

## Métodos Quantitativos para Informática

### Ficha de trabalho - Revisões

---

 1. Considere as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ .

- (a) Seja  $C = AB$ . Determine a matriz  $C$ .
- (b) Determine a matriz  $X$  tal que  $\left(\frac{1}{5}X + I_3\right)^T = C$ .

 2. Escreva o seguinte sistema na forma matricial e resolva-o usando o método de eliminação de Gauss:

$$\begin{cases} 2y = 1 - x + z \\ -x = -2z + 3y \\ 4x + 10y = 6 + 5z \end{cases}$$

3. Uma equipa de desenvolvimento precisa otimizar o tempo de processamento diário de três tarefas críticas num servidor: Tarefa X, Tarefa Y e Tarefa Z. O tempo de execução total, medido em milissegundos (ms), depende de três recursos principais alocados pelo servidor: CPU, Memória (RAM) e Largura de Banda (Network).

Os limites diárias de recursos que o servidor pode fornecer são: 290 ms para a CPU, 280 ms para a Memória (RAM) e 250 ms para a Largura da Banda.

O consumo de recursos por cada unidade de tarefa é o seguinte:

- Tarefa X consome 3 ms de CPU, 2 ms de RAM e 4 ms de Largura de Banda.
- Tarefa Y consome 4 ms de CPU, 1 ms de RAM e 3 ms de Largura de Banda.
- Tarefa Z consome 2 ms de CPU, 5 ms de RAM e 1 ms de Largura de Banda.

Assuma que a empresa pretende utilizar exatamente o limite máximo diário de cada um dos três recursos para garantir a máxima eficiência.

Determine o número de unidades de cada tarefa que podem ser executadas diariamente para esgotar todos os recursos disponíveis.

(18 dez 2025)  $\rightsquigarrow$  Ex 8 / Ex 12 / Ficha Revisão 3

$$\text{1.) a)} \quad C = \underbrace{A \times B}_{3 \times 2 \times 2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -7 \\ -1 & -1 & 23 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$c_{11} = 2(-1) + (-1)(-1) = -2 + 1 = -1$$

$$c_{12} = 2(3) + (-1) \times 2 = 6 - 2 = 4$$

$$c_{13} = 2(-1) + (-1) \times 5 = -2 - 5 = -7$$

$$c_{31} = 1(-1) + 0 \times (-1) = -1$$

$$c_{32} = 1 \times 3 + 0 \times 2 = 3$$

$$c_{33} = 1 \times (-1) + 0 \times 5 = -1$$

$$c_{21} = (-3)(-1) + 4 \times (-1) = 3 - 4 = -1$$

$$c_{22} = (-3) \times 3 + 4 \times 2 = -9 + 8 = -1$$

$$c_{23} = (-3)(-1) + 4 \times 5 = 3 + 20 = 23$$

$$\text{b)} \quad \left( \frac{1}{5} X + I_3 \right)^T = C \Leftrightarrow \frac{1}{5} X + I_3 = C^T \Leftrightarrow \frac{1}{5} X = C^T - I_3 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow X = 5(C^T - I_3)$$

$$C^T = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \\ -7 & 23 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C^T - I_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \\ -7 & 23 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & 3 \\ -7 & 23 & -2 \end{bmatrix}$$

$$5(C^T - I_3) = 5 \times \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & 3 \\ -7 & 23 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & -5 & -5 \\ 20 & -10 & 15 \\ -35 & 115 & -10 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} 2y = 1 - x + z \\ -x = -2z + 3y \\ 4x + 10y = 6 + 5z \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -x - 3y + 2z = 0 \\ 4x + 10y - 5z = 6 \end{cases} \quad (\Rightarrow)$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \\ 4 & 10 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} \quad \text{Forma matricial}$$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 2 & 0 \\ 4 & 10 & -5 & 6 \end{array} \right] \xrightarrow[L_2' = L_2 + L_1]{L_3' = L_3 - 4L_1} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \end{array} \right] \xrightarrow[L_3' = L_3 + 2L_2]{ } \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right]$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -y + z = 1 \\ z = 4 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \underbrace{\begin{cases} \quad \\ -y = 1 - z \\ \quad \end{cases}}_{\begin{cases} \quad \\ y = 3 \\ \quad \end{cases}} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} x + 2(3) - 4 = 1 \\ y = 3 \\ \quad \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} x + 2 = 1 \\ y = 3 \\ \quad \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$$

$$C.S = \{(-1, 3, 4)\} \quad \underline{\text{Possível e determinado.}}$$

$$\textcircled{3} \quad \left. \begin{array}{l} x \sim N^{\circ} \text{ de tarefas } x \\ y \sim N^{\circ} \text{ de tarefas } y \\ z \sim N^{\circ} \text{ de tarefas } z \end{array} \right\}$$

	CPU	RAM	LB
Tarefa X	3	2	4
Tarefa Y	4	1	3
Tarefa Z	2	5	1

$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 295 \\ 2x + y + 5z = 220 \\ 4x + 3y + z = 290 \end{cases}$$

TPC  $\xrightarrow{\text{Resolução}}$  S =  $\{(45, 30, 20)\}$