## Автономная некоммерческая организация высшего образования «Университет Иннополис»

#### **АННОТАЦИЯ**

# НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ (МАГИСТЕРСКУЮ ДИССЕРТАЦИЮ) ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ 09.04.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

## НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ «ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ И ИНЖЕНЕРИЯ ДАННЫХ»

Тема Эф	фективные методы сжатия тензорных данны	JIX
Выполнили	Нестеров Григорий Алексеевич	подпись
	Ващенко Александр Александрович	подпись

## Оглавление

1	Введение	3
2	Основные термины	5
3	Обзор литературы	6
4	Методология	8
5	Реализация	10
6	Анализ результатов	13
7	Заключение	16
Cı	Список литературы	

## Введение

Высокоразмерные данные (тензоры) встречаются в различных прикладных областях. В качестве примеров могут выступать: нейронные сети, медикобиологические сигналы (ЭЭГ, МРТ), гиперспектральных изображений. Такие данные становятся все больше, требуя больших вычислительных мощностей для их использования. Классические методы тензорной декомпозиции, такие как Tucker [1], Tensor-Train (ТТ) [2], CANDECOMP/PARAFAC (CPD/CP) [1], [3]—[6], и их современные расширения позволяют аппроксимировать исходные тензора, уменьшая требуемый объём памяти и ускоряя вычисления на получаемых структурах [5], [6]. Однако эффективность разложения сильно зависит от правильно выбранных параметров метода, самого метода декомпозиции, что остаётся открытой исследовательской проблемой в зависимости от метода декомпозиции.

**Актуальность работы.** С ростом масштабов нейронных сетей и объёмов научных данных возрастает потребность в универсальных, устойчивых и масштабируемых методах тензорного сжатия, которые предоставляют гарантированное качество аппроксимированных данных и имеют готовые реализации с низкими накладными расходами по времени и памяти.

**Цель работы** — разработать и экспериментально обосновать эффективные методы выбора ранга и практические рекомендации по применению методов тензорной декомпозиции на примере задачи тензорного сжатия. А также в качестве прикладного практического примера, воспроизвести и улучшить,

Введение 4

на основе существующего исследования, метод сжатия нейронных сетей.

#### Задачи работы:

- 1. Провести сравнительный анализ современных реализаций методов тензорной декомпозиции на Python по времени выполнения, пиковому потреблению памяти и ошибки Фробениуса на 3D, 4D и 6D тензорах.
- 2. Разработать практические рекомендации по выбору методов декомпозиции и реализаций с учетом поддерживаемых форматов тензоров, языков программирования, зрелости АРІ и эффективности по критериям: ошибка Фробениуса, время выполнения и требуемая память, занимаемая различными аппаратными компонентами.
- 3. Разработать алгоритм автоматического выбора ранга для Tucker и Tensor-Train, который достигает заданного пользователем коэффициента сжатия при минимизации ошибки Фробениуса.
- 4. Воспроизвести и улучшить метод сжатия нейронных сетей, добавлением алгоритма поиска ранга для Tucker, количественно оценить компромиссы между точностью и сжатием и определить пути для дальнейшей оптимизации.

Работа предлагает адаптивную процедуры выбора ранга, позволяющую автоматически подбирать ранг для Tucker и Tensor-Train на основе заданного процента сжатия. Разработанный программный пакет и методические рекомендации облегчают выбор инструментария при применении методов тензорной декомпозиции в прикладных задачах обработки высокоразмерных данных (тензоров).

## Основные термины

**Тензор.** N-го порядка (или N-мерный) тензор — элемент прямого произведения N векторных пространств. Для N=1 это вектор, для N=2 — матрица, при  $N \geqslant 3$  говорят о тензорах высшего/высокоразмерного порядка [1].

Структурные форматы тензоров: *плотные* [7] - все элементы хранятся явно (базовый случай); *разреженные* [8]—[10] - сохраняются только ненулевые элементы; эффективно при разреженных данных; *блочно - разреженные* [10] - группирует ненулевые элементы в блоки, ускоряя операции на структурированных данных; *(супер)симметричные* [7] - тензоры используют симметрию по модам, уменьшая избыточность и объём памяти.

**Тензорное внешнее произведение** расширяет понятие матричного произведения, комбинируя два тензора в новый, порядок которого равен сумме порядков исходных.

**Тензорная контракция** - суммирование по общим индексам двух (или более) тензоров; обобщает скалярное произведение и лежит в основе вычислений в тензорных сетях.

**Тензорные сети** факторизуют высокоразмерный тензор в граф низкоразмерных «ядер». Классический пример — *Tensor-Train*, обеспечивающий полиномиальный рост числа параметров вместо экспоненциального.

**Методы тензорной декомпозиции.** Представляют исходный. Это ключ к сжатию тензоров и слоев нейросетей: выбор ранга и формата напрямую определяет компромисс «точность—степень сжатия».

## Обзор литературы

В этой главе проанализированы четыре ключевые семьи тензорных разложений: *CANDECOMP/PARAFAC* (CP), *Tucker* (HOSVD), *Tensor-Train* (TT) и *Robust Tensor PCA* (RTPCA) как представитель устойчивых методов. Рассмотрены их математические основы, недавние усовершенствования и практические сценарии использования.

#### Классические методы тензорной декомпозиции

- Разложение с названиями Canonical Decomposition (CANDECOMP), Canonical Polyadic Decomposition (CPD/CP) и Parallel Factor Analysis (PARAFAC) [11], [12] аппроксимирует тензор суммой рангов-1, обеспечивая структурную интерпретируемость при условной уникальности представления.
- Tucker/HOSVD [13] разлагает тензор на компактное ядро  $\mathcal{G}$  и матрицы факторов  $\{A_n\}$  со свободными рангами  $R_n$  по модам. Гибкость даёт высокую точность и возможности денойзинга, но порождает неоднозначность факторов и сложность подбора рангов.
- Tensor-Train (TT) [2] хранит данные цепочкой ядер и TT-рангов, переводя экспоненциальную сложность в линейную по порядку d.

#### Современные расширения классических методов

- Robust Barron-Loss Tucker [14] заменяет норму Фробениуса обобщённой Barron-функцией потерь, уменьшая влияние выбросов при сохранении управляемости гладкостью.
- RTPCA [15] сочетает ядерную норму и  $\ell_1$ -штраф для разделения низкоранговой структуры и разреженных выбросов. Используется для избавления от шума в тензорах.

#### Релевантные исследованные работы

- Stable Low-rank Decomposition [16] объединяет СР и Tucker методы декомпозиции для аппроксимации сверточных слоев нейронных сетей.
- *Hybrid TT + Hierarchical Tucker* [17] показывает, что разные форматы оптимальны для свёрточных и полносвязных слоёв соответственно.
- Оптимизационные фреймворки [18] объединяют ADDM-регуляризацию, TT-разложение и дообучение, позволяя либо повысить точность, либо добиться экстремальных коэффициентов сжатия.
- Cross Tensor Approximation (CTA) [19] обходит полную SVD, используя выборку срезов/фибр и малое ядро; обеспечивает скорость и малый объём памяти для гиперспектральных и EEG-тензоров.
- Time-aware tensor decomposition for sparse tensors [20] вводят динамический штраф по временной моде, сочетая аналитическое и итеративное обновления матриц факторов для эволюционирующих данных.

## Методология

В данной главе представлена методология, охватывающая разработку: (1) бенчмарка реализаций методов тензорной декомпозиции, (2) алгоритма автоматического выбора ранга для декомпозиций Tucker и Tensor Train, а также (3) алгоритма аппроксимации нейронных сетей.

## Корпус тензоров для бенчмарка

*Изображения* — три RGB-тензора формата (H, W, 3):  $564 \times 564 \times 3$ ,  $412 \times 620 \times 3$  и  $689 \times 1195 \times 3$ ; *Видео* — три 4-х мерных тензора (T, H, W, 3):  $220 \times 256 \times 144 \times 3$ ,  $100 \times 144 \times 192 \times 3$  и  $237 \times 144 \times 256 \times 3$ ;  $99\Gamma$  — два 6-ти мерных тензора, включающие факторы «субъект», «сеанс», «событие», «эпоха», «канал», «время»:  $4 \times 12 \times 2 \times 15 \times 64 \times 1281$  и  $3 \times 1 \times 1050 \times 2 \times 132 \times 201$ .

## Алгоритм выбора ранга для Tucker и Tensor-Train

Ранг (r) ищется как минимум функции  $\mathcal{L}(\mathbf{r}) = \alpha \, \varepsilon_F(\mathbf{r}) + \beta \, (\rho_{\text{target}} - \rho_{\text{actual}}(\mathbf{r}))^2$ , где  $\varepsilon_F$  — нормированная ошибка Фробениуса,  $\rho$  — доля памяти (цель — 50% от исходного объёма). Ограничения на ТТ-ранги  $r_k$  и Тискег-ранги  $R_n$  задаются классическими верхними/нижними границами. Поиск ведётся пакетами SciPy (Nelder–Mead, Powell, SLSQP, differential\_evolution) плюс кастомный локальный оптимизатор; выбирается наименьшая  $\mathcal{L}$ .

Методология 9

#### Сравнение по качественным критериям

Производится ручное сравнение представленных в работе [21] реализаций, по критериям: поддерживаемые форматы тензоров, аппаратная поддержка, поддерживаемые языки, доступность.

## Дизайн бенчмарка методов тензорной декомпозиции

Для каждого тензора вызывается процедура выбора ранга (для Tucker или ТТ) под целевое сжатие 0.5; Запускается расчет аппроксимации и реконструкции на основе реализаций методов декомпозиции представленых в TensorLy и ТЗF; Регистрируются время, пиковая память, ошибка Фробениуса.

#### Сравнение по количественным критериям

На основе зарегистрированных логов бенчмарка проводится сравнение реализаций методов тензорной декомпозиции по следующим критериям: пиковое потребление VRAM и RAM, затраченное время и ошибка Фробениуса.

## Аппроксимации слоев нейронных сетей

На основе работы [16] воспроизводится и улучшается метод аппроксимации нейронных сетей в PyTorch: автоматический выбор слоёв (conv и transposed-conv); применение CP, Tucker или гибрид CP+Tucker к фильтрам; интеграция алгоритма ранга для соблюдения заданного  $\rho_{\text{target}}$ ; дообучение сети.

## Реализация

Вся кодовая база доступна по ссылке: https://github.com/Innopolis-tenso r-compression/tensor-compression-methods. Проект организован с учетом возможности воспроизводимости: фиксация версий библиотек в pyproject.toml, установленные сиды (np/torch/tf.random.seed(42)), отключённые нефрагментированные эвристики cuDNN и  $TF_DETERMINISTIC_OPS=1$ .

#### Использованные среды для экспериментов:

- Среда A WSL 2 (Ubuntu 22.04) на Intel i7-6700K, 32 GB DDR3,
  NVIDIA GTX 1080 Ti 11 GB; Python 3.11, CUDA-PyTorch 2.0.1,
  TensorFlow 2.17.
- *Среда В* Ubuntu 25.04 на Intel i7-13700HK, 32 GB DDR5, NVIDIA RTX 4070 8 GB; Python 3.12, PyTorch 2.5.1 + CUDA.

#### Алгоритм подбора ранга для Tucker и Tensor-Train

Эксперименты реализованы на TensorLy+PyTorch (Tucker, TT) и SciPy оптимизаторах (Nelder–Mead, Powell, SLSQP, differential evolution) с единой функцией потерь  $\mathcal{L}(\mathbf{r}) = \alpha \, \varepsilon_F(\mathbf{r}) + \beta \, (\rho_{\text{target}} - \rho_{\text{actual}}(\mathbf{r}))^2$ , ( $\alpha$ =1,  $\beta$ =10). Для быстрых тестов доступен детерминированный алгоритм покоординатного поиска.

Реализация 11

## Сравнение реализаций методов декомпозиции

#### Бенчмарк реализаций методов тензорной декомпозиции

Загрузка тензора (изображения, видео, ЭЭГ); выбор ранга с помощью разработанного алгоритма под целевое сжатие 50%; запуск разложения с реализацией на TensorLy или ТЗF; логирование: время (perf\_counter), пик RAM/VRAM (memory\_profiler, torch.cuda.max\_memory\_allocated), ошибка Фробениуса, фактическое сжатие; экспорт в JSON для последующего анализа.

#### Сравнение по количественным критериям

Количественную оценку результатов бенчмарка мы проводили посредством совокупности взаимодополняющих методов. Сырые журналы измерений подвергались предварительной статистической обработке (агрегирование медиан и доверительных интервалов), после чего к ним последовательно применялись: (1) корреляционный анализ, визуализированный в виде тепловых карт, что позволило выявить устойчивые связи между гиперпараметрами и метриками производительности; (2) понижение размерности методом главных компонент (РСА), обеспечивавшее проекцию многомерных данных в двумерное и трёхмерное пространство без существенной потери информативности; (3) парные диаграммы рассеяния (pairplot), использовавшиеся для детального изучения локальных зависимостей и проверки гипотез о наличии кластеров. Совместное применение указанных техник обеспечило надёжное, репрезентативное и интерпретируемое сравнение реализаций по времени исполнения, пиковому потреблению памяти и ошибке Фробениуса.

Реализация 12

## Сжатие слоев нейронных сетей

На базе PyTorch создан метод, который: сканирует модель, выделяет свёрточные и транспонированные свёрточные слои; применяет СР, Tucker или гибрид СР+Тucker с автоматически подобранным рангом, исходя из заданного процента сжатия; подменяет исходный слой компактной каскадой; выполняет дообучение для восстановления точности.

На VGG-16 и ResNet-18/50 достигнуто 4—8-кратное сокращение параметров при снижении топ-1-точности не более чем на 1 %.

#### Косвенная работа и трудности

Ограничения GPU-памяти вынудили исключить CP-разложение для 4D и 6D тензоров; переход TensorLy на новую мажорную версию потребовал адаптации к изменённому API; ряд C/Matlab-библиотек отклонён по отсутствию Python-обёрток и невозможности конвертации форматов тензоров.

## Анализ результатов

В текущей главе представлен анализ результатов по исследованным темам (1) точность алгоритма автоматического выбора ранга, (2) производительность популярных библиотек тензорных разложений и (3) эффективность предложенного метода сжатия нейронных сетей.

## Алгоритм выбора ранга для Tucker и Tensor-Train

Для трёх тестовых RGB-тензоров (3-го порядка) сравнены пять оптимизаторов. Дифференциальная эволюция оказалась наилучшей по совокупности критериев: при целевом сжатии 50 % она обеспечила: среднюю относительную ошибку Фробениуса < 1% (0.01 % для наиболее «цветового» изображения); время подбора ранга 39–51 с против 94 с у координатного поиска и 28–58 с у Powell при худшей точности; надёжную сходимость без «залипаний» в начальном ранге, наблюдавшихся у Nelder–Mead и SLSQP.

Таким образом, сформулированная задача минимизации комбинированного функционала (ошибка Фробениуса + штраф за отклонение от заданного коэффициента сжатия) успешно решена; итоговый метод поиска ранга для форматов Tucker и TT опубликован в репозитории.

#### Бенчмарк реализаций методов тензорной декомпозиции

Комплексный бенчмарк (10 158 уникальных запусков; тензоры 3D–6D) охватывал TensorLy 0.9.0, T3F 1.2.0. Ключевые выводы:

- **TensorLy** + **Tensor-Train** показал наилучший баланс «точность память время»: ошибка Фробениуса 0.0002–0.48 %, ускорение до 5× по сравнению с CP/Tucker, память <=3 ГБ для 3D и <=5.5 ГБ для 6D.
- **CP/PARAFAC** превосходил по ошибке (до 0.3 %) лишь на мелких 3D-тензорах, но требовал ~2× больше памяти и 5× больше времени.
- Основные *ошибки по памяти* (50 % неудачных прогонов) вызваны комбинациями init=svd y TensorLy CP, svd=symeig\_svd y TensorLy TT или init=svd и svd=symeig\_svd y TensorLy Tucker; переход к init=random и svd=truncated\_svd устраняет проблему без потери качества.

Итоговые рекомендуемые парметры: TT ( $truncated\_svd$ ), Tucker (init=random,  $svd=randomized\_svd$ ) и CP (init=random,  $cvg\_criterion=rec\_error$ ,  $l_2$ -reg.=0.5).

## Сжатие слоев нейронных сетей

Метод на основе PyTorch применён к шести моделям ImageNet (ResNet-18/34/50, VGG-11/16/19); все свёрточные и обратные свёрточные слои заменены Tucker-ядрами с автоматическим подбором ранга.

- Сжатие параметров: 4-8х (30 % от исходного веса).
- Скорость инференса: ускорение 14–22 %.

• Точность: после 1 эпохи дообучения потери <= 1 pp Top-1; для ResNet-18/34 точность даже выросла на  $\approx 2\,\%$  благодаря лёгкому регуляризующему эффекту разложения.

#### Ключевые выводы

- 1. Дифференциальная эволюция предпочтительны для оптимизации рангов для Tucker и Tensor-Train.
- 2. TensorLy-TT практический стандарт в рамках рассмотренных реализаций для разнотипных тензоров; СР оправдан лишь при строгих требованиях к интерпретируемости на малых данных.
- 3. Интеграция автоматического ранга в метод сжатия слоев нейронных сетей позволяет получать компактные модели без ручного подбора гиперпараметров и без существенного ухудшения метрик.

**Перспективы.** Для улучшения есть возможность изучить гибриды «глобальный поиск + локальное доулучшение», GPU-ускоренные версии оптимизаторов ранга и дополнительные функции потерь, учитывающие структурные свойства данных.

Все графики, логи и ноутбуки доступны по ссылке: https://github.com/I nnopolis-tensor-compression/tensor-compression-methods.

## Заключение

Работа обобщает результаты систематического исследования тензорных разложений для трёх классов тензоров (изображения, видео и ЭЭГ) и их применения к сжатию слоев нейронных сетей.

#### Основные достижения.

- 1. Бенчмарк 10 000+ уникальных прогонов на 3D-6D тензорах: измерены время, пиковая RAM/VRAM и ошибка Фробениуса. Выявлено, что TensorLy-TT обеспечивает оптимальный баланс точности и ресурсов; даны практические настройки гиперпараметров для CP, Tucker и TT.
- 2. Разработан *алгоритм выбора ранга* для Tucker и Tensor-Train. Алгоритм на базе дифференциальной эволюции гарантирует заданное сжатие при минимальной ошибке Фробениуса.
- 3. Воссоздан и улучшен конвейер сжатия отдельных слоев нейронных сетей. Для VGG и ResNet получено 4–8х уменьшение параметров и 14–22 % ускорение инференса при падении Тор-1 не более 1 рр (часто рост после дообучения).

#### Практическая ценность.

• Открытый репозиторий содержит итоговый код реализаций, логи и ноутбуки с экспериментами (https://github.com/Innopolis-tensor-compr Заключение 17

ession/tensor-compression-methods), обеспечивая воспроизводимость и возможность дальнейшего расширения.

• Рекомендации по выбору библиотек, форматов и параметров пригодны для прикладных задач связанных с декомпозицией тензоров.

#### Ограничения и направления будущих работ.

- Улучшить функцию потерь и исследовать гибридные «глобальный + локальный» оптимизаторы ранга методов декомпозиции.
- Расширить конвейер на другие типы слоёв.
- Дополнить бенчмарк новыми наборами данных (аудио, гиперспектр) и библиотеками (EXATN, Scikit-TT).

Таким образом, работа вносит вклад в практику эффективного сжатия тензорных данных и моделей, предлагая как новые алгоритмы, так и документированную инфраструктуру для их оценки и применения.

## Список литературы

- [1] Т. G. Kolda и В. W. Bader, «Tensor Decompositions and Applications,» *SIAM Review*, т. 51, № 3, с. 455—500, 2009. DOI: 10.1137/07070111X. eprint: https://doi.org/10.1137/07070111X. url: https://doi.org/10.1137/07070111X.
- [2] I. V. Oseledets, «Tensor-Train Decomposition,» *SIAM Journal on Scientific Computing*, т. 33, № 5, с. 2295—2317, 2011. DOI: 10.1137/090752286. eprint: https://doi.org/10.1137/090752286. url: https://doi.org/10.1137/090752286.
- [3] G. Tomasi и R. Bro, «PARAFAC and missing values,» *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, т. 75, № 2, с. 163—180, 2005, ISSN: 0169-7439. DOI: https://doi.org/10.1016/j.chemolab.2004.07.003. url: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169743904001741.
- [4] R. Bro, «Multiway analysis in the food industry. Models, algorithms and applications,» *Ph.D. dissertation, University of Amsterdam, Amsterdam*, авг. 2001.
- [5] G. Ballard и Т. G. Kolda, *Tensor Decompositions for Data Science*. авг. 2024, Preliminary draft copy. Accessed on: October 4, 2024, url: https://www.mathsci.ai/post/tensor-textbook/.
- [6] Y. Liu, J. Liu, Z. Long и C. Zhu, *Tensor Computation for Data Analysis*. Springer Cham, янв. 2022, ISBN: 978-3-030-74385-7. DOI: 10.1007/978-3-030-74386-4.

- [7] J. Synge и A. Schild, *Tensor Calculus* ((Dover books on Mathematics)). Dover Publications, 1978, ISBN: 9780486636122. url: https://books.google.ru/books?id=8vlGhlxqZjsC.
- [8] I. Duff, A. Erisman и J. Reid, *Direct Methods for Sparse Matrices*. Oxford University Press, 2017, ISBN: 9780198508380. url: https://books.google.ru/books?id=JhlLDgAAQBAJ.
- [9] D. Ahn, J.-G. Jang и U. Kang, «Time-aware tensor decomposition for sparse tensors,» *Machine Learning*, т. 111, № 4, с. 1409—1430, 2022, ISSN: 1573-0565. DOI: 10.1007/s10994-021-06059-7. url: https://doi.org/10.1007/s10994-021-06059-7.
- [10] Z. he, J. Li и L. Liu, «Tensor Block-Sparsity Based Representation for Spectral-Spatial Hyperspectral Image Classification,» *Remote Sensing*, т. 8, с. 636, авг. 2016. DOI: 10.3390/rs8080636.
- [11] F. L. Hitchcock, «The Expression of a Tensor or a Polyadic as a Sum of Products,» *Journal of Mathematics and Physics*, τ. 6, № 1-4, c. 164—189, 1927. DOI: https://doi.org/10.1002/sapm192761164. eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/sapm192761164. url: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/sapm192761164.
- J. D. Carroll μ J.-J. Chang, «Analysis of individual differences in multidimensional scaling via an n-way generalization of "Eckart-Young" decomposition,» *Psychometrika*, τ. 35, № 3, c. 283—319, 1970. DOI: 10.1007/BF02310791. url: https://doi.org/10.1007/BF02310791.
- [13] L. R. Tucker, «Some Mathematical Notes on Three-Mode Factor Analysis,» *Psychometrika*, т. 31, № 3, с. 279—311, 1966. DOI: 10.1007/BF02289464.

- M. Mozaffari и P. P. Markopoulos, «Robust Barron-Loss Tucker Tensor Decomposition,» в 2021 55th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, 2021, с. 1651—1655. DOI: 10.1109/IEEECONF53345.20 21.9723232.
- [15] C. Lu, J. Feng, Y. Chen, W. Liu, Z. Lin и S. Yan, *Tensor Robust Principal Component Analysis with A New Tensor Nuclear Norm*, 2019. arXiv: 1804 .03728 [stat.ML]. url: https://arxiv.org/abs/1804.03728.
- [16] A. H. Phan, K. Sobolev, K. Sozykin и др., «Stable Low-rank Tensor Decomposition for Compression of Convolutional Neural Network,» *CoRR*, т. abs/2008.05441, 2020. arXiv: 2008.05441. url: https://arxiv.org/abs/2008.05441.
- [17] B. Wu, D. Wang, G. Zhao, L. Deng и G. Li, «Hybrid tensor decomposition in neural network compression,» *Neural Networks*, т. 132, с. 309—320, дек. 2020, ISSN: 0893-6080. DOI: 10.1016/j.neunet.2020.09.006. url: http://dx.doi.org/10.1016/j.neunet.2020.09.006.
- [18] M. Yin, Y. Sui, S. Liao и B. Yuan, *Towards Efficient Tensor Decomposition-Based DNN Model Compression with Optimization Framework*, 2021. arXiv: 2107.12422 [cs.CV]. url: https://arxiv.org/abs/2107.12422.
- S. Ahmadi-Asl, C. F. Caiafa, A. Cichocki и др., «Cross Tensor Approximation Methods for Compression and Dimensionality Reduction,» *IEEE Access*, т. 9, с. 150 809—150 838, янв. 2021. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.31250 69.
- [20] D. Ahn, J.-G. Jang и U. Kang, «Time-aware tensor decomposition for sparse tensors,» *Machine Learning*, т. 111, № 4, с. 1409—1430, 1 апр. 2022, ISSN: 1573-0565. DOI: 10.1007/s10994-021-06059-7. url: https://doi.org/10.1007/s10994-021-06059-7.

[21] С. Psarras, L. Karlsson и P. Bientinesi, «The landscape of software for tensor computations,» *CoRR*, т. abs/2103.13756, 2021. arXiv: 2103.13756. url: https://arxiv.org/abs/2103.13756.