Автономная некоммерческая организация высшего образования «Университет Иннополис»

АННОТАЦИЯ

НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ (МАГИСТЕРСКУЮ ДИССЕРТАЦИЮ) ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ 09.04.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ «ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ И ИНЖЕНЕРИЯ ДАННЫХ»

Тема Эф	фективные методы сжатия тензорных данны	JIX
Выполнили	Нестеров Григорий Алексеевич	подпись
	Ващенко Александр Александрович	подпись

Оглавление

1	Введение	3
2	Основные термины	6
3	Обзор литературы	8
4	Методология	10
5	Реализация	13
6	Анализ результатов	15
7	Заключение	18
Cı	Список литературы	

Введение

Высокоразмерные данные (тензоры) встречаются в различных прикладных областях. В качестве примеров могут выступать: нейронные сети, медикобиологические сигналы (ЭЭГ, МРТ), гиперспектральных изображений. Такие данные становятся все больше, требуя больших вычислительных мощностей для их использования. Классические методы тензорной декомпозиции, такие как Tucker [1], Tensor-Train (ТТ) [2], CANDECOMP/PARAFAC (CPD/CP) [1], [3]—[6], и их современные расширения позволяют аппроксимировать исходные тензора, уменьшая требуемый объём памяти и ускоряя вычисления на получаемых структурах [5], [6]. Однако эффективность разложения сильно зависит от правильно выбранных параметров метода, самого метода декомпозиции, что остаётся открытой исследовательской проблемой в зависимости от метода декомпозиции.

Актуальность работы. С ростом масштабов нейронных сетей и объёмов научных данных возрастает потребность в универсальных, устойчивых и масштабируемых методах тензорного сжатия, которые предоставляют гарантированное качество аппроксимированных данных и имеют готовые реализации с низкими накладными расходами по времени и памяти.

Цель работы — разработать и экспериментально обосновать эффективные методы выбора ранга и практические рекомендации по применению методов тензорной декомпозиции на примере задачи тензорного сжатия. А также в качестве прикладного практического примера, воспроизвести и улучшить,

Введение 4

на основе существующего исследования, метод сжатия нейронных сетей.

Задачи работы:

- 1. Провести сравнительный анализ современных реализаций методов тензорной декомпозиции на Python по времени выполнения, пиковому потреблению памяти и ошибки Фробениуса на 3D, 4D и 6D тензорах.
- 2. Разработать практические рекомендации по выбору методов декомпозиции и реализаций с учетом поддерживаемых форматов тензоров, языков программирования, зрелости АРІ и эффективности по критериям: ошибка Фробениуса, время выполнения и требуемая память, занимаемая различными аппаратными компонентами.
- 3. Разработать алгоритм автоматического выбора ранга для форматов Tucker и Tensor-Train, который достигает заданного пользователем коэффициента сжатия при минимизации ошибки Фробениуса.
- 4. Интегрировать предложенную процедуру выбора ранга в усовершенствованный метод для сжатия сверточных и полносвязных слоев нейронных сетей и выпустить готовую к использованию реализацию на Рython.
- 5. Реализовать и оценить усовершенствованный метод сжатия нейронных сетей на различных архитектурах CNN, количественно оценить компромиссы между точностью и сжатием и определить пути для дальнейшей оптимизации.

Работа предлагает адаптивную процедуры выбора ранга, позволяющую автоматически подбирать ранг для Tucker и Tensor-Train на основе заданного процента сжатия. Разработанный программный пакет и методические

Введение 5

рекомендации облегчают выбор инструментария при применении методов тензорной декомпозиции в прикладных задачах обработки высокоразмерных данных (тензоров).

В дальнейших разделах аннотации последовательно рассмотрены исходные предпосылки, методология реализаций, полученные результаты и выводы.

Основные термины

Тензор. N-го порядка (или N-мерный) тензор — элемент прямого произведения N векторных пространств. Для N=1 это вектор, для N=2 — матрица, при $N \geqslant 3$ говорят о тензорах высшего/высокоразмерного порядка [1].

Структурные форматы тензоров: *плотные* [7] - все элементы хранятся явно (базовый случай); *разреженные* [8]—[10] - сохраняются только ненулевые элементы; эффективно при разреженных данных; *блочно - разреженные* [10] - группирует ненулевые элементы в блоки, ускоряя операции на структурированных данных; *(супер)симметричные* [7] - тензоры используют симметрию по модам, уменьшая избыточность и объём памяти.

Тензорное внешнее произведение расширяет понятие матричного произведения, комбинируя два тензора в новый, порядок которого равен сумме порядков исходных.

Тензорная контракция — суммирование по общим индексам двух (или более) тензоров; обобщает скалярное произведение и лежит в основе вычислений в тензорных сетях.

Тензорные сети. Факторизуют высокоразмерный тензор в граф низкоразмерных «ядер». Классический пример — *Tensor-Train* (Matrix Product State), обеспечивающий полиномиальный рост числа параметров вместо экспоненциального.

Методы тензорной декомпозиции. Представляют исходный тензор как сумму или композицию более простых компонент (Tucker, Tensor-Train (TT),

CANDECOMP (CPD/CP) / PARAFAC, RTPCA). Это ключ к сжатию тензоров и слоев нейросетей: выбор ранга и формата напрямую определяет компромисс «точность—степень сжатия».

Перечисленные операции и форматы образуют методологическую основу дальнейших глав, где анализируются их вычислительные свойства и применимость к различным типам данных.

Обзор литературы

В этой главе проанализированы четыре ключевые семьи тензорных разложений: *CANDECOMP/PARAFAC* (CP), *Tucker* (HOSVD), *Tensor-Train* (TT) и *Robust Tensor PCA* (RTPCA) как представитель устойчивых методов. Рассмотрены их математические основы, недавние усовершенствования и практические сценарии использования.

Классические методы тензорной декомпозиции

- Разложение с названиями Canonical Decomposition (CANDECOMP), Canonical Polyadic Decomposition (CPD/CP) и Parallel Factor Analysis (PARAFAC) [11], [12] аппроксимирует тензор суммой рангов-1, обеспечивая структурную интерпретируемость при условной уникальности представления.
- Tucker/HOSVD [13] разлагает тензор на компактное ядро \mathcal{G} и матрицы факторов $\{A_n\}$ со свободными рангами R_n по модам. Гибкость даёт высокую точность и возможности денойзинга, но порождает неоднозначность факторов и сложность подбора рангов.
- Tensor-Train (TT) [2] хранит данные цепочкой ядер и TT-рангов, переводя экспоненциальную сложность в линейную по порядку d.

Современные расширения классических методов

- Robust Barron-Loss Tucker [14] заменяет норму Фробениуса обобщённой Barron-функцией потерь, уменьшая влияние выбросов при сохранении управляемости гладкостью.
- RTPCA [15] сочетает ядерную норму и ℓ_1 -штраф для разделения низкоранговой структуры и разреженных выбросов. Используется для избавления от шума в тензорах.

Релевантные исследованные работы

- Stable Low-rank Decomposition [16] объединяет СР и Tucker методы декомпозиции для аппроксимации сверточных слоев нейронных сетей.
- *Hybrid TT + Hierarchical Tucker* [17] показывает, что разные форматы оптимальны для свёрточных и полносвязных слоёв соответственно.
- Оптимизационные фреймворки [18] объединяют ADDM-регуляризацию, TT-разложение и дообучение, позволяя либо повысить точность, либо добиться экстремальных коэффициентов сжатия.
- Cross Tensor Approximation (CTA) [19] обходит полную SVD, используя выборку срезов/фибр и малое ядро; обеспечивает скорость и малый объём памяти для гиперспектральных и EEG-тензоров.
- Time-aware tensor decomposition for sparse tensors [20] вводят динамический штраф по временной моде, сочетая аналитическое и итеративное обновления матриц факторов для эволюционирующих данных.

Методология

В данной главе представлена методология, охватывающая разработку: (1) бенчмарка реализаций методов тензорной декомпозиции, (2) алгоритма автоматического выбора ранга для декомпозиций Tucker и Tensor Train, а также (3) алгоритма аппроксимации нейронных сетей.

Корпус тензоров для бенчмарка

- Изображения три RGB-тензора формата (H, W, 3): $564 \times 564 \times 3$, $412 \times 620 \times 3$ и $689 \times 1195 \times 3$.
- Видео три 4-х мерных тензора (T, H, W, 3): $220 \times 256 \times 144 \times 3$, $100 \times 144 \times 192 \times 3$ и $237 \times 144 \times 256 \times 3$.
- EEG два 6-ти мерных тензора, включающие факторы «субъект», «сеанс», «событие», «эпоха», «канал», «время»: $4 \times 12 \times 2 \times 15 \times 64 \times 1281$ и $3 \times 1 \times 1050 \times 2 \times 132 \times 201$.

Алгоритм выбора ранга

Ранг (г) ищется как минимум функции

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}) = \alpha \,\varepsilon_F(\mathbf{r}) + \beta \,(\rho_{\text{target}} - \rho_{\text{actual}}(\mathbf{r}))^2,\tag{4.1}$$

Методология 11

где ε_F — нормированная ошибка Фробениуса, ρ — доля памяти (цель — 50% от исходного объёма). Ограничения на ТТ-ранги r_k и Тискег-ранги R_n задаются классическими верхними/нижними границами. Поиск ведётся пакетами SciPy (Nelder–Mead, Powell, SLSQP, differential_evolution) плюс кастомный локальный оптимизатор; выбирается наименьшая \mathcal{L} .

Сравнение методов тензорной декомпозиции

Сравнение по качественным критериям

Производится ручное сравнение представленных в работе [21] реализаций, по критериям: поддерживаемые форматы тензоров, аппаратная поддержка, поддерживаемые языки, доступность.

Дизайн бенчмарка

Для каждого тензора вызывается процедура выбора ранга (для Tucker или ТТ) под целевое сжатие 0.5; Запускается расчет аппроксимации и реконструкции на основе реализаций методов декомпозиции представленых в TensorLy и ТЗF; Регистрируются время, пиковая память, ошибка Фробениуса.

Сравнение по количественным критериям

На основе зарегистрированных логов бенчмарка проводится сравнение реализаций методов тензорной декомпозиции по следующим критериям: пиковое потребление VRAM и RAM, затраченное время и ошибка Фробениуса.

Методология 12

Аппроксимации нейронных сетей

На основе работы [16] воспроизводится и улучшается метод аппроксимации нейронных сетей в PyTorch: автоматический выбор слоёв (conv и transposed-conv); применение CP, Tucker или гибрид CP+Tucker к фильтрам; интеграция алгоритма ранга для соблюдения заданного ρ_{target} ; дообучение сети.

Реализация

Вся кодовая база открыта: https://github.com/Innopolis-tensor-compression/
tensor-compression-methods. Проект организован по принципу reproducible
research: фиксация версий в pyproject.toml, единые seed'ы (np/torch/tf.random.seed(42)
отключённые нефрагментированные эвристики cuDNN и TF_DETERMINISTIC_OPS=

Аппаратно-ПО платформы.

- *Среда A* WSL 2 (Ubuntu 22.04) на Intel i7-6700K, 32 GB DDR3, NVIDIA GTX 1080 Ti 11 GB; Python 3.11, CUDA-PyTorch 2.0.1, TensorFlow 2.17.
- Среда В Ubuntu 25.04 на Intel i7-13700HK, 32 GB DDR5, NVIDIA
 RTX 4070 8 GB; Python 3.12, PyTorch 2.5.1 + CUDA.

Алгоритм автоматического ранга. Реализован на TensorLy+PyTorch (Tucker, TT) и SciPy оптимизаторах (Nelder–Mead, Powell, SLSQP, дифференциальная эволюция) с единой функцией потерь $\mathcal{L} = \alpha \, \varepsilon_F + \beta (\rho_{\text{target}} - \rho_{\text{actual}})^2$ (α =1, β =10). Для быстрых тестов доступен детерминированный алгоритм покоординатного поиска.

Бенчмарк-конвейер.

- 1. Загрузка тензора (изображения, видео, EEG).
- 2. Выбор ранга под целевое сжатие 50%.
- 3. Запуск разложения (TensorLy / T3F).

Реализация 14

4. Логирование: время (perf_counter), пик RAM/VRAM (memory_profiler, torch.cuda.max_memory_allocated), ошибка Фробениуса, фактическое сжатие.

5. Экспорт в JSON для последующего анализа Plotly-ноутбуками.

Компрессия нейросетей. На базе PyTorch создан пайплайн, который:

- сканирует модель, выделяет свёрточные и транспонированные свёрточные слои,
- применяет CP, Tucker или гибрид CP+Tucker с автоматическим рангом,
- подменяет исходный слой компактной каскадой,
- выполняет fine-tuning для восстановления точности.

На VGG-16 и ResNet-18/50 достигнуто 4–8-кратное сокращение параметров при снижении топ-1-точности не более чем на 1 %.

Трудности и обходы.

- Ограничения GPU-памяти вынудили исключить CP-разложение для 4-D/6-D тензоров.
- Переход TensorLy на новую мажорную версию потребовал адаптации к изменённому API.
- Ряд С/Matlab-библиотек отклонён по отсутствию Python-обёрток и невозможности конвертации форматов тензоров.

Таким образом, реализован единый, детерминированный и расширяемый инструментальный набор для оценки тензорных разложений и компрессии глубоких моделей, пригодный для дальнейших исследований и промышленного использования.

Анализ результатов

В завершающем этапе исследованы (i) точность алгоритма автоматического выбора ранга, (ii) производительность популярных библиотек тензорных разложений и (iii) эффективность предложенного конвейера сжатия нейронных сетей.

Алгоритм выбора ранга

Для трёх тестовых RGB-тензоров (3-го порядка) сравнены пять оптимизаторов. *Дифференциальная эволюция* оказалась наилучшей по совокупности критериев: при целевом сжатии 50 % она обеспечила

- среднюю относительную ошибку Фробениуса <1% (0.01 % для наиболее «цветового» изображения);
- время подбора ранга 39–51 с против 94 с у координатного поиска и 28–58 с у Powell при худшей точности;
- надёжную сходимость без «залипаний» в ранге [1,1,1,1], наблюдавшихся у Nelder–Mead и SLSQP.

Таким образом, сформулированная задача минимизации комбинированного функционала (ошибка + штраф за отклонение от заданного коэффициента сжатия) успешно решена; итоговый модуль rank search для форматов Tucker и TT опубликован в репозитории.

Бенчмарк библиотек

Комплексный бенчмарк (10158 запусков; тензоры 3D–6D) охватывал TensorLy 0.9.0, T3F 1.2.0 и несколько альтернатив / устаревших пакетов. Ключевые выволы:

- TensorLy + Tensor-Train показал наилучший баланс «точность RAM/VRAM время»: ошибка 0.0002–0.48 %, ускорение до 5× по сравнению с
 CP/Tucker, память <=3 ГБ для 3D и <=5.5 ГБ для 6D.
- **CP/PARAFAC** превосходил по ошибке (до 0.3 %) лишь на мелких 3D-тензорах, но требовал ~2× больше памяти и 5–20× больше времени.
- Основные *OOM-срывы* (50 % неудачных прогонов) вызваны комбинациями init=svd или svd=symeig_svd; переход к init=randomsvd=truncated_svd устраняет проблему без потери качества.

Практические рекомендации: TT (Truncated SVD), Tucker (init=random, svd=randomized и CP (init=random, $cvg_criterion=rec_error$, l_2 -per.=0.5).

Сжатие нейронных сетей

Конвейер РуТогсһ применён к шести моделям ImageNet (ResNet-18/34/50, VGG-11/16/19); все свёрточные и обратные свёрточные слои заменены Tucker-ядрами с автоматическим рангом.

- Сжатие параметров: 4-8х (30 % от исходного веса).
- Скорость инференса: ускорение 14–22 %.

• Точность: после 1 эпохи fine-tuning потери <= 1 pp Top-1; для ResNet-18/34 точность даже выросла на $\approx 2\,\%$ благодаря лёгкому регуляризующему эффекту разложения.

Ключевые выводы

- 1. Глобальные стохастические схемы (дифференциальная эволюция) предпочтительны для дискретной оптимизации рангов.
- 2. TensorLy-TT практический стандарт де-факто для разнотипных тензоров; СР оправдан лишь при строгих требованиях к интерпретируемости на малых данных.
- 3. Интеграция автоматического ранга в pipeline DL-сжатия позволяет получать компактные модели без ручного подбора гиперпараметров и без существенного ухудшения метрик.

Перспективы. Планируется изучить гибриды «глобальный поиск + локальное доулучшение», GPU-ускоренные версии оптимизаторов ранга и дополнительные функции потерь, учитывающие структурные свойства данных (например, спектральные нормы). Все отчёты, журналы и ноутбуки доступны по адресу: https://github.com/Innopolis-tensor-compression/tensor-compression-method

Заключение

Работа обобщает результаты систематического исследования тензорных разложений для трёх классов данных (изображения, видео и ЭЭГ) и их применения к сжатию глубинных нейросетей. Решены все поставленные в начале задачи.

Основные достижения.

- 1. *Качественный обзор* > 30 библиотек; сформирован краткий «шортлист» Python-инструментов (TensorLy, T3F), пригодных для воспроизводимых экспериментов.
- 2. *Бенчмарк 10 000+ прогонов* на 3D–6D тензорах: измерены время, пиковая RAM/VRAM и ошибка Фробениуса. Выявлено, что TensorLy-TT обеспечивает оптимальный баланс точности и ресурсов; даны практические настройки гиперпараметров для CP, Tucker и TT.
- 3. Разработан *автоматический выбор ранга* для форматов Tucker и Tensor-Train. Алгоритм на базе дифференциальной эволюции гарантирует заданное сжатие (50 %) при минимальной ошибке; опубликован модуль rank_search.
- 4. Воссоздан и улучшен конвейер сжатия CNN. Для VGG и ResNet получено 4–8х уменьшение параметров и 14–22 % ускорение инференса при падении Top-1 не более 1 pp (часто рост после fine-tuning).

Заключение 19

Практическая ценность.

• Открытый репозиторий содержит полный код, журналы и ноутбуки (https://github.com/Innopolis-tensor-compression/tensor-compression-methods), обеспечивая воспроизводимость и возможность дальнейшего расширения.

• Рекомендации по выбору библиотек, форматов и параметров пригодны для прикладных задач хранения, передачи и ускорения моделей и многомерных данных.

Ограничения и направления будущих работ.

- Улучшить функцию потерь и исследовать гибридные «глобальный + локальный» оптимизаторы ранга.
- Расширить конвейер на другие типы слоёв (групповые свёртки, attention) и форматы (Tensor Ring).
- Дополнить бенчмарк новыми наборами данных (аудио, гиперспектр) и библиотеками (EXATN, Scikit-TT).

Таким образом, работа вносит вклад в практику эффективного сжатия тензорных данных и моделей, предлагая как новые алгоритмы, так и документированную инфраструктуру для их оценки и применения.

Список литературы

- [1] Т. G. Kolda и В. W. Bader, «Tensor Decompositions and Applications,» *SIAM Review*, т. 51, № 3, с. 455—500, 2009. DOI: 10.1137/07070111X. eprint: https://doi.org/10.1137/07070111X. url: https://doi.org/10.1137/07070111X.
- [2] I. V. Oseledets, «Tensor-Train Decomposition,» *SIAM Journal on Scientific Computing*, т. 33, № 5, с. 2295—2317, 2011. DOI: 10.1137/090752286. eprint: https://doi.org/10.1137/090752286. url: https://doi.org/10.1137/090752286.
- [3] G. Tomasi и R. Bro, «PARAFAC and missing values,» *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, т. 75, № 2, с. 163—180, 2005, ISSN: 0169-7439. DOI: https://doi.org/10.1016/j.chemolab.2004.07.003. url: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169743904001741.
- [4] R. Bro, «Multiway analysis in the food industry. Models, algorithms and applications,» *Ph.D. dissertation, University of Amsterdam, Amsterdam*, авг. 2001.
- [5] G. Ballard и Т. G. Kolda, *Tensor Decompositions for Data Science*. авг. 2024, Preliminary draft copy. Accessed on: October 4, 2024, url: https://www.mathsci.ai/post/tensor-textbook/.
- [6] Y. Liu, J. Liu, Z. Long и C. Zhu, *Tensor Computation for Data Analysis*. Springer Cham, янв. 2022, ISBN: 978-3-030-74385-7. DOI: 10.1007/978-3-030-74386-4.

- [7] J. Synge и A. Schild, *Tensor Calculus* ((Dover books on Mathematics)). Dover Publications, 1978, ISBN: 9780486636122. url: https://books.google.ru/books?id=8vlGhlxqZjsC.
- [8] I. Duff, A. Erisman и J. Reid, *Direct Methods for Sparse Matrices* (NUMERICAL MATHEMATICS AND SCIE). Oxford University Press, 2017, ISBN: 9780198508380 url: https://books.google.ru/books?id=JhlLDgAAQBAJ.
- [9] D. Ahn, J.-G. Jang и U. Kang, «Time-aware tensor decomposition for sparse tensors,» *Machine Learning*, т. 111, № 4, с. 1409—1430, 2022, ISSN: 1573-0565. DOI: 10.1007/s10994-021-06059-7. url: https://doi.org/10.1007/s10994-021-06059-7.
- [10] Z. he, J. Li и L. Liu, «Tensor Block-Sparsity Based Representation for Spectral-Spatial Hyperspectral Image Classification,» *Remote Sensing*, т. 8, с. 636, авг. 2016. DOI: 10.3390/rs8080636.
- [11] F. L. Hitchcock, «The Expression of a Tensor or a Polyadic as a Sum of Products,» *Journal of Mathematics and Physics*, т. 6, № 1-4, с. 164—189, 1927. DOI: https://doi.org/10.1002/sapm192761164. eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/sapm192761164. url: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/sapm192761164.
- J. D. Carroll и J.-J. Chang, «Analysis of individual differences in multidimensional scaling via an n-way generalization of "Eckart-Young" decomposition,» *Psychometrika*, т. 35, № 3, с. 283—319, 1970. DOI: 10.1007/BF02310791. url: https://doi.org/10.1007/BF02310791.
- [13] L. R. Tucker, «Some Mathematical Notes on Three-Mode Factor Analysis,» *Psychometrika*, т. 31, № 3, с. 279—311, 1966. DOI: 10.1007/BF02289464.

- [14] M. Mozaffari и P. P. Markopoulos, «Robust Barron-Loss Tucker Tensor Decomposition,» в 2021 55th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, 2021, с. 1651—1655. DOI: 10.1109/IEEECONF53345. 2021.9723232.
- [15] C. Lu, J. Feng, Y. Chen, W. Liu, Z. Lin и S. Yan, *Tensor Robust Principal Component Analysis with A New Tensor Nuclear Norm*, 2019. arXiv: 1804. 03728 [stat.ML]. url: https://arxiv.org/abs/1804.03728.
- [16] A. H. Phan, K. Sobolev, K. Sozykin и др., «Stable Low-rank Tensor Decomposition for Compression of Convolutional Neural Network,» *CoRR*, т. abs/2008.05441, 2020. arXiv: 2008.05441. url: https://arxiv.org/abs/2008.05441.
- [17] B. Wu, D. Wang, G. Zhao, L. Deng и G. Li, «Hybrid tensor decomposition in neural network compression,» *Neural Networks*, т. 132, с. 309—320, дек. 2020, ISSN: 0893-6080. DOI: 10.1016/j.neunet.2020.09.006. url: http://dx.doi.org/10.1016/j.neunet.2020.09.006.
- [18] M. Yin, Y. Sui, S. Liao и B. Yuan, *Towards Efficient Tensor Decomposition-Based DNN Model Compression with Optimization Framework*, 2021. arXiv: 2107.12422 [cs.CV]. url: https://arxiv.org/abs/2107.12422.
- S. Ahmadi-Asl, C. F. Caiafa, A. Cichocki и др., «Cross Tensor Approximation Methods for Compression and Dimensionality Reduction,» *IEEE Access*, т. 9, с. 150 809—150 838, янв. 2021. DOI: 10.1109 / ACCESS. 2021. 3125069.
- [20] D. Ahn, J.-G. Jang и U. Kang, «Time-aware tensor decomposition for sparse tensors,» *Machine Learning*, т. 111, № 4, с. 1409—1430, 1 апр. 2022, ISSN: 1573-0565. DOI: 10.1007/s10994-021-06059-7. url: https://doi.org/10.1007/s10994-021-06059-7.

[21] С. Psarras, L. Karlsson и P. Bientinesi, «The landscape of software for tensor computations,» *CoRR*, т. abs/2103.13756, 2021. arXiv: 2103.13756. url: https://arxiv.org/abs/2103.13756.