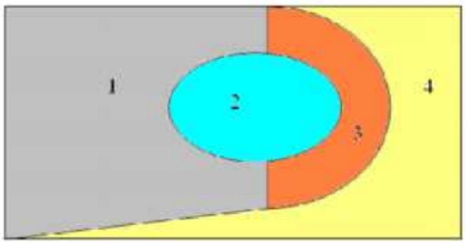
Métodos Quantitativos para a Informática
Ficha de trabalho - Matrizes e Sistemas

1. Uma secção de um pavilhão de exposições está dividida em 4 stands de acordo com a figura seguinte.



   (a) Construa a matriz A com os elementos

   $$a_{ij} = \begin{cases} i+j & \text{, caso o stand } i \text{ seja vizinho do stand } j \\ 0 & \text{, caso contrário} \end{cases}.$$

   (b) Calcule A^T.

2. Construa a matriz A com os elementos $a_{ij} = \begin{cases} 2 & \text{, se } i<j \\ 0 & \text{, se } i=j \\ j+2i & \text{, se } i>j \end{cases}$, para $i, j = 1, \cdots, 4$.

3. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ e $D = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. Determine, se possível,

   (a) $A+B$
   (b) $A+B^T$
   (c) $3A^T-B$
   (d) $2B^T+4A$
   (e) AB
   (f) BA
   (g) AC
   (h) BC
   (i) D^2
   (j) $BA-2D$
   (k) D^T-2BA
   (l) $(AB)^T+3D$

4. Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Determine a matriz X tal que,

   (a) $5A-X=B$
   (b) $3X+5(C-2A)=A-X$
   (c) $5(C+X)-4(X+C)=A$

5. Considere as matrizes $D = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.

   (a) Calcule $D-I_3+E^T$
   (b) Determine a matriz X tal que $(D+\frac{1}{2}X)^T+E-I_3=\mathbf{0}$

6. Considere a matriz A tal que $A=[a_{ij}]$ para $a_{ij}=i^2-j$ e $i=1,2,3$ e $j=1,2$.

   (a) Calcule todos os elementos da matriz A e apresente-a.
   (b) Determine a matriz $X=AA^T-3\mathbf{I}_3$.

7. Considere as matrizes A e B definidas por: $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = [b_{ij}]_{2\times 3}$ tal que $b_{ij} = 3^i - 2j$.

   (a) Construa a matriz B.

   (b) Calcule a matriz $A\,B^T$.

8. Classifique cada uma das afirmações seguintes como verdadeira ou falsa e justifique a sua resposta.

   (a) Se A e AB são matrizes do tipo 4×5, então B é uma matriz quadrada.

   (b) Sejam $A_{2\times 3}$, $B_{3\times 3}$, $C_{2\times 1}$ e $D_{3\times 2}$ quatro matrizes. Usando a multiplicação de matrizes é possível obter uma matriz coluna.

   (c) A matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$ satisfaz $A^2 = 12A$.

9. Considere o sistema de equações lineares $\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x = 2 - y \\ -5x = 2y + 2 \end{cases}$.

   (a) Escreva a matriz ampliada do sistema.

   (b) Resolva o sistema pelo método de eliminação de Gauss.

10. Considere o sistema de equações lineares $\begin{cases} x - y + 2z = 2 \\ 2x + 7z - 13 = y \\ 3x - y + 8z = 16 \end{cases}$

    (a) Escreva o sistema na forma matricial.

    (b) Resolva o sistema pelo método da condensação.

11. Resolva, pelo método de eliminação de Gauss, os seguintes sistemas de equações lineares.

    (a) $\begin{cases} x + y + 2z = 9 \\ 2x + 4y - 3z = 1 \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{cases}$

    (b) $\begin{cases} x + 2z = 0 \\ -y - z = 1 \\ -2x + y + z = 3 \\ 3x + 3z = -4 \end{cases}$

    (c) $\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 3x - y - 3z = -1 \\ 2x + 3y + z = 4 \end{cases}$

    (d) $\begin{cases} x + z = 1 \\ -x + 2y - z = 3 \end{cases}$

    (e) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 3x + 4y = -1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

    (f) $\begin{cases} x - y + z - u = 2 \\ 2x - 2y - z + 2u = -2 \\ -x + 2y + 2z - u = 0 \end{cases}$

12. Um parque tem três pistas para caminhada, P1, P2 e P3, sendo que a pista P2 tem o dobro do comprimento da pista P1. No sábado, a Ana deu duas voltas na pista P1, uma volta na pista P2 e 4 voltas na pista P3, tendo caminhado um total de 7260 metros. No mesmo dia, o João deu uma volta à pista P1, duas voltas na pista P2 e quatro voltas na pista P3, tendo caminhado um total de 8340 metros.

    Escreva um sistema de equações lineares que lhe permita determinar o comprimento de cada pista. Identifique claramente o significado de cada uma das variáveis que utilizar.

13. O Sr. Alfredo é dono de uma empresa de distribuição de 3 tipos de peixe: bacalhau, robalo e salmão e para as suas entregas dispõe de uma frota de carrinhas da marca Opel, Fiat e Mercedes com diferentes capacidades. O número de caixas de cada tipo de peixe que cada carrinha pode levar encontra-se na tabela abaixo:

	Bacalhau	Robalo	Salmão
Opel	5	2	6
Fiat	7	5	2
Mercedes	8	3	7

    Apresente o sistema ue lhe permite calcular o número de veículos de cada tipo que são necessários para o Sr. Alfredo transportar exatamente 54 caixas de bacalhau, 23 caixas de robalo e 48 caixas de salmão.

14. Um psicólogo para estudar os efeitos da nutrição sobre o comportamento de cobaias de laboratório está a alimentar um grupo com uma combinação de 3 alimentos: I, II, e III. Cada um destes alimentos contém três aditivos A, B, e C que estão a ser usados no estudo. Na tabela que se segue apresentam-se as quantidades, em gramas, de cada aditivo nos diferentes tipos de alimentos.

	Tipo I	Tipo II	Tipo III
Aditivo A	1	3	6
Aditivo B	0	4	5
Aditivo C	2	2	12

    Se a dieta exigir $53g$ por dia de A, $45g$ por dia de B e $86g$ por dia de C, determine o número de doses por dia de cada alimento que deve ser usado.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia