

Métodos Quantitativos para Informática

Ficha de trabalho - Lógica e Álgebra de Boole

✓ 1. Sejam p , q e r as proposições:

p : "Eu estudo MQI."

q : "Eu vou às aulas."

r : "Eu fui aprovado à unidade."

(a) Traduza em linguagem corrente as proposições:

i. $\sim p \vee q$

ii. $p \wedge \sim r$

iii. $\sim (q \vee r)$

iv. $\sim (r \wedge \sim q)$

(b) Represente algebricamente cada uma das seguintes afirmações:

i. "Eu estudo MQI e fui aprovado à unidade."

iii. "Eu estudo MQI mas não vou às aulas."

ii. "Eu não estudo ou não vou às aulas."

iv. "Eu estudo MQI ou não fui aprovado à unidade."

✓ 2. Considere duas proposições p e q . Mostre que a proposição $\sim (p \vee q) \vee (p \wedge \sim q)$ é equivalente a $\sim q$ recorrendo a uma tabela de verdade.

✓ 3. Escreva a tabela de verdade correspondente a cada uma das seguintes funções booleanas:

(a) $f(a, b, c) = a \cdot (\bar{b} + \bar{c}) \cdot (b + c)$

(b) $f(a, b, c) = \overline{a \cdot c} + \overline{b \cdot c}$

(c) $f(a, b, c) = a \cdot (\bar{b} + c)$

✓ 4. Sejam a , b e c variáveis booleanas. Mostre recorrendo a uma tabela de verdade que

$$a \cdot b + \bar{a} \cdot c + b \cdot c = a \cdot b + \bar{a} \cdot c$$

✓ 5. Sejam a , b e c variáveis booleanas.

(a) $(a + \bar{b} + a \cdot b) \cdot (a + \bar{b}) \cdot (\bar{a} \cdot b) = 0$

(b) $\bar{a} \cdot b + a \cdot (1 \cdot a + \overline{a \cdot b}) = a + b$

(c) $(\bar{b} \cdot 1 + 1 \cdot c \cdot a) \cdot b + 1 \cdot b = b$

Para cada alínea acima:

(a) Utilizando os axiomas e os teoremas da Álgebra de Boole binária que conhece, mostre que a igualdade é verdadeira;

(b) Escreva o respetivo dual.

✓ 6. Recorrendo aos axiomas e aos teoremas da Álgebra de Boole binária que conhece, mostre as seguintes igualdades:

(a) $a \cdot c + a \cdot b \cdot c = a \cdot c$

(b) $\overline{[(\bar{b} + c) \cdot a]} + \overline{c \cdot d} = c \cdot d$

(c) $(a \cdot \bar{b} \cdot (c + b \cdot d) + \bar{a} \cdot \bar{b}) \cdot c = \bar{b} \cdot c$

③ a) $f(a,b,c) = a \cdot (\bar{b} + c) \cdot (b + c)$
 $(a \wedge (\neg b \vee c) \wedge (b \vee c))$

a	b	c	\bar{b}	$\bar{b} + c$	$a \cdot (\bar{b} + c)$	$b + c$	$a \cdot (\bar{b} + c) \cdot (b + c)$
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1

b) $f(a,b,c) = \overline{a \cdot c} + \overline{b \cdot c} = (\bar{a} + \bar{c}) + (\bar{b} + \bar{c})$
 $(\neg a \vee \neg c) \vee (\neg b \vee \neg c)$

a	b	c	\bar{a}	\bar{c}	$\bar{a} + \bar{c}$	\bar{b}	$\bar{b} + \bar{c}$	$(\bar{a} + \bar{c}) + (\bar{b} + \bar{c})$
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0

$$c) f(a,b,c) = a \cdot (\bar{b} + c)$$

$$a \wedge (\neg b \vee c)$$

a	b	c	\bar{b}	$\bar{b} + c$	$a \cdot (\bar{b} + c)$
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

$$4) a \cdot b + \bar{a} \cdot c + b \cdot c = a \cdot b + \bar{a} \cdot c$$

$$(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge c) \vee (b \wedge c) = (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge c)$$

Duas tabelas de verdade para demonstrar:

(afinal aqui posso só fazer uma, pq a outra expressão é parte da 1ª)

primeira, mas se não fosse, tinha que fazer uma tabela para a expressão do lado esquerdo e outra para a do lado direito).

a	b	c	\bar{a}	$a \cdot b$	$\bar{a} \cdot c$	$b \cdot c$	$(a \cdot b) + (\bar{a} \cdot c)$	$(a \cdot b) + (\bar{a} \cdot c) + (b \cdot c)$
0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1

Como queria demonstrar.

