

**Введение в обработку
экспериментальных
ускорительных данных
(практический курс)**

Л.В.Кардапольцев

l.kardapoltssev@gmail.com

Второе занятие

Метод максимального правдоподобия. F-test

Функция правдоподобия

Оценка неизвестных параметров функции плотности вероятности $f(x, \theta)$ **методом максимального правдоподобия**. Пусть у нас есть **n независимых измерений** величины x . Тогда **оценкой параметров θ** будут те их значения при которых функция правдоподобия

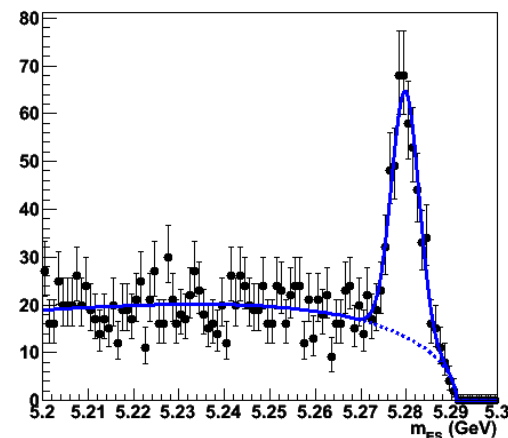
$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta)$$

достигает максимума. Для удобства чаще всего используют $-\ln L(\theta)$

Функция правдоподобия **для бинированных данных** выглядит так

$$-2 \ln L(\theta) = 2 \sum_{i=1}^N \left[\mu_i(\theta) - n_i + n_i \ln \frac{n_i}{\mu_i(\theta)} \right]$$

где N — число бинов, $\mu_i(\theta)$ и n_i — ожидаемое и измеренное число событий бине. Последнее слагаемое равно нулю при $n_i=0$



Теорема Уилкса

Пусть у вас есть n измерений величины x распределенных согласно $f(\theta)$. Мы строим функцию правдоподобия $L(\theta)$ и ищем её максимум по всем θ и в их подпространстве θ_0 которое также включает истинное значение. Тогда в пределе $n \rightarrow \infty$ тестовая статистика

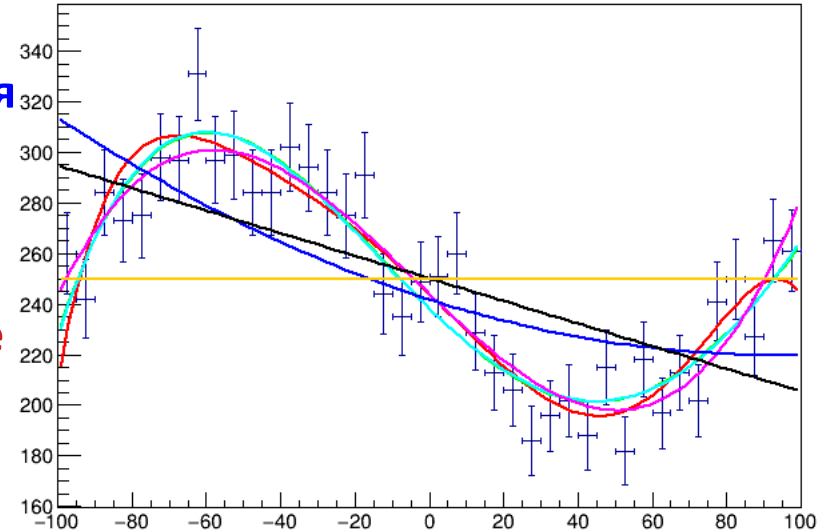
$$D = -2 \ln [L(\vartheta_0) / L(\vartheta)]$$

распределена согласно распределению χ^2 с числом параметров равным разнице размерностей θ и θ_0

F-test

Для иллюстрации теоремы Уилкса рассмотрим задачу **поиска достаточного числа параметров для описания заданного распределения**. А именно:

- пусть нам дано распределение
- нам нужно описать его **полиномом**
- степень полинома должна быть такой, чтобы **её увеличение не давало значимого улучшения качества подгонки**



F-test:

- Последовательно подгоняем наше распределение, последовательно **повышая степень полинома**
- Сравниваем полученную разницу $D = -2(\ln L_{n+1} - \ln L_n)$ с 5% квантилем **для χ^2_1**
- Если D мало (< 3.84) то полиномы степени n и n+1 **дают одинаковое качество подгонки**
- Если D велико (> 3.84), продолжаем повышать степень