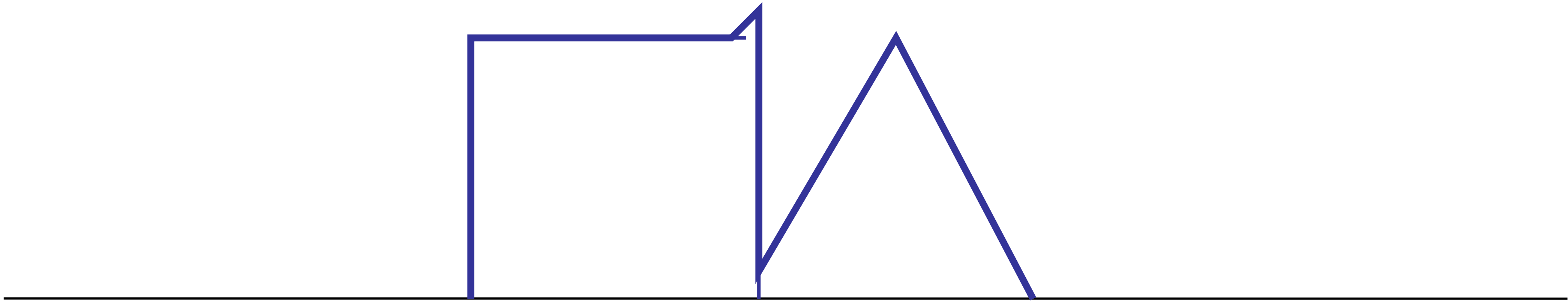
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



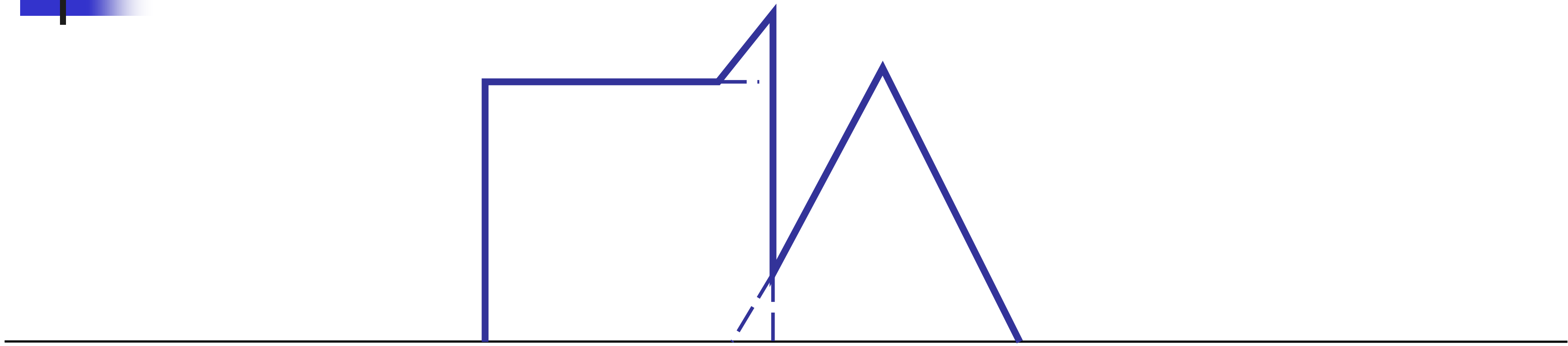
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



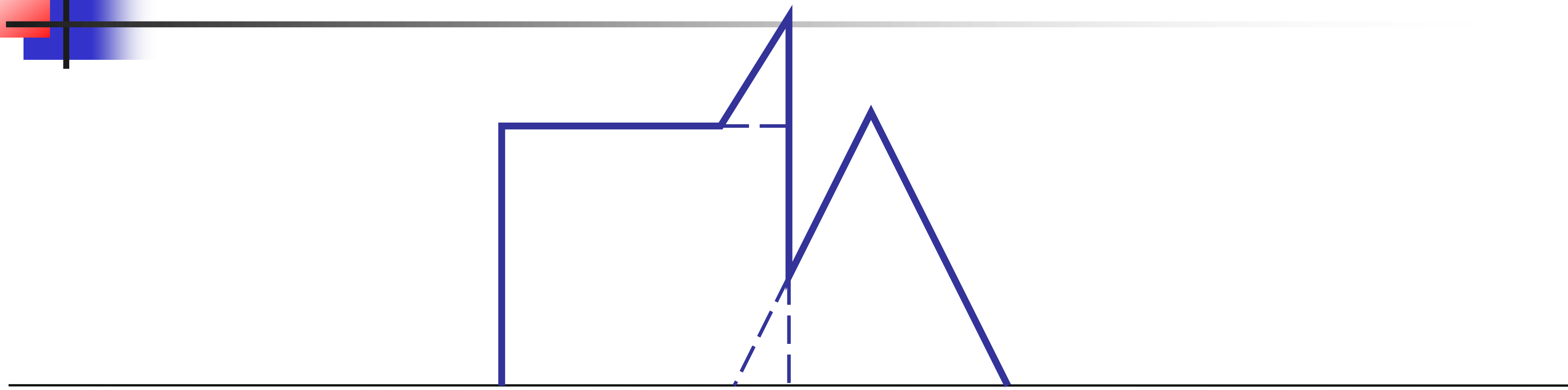
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



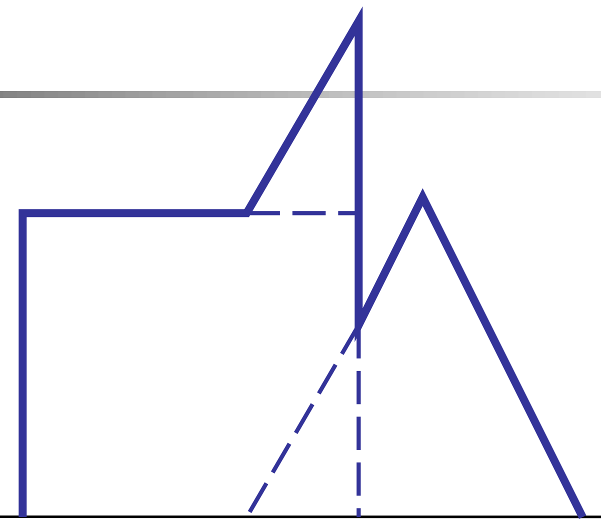
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



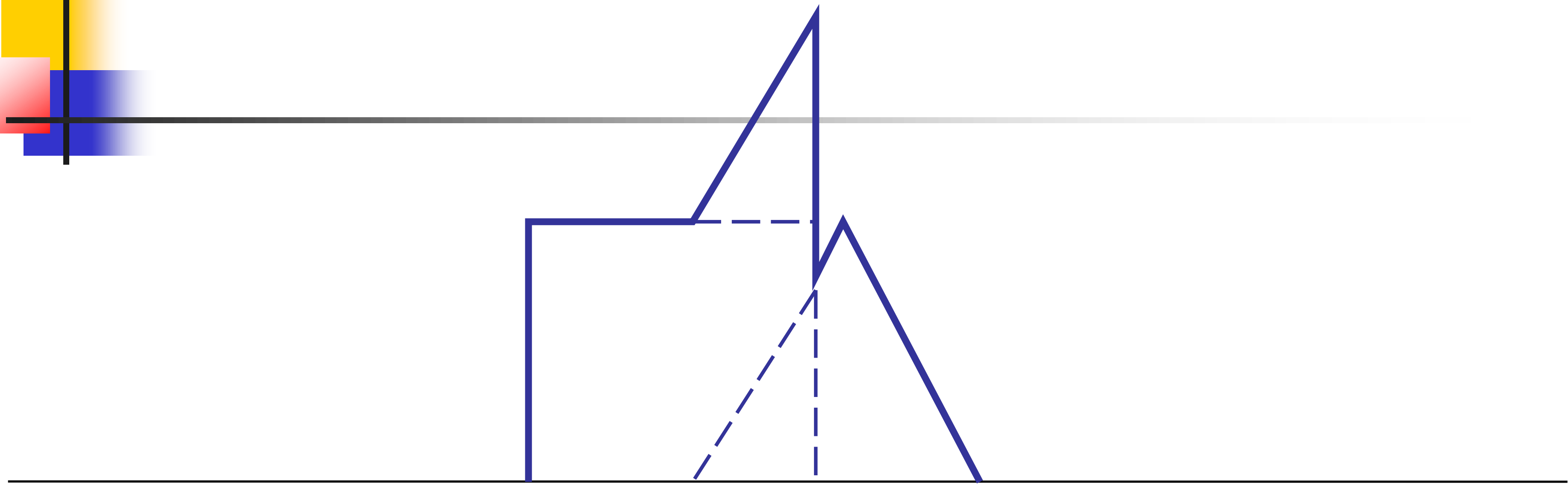
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



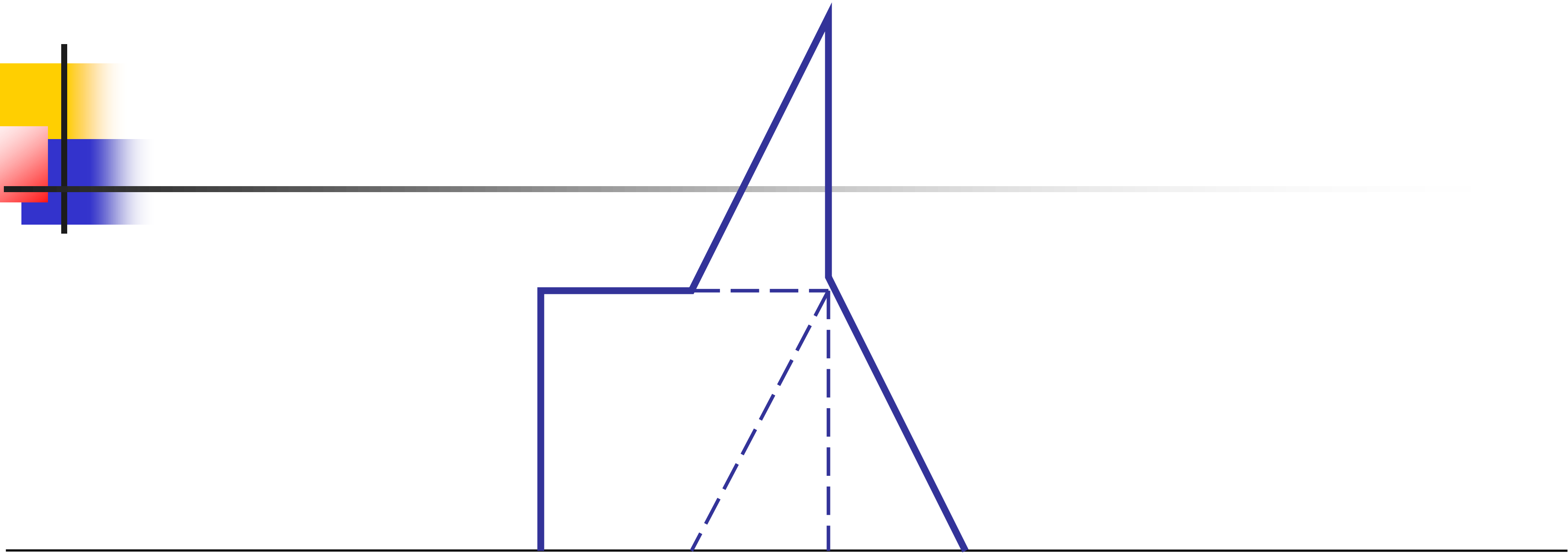
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



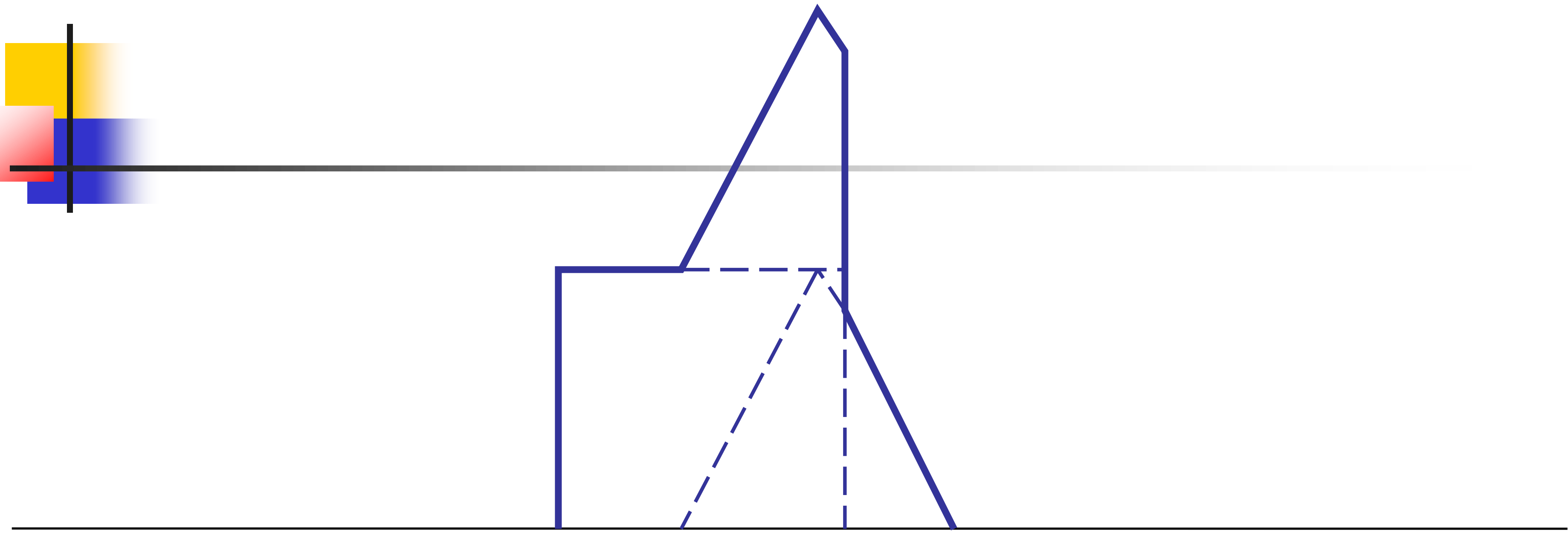
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



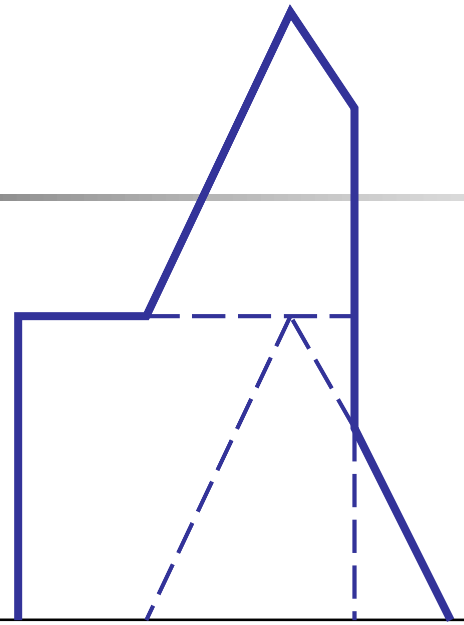
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



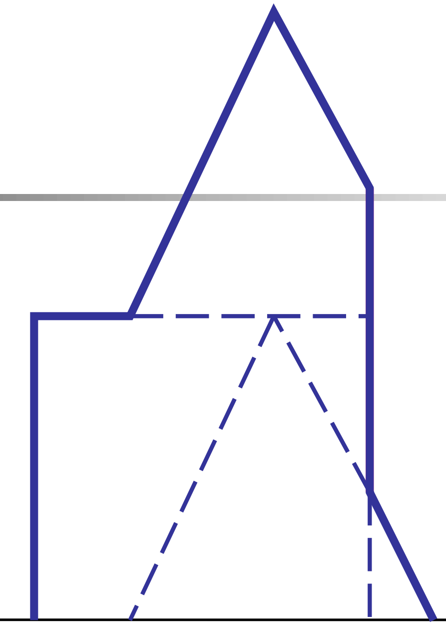
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



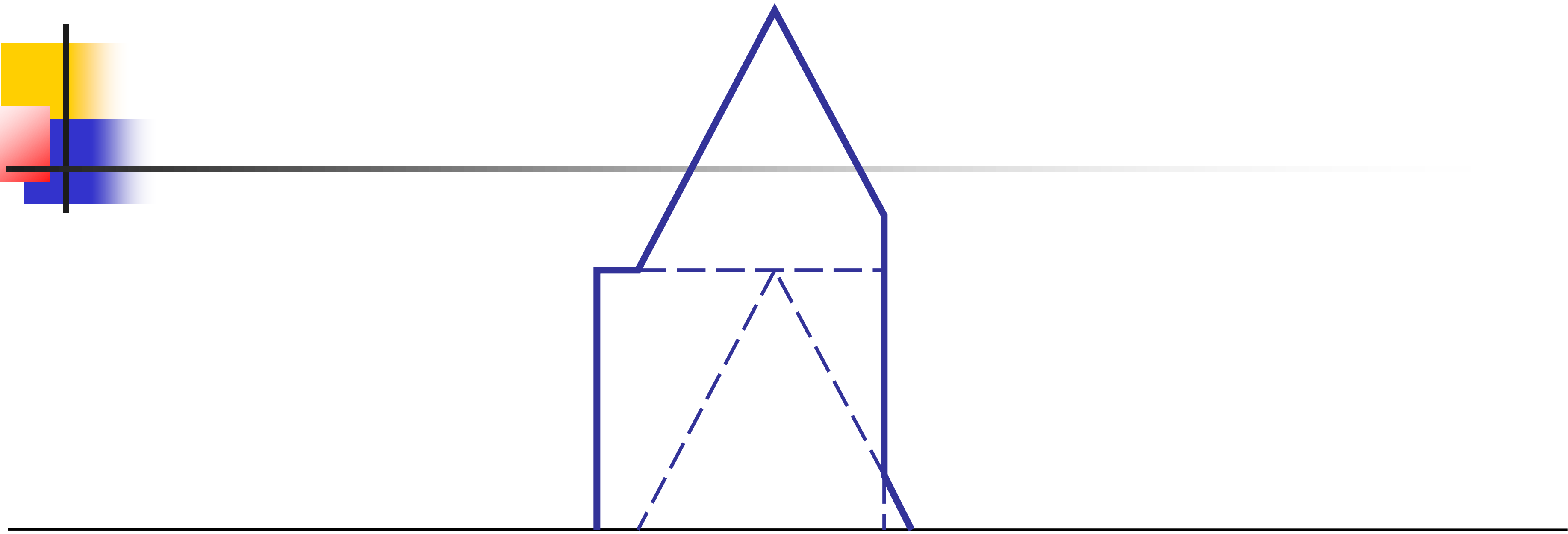
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



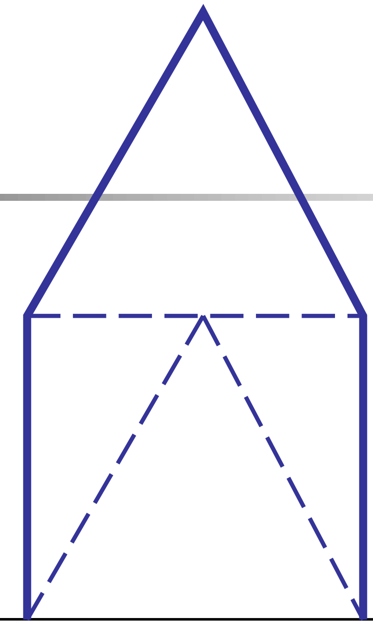
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



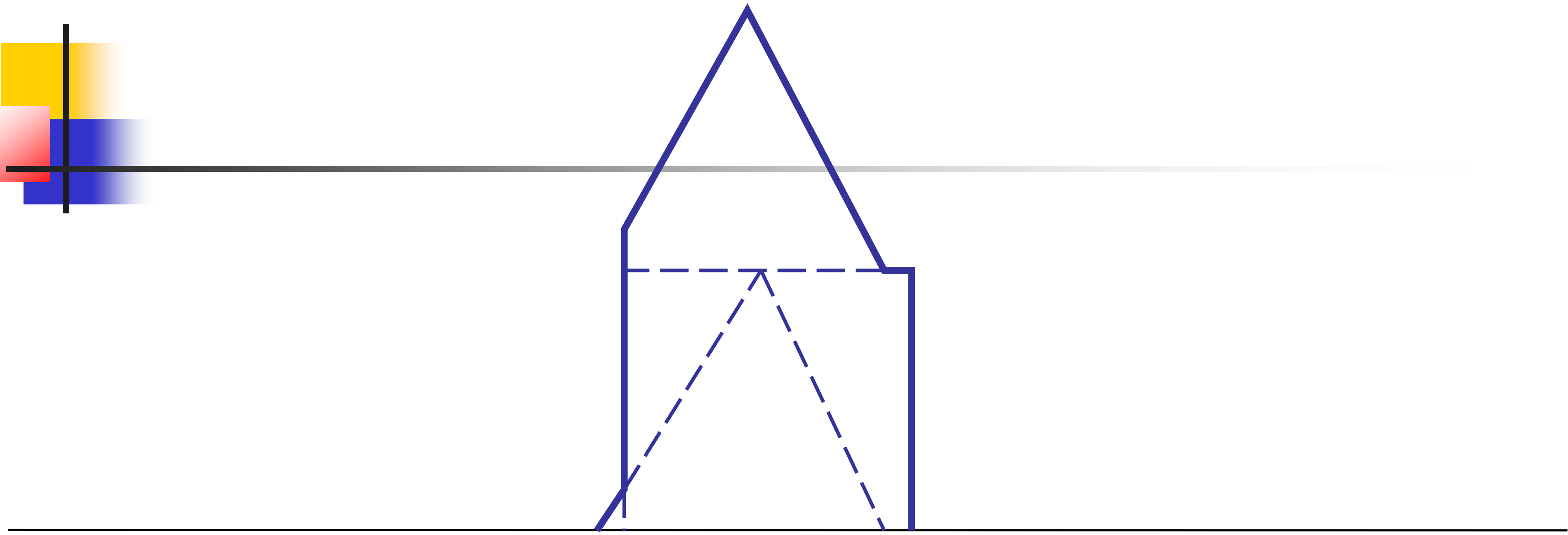
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



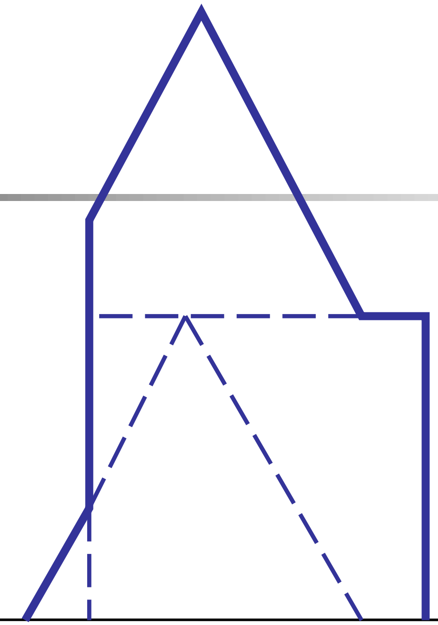
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



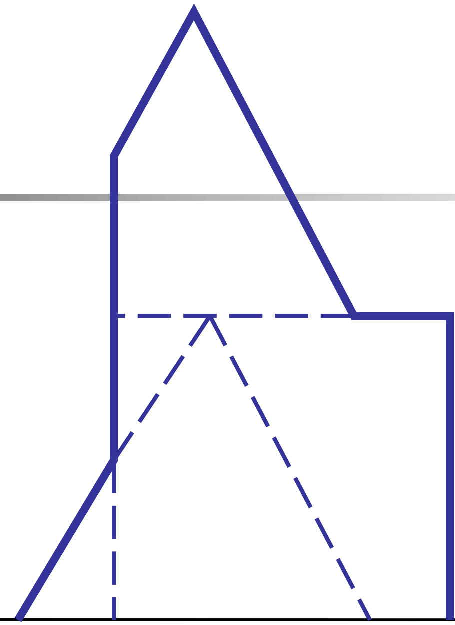
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



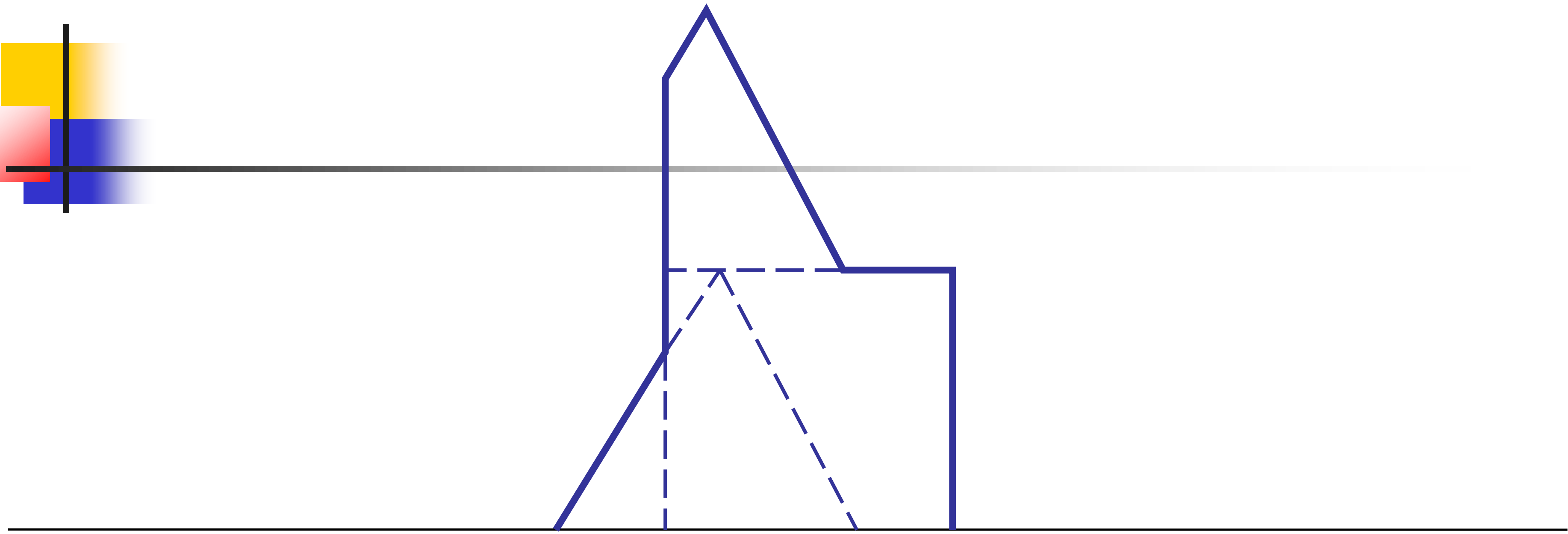
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



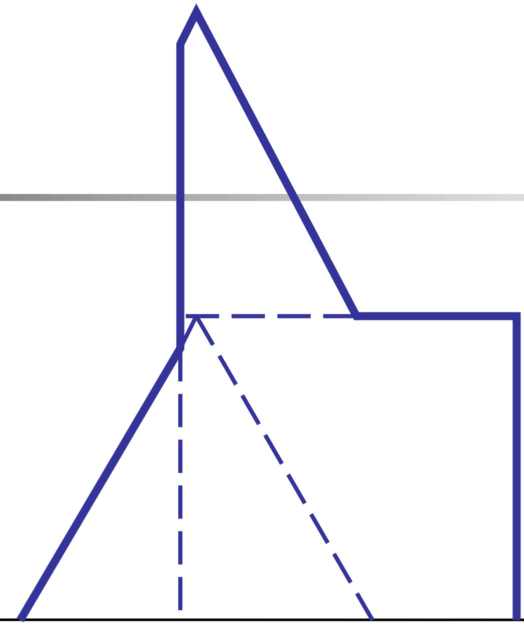
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



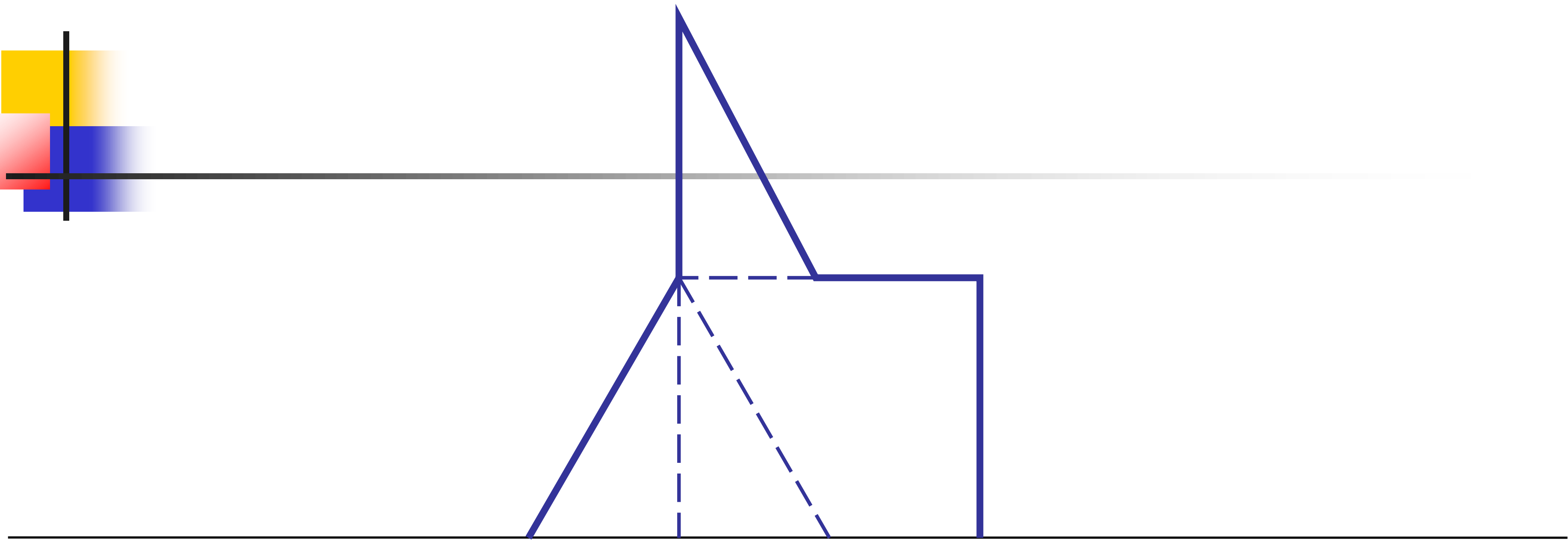
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



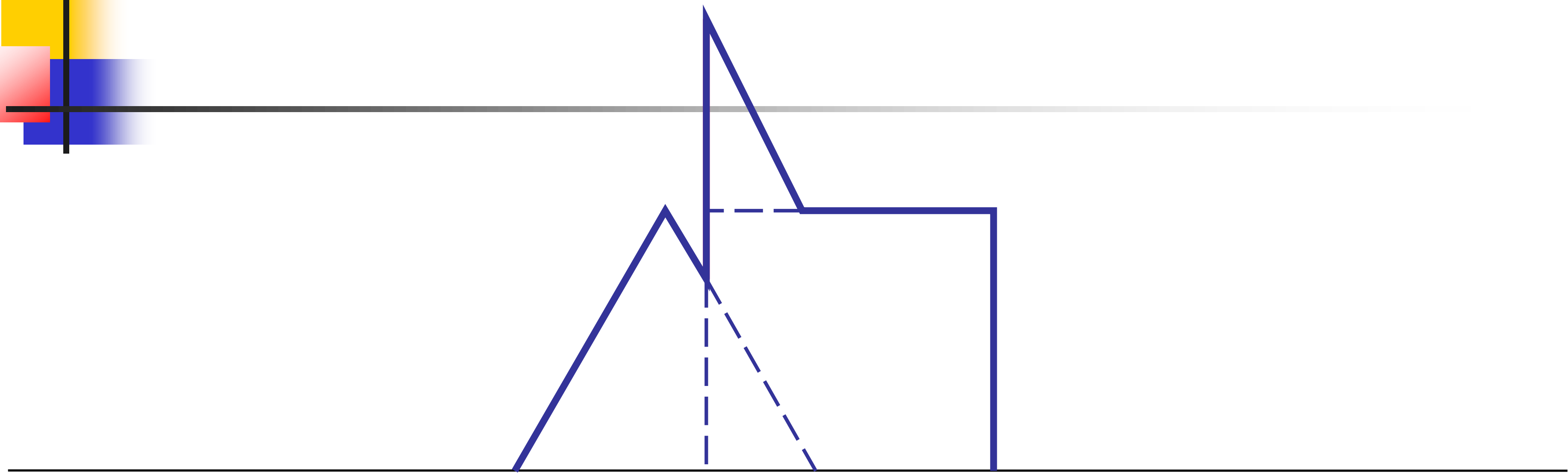
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



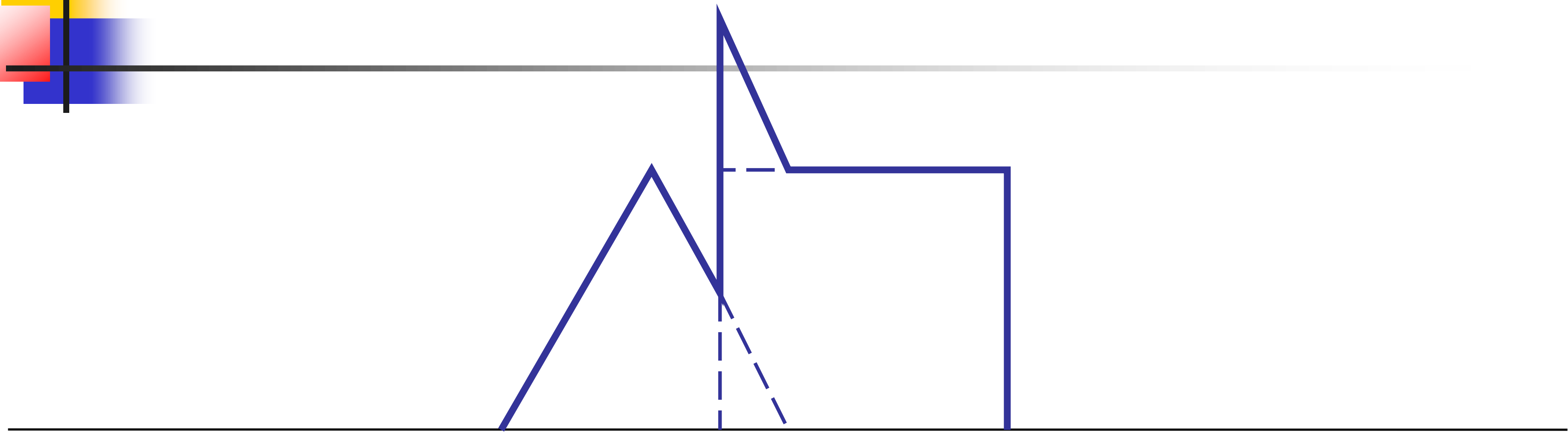
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



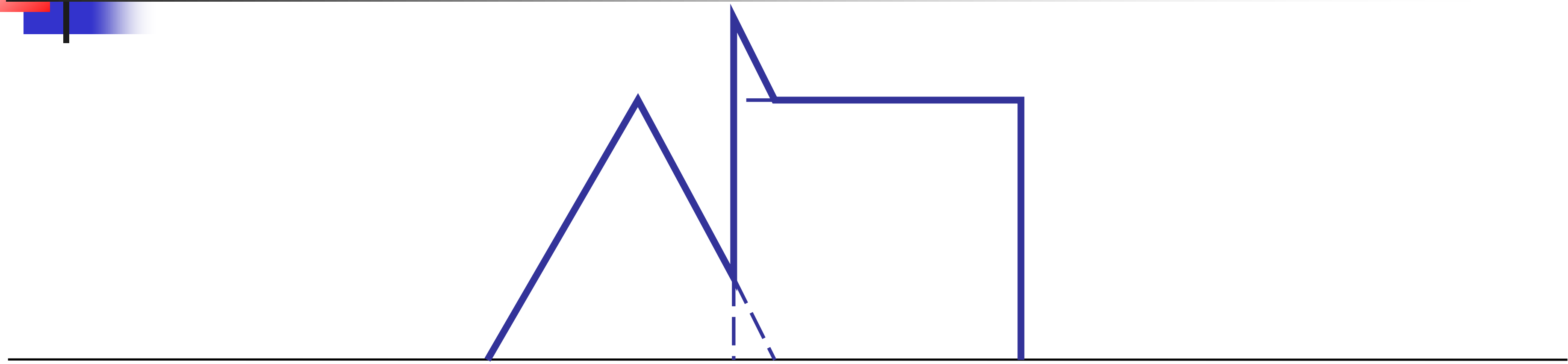
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



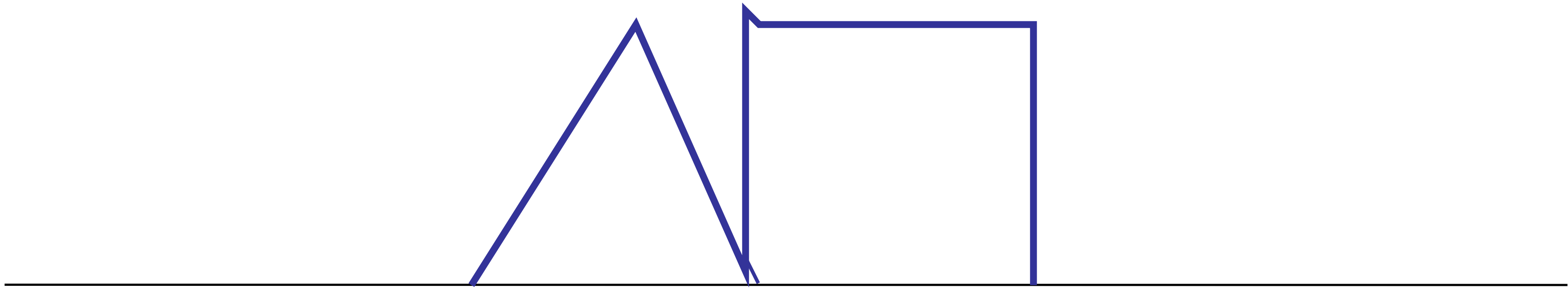
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



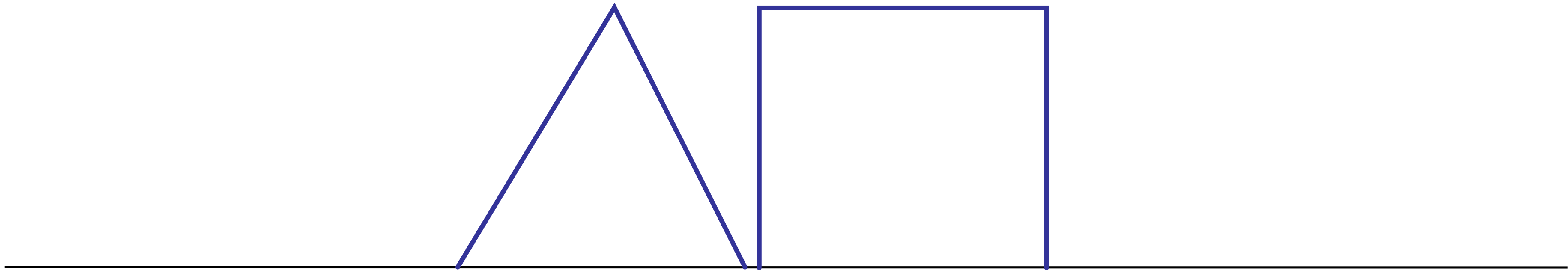
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



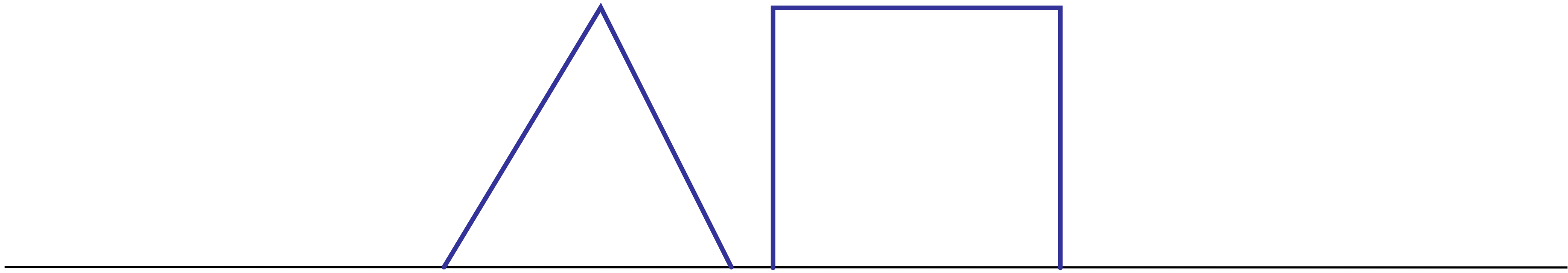
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



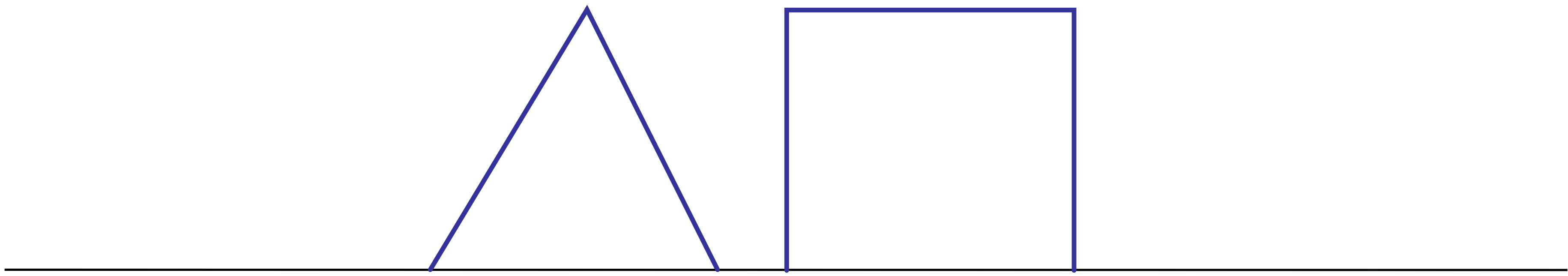
沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加



沿相反方向传播的两个脉冲波的叠加

- **2. 光波的相干叠加**
  - 干涉现象是光作相干叠加的结果

    我们把两束或两束以上的光波在一定条件下叠加，在重叠区域形成的稳定、不均匀的光强分布的现象称为光的干涉。
  - <u>光的干涉在历史上曾作为光的波动性的重要例证</u>

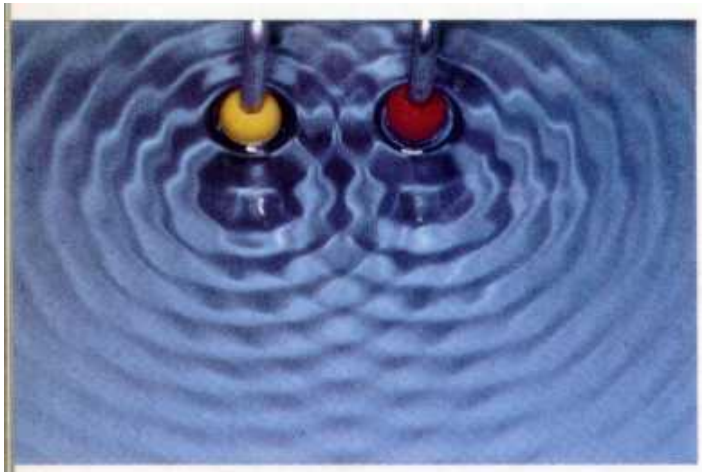
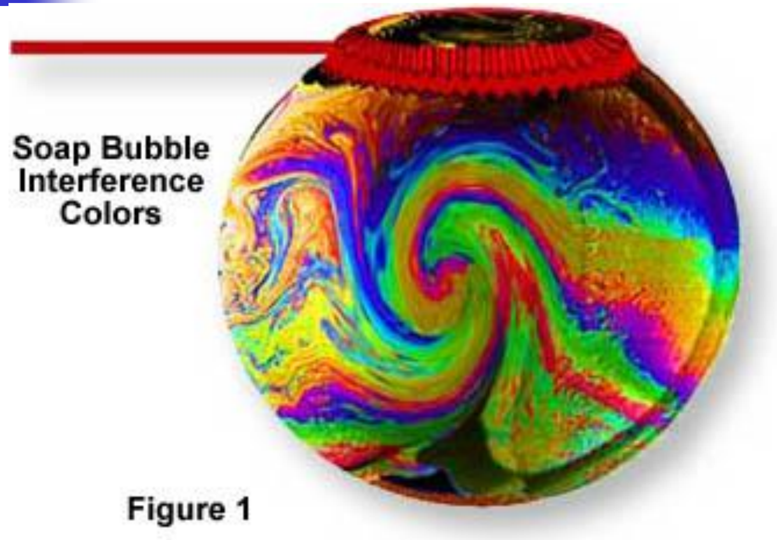
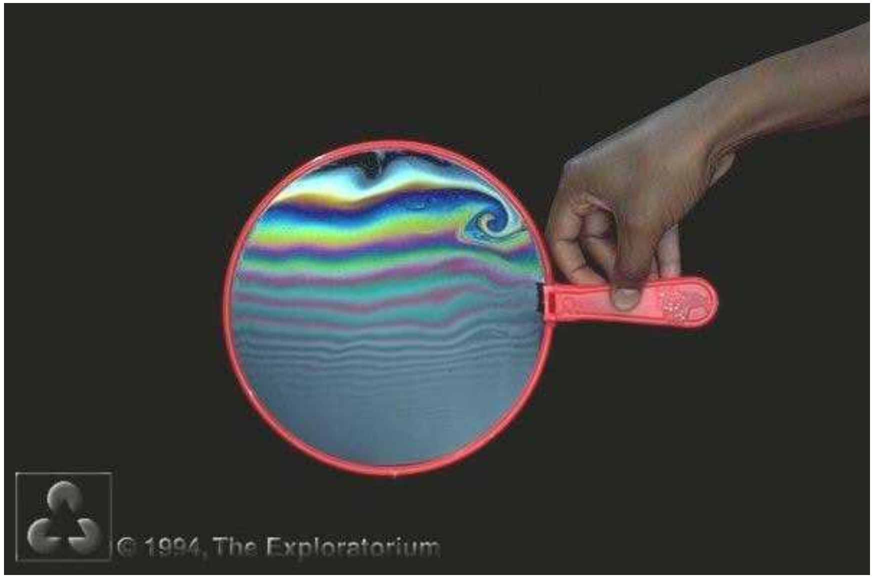


FIGURE 15–9 Two sources that produce waves in a ripple tank form an interference pattern, visible as regions of constructive and destructive interference radiating out from the sources.

水波盘演示

干涉现象





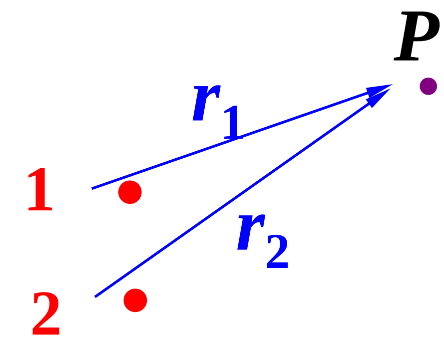
日常中见到的薄膜干涉：

肥皂泡上的彩色、雨天地上油膜的彩色、昆虫翅膀的彩色…

http://micro.magnet.fsu.edu/featuredmicroscopist/deckart/index.html

两单色光源，频率相同，存在相互平行的振动分量，有恒定初相位。

相干光源



$$U_1(P,t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - Kr_1)$$

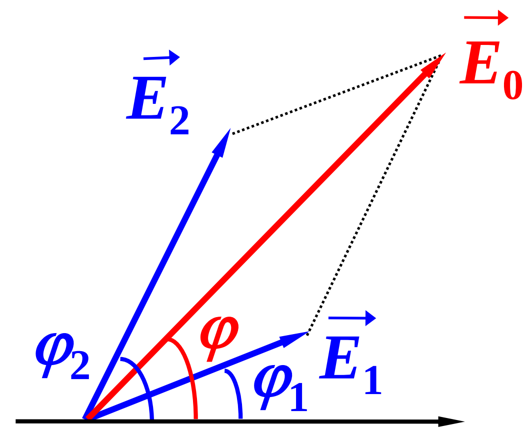
$$U_2(P,t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - Kr_2)$$

K = 2π/λ　波矢量的大小

相应的复数表示：

$$\tilde{U}_1(P,t) = A_1 e^{i(Kr_1 - \omega t - \varphi_1)}$$

$$\tilde{U}_2(P,t) = A_2 e^{i(Kr_2 - \omega t - \varphi_2)}$$



由叠加原理，P点的总振动方程为：

$$\tilde{U}(P,t)=\left[A_1 e^{i(Kr_1-\varphi_1)}+A_2 e^{i(Kr_2-\varphi_2)}\right]e^{-i\omega t}$$

复振幅： $$\tilde{U}_P=A_1 e^{i(Kr_1-\varphi_1)}+A_2 e^{i(Kr_2-\varphi_2)}$$

P点的光强：

$$\begin{aligned} I &= \tilde{U}_P^*\tilde{U}_P \\ &= A_1^2+A_2^2+A_1A_2\left[e^{i(Kr_2-\varphi_2-Kr_1+\varphi_1)}+e^{-i(Kr_2-\varphi_2-Kr_1+\varphi_1)}\right] \end{aligned}$$

令： $\delta = (Kr_2 - \varphi_2) - (Kr_1 - \varphi_1)$，则：

$$
\begin{aligned}
I &= A_1^2 + A_2^2 + A_1A_2(e^{i\delta} + e^{-i\delta}) \\
&= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta \\
&= I_1 + I_2 + \underline{2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta}
\end{aligned}
$$

干涉项

分析：

i° 相干光源在P点的光强 $\neq I_1+I_2$，有第三项

ii° 对于确定的点P，$\delta=K(r_2-r_1)-(\varphi_2-\varphi_1)$

r_2-r_1一定，$\varphi_2-\varphi_1$也一定，光强为确定值。

iii° 对不同的点，δ不同，I也不同，有强弱分布，产生干涉现象。

iv° 最大光强处位于 $\delta=2k\pi$，$k=0,\pm1,\pm2\ldots$

这时的总光强大于（I_1+I_2）

推论： 相干叠加后的总光强取决于第三项，干涉项，产生干涉的条件为：

i° 两束光的频率（或波长）相同

ii° 在叠加点存在相互平行的振动分量

iii° 叠加点处两光有固定的相位差

3. 光波的非相干叠加

- **相干叠加的条件是非常苛刻的，缺一不可。**

  对两个独立的普通光源发出的光，在叠加时将不会产生干涉。即使这两个光源的频率相同，由于原子发光的机理决定了它们的初相位是随机变化的，因此两光光源的$\varphi_2 - \varphi_1$将不确定。

- 这样的两束光波的叠加称为**非相干叠加**，总的光强的平均值为各光光强平均值之和。即：

$$\bar{I}(P) = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$

§ 2.2 相干点光源的干涉

- 讨论干涉项：　$\delta = (Kr_2 - Kr_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)$

$2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$

设介质折射率为n，$k = 2\pi/\lambda = 2\pi n/\lambda_0$

简化起见，设两光源初相位相同，即：　$\varphi_2 - \varphi_1 = 0$

$\therefore \quad \delta = (r_2 - r_1)\, 2\pi n/\lambda_0 = \Delta L\, 2\pi/\lambda_0$

(λ_0 以下简称λ)

- ΔL为两光源至P点的**光程差**。所以，光程差一定，δ就一定，光强分布也就确定了。

$2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$

分析：

i° 当 $\delta=2k\pi$，即： $\Delta L = k\lambda$， $k=0,\pm1,\pm2\ldots$

I有极大值，称为干涉极大。这里的光强相互加强。

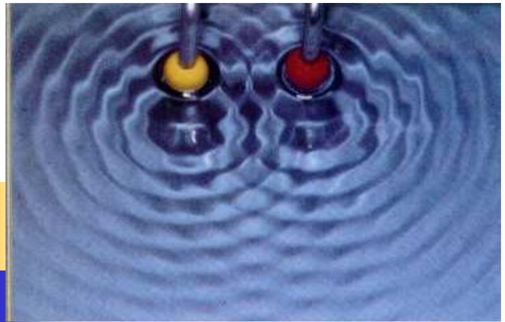
ii° 当 $\delta=(2k+1)\pi$，即： $\Delta L = (2k+1)\lambda/2$

$I = (A_1 - A_2)^2$，这时光强达到极小，称干涉极小。这里的光强相互抵消。

总结：

当ΔL 为$\lambda/2$的奇数倍时，为干涉极小；

当ΔL 为$\lambda/2$的偶数倍时，为干涉极大。



§2.2 相干点光源的干涉

- 各干涉极大（或极小）通常用k值标记：
  - k=0 ($\Delta L=0$)的极大，称为零级极大；
  - k=1 ($\Delta L=\lambda$)的极大，称为一级极大，依此类推。
- 由于ΔL=常数的方程所描述的是具有相同光强的点，而方程的曲线在空间中是以S_1、S_2为焦点的旋转双曲面。
- 屏幕观察，将屏幕置于S_1、S_2连线上，干涉条纹为同心圆；将屏幕置于S_1、S_2中垂线上，干涉条纹为直条纹。

设想很好，如何实现？

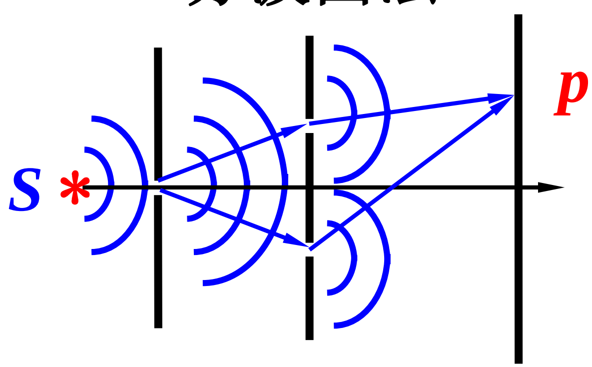
§2.3 分波前干涉

- 由于两个普通光源，即使频率相同也不会产生干涉，其原因在于它们没有固定的相位差。

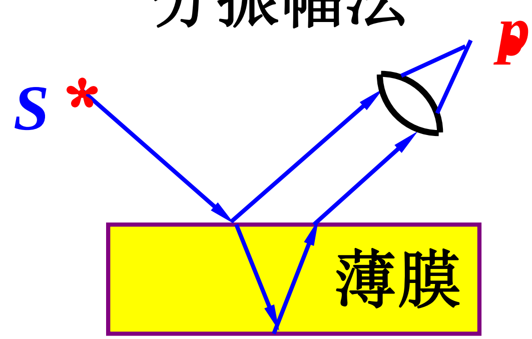
◆ **普通光源 获得相干光的方法：**

“将光源上同一原子同一次发的光分成两部分，再使它们叠加”。

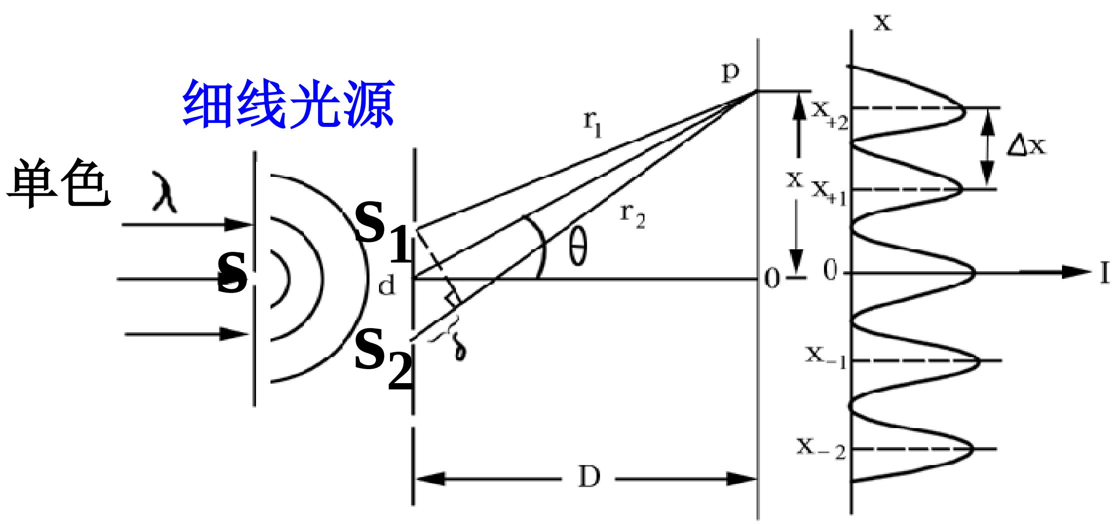
分波面法

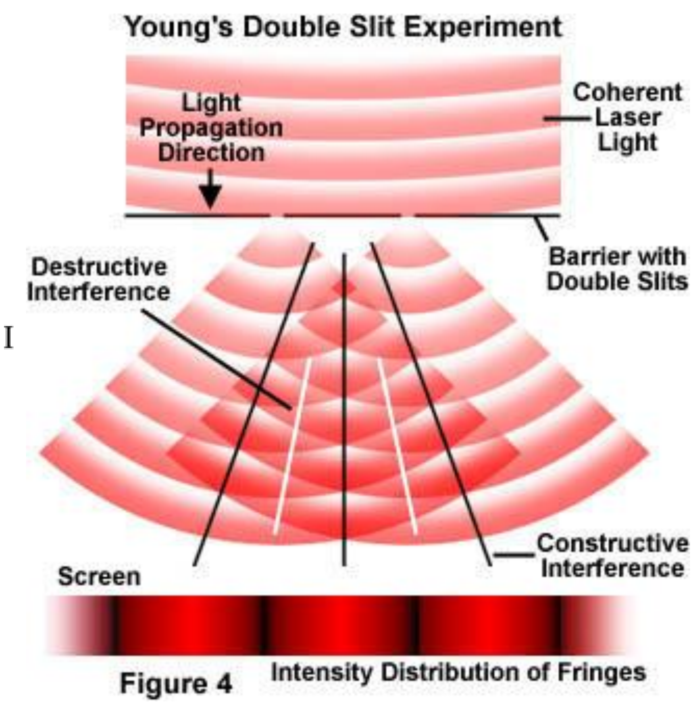


分振幅法



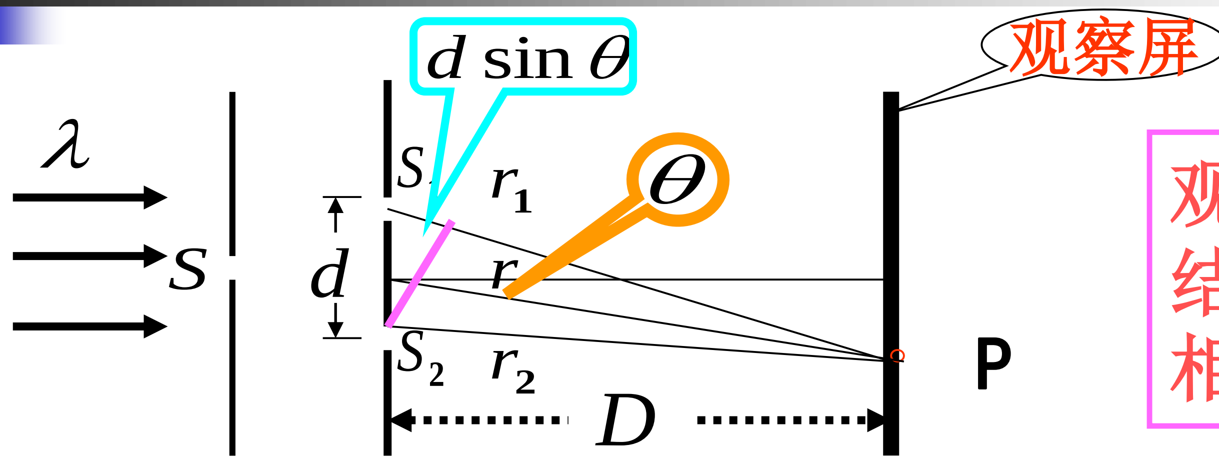
1.　杨氏双缝干涉





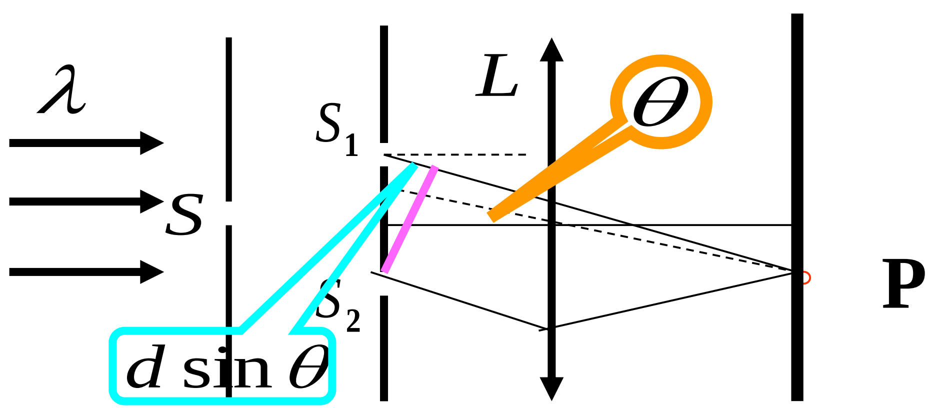
一系列平行的明暗相间的条纹；

θ 不太大时条纹等间距；



观察结果相同

$D \gg d \quad d \cdots mm \quad D \cdots m \quad r_1 \approx r_2 \approx r$



透镜不会引入相位差

透镜？

（1）条纹(中心)的位置

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

$2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$

现已有 $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$

亮纹: $\delta = \pm 2k\pi \quad (k = 0,1,2,\cdots)$

（相长干涉） 或波程差 $\Delta L = r_2 - r_1 = \pm k\lambda$

在θ较小的情况下

$$\Delta L \approx d\sin\theta \approx d\tan\theta = d\frac{x}{D} = \pm k\lambda$$

$$\therefore x = \pm k\frac{D\lambda}{d}$$

$k = \Delta L/\lambda$ 称为干涉的级次。

$$\therefore x = \pm k\frac{D\lambda}{d}$$

亮纹中心的位置和级次：

$$k = 0, x_0 = 0 \cdots\cdots\cdots \text{称0级中央亮纹}$$

$$k = 1, x_{\pm 1} = \pm\frac{D\lambda}{d} \cdots \text{称}\pm 1\text{级亮纹}$$

$$k = 2, x_{\pm 2} = \pm\frac{2D\lambda}{d} \cdots \text{称}\pm 2\text{级亮纹}$$

可以看出：x 越大,光程差越大,

干涉条纹的级次也越大.

暗纹：（相消干涉）

$$\Delta L \approx d\sin\theta \approx d\tan\theta$$

$$2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

$$= d\,\frac{x}{D} = \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 1,2,3,\cdots)$$

暗纹中心的位置和级次：

$$\rightarrow x = \pm(2k-1)\frac{D\lambda}{2d}$$

$$k = 1, \quad x_{\pm1} = \pm\frac{D\lambda}{2d} \cdots \text{称}\pm1\text{级暗纹}$$

$$k = 2, \quad x_{\pm2} = \pm\frac{3D\lambda}{2d} \cdots \text{称}\pm2\text{级暗纹}$$

(2) 条纹间距

相邻两亮纹(或暗纹)之间的距离都是

$$\boxed{\Delta x = \frac{D\lambda}{d}}$$

- 可以测光波的波长
- 对非单色光源，有色散现象：

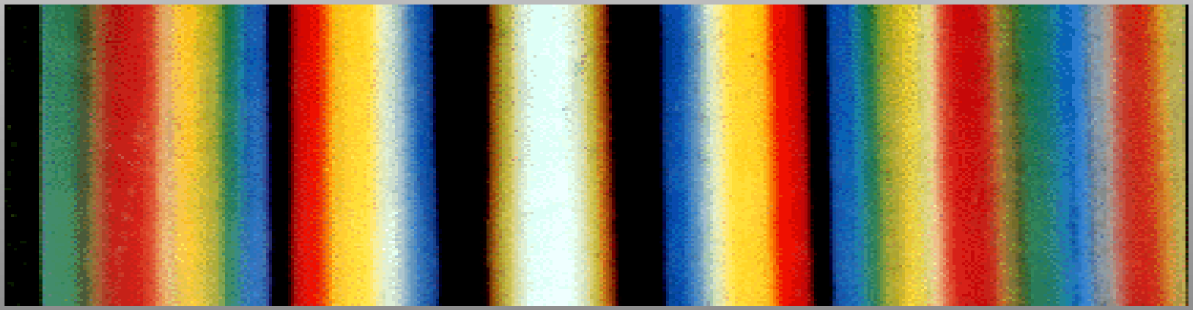
白光入射时，0级亮纹为白色

（可用来定0级位置）；

其余级亮纹 构成彩带，

第二级亮纹就会出现重叠（为什么？）

红光入射的杨氏双缝干涉照片



白光入射的杨氏双缝干涉照片

例： 汞弧灯发出的光通过一滤色片后照射在二相距为0.60*mm*的双缝上，在 2.5*m* 远处的屏幕上显现干涉条纹，现测得相邻两明条纹中心的距离为 2.27*mm*，试计算入射光的波长。

解： $\because \quad \Delta x = \dfrac{D\lambda}{d}$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{d\Delta x}{D} = \frac{0.60\times 2.27}{2500} = 5.45\times 10^{-4}\ \mathrm{mm} = 5450\ \mathring{A}$$

(3) 光强公式

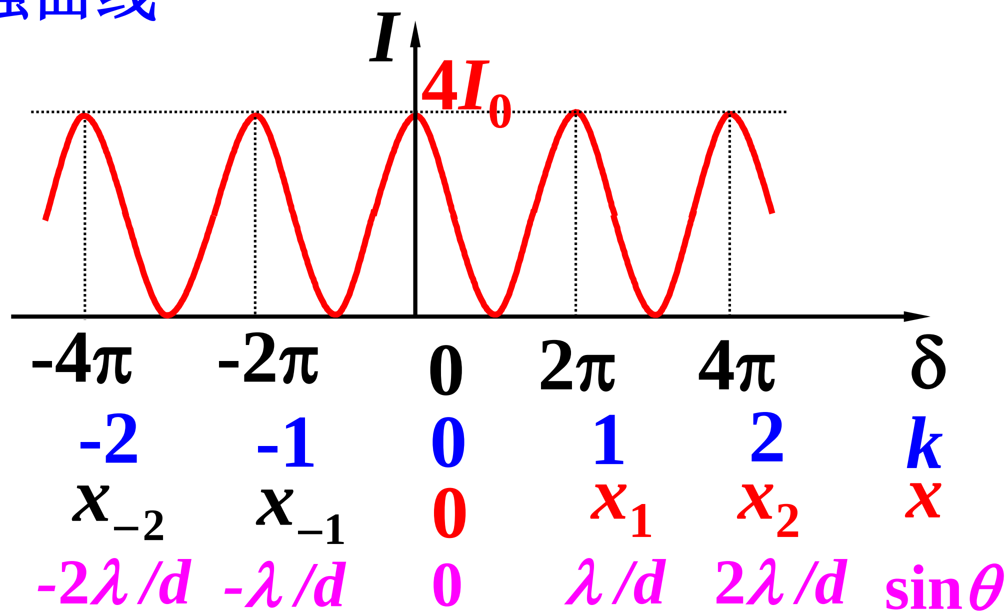
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta,$$

若 $\quad I_1 = I_2 \cong I_0\ , \quad \longrightarrow \quad I = 2I_0 + 2I_0\cos\delta$

则 $\quad \boxed{I = 4I_0\cos^2\dfrac{\delta}{2}}$

$$\left(\delta = \frac{\Delta L}{\lambda}2\pi = \frac{d\sin\theta}{\lambda}2\pi\right)$$

光强曲线



❖ 杨氏干涉的特点

i° 干涉条纹只与D、d、λ有关。即D、d、λ一定时，等光强的x一定，Δx也一定，是等距平行条纹

ii° 当D、λ一定时， Δx与d成反比。所以d不宜过小，否则条纹过密而无法观察

iii° 同一干涉装置对不同的λ光， Δx亦不同，相互交错重叠

$$x=\pm k\frac{D\lambda}{d}$$

$$\boxed{\Delta x=\frac{D\lambda}{d}}$$

例： 在杨氏双缝实验中，双缝间距为 0.5mm，双缝至屏间距为 1.0m，在屏上可见到两组干涉条纹，一组由波长为 4800A^0 的光产生，另一组由波长为 6000A^0的光产生，求屏上两组干涉条纹的第三级明条纹之间的距离。

解：

$$\because \quad \mathrm{x_k} = K\frac{D\lambda}{d}$$

$$\therefore \quad \Delta\mathrm{x} = \mathrm{K}\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{d}}(\lambda' - \lambda)$$

$$\therefore \quad \Delta\mathrm{x}_3 = 3\frac{D}{d}(\lambda' - \lambda) = \frac{3\times(6-4.8)\times10^{-7}}{0.5\times10^{-3}} = 7.2\times10^{-4}\,m.$$

♦干涉问题分析的要点:

(1) 清楚发生干涉的光束;

(2)计算波程差（光程差）;

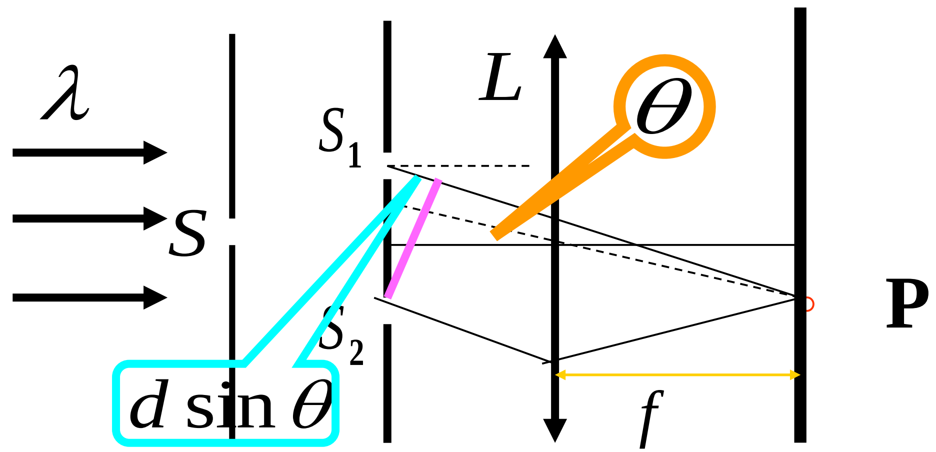
(3)确定条纹特点:

形状、　位置、　级次分布、

条纹移动等;

(4)求出光强公式、画出光强曲线。

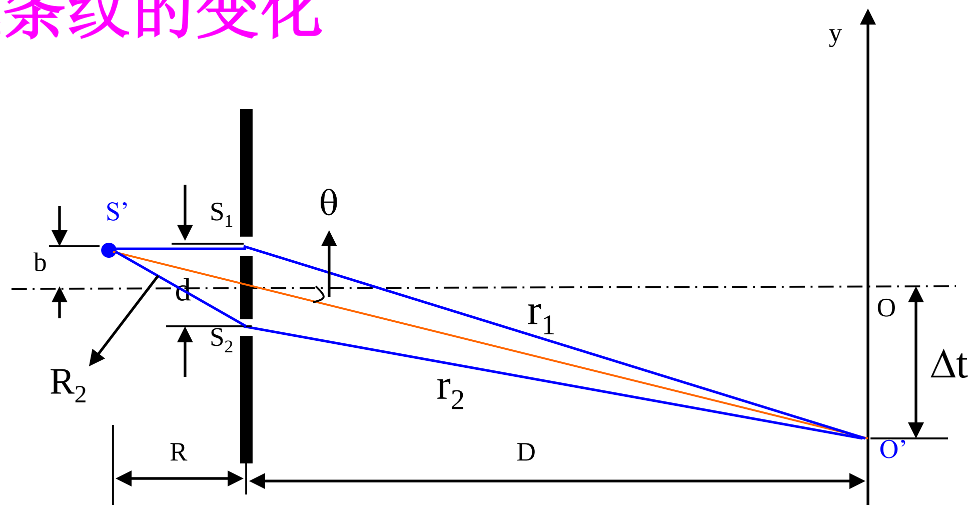
思考：



本装置，在屏上相邻亮条纹的间距　$\Delta x = ?$

2）　光源的移动引起条纹的变化

只需研究特定条纹（如程差为零的点）的去向



设光程差为零的0点现移至0'，其位置由零程差的条件决定：

$$0 = \Delta L_{o'} = (R_1 + r_1) - (R_2 + r_2)$$

即　$$R_1 - R_2 = r_2 - r_1$$

当点源向上移动时，$R_1 < R_2$，则要求$r_1 > r_2$，即，条纹下移。

当点源向下移动时，$R_1 > R_2$，则要求$r_1 < r_2$，即，条纹上移；

定量地，**在傍轴近似下，有**

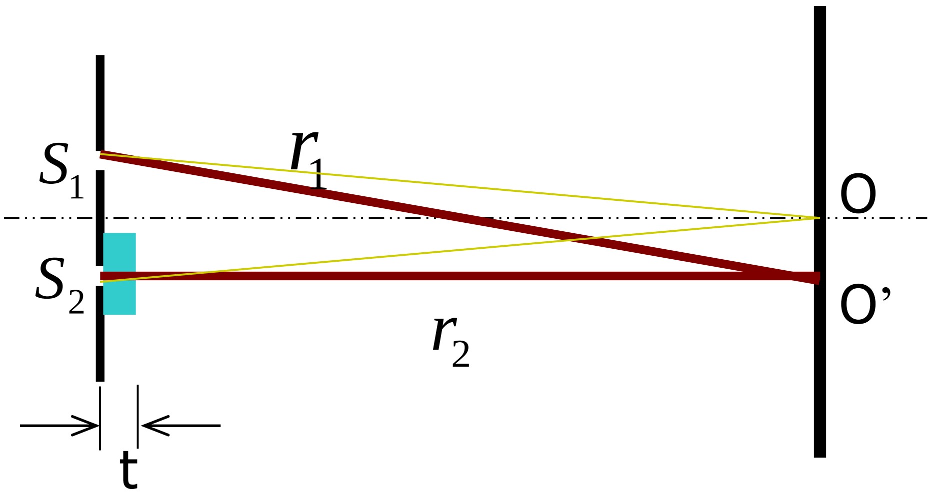
$$r_2 - r_1 = -d\frac{\Delta t}{D}$$

$$R_1 - R_2 = d\frac{b}{R}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta t = -\frac{D}{R}b}$$

总之，光源的移动改变了从光源到屏幕的光程差，从而引起条纹的移动。**任何引起光程差的变动必然引起条纹的移动。**

例： 云母，n=1.58, 550nm的条纹移动了7条，问厚？



分析： 零级极大条纹下移后，O点的光程差为：nt－t

假设这时O点变为第k级极大，则：　$k\lambda=(n-1)t$

解： $t = k\lambda/(n-1) = 6.64\times10^{-3}$ mm

提供一种精密测量厚度方法。若已知厚度，可测量折射率

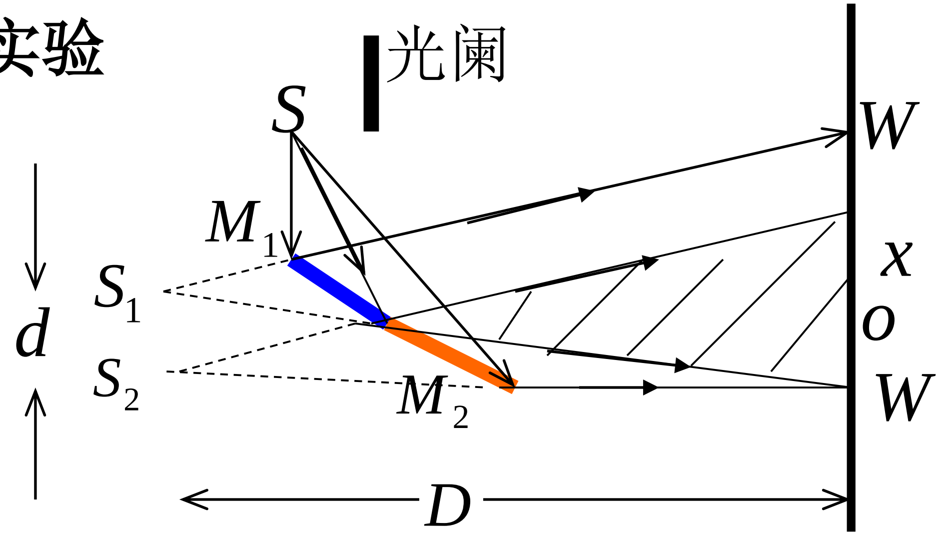
3. 分波前干涉的其它一些实验

1）　菲涅耳双面镜实验：

虚光源　S_1、S_2

$\overline{S_1S_2}$ 平行于 $\overline{WW'}$

$d << D$



屏幕上O点在两个虚光源连线的垂直平分线上，屏幕上明暗条纹中心对O点的偏离 x为：

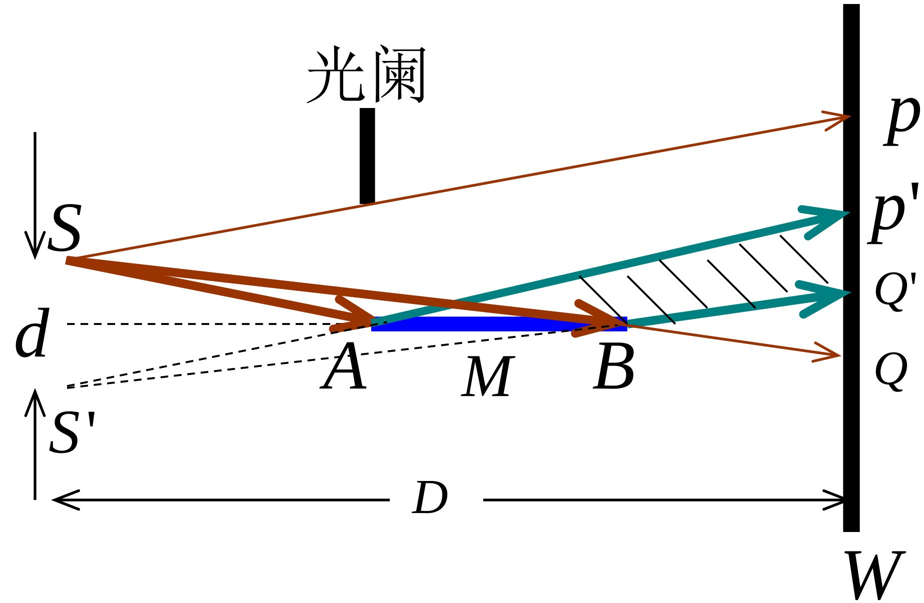
$$x = k\lambda \frac{D}{d}$$ 明条纹中心的位置

$$x = \frac{2k+1}{2}\lambda \frac{D}{d}$$ 暗条纹中心的位置

$$k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots$$

结论：它也是分波前双光束干涉，是不定域干涉。

2） 洛埃镜实验



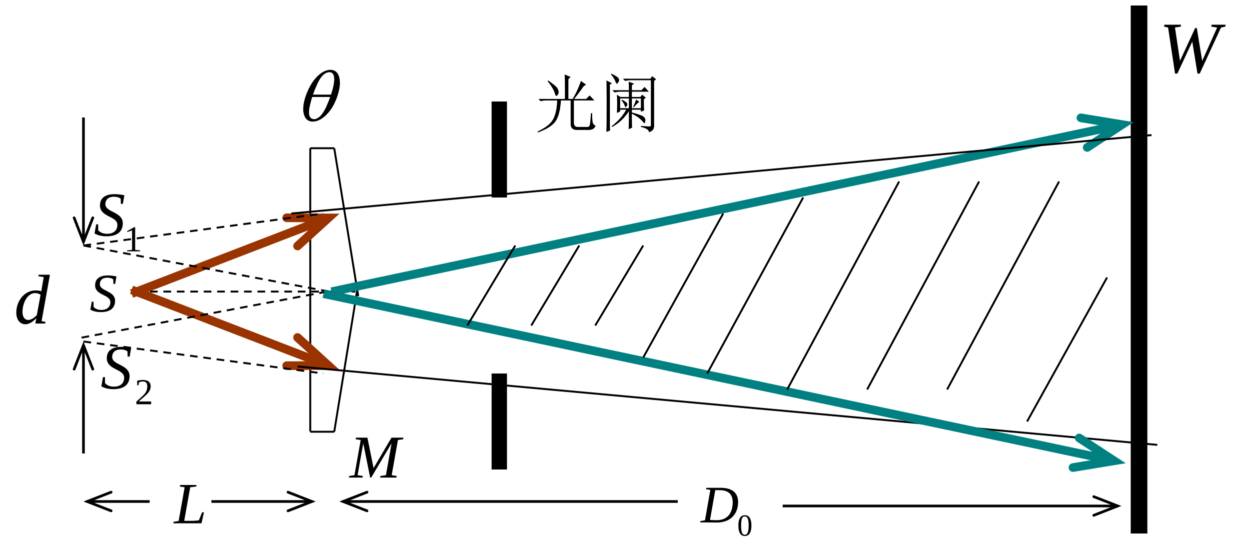
当屏幕W移至B处，从 S 和 S' 到B点的光程差为零，但是观察到暗条纹，验证了反射时有半波损失存在。

结论：它们也是分波前双光束干涉。是不定域干涉。

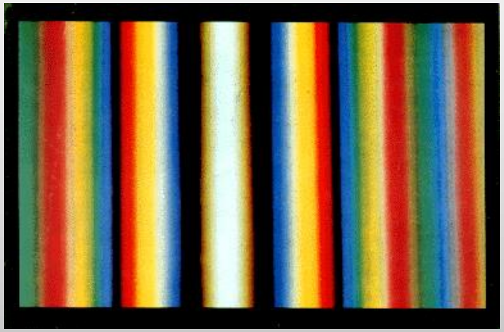
3）　菲涅耳双棱镜实验

用几何光学
可以证明：

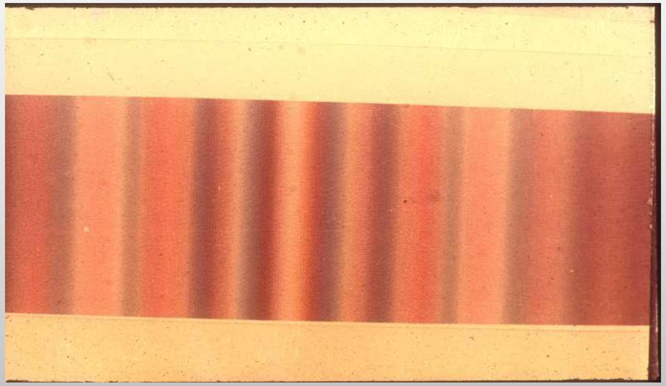
$$d = 2\theta L(n-1)$$



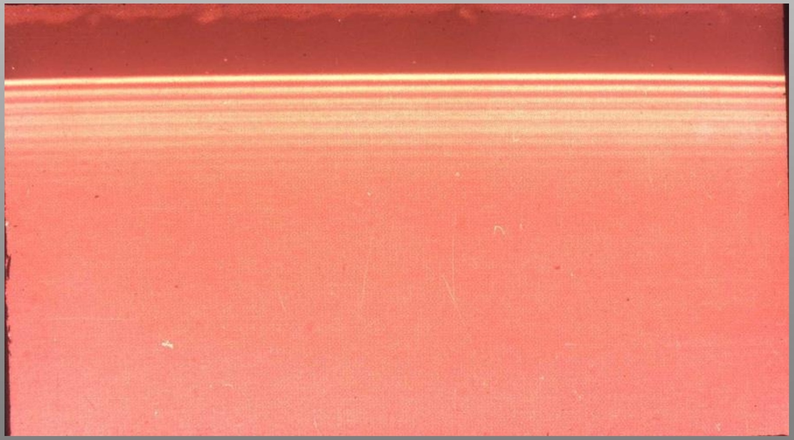
结论：它们也是分波前双光束干涉。是不定域干涉。



杨氏双缝花样



双棱镜花样

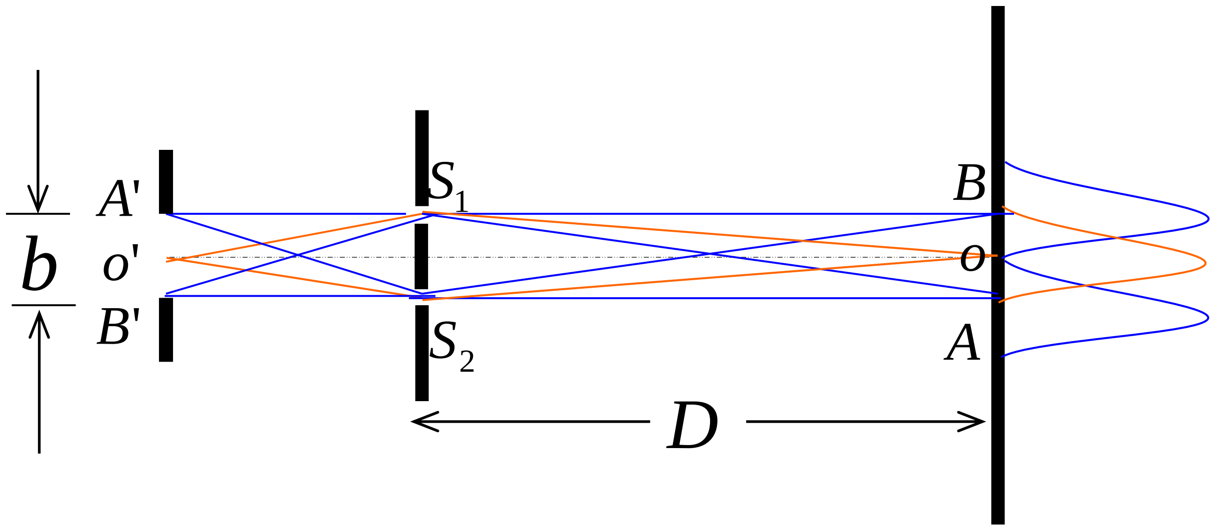


洛埃镜花样

§2.4 空间相干性

- 1. 光源宽度对干涉条纹的影响

实际的光源有一定的大小，它一定会影响干涉条纹



b 内各点均可视为点光源而在屏幕上形成一套干涉条纹，总的效果等效于各套干涉条纹的非相干叠加

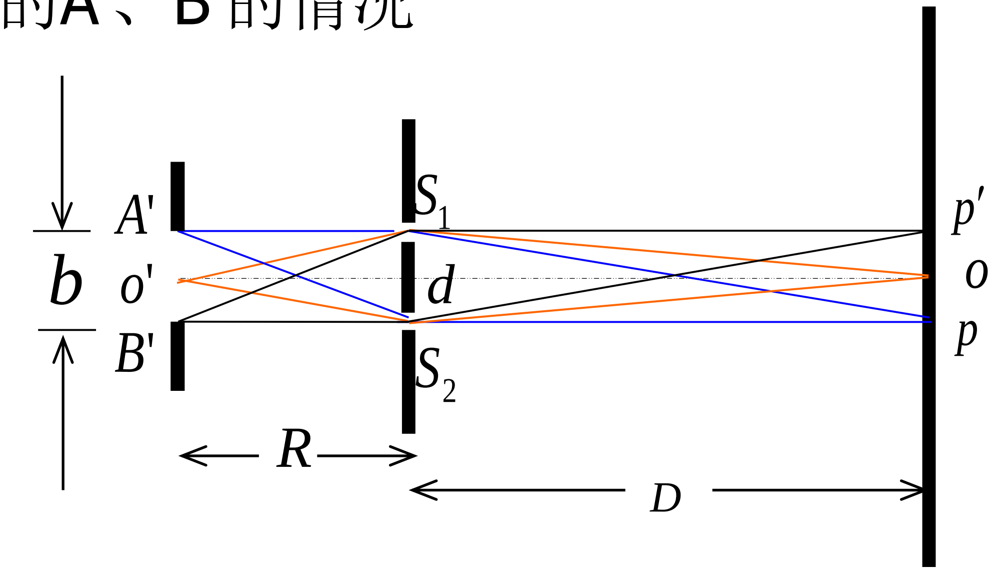
- 定量地，考虑极端的A′、B′的情况

对A′，条纹移动：

OP = -Db/(2R)

对B′，条纹移动：

OP’ = Db/(2R)



即由宽b的光源形成的干涉，零级极大的宽度为：

$$\Delta x' = Db/R$$

光源变大，干涉条纹变宽

- 点光源双缝干涉中条纹的宽度为：$\Delta x = \dfrac{D\lambda}{d}$

当 $\Delta x' > \Delta x$ 时，将无法观察到干涉条纹。

有限的b值必须满足$\Delta x' < \Delta x$，即：

$$Db/R < D\lambda/d$$

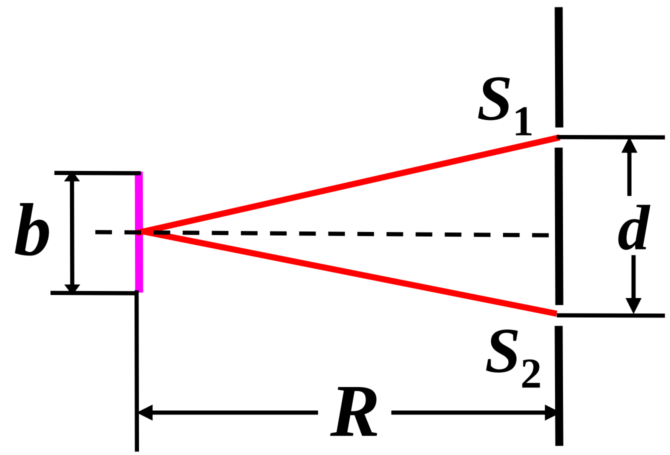
$$\boxed{b \equiv b_0 = \frac{R}{d}\lambda}$$ ——光源的极限宽度

$b < b_0$ 时，才能观察到干涉条纹。

为观察到较清晰的干涉条纹通常取 $b \le b_0/4$

2. 相干间隔和相干孔径角

i° 相干间隔



由 $b < b_0 = \dfrac{R}{d}\lambda$ ，

若 b 和 R一定，

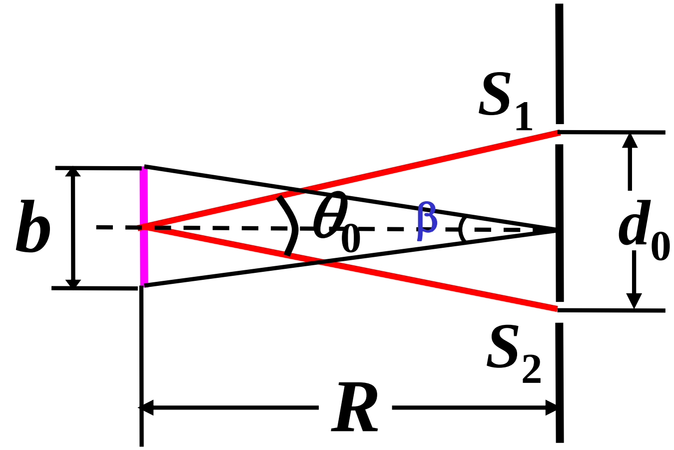
则要得到干涉条纹，必须 $d < \dfrac{R}{b}\lambda$

令 $\boxed{d_0 = \dfrac{R}{b}\lambda}$ ——相干间隔

R一定时，d_0越大，光场的空间相干性越好。

ii° 相干孔径角

相干间隔也可以用相干孔径角来代替



相干孔径角 $\boxed{\theta_0 = \frac{d_0}{R} = \frac{\lambda}{b}}$

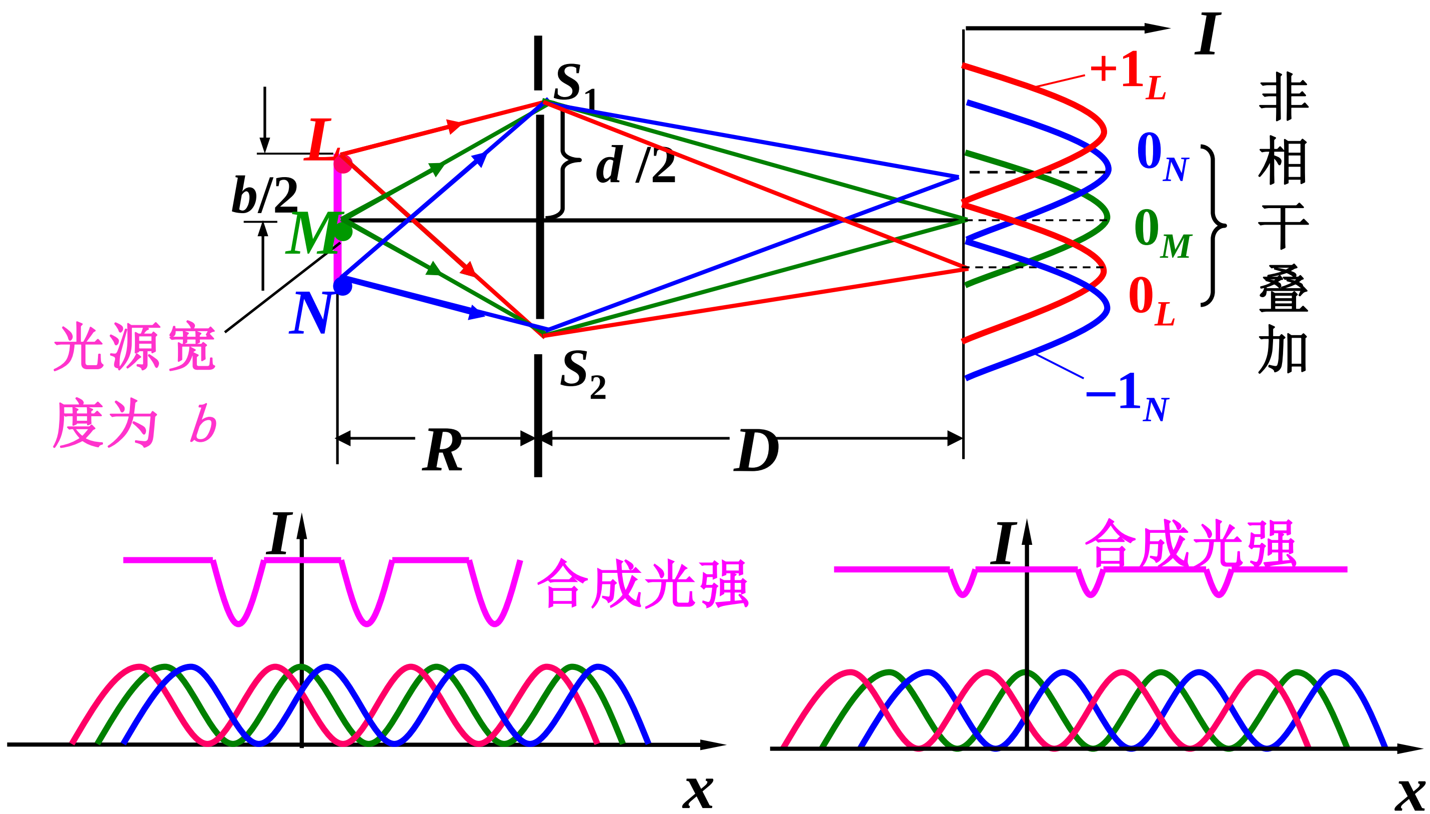
— d_0对光源中心的张角。

θ_0越大空间相干性越好。

相干孔径角也可用光源对O点的张角表示，β = b/R,

$$b < b_0 = \frac{R}{d}\lambda \ , \quad \rightarrow \quad \beta < \beta_0 = \frac{\lambda}{d}$$

- 3. 干涉条纹的清晰度



- 引入条纹的清晰度，用ν表示。定义：

$$\nu = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

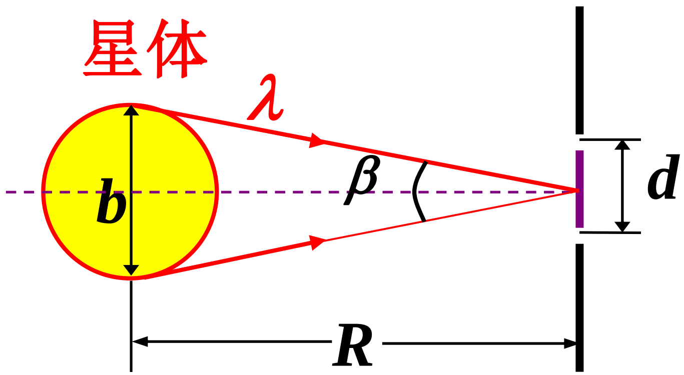
当$I_{min}=0$时，$\nu=1$。条纹最清晰

当$I_{min}=1$时，$\nu=0$。无干涉条纹

一般地，当$I_{min}<I_{max}$，$0<\nu<1$。

ν主要由b决定，b越小，则ν越大，干涉条纹越清晰

4. 应用举例



利用空间相干性可以测遥远星体的角直径

$$d < \frac{R}{b}\lambda$$

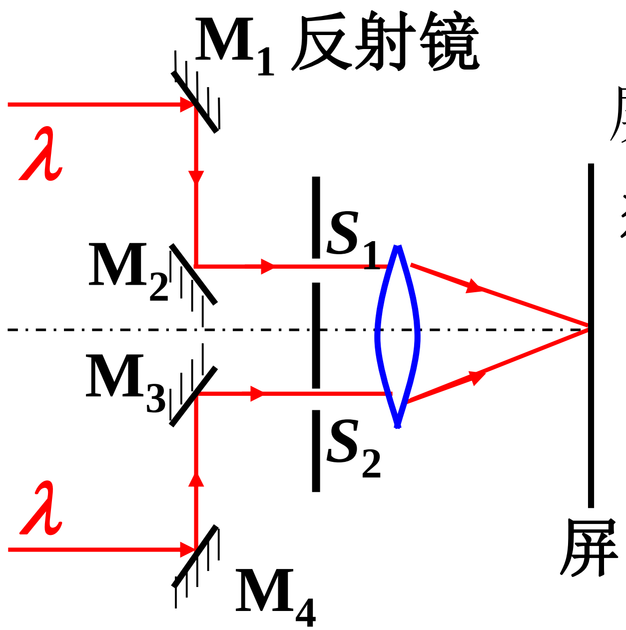
使 $d = d_0$，则条纹消失。

$$\boxed{\beta < \beta_0 = \frac{\lambda}{d}}$$

考虑到衍射的影响，有 $\beta = 1.22\dfrac{\lambda}{d_0}$

对于大角星
d～7m

- 迈克耳孙测星干涉仪



四块反射镜增大了双缝的缝间距

屏上条纹消失时，M_1M_4 间的距离就是 d_0

猎户座 α 星 $:\lambda \approx 570$ nm

1920年12月测得：

$$d_0 \approx 3.07\,\mathrm{m}。$$

$$\varphi = 1.22\frac{\lambda}{d_0} = \frac{570\times10^{-9}}{3.07}$$

$$\approx 2\times10^{-3}\,\mathrm{rad} \approx 0.047''$$

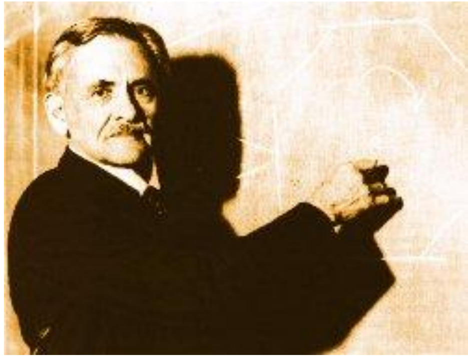
物理学史

- Huygens，1678*，巴黎科学院1690 《光论》，
- Newton，1675*，1704，出版《光学》，其中称Huygens为力学家、几何学家和天文学家
- 1802，Thomas Young，干涉，指出粒子学说缺点有三：
  - 强弱光的传播速度一致
  - 为何有部分反射，部分折射
  - 无法说明干涉

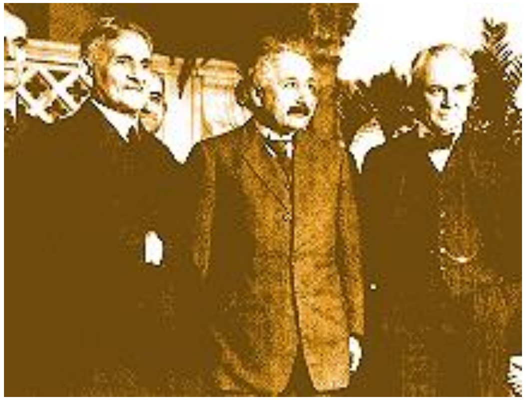
- Young在《关于光和声的实验与研究提纲》中称：“尽管我仰慕牛顿的大名，但我并不因此非得认为他是百无一失的….。我…遗憾地看到他也会弄错，而他的权威也许有时甚至阻碍了科学进步。”
- 但Young认为光是纵波，因而无法解释1808年Malus发现的偏振现象
- 1818，Augustin Jean Fresnel，横波理论，参与巴黎科学院的悬赏征文而轰动一时，最后由傅科和斐索的仲裁实验一锤定音。因波动论认为光疏V大，而粒子论相反。

Albert A. Michelson

the first American to receive a Nobel Prize in physics, 1907



Albert A. Michelson, Albert Einstein and Robert A. Millikan at the Califonia Institute of Technology in 1931



Born: 19 Dec 1852 in Strzelno, Poland

Died: 9 May 1931 in Pasadena, California

Albert A. Michelson

爱因斯坦:
“我总认为迈克尔逊是科学中的艺术家，他的最大乐趣似乎来自实验本身的优美和所使用方法的精湛，他从来不认为自己在科学上是个严格的‘专家’，事实上的确不是，但始终是个艺术家。”

许多著名的实验都堪称科学中的艺术，如：全息照相实验，吴健雄实验，兰姆赛移位实验等等。

重要的物理思想＋巧妙的实验构思＋精湛的实验技术 → 科学中的艺术

迈克耳逊在工作