

## Métodos Quantitativos para Informática

### Ficha de trabalho - Lógica e Álgebra de Boole

✓ 1. Sejam  $p$ ,  $q$  e  $r$  as proposições:

$p$ : "Eu estudo MQI."

$q$ : "Eu vou às aulas."

$r$ : "Eu fui aprovado à unidade."

(a) Traduza em linguagem corrente as proposições:

i.  $\sim p \vee q$

ii.  $p \wedge \sim r$

iii.  $\sim (q \vee r)$

iv.  $\sim (r \wedge \sim q)$

(b) Represente algebricamente cada uma das seguintes afirmações:

i. "Eu estudo MQI e fui aprovado à unidade."

iii. "Eu estudo MQI mas não vou às aulas."

ii. "Eu não estudo ou não vou às aulas."

iv. "Eu estudo MQI ou não fui aprovado à unidade."

✓ 2. Considere duas proposições  $p$  e  $q$ . Mostre que a proposição  $\sim (p \vee q) \vee (p \wedge \sim q)$  é equivalente a  $\sim q$  recorrendo a uma tabela de verdade.

✓ 3. Escreva a tabela de verdade correspondente a cada uma das seguintes funções booleanas:

(a)  $f(a, b, c) = a \cdot (\bar{b} + \bar{c}) \cdot (b + c)$

(b)  $f(a, b, c) = \bar{a} \cdot \bar{c} + \bar{b} \cdot c$

(c)  $f(a, b, c) = a \cdot (\bar{b} + c)$

✓ 4. Sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  variáveis booleanas. Mostre recorrendo a uma tabela de verdade que

$$a \cdot b + \bar{a} \cdot c + b \cdot c = a \cdot b + \bar{a} \cdot c$$

✓ 5. Sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  variáveis booleanas.

(a)  $(a + \bar{b} + a \cdot b) \cdot (a + \bar{b}) \cdot (\bar{a} \cdot b) = 0$

(b)  $\bar{a} \cdot b + a \cdot (1 \cdot a + \bar{a} \cdot \bar{b}) = a + b$

(c)  $(\bar{b} \cdot 1 + 1 \cdot c \cdot a) \cdot b + 1 \cdot b = b$

Para cada alínea acima:

(a) Utilizando os axiomas e os teoremas da Álgebra de Boole binária que conhece, mostre que a igualdade é verdadeira;

(b) Escreva o respetivo dual.

✓ 6. Recorrendo aos axiomas e aos teoremas da Álgebra de Boole binária que conhece, mostre as seguintes igualdades:

(a)  $a \cdot c + a \cdot b \cdot c = a \cdot c$

(b)  $\overline{[(\bar{b} + c) \cdot a] + \bar{c} \cdot d} = c \cdot d$

(c)  $(a \cdot \bar{b} \cdot (c + b \cdot d) + \bar{a} \cdot \bar{b}) \cdot c = \bar{b} \cdot c$

1.

 $p$ : "Eu estudo MQI." $q$ : "Eu vou às aulas." $r$ : "Eu fui aprovado à unidade."

a)

(i)  $\neg p \vee q$ : "Eu não estudo MQI ou eu vou às aulas."(ii)  $p \wedge \neg r$ : "Eu estudo MQI e eu não fui aprovado à unidade."(iii)  $\neg(q \vee r) = \neg q \wedge \neg r$ : "Eu não vou às aulas e eu não fui aprovado à unidade."(iv)  $\neg(r \wedge \neg q) = \neg r \vee q$ : "Eu não fui aprovado à unidade ou eu vou às aulas."

b)

(i) "Eu estudo MQI e fui aprovado à unidade."  $\rightarrow p \wedge r$ (ii) "Eu não estudo ou não vou às aulas."  $\rightarrow \neg p \vee \neg q$ (iii) "Eu estudo MQI mas não vou às aulas."  $\rightarrow p \wedge \neg q$ (iv) "Eu estudo MQI ou não fui aprovado à unidade."  $\rightarrow p \vee \neg r$ 

2

$$\begin{aligned} \neg(p \vee q) \vee (p \wedge \neg q) &= (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) = \neg q \wedge (\neg p \vee p) = \\ &= \neg q \wedge 1 = \neg q \end{aligned}$$

c.g.m

$p$	$q$	$\neg q$	$(p \vee q)$	$\neg(p \vee q)$	$(p \wedge \neg q)$	$\neg(p \vee q) \vee (p \wedge \neg q)$
0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0

( )

Portanto, está demonstrado que  $\neg(p \vee q) \vee (p \wedge \neg q) \Leftrightarrow \neg q$ .

$$③ \text{ a) } f(a,b,c) = a \cdot (\bar{b} + c) \cdot (b + c)$$

$$(a \wedge (\neg b \vee c) \wedge (b \vee c))$$

$a$	$b$	$c$	$\bar{b}$	$\bar{b} + c$	$a \cdot (\bar{b} + c)$	$b + c$	$a \cdot (\bar{b} + c) \cdot (b + c)$
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1

$$\text{b) } f(a,b,c) = \overline{a \cdot c} + \overline{b \cdot c} = (\overline{a} + \overline{c}) + (\overline{b} + \overline{c})$$

$$(\neg a \vee \neg c) \vee (\neg b \vee \neg c)$$

$a$	$b$	$c$	$\overline{a}$	$\overline{c}$	$\overline{a} + \overline{c}$	$\overline{b}$	$\overline{b} + \overline{c}$	$(\overline{a} + \overline{c}) + (\overline{b} + \overline{c})$
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0

$$c) f(a, b, c) = a \cdot (\bar{b} + c)$$

$$a \wedge (\neg b \vee c)$$

a	b	c	$\bar{b}$	$\bar{b} + c$	$a \cdot (\bar{b} + c)$
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

4)  $a \cdot b + \bar{a} \cdot c + b \cdot c = a \cdot b + \bar{a} \cdot c$   
 $(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge c) \vee (b \wedge c) = (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge c)$

DUAS TABELAS DE VERDADE PARA DEMONSTRAR:

(afinal aqui posso só fazer uma, pq a outra expressão é parte da)

primeira, mas se não fosse, tinha que fazer uma tabela para a expressão do lado esquerdo e outra para a do lado direito).

a	b	c	$\bar{a}$	$a \cdot b$	$\bar{a} \cdot c$	$b \cdot c$	$(a \cdot b) + (\bar{a} \cdot c)$	$(a \cdot b) + (\bar{a} \cdot c) + (b \cdot c)$
0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1

]

Como queria demonstrar.



