Déterminer U_0 (la vitesse initiale)

On part de l'équation 4.14 (page 103/207 du pdf)

$$x_{0th} \approx \frac{\mathcal{L}\cos\theta_0}{2} \ln\left[1+4\left(\frac{U_0}{U_\infty}\right)^2 \sin\theta_0\right]$$

on a :

$x_{0th} \rightarrow$ la portée théorique

$\mathcal{L} \rightarrow$ la longueur aérodynamique $= \frac{U_\infty^2}{g}$ (page 97 → saturation de la portée)

$\theta_0 \rightarrow$ angle initial

$U_0 \rightarrow$ la vitesse initiale

$U_\infty \rightarrow$ la vitesse terminale d'un volant de badminton $= 6,7$ m/s (table 4.1 page 94)

ainsi $\mathcal{L} = \frac{6,7^2}{9,81} \approx 4,57$

Les paramètres que nous "entrons" sont la portée théorique que nous souhaitons et notre angle initial.

Prenons $x_{0th} = 9$ mètres et $\theta_0 = 18°$

$$9 \approx \frac{4,57\cos(18)}{2} \ln\left[1+4\left(\frac{U_0}{6,7}\right)^2 \sin(18)\right]$$

$$\frac{9\times 2}{4,57\times\cos(18)} \approx \ln\left[1+4\left(\frac{U_0}{6,7}\right)^2 \sin(18)\right]$$

$$e^{\frac{18}{4,57\times\cos(18)}} \approx 1+4\left(\frac{U_0}{U_\infty}\right)^2 \sin(18)$$

$$\frac{e^{\frac{18}{4{,}57\times\cos(18)}}-1}{4\sin(18)} \approx \left(\frac{U_0}{U_\infty}\right)^2$$

$$U_0 \approx 6{,}7\times\sqrt{\frac{e^{\frac{18}{4{,}57\times\cos(18)}}-1}{4\sin(18)}}$$ → valeur négative !

$U_0 \approx 76$ m/s => 273 km/h. (calculatrice en radiants)

en degrés on a $U_0 \approx 47$ m/s => 170 km/h

Déterminer θ^* (l'angle optimal de tir).

On part de l'équation 4.16 (page 106 du poly).

$$\theta^* \approx \arctan\sqrt{\frac{(U_0/U_\infty)^2}{[1+(U_0/U_\infty)^2]\ln[1+(U_0/U_\infty)^2]}}$$

L'angle obtenu permettra de maximiser la portée en fonction de la vitesse initiale.

Prenons $U_0 = 76$ m/s.

$$\theta^* \approx \arctan\sqrt{\frac{(76/6{,}7)^2}{[1+(76/6{,}7)^2]\ln[1+(76/6{,}7)^2]}}$$

$$\theta^* \approx \arctan\sqrt{\frac{129}{130\ \ln(130)}}$$

$$\theta^* \approx \arctan\sqrt{0{,}20}$$ <=> $\arctan 1/\sqrt{2\ln(U_0/U_\infty)}$

pour $U_0 \approx 47$ m/s

$$\theta^* \approx 0{,}42 \text{ radians} \to 24°$$ $\theta^* = 26°$

Si on applique cela au cas de figure précédent on obtient une portée de 11,16 mètres (+2 mètres)