Henrique Rosa 11334841

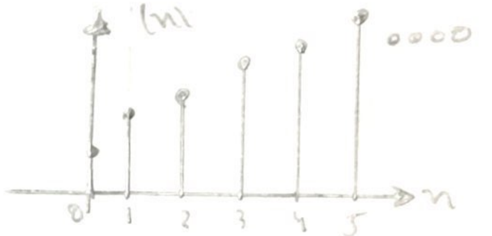
Prova P4 → Transformada Z

$$X(n) \Rightarrow X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}$$

a) RC → $X(z) = \frac{1}{1-\frac{a}{z}}$ ⇒ $\boxed{|z|>a}$

b)

$$X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}} = X(n) = \underbrace{a^n u(n)}$$



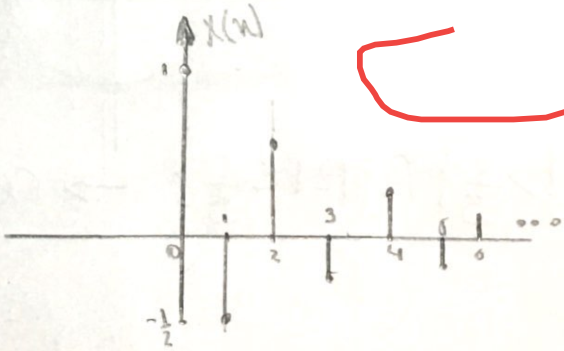
Para que X(n) tenha sua TFTD, devemos torná-la absolutamente somável, pois para sequências finitas sempre haverá TFTD

$$|r|>a \to \left(\frac{a}{|r|}\right)^n = 0 \quad |r| \in \{a, +\infty\}$$

c) $a = -\frac{1}{2} \to X(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n)$

$X(z) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}$

$|z| > \frac{1}{2}$



d) $a = -2 \to x(n) = (-2)^n u(n)$

$X(z) = \frac{1}{1+2z^{-1}}$

$|z| > 2$

②

$V(n) = \underbrace{a^n u(n+1)}_{\text{I}} - \underbrace{n b^{-n} u(-n)}_{\text{II}}$

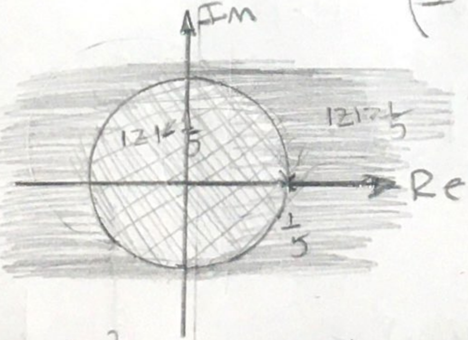
I $\rightarrow$ $\dfrac{1}{1-az^{-1}}$ $\qquad |z|>a$

II $-n b^{-n} u(-n) \longrightarrow \dfrac{b^{-1}z^{-1}}{(1+b^{-1}z^{-1})^2}$ $\qquad |z|<\dfrac{1}{|b|}$

P/ $a = \frac{1}{5}$, $b = 5$

I: $V(z) = \dfrac{1}{1-\frac{1}{5}z^{-1}}$, II: $V(z) = \dfrac{(1/5)}{(1-\frac{1}{5}z^{-1})^2}$ $\qquad |z|<\dfrac{1}{|5|}$

$|z|>\frac{1}{5}$



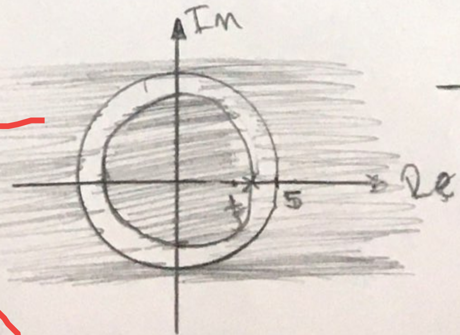
Rc$\{|z|>\frac{1}{5}\} \cap \{|z|<\frac{1}{5}\}$ $\rightarrow$ Existe TFTD

b)

$a=5$, $b=-1/5$

I $= \dfrac{1}{1-5z^{-1}}$ $\rightarrow |z|>5$

II $= \dfrac{(-1/5)z^{-1}}{(1-\frac{1}{5}z^{-1})}$ $\quad |z|<\frac{1}{5}$



$\rightarrow$ conjunto vazio

$\therefore$ não existe TFTD

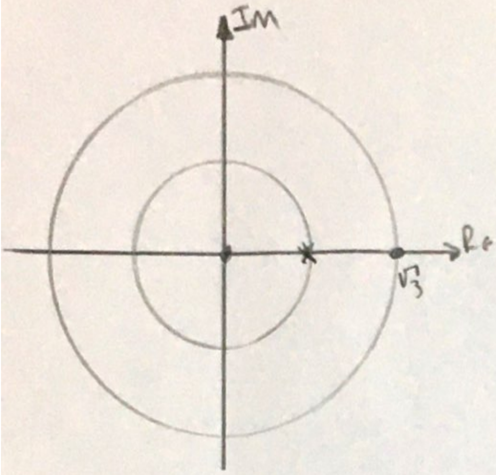
a)

$$X_1(z^{-1}) = \frac{1-\sqrt{3}\,z^{-1}}{1+0,25\,z^{-1}} \qquad |z| < \frac{1}{4}$$

0

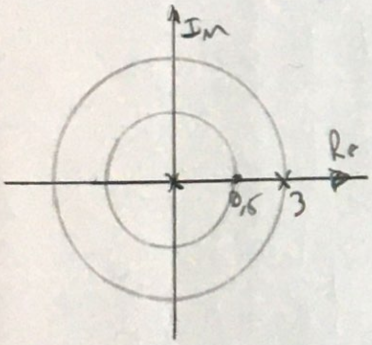
Sequência lateral esquerda, puramente não causal, portanto não conseguimos obter sua sequência

$$X(z^{-1}) \neq \frac{1}{X(z)}$$



$$X_2(z^{-1}) = \frac{1+0,5z^{-2}}{1+3z^{2}} \cdot \frac{z^{1}}{z} = \frac{z+0,5z^{-1}}{z-3z^{-1}} \qquad |z|>3$$

Sequência lateral direita, puramente causal, portanto conseguimos obter sua sequência

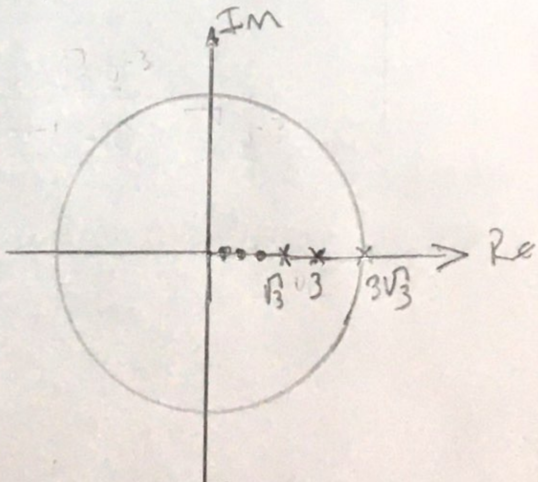


c)

$$X(z) = X_1(z)\cdot X_2(z) = \underbrace{\left(\frac{1+0,25z^{-1}}{1-\sqrt{3}\,z^{-1}}\right)}_{|z|>3} \cdot \underbrace{\left(\frac{1-3z^{-2}}{1+0,5z^{-2}}\right)}_{|z|<\frac{1}{2}} \quad \text{I}$$

$$X(z) = \frac{(1+0,5z^{-2}+0,25z^{-1}+0,125z^{-3})}{1-3z^{-2}-\sqrt{3}\,z^{-1}+3\sqrt{3}\,z^{-3}}$$

$$X(z) = \frac{1+z^{-1}(0,5z^{-1}+0,25+0,125z^{-2})}{1+z^{-1}(-3z^{-1}-\sqrt{3}+3\sqrt{3}\,z^{-2})}$$

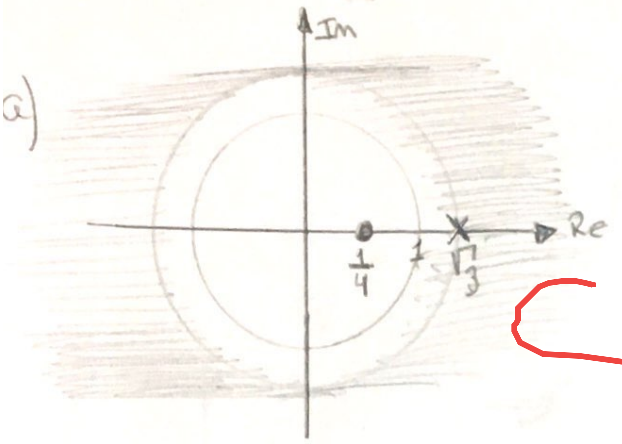


Não conseguimos determinar sua sequência, pois temos um conjunto vazio se considerarmos $|z|>3$ e $|z|<\frac{1}{2}$

0

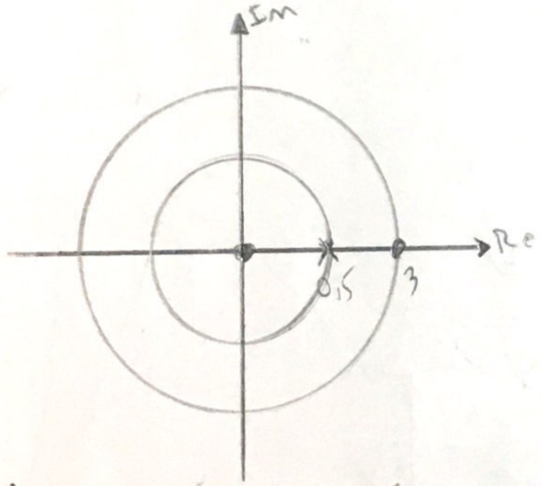
③ $X_1 = \dfrac{1 + 0{,}25 z^{-1}}{1 - \sqrt{3}\, z^{-1}}$ $X_2(z) = \dfrac{1 - 3z^{-2}}{1 + 0{,}5 z^{-2}}$

a)



$X_1(z) = |z| > \sqrt{3}$

↳ Sequência lateral direita → Puramente causal
Sim é possível obter sua sequência → BIBO estável



$X_2(z) = \dfrac{1 - 3z^{-2}}{1 + 0{,}5 z^{-2}} \cdot \dfrac{z}{z}$

$X_2(z) = \underbrace{\dfrac{z - 3z^{-1}}{z + 0{,}5 z^{-1}}}$ → $\begin{cases} \text{Polos} = 3, 0 \\ \text{Zeros} = 0{,}5, 0 \end{cases}$

$|z| < \frac{1}{2}$

↳ Sequência lateral esquerda. Puramente não causal, portanto não conseguimos obter sua sequência.