Estruturas básicas: matrizes e sistemas de equações lineares

Ano letivo 2025/2026

universidade de aveiro estga escola superior de tecnologia e gestão de águeda

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Matrizes e Sistemas de equações lineares

Tópicos deste capítulo:

- Matrizes
- Sistemas de equações lineares

No final do capítulo o estudante:

- opera com matrizes
- resolve e classifica sistemas de equações lineares

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Conceito de Matriz

Definição

Chama-se matriz a um quadro de dupla entrada de elementos dispostos de forma ordenada por linhas e colunas. A posição de cada elemento fica definida por meio de um par de índices: o primeiro indica a linha e o segundo indica a coluna a que o elemento pertence.

De uma forma geral, as matrizes são apresentadas usando parêntesis retos [ ] e designam-se por letras maiúsculas. Uma matriz A de m linhas e n colunas

representa-se por

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

ou, simplesmente, por $[a_{ij}]_{m\times n}$, onde a_{ij} é o elemento da matriz A situado na linha i e na coluna j, com $i = 1, 2, \cdots, m$ e $j = 1, 2, \cdots, n$.

Exemplos:

$$A_{3\times 4} = \begin{bmatrix} 6 & 24 & 15 & 2 \\ 10 & 12 & 10 & 4 \\ 5 & 8 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

- A é uma matriz 3×4;
- $a_{32} = 8$

$$B_{1\times 4} = \begin{bmatrix} 8 & 5,5 & 12 & 18 \end{bmatrix}$$

- B é uma matriz 1×4;
- $b_{11} = 8$

Tipos de Matrizes

Uma matriz do tipo

- $n \times n$ diz-se uma matriz quadrada de ordem n;
- $m \times n$, com $m \neq n$, diz-se uma matriz retangular;
- $1 \times n$ diz-se uma matriz linha;
- $m \times 1$ diz-se uma matriz coluna.

Exemplos:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 2}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}_{3\times 2}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}_{1\times 3}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

Seja $A = [a_{ij}]_{n\times n}$ uma matriz quadrada.

- Os elementos $a_{ii}, i = 1, \ldots, n$ são designados os elementos principais e formam a designada diagonal principal.

Exemplo:

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

- Elementos principais: $2, 0, -3$

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Uma matriz quadrada $A_n = [a_{ij}]_{n\times n}$ diz-se:

- Matriz triangular superior se todos os elementos abaixo da diagonal principal são nulos, isto é, $i > j \Rightarrow a_{ij} = 0$;
- Matriz triangular inferior se todos os elementos acima da diagonal principal são nulos, isto é, $i < j \Rightarrow a_{ij} = 0$;
- Matriz diagonal se todos os elementos não principais forem iguais a zero;
- Matriz escalar se é uma matriz diagonal com todos os elementos da diagonal principal iguais.

Exemplos:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Matriz Identidade

A matriz identidade, I_n, é a matriz diagonal de ordem n cujos elementos da diagonal principal são iguais a 1, ou seja, $a_{ii} = 1$, $i = 1, 2, \cdots, n$.

Exemplos:

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz nula

Uma matriz $A_{m\times n}$ é uma matriz nula se todos os seus elementos são nulos, isto é, $a_{ij} = 0$ para todo i, j. A matriz nula representa-se por $\mathbf{0}$.

Exemplo:

$$\mathbf{0}_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Igualdade de Matrizes

Definição

Duas matrizes $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ *e* $B = [b_{ij}]_{p\times q}$ *são iguais,* $A = B$*, se são do mesmo tipo, ou seja* $m = p$ *e* $n = q$ *e todos os elementos correspondentes são iguais, isto é,*

$$a_{ij} = b_{ij}, \; , \; i = 1, 2, \cdots, m \; , \; j = 1, 2, \cdots, n \, .$$

Exemplo: Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{4} \\ 3 & \frac{16}{4} \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$A = B$, enquanto que $A \neq C$ visto que não são do mesmo tipo.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Operações com Matrizes

Adição de matrizes

Sejam A e B duas matrizes com a mesma dimensão $m \times n$. A matriz soma, $A + B$, é dada por

$$A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n} \ .$$

(Adicionam-se os elementos correspondentes das duas matrizes.)

Exemplos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & \frac{1}{2} \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}$ não se podem somar.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Propriedades

Sejam A, B, C e 0 matrizes do mesmo tipo, sendo $\mathbf{0}$ a matriz nula. A adição de matrizes:

- é comutativa: $A + B = B + A$;
- é associativa: $(A + B) + C = A + (B + C)$;
- admite a existência de elemento neutro: $A + \mathbf{0} = A$;
- admite a existência de elemento oposto: $A + (-A) = \mathbf{0}$.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Multiplicação de uma matriz por um escalar

Seja A uma matriz de dimensão $m \times n$ e $\lambda \in \mathbb{R}$. A matriz λA é a matriz definida por

$$\lambda A = [\lambda a_{ij}]_{m \times n} .$$

(Multiplica-se o escalar por todos os elementos da matriz.)

Exemplo:

$$2 \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$$

Propriedades

Sejam A e B matrizes do mesmo tipo, $\lambda \in \mathbb{R}$ e $\mu \in \mathbb{R}$. A multiplicação de uma matriz por um escalar:

- é distributiva $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$ e $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$;
- é associativa $\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A$.

Multiplicação de matrizes

Sejam $A_{m\times n}$ e $B_{n\times p}$ duas matrizes. O produto das matrizes, AB, é dado por

$$AB = \left[\sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{jk}\right]_{m\times p}.$$

(Multiplicam-se as linhas de A pelas colunas de B, i.e, o elemento c_{ik} do produto é a soma algébrica dos produtos dos elementos da linha i pelos correspondentes elementos da coluna k)

Nota

O produto AB só está definido se n.º de colunas de A = n.º de linhas de B.

Exemplo: Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.

$A_{2\times 3}B_{3\times 3} =$

$$\begin{bmatrix} 1\times 3 + -1\times 1 + 0\times 0 & 1\times -1 + -1\times 1 + 0\times 1 & 1\times 2 + -1\times 0 + 0\times -1 \\ 2\times 3 + -1\times 1 + 1\times 0 & 2\times -1 + -1\times 1 + 1\times 1 & 2\times 2 + -1\times 0 + 1\times -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 5 & -2 & 3 \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

Neste caso, BA não está definido.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Propriedades

Sejam A, B, C, $\mathbf{0}$ e I matrizes de dimensões apropriadas ($\mathbf{0}$ é a matriz nula e I a matriz identidade) e $\lambda \in \mathbb{R}$. A multiplicação de matrizes:

- é associativa: $(AB)C = A(BC)$;
- é distributiva: $A(B + C) = AB + AC$ e $(B + C)A = BA + CA$;
- é associativa relativamente à multiplicação por um escalar: $(\lambda A)B = A(\lambda B) = \lambda(AB)$;
- verifica $AI = A$ e $IA = A$;
- verifica $A\mathbf{0} = \mathbf{0}$ e $\mathbf{0}A = \mathbf{0}$;

Nota:

O produto de matrizes não é, em geral, comutativo.

Definição (Matrizes permutáveis)

Duas matrizes dizem-se permutáveis se $AB = BA$.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Transposta de uma matriz

Definição

Seja $A_{m\times n}$ uma matriz. A ***matriz transposta*** *de A é a matriz que se obtém de A trocando ordenadamente as linhas pelas colunas. Denota-se por A^T e tem dimensão $n \times m$.*

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 7 \end{bmatrix}, \; A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

Propriedades

Sejam $\lambda \in \mathbb{R}$, $A_{m\times n}$, $B_{m\times n}$ e $C_{n\times p}$ matrizes. Então:

- $(A^T)^T = A$;
- $(A+B)^T = A^T + B^T$;
- $(\lambda A)^T = \lambda A^T$;

Definições

- Uma matriz $A_{n\times n}$ diz-se simétrica se $A^T = A$;

Exemplos:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ é simétrica pois $A^T = A$.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Matriz em escada

Definição

Uma matriz diz-se em escada de linhas quando tiver as seguintes características:

- *se houver linhas nulas, elas situam-se abaixo das linhas não nulas;*
- *se abaixo do primeiro elemento não nulo de cada linha (pivot) e abaixo dos elementos anteriores da mesma linha, os elementos são nulos.*

Exemplos:

As seguintes matrizes estão em escada de linhas:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 8 \end{bmatrix} \quad , B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Operações Elementares e Condensação

Operações elementares sobre as linhas de uma matriz:

- Troca de linhas

$$L_i \leftrightarrow L_j$$

- Multiplicação de uma linha da matriz por um escalar não nulo

$$L_i \to \alpha L_i$$

- Adição a uma linha um múltiplo de outra linha

$$L_i \to L_i + \alpha L_j$$

Condensação

Condensação é o processo que utiliza as operações elementares sobre as linhas (ou colunas) de uma matriz para a transformar numa matriz na forma de escada de linhas.

Exemplo

Condensação da matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[L_1 \leftrightarrow L_2]{} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{L_2 \to L_2 - 2L_1 \\ L_3 \to L_3 - L_1 \\ L_4 \to L_4 + L_1}]{}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{L_3 \to L_3 - L_2 \\ L_4 \to L_4 - L_2}]{} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A matriz A tem 3 pivots.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Característica de uma matriz

A característica de uma matriz A, $car(A)$, é o número de linhas não nulas da matriz obtida após a condensação.

Exemplo:
No exemplo anterior, $car(A) = 3$.

Nota:

- A característica de uma matriz não depende das operações elementares efetuadas sobre as linhas (ou colunas);

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Sistemas de Equações Lineares

O sistema formado por m equações lineares nas n incógnitas $x_1, x_2, \ldots, x_n$, definido por:

$$\left\{\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{array}\right.$$

é designado por sistema de equações lineares.

Este sistema pode ser escrito na forma matricial, $AX = B$:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

onde $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ é a matriz dos coeficientes, $X = [x_j]_{n\times 1}$ é a matriz das incógnitas e $B = [b_i]_{m\times 1}$ é a matriz dos termos independentes.

Exemplo

$$\left\{\begin{array}{c} 2x+y-z+w=2 \\ x-2y-2z+w=1 \\ x+z-2w=0 \\ 3x-y-w=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Definição (Soluções do sistema)

Designam-se por soluções do sistema de equações lineares, os valores das incógnitas que satisfazem as equações do sistema $AX = B$.

Definição (Classificação de sistemas)

Seja $AX = B$ um sistema de equações lineares. Então o sistema diz-se:

- *possível quando admitir pelo menos uma solução;*
    - *possível e determinado se admite uma única solução;*
    - *possível e indeterminado se admite mais do que uma solução;*
- *impossível quando não admitir qualquer solução.*

Definição (Matriz ampliada)

Seja $AX = B$ um sistema de equações lineares. Designa-se por matriz ampliada *do sistema e representa-se por $[A|B]$ a matriz*

$$[A|B] = \left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array}\right]$$

Exemplo

$$\left\{\begin{array}{c} 2x + y - z + w = 2 \\ x - 2y - 2z + w = 1 \\ x + z - 2w = 0 \\ 3x - y - w = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$[A|B] = \left[\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{array}\right]$$

Método de eliminação de Gauss para resolução de sistemas de equações lineares $AX = B$

- Constrói-se a matriz ampliada $[A|B]$;
- Efetuam-se operações elementares sobre as linhas da matriz ampliada $[A|B]$ de forma a obter a sua forma escalonada por linhas $[A'|B']$;
- O sistema representado pela matriz $[A'|B']$, obtida pela condensação, é equivalente ao sistema representado por $[A|B]$;
- Pode recorrer-se ao método de substituição para determinar a solução do sistema (se existir).

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Exemplo 1

$$\begin{cases} x+2y-3z=3 \\ 2x-y-z=11 \\ 3x+2y+z=-5 \end{cases}$$

- condensação da matriz ampliada:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 11 \\ 3 & 2 & 1 & -5 \end{array}\right] \xrightarrow[\substack{L_2-2L_1 \\ L_3-3L_1}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & -5 & 5 & 5 \\ 0 & -4 & 10 & -14 \end{array}\right] \xrightarrow[\frac{1}{5}L_2]{}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & 10 & -14 \end{array}\right] \xrightarrow[L_3-4L_2]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -18 \end{array}\right]$$

- Sistema equivalente:

$$\begin{cases} x+2y-3z=3 \\ -y+z=1 \\ 6z=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ - \\ z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ -y+(-3)=1 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ y=-4 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+2(-4)-3(-3)=3 \\ - \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-4 \\ z=-3 \end{cases}$$ O sistema é possível e determinado, sendo o conjunto solução dado por $\{(2,-4,-3)\}$.

Exemplo 2

$$\begin{cases} -x + 4z = 0 \\ y = -1 \\ -x + y + 4z = -1 \end{cases}$$

- condensação da matriz ampliada:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 4 & -1 \end{array}\right] \xrightarrow[L_3 - L_1]{} \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right] \xrightarrow[L_3 - L_2]{}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

- Sistema equivalente:

$\begin{cases} -x + 4z = 0 \\ y = -1 \\ 0z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4z \\ y = -1 \\ z \in \mathbb{R} \end{cases}$ O sistema é possível e indeterminado, sendo o conjunto solução dado por $\{(4z, -1, z) : z \in \mathbb{R}\}$.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Exemplo 3

$$\left\{\begin{array}{r} 2x - y + z = 3 \\ 2x - y + 4z = 2 \\ -4x + 2y + z = -5 \end{array}\right.$$

- condensação da matriz ampliada:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 2 \\ -4 & 2 & 1 & -5 \end{array}\right] \xrightarrow[\substack{L_2 - L_1 \\ L_3 + 2L_1}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[L_3 - L_2]{}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right]$$

- Sistema equivalente:

$$\left\{\begin{array}{r} 2x - y + z = 3 \\ 3z = -1 \\ 0z = 2 \end{array}\right.$$

O sistema é impossível, sendo o conjunto solução dado por $\emptyset$.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia

Discussão de sistemas de equações lineares

Seja $AX = B$ um sistema de equações lineares, sendo n o número de incógnitas.

- Se $car([A|B]) \neq car(A)$ então o sistema é impossível.
- Se $car([A|B]) = car(A)$ então o sistema é possível:
  - se $car([A|B]) = car(A) = n$, então o sistema é possível e determinado;
  - se $car([A|B]) = car(A) < n$, então o sistema é possível e indeterminado.

CENTRO 2030 Os Fundos Europeus mais próximos de si. PORTUGAL 2030 Cofinanciado pela União Europeia