Задание. Для *прямой задачи* кинематики необходимо с помощью средств MATLAB решить данную задачу для шестизвенного артикуляционного манипулятора, кинематическая схема которого приведена на рисунке ниже. Алгоритм выполнения:

- Выбор систем координат, связанных со звеньями в соответствии с представлением Денавита-Хартенберга;
- Выбор параметров Денавита-Хартенберга;
- Формирование матриц однородного преобразования для каждого из звеньев и расчёт итоговой матрицы, связывающей инерциальную СК с системой координат инструмента;
- Параметризация матрицы поворота с помощью углов Эйлера.

Для *обратной задачи* кинематики необходимо с помощью средств MATLAB решить данную задачу для шестизвенного артикуляционного манипулятора, кинематическая схема которого такая же как и для прямой задачи. Применить метод кинематического декомпозирования, алгоритм следующий:

- Расчёт координат точки пересечения осей вращения сочленений сферического запястья;
- Решение обратной задачи кинематики по положению (вывод тригонометрических выражений для координат q1, q2, q3);
- Решение обратной задачи кинематики по ориентации (параметризация матрицы поворота R36(q) с помощью углов Эйлера и, соответственно, расчёт q4 = φ, q5 = θ и q6 = ψ).

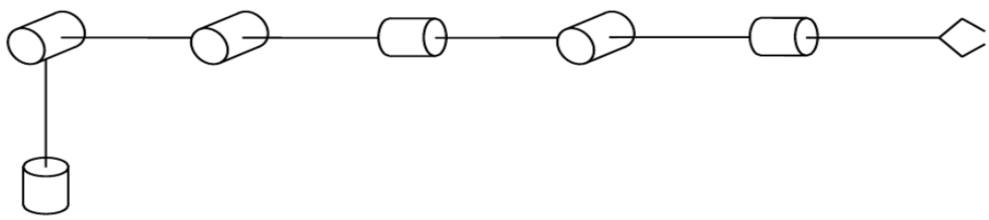

Рисунок 1. Кинематическая схема шестизвенного артикуляционного манипулятора

Прямая задача кинематики для шестизвенного артикуляционного манипулятора.

Кинематическая схема – графическое изображение последовательности звеньев манипулятора, соединённых между собой сочленениями. Сочленение может быть вращательного и поступательного типа. В первом случае относительное расположение смежных звеньев определяется угловой переменной, а во втором – линейным смещением, но в обоих случаях эти переменные называются обобщёнными координатами (q_i). Набор всех обобщённых координат манипулятора, однозначно определяющих его в пространстве, называют конфигурацией.

Прямая задача кинематики (ПЗК) – это расчёт координат положения и ориентации системы координат, связанной со схватом или рабочим инструментом, при заданном наборе обобщённых координат манипулятора.

На исходном рисунке 1 манипулятор изображён в так называемой нулевой конфигурации – все обобщённые координаты равны нули.

Шаг 1. Выбор систем координат

i – ая СК жёстко связана с i-ым звеном. Когда оно приводится в движение за счёт i-го сочленения, СК i меняет своё положение относительно предыдущей системы i-1. Выбор осей z_i – должна совпасть с осью вращения или поступательного движения последующего сочленения i + 1 в зависимости от его типа. Относительное расположение смежных СК будет определяться именно переменной вокруг этой оси. Оси x_i выбираются исходя из двух условий – ось x_i перпендикулярна оси z_{i-1} и ось x_i пересекает ось z_{i-1}. y_i выбираются так, чтобы образованная СК была правой.

Шаг 2. Выбор параметров Денавита-Хартенберга

4 параметра:

- a_i – расстояние вдоль оси x_i от z_{i-1} до z_i;
- α_i – угол вокруг оси x_i от z_{i-1} до z_i;
- d_i – расстояние вдоль оси z_{i-1} от x_{i-1} от до x_i;
- θ_i – угол вокруг оси z_{i-1} от x_{i-1} от до x_i;

Параметры a_i и α_i всегда являются константами для всех кинематических систем и обусловлены конструкцией манипулятора. Для d_i и θ_i обычно только один из них постоянный: для вращательного сочленения угол θ_i переменный, а смещение постоянно, в случае поступательного – наоборот.

```
q = [0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6];
q0 = [0 0 pi/2 0 0 0];
q = q + q0;
a = [0 1 0 0 0 0];
d = [1 0 0 1 0 1];
alpha = [pi/2 0 pi/2 -pi/2 pi/2 0];
```

Рисунок 2. Выбор параметров в задаче

Только один параметр a_i не является нулевым, поскольку это длина второго звена. Для ненулевых углов α_i нужно учитывать знаки, причём положительное направление определятся с помощью правила правой руки. Линейные смещения постоянны, поскольку все сочленения манипулятора являются вращательными. Для обобщённых координат, то есть в условиях задачи, для углов θ_i выполняется следующее: они переменные, при этом они равны нулю для нулевого положения. Поскольку между осями x_2 и x_3 образуется прямой угол, необходимо добавить прямой угол к θ_3, чтобы нивелировать это относительное расположение.

Шаг 3. Формирование матриц однородного преобразование и расчёт итоговой матрицы

При решении прямой задачи кинематики рассматривается две СК – исходная (базовая, инерциальная), связанная с «землёй», и итоговая, связанная со схватом или рабочим инструментом. По сути, два набора координат одной и той же точки в пространстве связаны некоторым преобразованием, несущим информацию о линейном смещении и пространственной ориентации одной системы относительно другой.

Матрица T_n^0 – есть матрица, определяющая связь систем координат инерциальной СК и СК, связанной с инструментом, носит название матрицы однородных преобразований. Общий вид матрицы приведён ниже:

$$T_n^0 = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_n^0 & p_n^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где векторы из координат n_x, n_y и т.д. выражают направление осей инструмента и, соответственно, относительно инерциальной СК. R_n^0 – это матрица вращения системы инструмента относительно исходной СК, p_n^0 – вектор линейного смещения начала координат СК инструмента относительно исходной СК.У этих матриц много свойств, ниже приведены те, которые необходимы для решения поставленной задачи.

$$R_{\beta=0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Для прямой задачи кинематики используются так называемые базовые матрицы вращения вокруг осей:

$$\begin{aligned} R_{x,\beta} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix}, \\ R_{y,\beta} &= \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}, \\ R_{z,\beta} &= \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

Рисунок 3. Базовые матрицы вращения вокруг стандартных осей

Последовательное вращение вокруг нескольких текущих осей определяется домножением справа. Например, преобразование, параметризованное углами Эйлера:

$$\begin{aligned} R_{zyz} &= R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{z,\psi} = \\ &= \begin{bmatrix} c_\phi & -s_\phi & 0 \\ s_\phi & c_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c_\phi c_\theta c_\psi - s_\phi s_\psi & -c_\phi c_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta \\ s_\phi c_\theta c_\psi + c_\phi s_\psi & -s_\phi c_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi s_\theta \\ -s_\theta c_\psi & s_\theta s_\psi & c_\theta \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

Рисунок 4. Преобразование, параметризованное углами Эйлера

Теперь необходимо построить матрицы однородного преобразования с учётом метода Денавита-Хартенберга:

$$T_i = T_{z,\theta_i} T_{z,d_i} T_{x,\alpha_i} T_{x,\alpha_i} = \begin{bmatrix} R_{z,\theta_i} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & p_{d_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & p_{\alpha_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{x,\alpha_i} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} c_{\alpha_i} & s_{\theta_i} s_{\alpha_i} & \alpha_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i} s_{\alpha_i} & \alpha_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где

$$p_{d_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix}, \quad p_{\alpha_i} = \begin{bmatrix} \alpha_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

```
function T = ht(q, d, a, alpha)
if (q == pi/2) || (q == -pi/2)
    c_q = 0;
else
    c_q = cos(q);
end

if alpha == pi/2 || (alpha == -pi/2)
    c_alpha = 0;
else
    c_alpha = cos(alpha);
end

T1 = [c_q -sin(q) 0 0; sin(q) c_q 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
T2 = [eye(3) [0; 0; d]; 0 0 0 1];
T3 = [eye(3) [a; 0; 0]; 0 0 0 1];
T4 = [1 0 0 0; 0 c_alpha -sin(alpha) 0; 0 sin(alpha) c_alpha 0; 0 0 0 1];

T = T1 * T2 * T3 * T4
end
```

Рисунок 5. Построение матриц однородного преобразования. Часть 1

```
T01 = ht(q(1), d(1), a(1), alpha(1));
T12 = ht(q(2), d(2), a(2), alpha(2));
T23 = ht(q(3), d(3), a(3), alpha(3));
T34 = ht(q(4), d(4), a(4), alpha(4));
T45 = ht(q(5), d(5), a(5), alpha(5));
T56 = ht(q(6), d(6), a(6), alpha(6));

T02 = T01 * T12;
T03 = T02 * T23;
T04 = T03 * T34;
T05 = T04 * T45;
T06 = T05 * T56

x = T06(1,4);
y = T06(2,4);
z = T06(3,4);
```

Рисунок 6. Построение матриц однородного преобразования. Часть 2

Шаг 4. Параметризация матрицы поворота с помощью углов Эйлера

Рисунок Т06 представляет собой итоговую матрицу, которая связывает все системы координат и в которой информация представлена в виде матрицы вращения R_n^0 и вектора p_n^0. В векторе p_n^0 содержатся линейные (декартовые) координаты, которые и являются решением прямой задачи по положению в явном виде. К сожалению, R_n^0 не всегда удобна, поскольку имеет 9 элементов. Для получения угловых координат в явном виде применяется метод использования углов Эйлера.

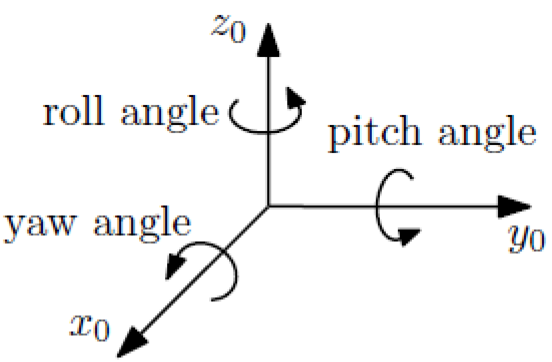

Рисунок 7. Угол рыскания, тангажа и крена относительно привычной СК

Ниже приведена матрица вращения, заданная с помощью углов Эйлера:

$$R_n^0(q) = \begin{bmatrix} r_{11}(q) & r_{12}(q) & r_{13}(q) \\ r_{12}(q) & r_{22}(q) & r_{23}(q) \\ r_{13}(q) & r_{32}(q) & r_{33}(q) \end{bmatrix} =$$

$$
= \begin{bmatrix} c_\phi c_\theta c_\psi - s_\phi s_\psi & -c_\phi c_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta \\ s_\phi c_\psi c_\theta + c_\psi s_\psi & -s_\phi s_\psi c_\theta + c_\phi c_\psi & s_\phi s_\theta \\ -s_\theta c_\psi & s_\theta s_\psi & c_\theta \end{bmatrix}
$$

Задача определения углов Эйлера по заданной матрице имеет несколько случаем в зависимости от элемента $r_{33}(q)$:

Case 1: $r_{33} = \pm 1$

$$
r_{13} = r_{23} = r_{31} = r_{32} = 0
$$
$$
r_{33} = 1 \Rightarrow \cos\theta = 1, \quad \sin\theta = 0
$$
$$
\theta = 0, \quad \phi + \psi = \mathrm{atan2}(Y, X) = \mathrm{atan2}(r_{21}, r_{11})
$$

Case 2: $r_{33}^2 < 1$

$$
r_{33}^2 + r_{23}^2 \neq 0, r_{31}^2 + r_{32}^2 \neq 0
$$
$$
r_{33} = \cos\theta, \quad (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1, \quad \sin\theta = \pm\sqrt{1 - r_{33}^2}
$$
$$
\theta = \mathrm{atan2}(\pm\sqrt{1 - r_{33}^2}, r_{33})
$$
$$
\phi = \mathrm{atan2}(\pm r_{23}, \pm r_{13}), \quad \psi = \mathrm{atan2}(\pm r_{32}, \mp r_{31})
$$

Рисунок 8. Определение углов Эйлера по исходной матрице вращения в зависимости от элемента $r_{33}(q)$

```
R06 = T06(1:3, 1:3);
R = R06;

if abs(R(3,3)) < 1
    phi = atan2(R(2,3), R(1,3));
    theta = atan2(sqrt(1 - R(3,3) ^ 2), R(3,3));
    psi = atan2(R(3,2), -R(3,1));
elseif R(3,3) == 1
    phi = 0;
    theta = 0;
    psi = atan2(R(2,1), R(1,1));
elseif R(3,3) == -1
    phi = atan2(-R(1,2), -R(1,1));
    theta = pi;
    psi = 0;
end
```

Рисунок 9. Определение углов Эйлера по матрице вращения

Таблица 1. Полученные результаты

x	y	z	ϕ	θ	ψ
2.4227	0.0554	2.4864	-0.2226	0.6296	-1.9224

Обратная задача кинематики для шестизвенного артикуляционного манипулятора.

Обратная задача кинематики – это расчёт набора обобщённых координат манипулятора при заданных координатах положения и ориентации конечной системы координат, связанной со схватом или рабочим инструментом. Кинематическая декомпозиция заключается в разделении исходной задачи на две подзадачи – по положению (определение координат) и по ориентации (определение углов).

Шаг 1. Расчёт точки пересечения осей вращения

Сферическое запястье – такое конструктивное расположение последних трёх вращательных сочленений робота, при котором их оси вращения пересекаются в одной точке.

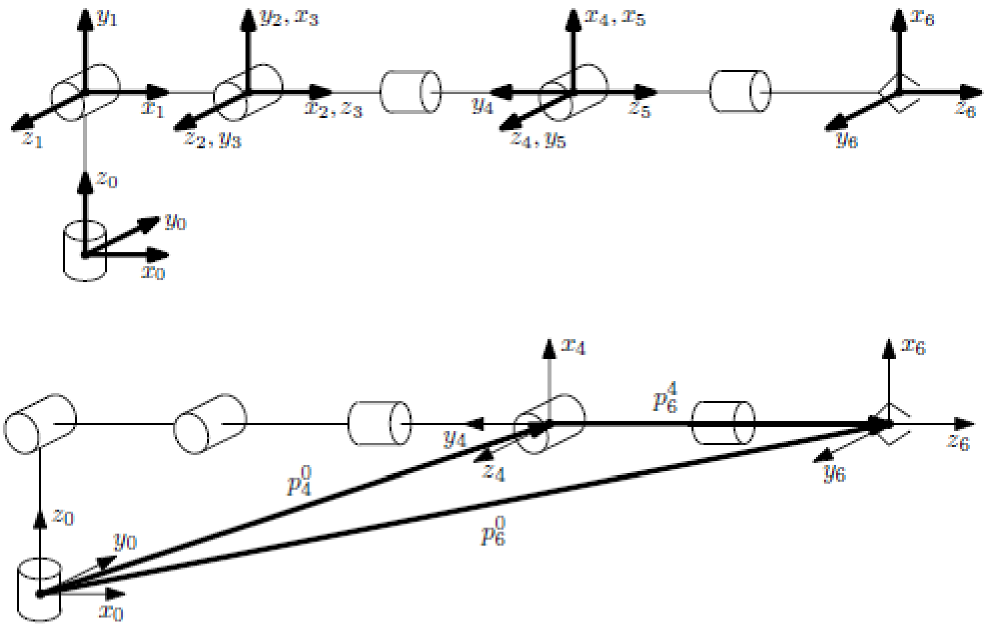

Рисунок 10. Поиск точки пересечения осей вращения

Шаг 2. Решение обратной задачи кинематики по положению

Необходимо определить взаимосвязи между заданными координатами рабочего органа и точкой пересечения осей вращения и рассчитать таким образом три обобщённые координаты, чтобы они соответствовали точке пересечения.

$$p_4^0 = p_6^0 - \, d_6 R_6^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

где $p_4^0 = [x_4^0 \; y_4^0 \; z_4^0]^T$

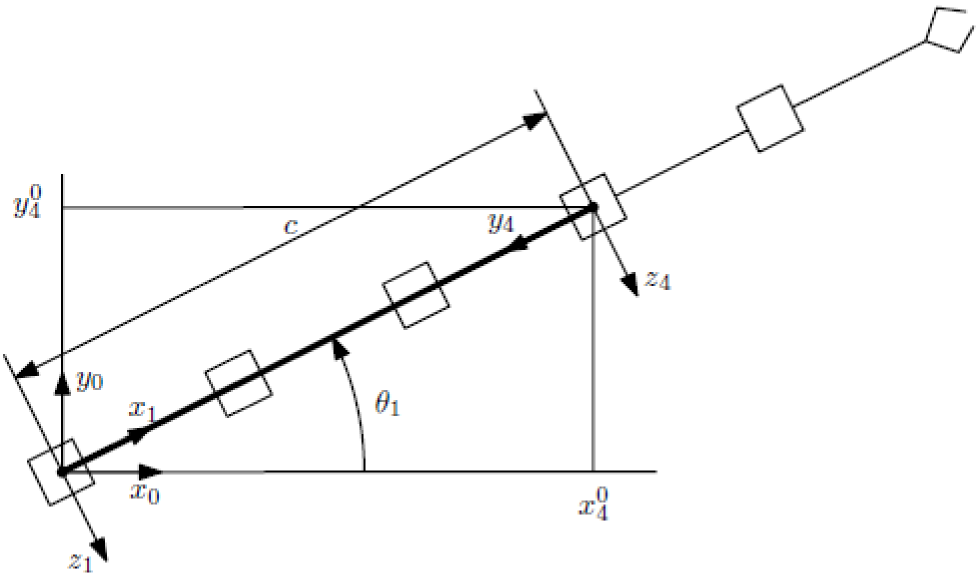

Рисунок 11. Определение первой обобщённой координаты

$\theta_1 = \mathrm{atan2}\,(y_4^0, x_4^0)$ – из рисунка выше. Направление вектора p_4^0 не должно совпадать с направлением z^0, иначе говорят о сингулярной конфигурации манипулятора. Если обобщить подход для остальных двух звеньев, то можно получить

$$\cos\theta_3 = \frac{b^2 + c^2 - a_2^2 - d_4^2}{2a_2 d_4},$$

где

$$\mathrm{a} = \sqrt{(x_4^1)^2 + (y_4^1)^2 + (z_4^1)^2}$$

$$b = (z_4^0 - \, d_1)$$

$$c = \sqrt{(x_4^0)^2 + (x_4^0)^2}$$

Тогда

$$\theta_3 = atan2(\pm\sqrt{1 - cos^2\theta_3}, cos\theta_3$$

$$\theta_2 = \text{atan}(b, c) - atan2(d_4 sin\theta_3, a_2 + d_4 cos\theta_3)$$

```
x = xi(1); y = xi(2); z = xi(3); phi = xi(4); theta = xi(5); psi = xi(6);
clear q

a = [0 1 0 0 0 0];
d = [1 0 0 1 0 1];
alpha = [pi/2 0 pi/2 -pi/2 pi/2 0];

p06 = [x; y; z];

R06 = [cos(phi) -sin(phi) 0; sin(phi) cos(phi) 0; 0 0 1]*...
    [cos(theta) 0 sin(theta); 0 1 0; -sin(theta) 0 cos(theta)]*...
    [cos(psi) -sin(psi) 0; sin(psi) cos(psi) 0; 0 0 1];

p04 = p06 - d(6) * R06 * [0;0;1];

xc = p04(1);
yc = p04(2);
zc = p04(3);

q(1) = atan2(yc,xc);
cosq3 = ((zc - d(1)) ^ 2 + xc^2 + yc^2 - a(2) ^ 2 - d(4) ^ 2) / (2 * a(2) * d(4));

if fix(cosq3) == 1
    q(3) = 0;
    q(2) = atan2(zc - d(1), sqrt(xc^2 + yc^2));
elseif fix(cosq3) == -1
    q(3) = pi;
elseif abs(fix(cosq3)) < 1
    q(3) = atan2(sqrt(1 - cosq3^2), cosq3);
end

q(2) = atan2(zc - d(1), sqrt(xc ^ 2 + yc ^ 2)) - atan2(d(4) * sin(q(3)), a(2) + d(4) * cos(q(3)));

T01 = ht(q(1), d(1), a(1), alpha(1));
T12 = ht(q(2), d(2), a(2), alpha(2));
T23 = ht(q(3) + pi / 2, d(3), a(3), alpha(3));

T02 = T01 * T12;
T03 = T02 * T23;
```

Рисунок 12. Решение обратной задачи по положению

Шаг 3. Решение обратной задачи кинематики по ориентации

Матрицу R_6^0 можно выразить как

$$R_6^0 = R_3^0 R_6^3,$$

где R_6^0 задана по условию, а R_3^0 вычисляется по ходу решения прямой задачи кинематики. Поскольку применяется конструкция сферического запястья, то последние три звена обеспечивают ориентацию рабочего органа в соответствии с матрицей R_6^3 с помощью оставшихся трёх обобщённых координат, которые совпадают с углами Эйлера, формирующими эту матрицу:

$$R_6^3 = R_{zyz} = R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} r_{11}(q) & r_{12}(q) & r_{13}(q) \\ r_{12}(q) & r_{22}(q) & r_{23}(q) \\ r_{13}(q) & r_{32}(q) & r_{33}(q) \end{bmatrix}$$

Тогда оставшиеся обобщённые координаты могут быть рассчитаны:

$$q_4 = \theta = atan2(\pm\sqrt{1 - r_{33}^2}, r_{33})$$

$$q_5 = \phi = atan2(\pm r_{23}, \pm r_{13})$$

$$q_6 = \psi = atan2(\pm r_{32}, \mp r_{31})$$

При $, r_{33}(q) = \pm 1$ возникает неоднозначность определения углов Эйлера. На практике таких ситуаций избегают и принимают значения с небольшим отличием.

```
R03 = T03(1:3, 1:3);
R36 = R03' * R06;
R = R36
if abs(R(3,3)) < 1
    phi = atan2(R(2,3), R(1,3));
    theta = atan2(sqrt(1 - R(3,3) ^ 2), R(3,3));
    psi = atan2(R(3,2), -R(3,1));
elseif R(3,3) == 1
    phi = 0;
    theta = 0;
    psi = atan2(R(2,1), R(1,1));
elseif R(3,3) == -1
    phi = atan2(-R(1,2), -R(1,1));
    theta = pi;
    psi = 0;
end
q(4) = phi;
q(5) = theta;
q(6) = psi;
```

Рисунок 13. Решение обратной задачи по ориентации

Таблица 2. Решение обратной задачи кинематики

q1	q2	q3	q4	q5	q6
0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6

Вывод. В ходе выполнения лабораторной работы для прямой задачи кинематики был произведён выбор систем координат, связанных со звеньями в соответствии с представлением Денавита-Хартенберга, выбраны данные параметры, сформирована итоговая матрица, связывающая инерциальную СК с СК инструмента, а также проведена параметризация матрицы поворота с помощью углов Эйлера. Для обратной задачи кинематики было выполнено решение задачи кинематики по положение и по ориентации. В итоге, рассчитанные параметры совпали с начальными параметрами.

Код программы:

Файл ht.m

```
function T = ht(q, d, a, alpha)
if (q == pi/2) || (q == -pi/2)
    c_q = 0;
else
    c_q = cos(q);
end

if alpha == pi/2 || (alpha == -pi/2)
    c_alpha = 0;
else
    c_alpha = cos(alpha);
end

T1 = [c_q -sin(q) 0 0; sin(q) c_q 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
T2 = [eye(3) [0; 0; d]; 0 0 0 1];
T3 = [eye(3) [a; 0; 0]; 0 0 0 1];
T4 = [1 0 0 0; 0 c_alpha -sin(alpha) 0; 0 sin(alpha) c_alpha 0; 0 0 0 1];

T = T1 * T2 * T3 * T4
end
```

Файл lr1.mlx

Прямая задача кинематики

```
q = [0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6];
q0 = [0 0 pi/2 0 0 0];
q = q + q0;
a = [0 1 0 0 0 0];
d = [1 0 0 1 0 1];
alpha = [pi/2 0 pi/2 -pi/2 pi/2 0];


T01 = ht(q(1), d(1), a(1), alpha(1));
T12 = ht(q(2), d(2), a(2), alpha(2));
T23 = ht(q(3), d(3), a(3), alpha(3));
T34 = ht(q(4), d(4), a(4), alpha(4));
T45 = ht(q(5), d(5), a(5), alpha(5));
T56 = ht(q(6), d(6), a(6), alpha(6));


T02 = T01 * T12;
T03 = T02 * T23;
T04 = T03 * T34;
T05 = T04 * T45;
T06 = T05 * T56


x = T06(1,4);
```

```
y = T06(2,4);
z = T06(3,4);


R06 = T06(1:3, 1:3);
R = R06;


if abs(R(3,3)) < 1
    phi = atan2(R(2,3), R(1,3));
    theta = atan2(sqrt(1 - R(3,3) ^ 2), R(3,3));
    psi = atan2(R(3,2), -R(3,1));
elseif R(3,3) == 1
    phi = 0;
    theta = 0;
    psi = atan2(R(2,1), R(1,1));
elseif R(3,3) == -1
    phi = atan2(-R(1,2), -R(1,1));
    theta = pi;
    psi = 0;
end


xi = [x, y, z, phi, theta, psi]
```

Обратная задача кинематики

```
x = xi(1); y = xi(2); z = xi(3); phi = xi(4); theta = xi(5); psi = xi(6);
clear q


a = [0 1 0 0 0 0];
d = [1 0 0 1 0 1];
alpha = [pi/2 0 pi/2 -pi/2 pi/2 0];


p06 = [x; y; z];


R06 = [cos(phi) -sin(phi) 0; sin(phi) cos(phi) 0; 0 0 1]*...
    [cos(theta) 0 sin(theta); 0 1 0; -sin(theta) 0 cos(theta)]*...
    [cos(psi) -sin(psi) 0; sin(psi) cos(psi) 0; 0 0 1];


p04 = p06 - d(6) * R06 * [0;0;1];


xc = p04(1);
yc = p04(2);
zc = p04(3);


q(1) = atan2(yc,xc);
```

```
cosq3 = ((zc - d(1)) ^ 2 + xc^2 + yc^2 - a(2) ^ 2 - d(4) ^ 2) / (2 * a(2) *
d(4));


if fix(cosq3) == 1
    q(3) = 0;
    q(2) = atan2(zc - d(1), sqrt(xc^2 + yc^2));
elseif fix(cosq3) == -1
    q(3) = pi;
elseif abs(fix(cosq3)) < 1
    q(3) = atan2(sqrt(1 - cosq3^2), cosq3);
end


q(2) = atan2(zc - d(1), sqrt(xc ^ 2 + yc ^ 2)) - atan2(d(4) * sin(q(3)), a(2) +
d(4) * cos(q(3)));


T01 = ht(q(1), d(1), a(1), alpha(1));
T12 = ht(q(2), d(2), a(2), alpha(2));
T23 = ht(q(3) + pi / 2, d(3), a(3), alpha(3));


T02 = T01 * T12;
T03 = T02 * T23;


R03 = T03(1:3, 1:3);
R36 = R03' * R06;
R = R36
if abs(R(3,3)) < 1
    phi = atan2(R(2,3), R(1,3));
    theta = atan2(sqrt(1 - R(3,3) ^ 2), R(3,3));
    psi = atan2(R(3,2), -R(3,1));
elseif R(3,3) == 1
    phi = 0;
    theta = 0;
    psi = atan2(R(2,1), R(1,1));
elseif R(3,3) == -1
    phi = atan2(-R(1,2), -R(1,1));
    theta = pi;
    psi = 0;
end
q(4) = phi;
q(5) = theta;
q(6) = psi;
```