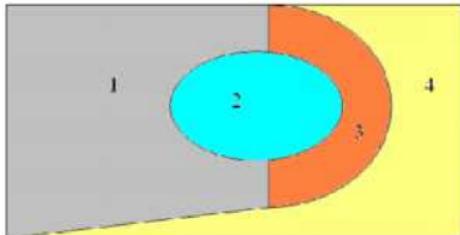


Métodos Quantitativos para a Informática

Ficha de trabalho - Matrizes e Sistemas

1. Uma secção de um pavilhão de exposições está dividida em 4 stands de acordo com a figura seguinte.



(a) Construa a matriz A com os elementos

$$a_{ij} = \begin{cases} i + j & , \text{caso o stand } i \text{ seja vizinho do stand } j \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}$$

(b) Calcule A^T .

2. Construa a matriz A com os elementos $a_{ij} = \begin{cases} 2 & , \text{se } i < j \\ 0 & , \text{se } i = j \\ j + 2i & , \text{se } i > j \end{cases}$, para $i, j = 1, \dots, 4$.

3. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ e $D = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. Determine, se possível,

- | | | | |
|----------------|-----------------|-----------|-------------------|
| (a) $A + B$ | (d) $2B^T + 4A$ | (g) AC | (j) $BA - 2D$ |
| (b) $A + B^T$ | (e) AB | (h) BC | (k) $D^T - 2BA$ |
| (c) $3A^T - B$ | (f) BA | (i) D^2 | (l) $(AB)^T + 3D$ |

4. Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Determine a matriz X tal que,

(a) $5A - X = B$ (b) $3X + 5(C - 2A) = A - X$ (c) $5(C + X) - 4(X + C) = A$

5. Considere as matrizes $D = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.

- (a) Calcule $D^T - E + 2I_3$
 (b) Determine a matriz X tal que $(D + \frac{1}{2}X)^T + E - I_3 = \mathbf{0}$
6. Considere a matriz A tal que $A = [a_{ij}]$ para $a_{ij} = i^2 - j$ e $i = 1, 2, 3$ e $j = 1, 2$.

- (a) Calcule todos os elementos da matriz A e apresente-a.
 (b) Determine a matriz $X = AA^T - 3I_3$.

7. Considere as matrizes A e B definidas por: $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$ tal que $b_{ij} = 3^i - 2j$.

- (a) Construa a matriz B .
- (b) Calcule a matriz AB^T .

8. Classifique cada uma das afirmações seguintes como verdadeira ou falsa e justifique a sua resposta.

- (a) Se A e AB são matrizes do tipo 4×5 , então B é uma matriz quadrada.
- (b) Sejam $A_{2 \times 3}$, $B_{3 \times 3}$, $C_{2 \times 1}$ e $D_{3 \times 2}$ quatro matrizes. Usando a multiplicação de matrizes é possível obter uma matriz coluna.

(c) A matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$ satisfaz $A^2 = 12A$.

9. Considere o sistema de equações lineares $\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x = 2 - y \\ -5x = 2y + 2 \end{cases}$.

- (a) Escreva a matriz ampliada do sistema.
- (b) Resolva o sistema pelo método de eliminação de Gauss.

10. Considere o sistema de equações lineares $\begin{cases} x - y + 2z = 2 \\ 2x + 7z - 13 = y \\ 3x - y + 8z = 16 \end{cases}$

- (a) Escreva o sistema na forma matricial.
- (b) Resolva o sistema pelo método da condensação.

11. Resolva, pelo método de eliminação de Gauss, os seguintes sistemas de equações lineares.

$$(a) \begin{cases} x + y + 2z = 9 \\ 2x + 4y - 3z = 1 \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 3x - y - 3z = -1 \\ 2x + 3y + z = 4 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 3x + 4y = -1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x + 2z = 0 \\ -y - z = 1 \\ -2x + y + z = 3 \\ 3x + 3z = -4 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x + z = 1 \\ -x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} x - y + z - u = 2 \\ 2x - 2y - z + 2u = -2 \\ -x + 2y + 2z - u = 0 \end{cases}$$

12. Um parque tem três pistas para caminhada, P1, P2 e P3, sendo que a pista P2 tem o dobro do comprimento da pista P1. No sábado, a Ana deu duas voltas na pista P1, uma volta na pista P2 e 4 voltas na pista P3, tendo caminhado um total de 7260 metros. No mesmo dia, o João deu uma volta à pista P1, duas voltas na pista P2 e quatro voltas na pista P3, tendo caminhado um total de 8340 metros.

Escreva um sistema de equações lineares que lhe permita determinar o comprimento de cada pista. Identifique claramente o significado de cada uma das variáveis que utilizar.

13. O Sr. Alfredo é dono de uma empresa de distribuição de 3 tipos de peixe: bacalhau, robalo e salmão e para as suas entregas dispõe de uma frota de carrinhas da marca Opel, Fiat e Mercedes com diferentes capacidades. O número de caixas de cada tipo de peixe que cada carrinha pode levar encontra-se na tabela abaixo:

	Bacalhau	Robalo	Salmão
Opel	5	2	6
Fiat	7	5	2
Mercedes	8	3	7

Apresente o sistema que lhe permite calcular o número de veículos de cada tipo que são necessários para o Sr. Alfredo transportar exatamente 54 caixas de bacalhau, 23 caixas de robalo e 48 caixas de salmão.

14. Um psicólogo para estudar os efeitos da nutrição sobre o comportamento de cobaias de laboratório está a alimentar um grupo com uma combinação de 3 alimentos: I, II, e III. Cada um destes alimentos contém três aditivos A, B, e C que estão a ser usados no estudo. Na tabela que se segue apresentam-se as quantidades, em gramas, de cada aditivo nos diferentes tipos de alimentos.

	Tipo I	Tipo II	Tipo III
Aditivo A	1	3	6
Aditivo B	0	4	5
Aditivo C	2	2	12

Se a dieta exigir $53g$ por dia de A, $45g$ por dia de B e $86g$ por dia de C, determine o número de doses por dia de cada alimento que deve ser usado.