Введение в обработку экспериментальных ускорительных данных (практический курс)

Л.В.Кардапольцев

l.kardapoltsev@gmail.com

Третье занятие

Комбинированная подгонка.
Ухудшающие параметры и метод
максимального профильного правдоподобия

Комбинированная подгонка

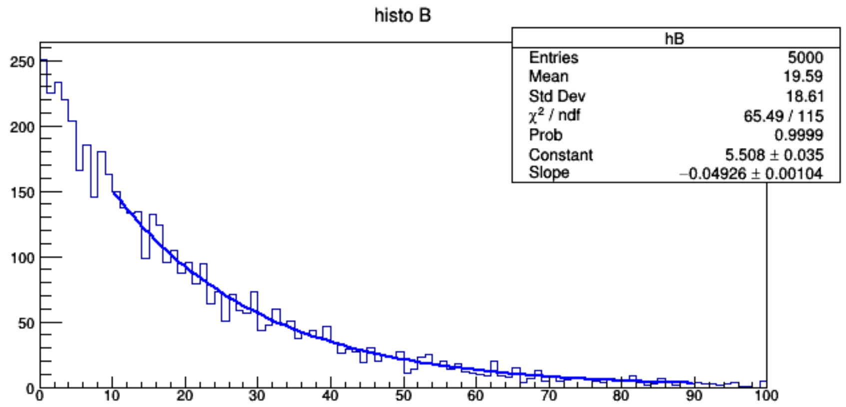
- Подгонку двух **статистически независимых** наборов данных распределениями, содержащими **общие параметры**, называют **комбинированной**

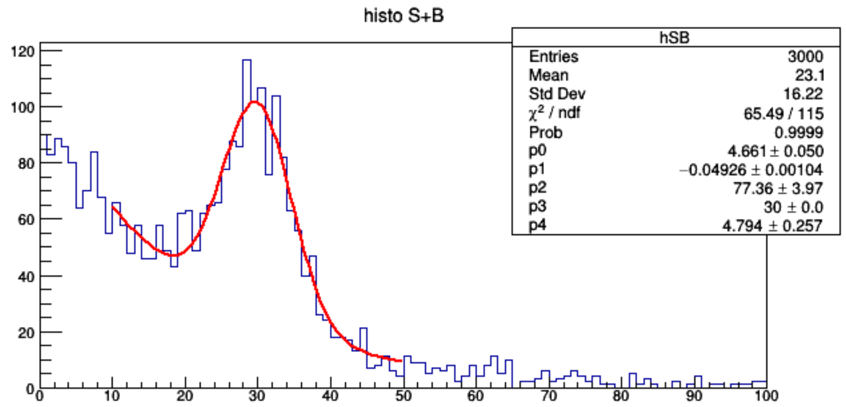
- Так как **наборы данных незавсимы**, то функции правдоподобия для них просто **перемножаются**

$$L(\theta)=L_1(\theta)\cdot L_2(\theta)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2\ln L(\theta)=(-2\ln L_1(\theta))+(-2\ln L_2(\theta))$$

- Для таких сложных манипуляций с функцией правдоподобия предлагется использовать **библиотеки ROOT::Fit или RooFit**





Систематические ошибки

- Ошибки измерений принято делить на два класса: статистические и систематические
- Статистические ошибки являются следствием конечного объема экспериментального набора данных
- Статичтическая ошибка уменьшается с увеличением данных используемых в анализе
- Систематические ошибки являются следствием возможных погрешностей в самом методе измерения
- Систематические ошибки не меняются с увеличением статистики
- Величина систематической ошибки является количественной мерой вашей уверенности в выбранном методе измерения. Оптимизация этого метода напрямую связана с уменьшением систематической ошибки

Метод максимального профильного правдоподобия

- Пусть наша функция правдоподобия зависит не только от интересующих нас параметров θ но и от ухудшающих (*nuisance*) параметров ν.
- Параметры ν описывают точность нашей модели используемой в подгонке
- Их использование является одним из способов переноса систематических ошибок в результирующую ошибку измерения.
- Если из независимых измерений мы знаем ожидаемое распределение для ν его нужно учесть, домножая на него нашу функцию правдоподобия

$$L(\theta,\nu)=P(x|\theta,\nu)\cdot P(\nu)$$

- Поиск максимума *L* в общем пространстве параметров (θ,ν) эквиволентен использования так называемой профильной функции правдоподобия

$$L(\theta)=L(\theta,\hat{\nu}(\theta))$$

де ν со шляпкой это параметр максимизирующий *L* при заданных θ

Перенос ошибки с функцией правдоподобия

- Предположим подгонка функции правдоподобия $L(\theta,\nu)$ дает для параметра ν значение ν_0 с гауссовой ошибкой σ_0. То есть зависимость L от ν

$$L_0(\theta,\nu)=C(\theta,\nu)\cdot e^{\frac{-(\nu-\nu_0)^2}{2\sigma_0^2}}$$

- Пусть у нас есть независимое измерение ν с таким же значением ν_0 но другой ошибкой σ_1

- Тогда новая функция правдоподобия будет равна

$$L_1(\theta,\nu)=L_0(\theta,\nu)\cdot P(\nu)=C(\theta,\nu)\cdot e^{\frac{-(\nu-\nu_0)^2}{2\sigma_0^2}}\cdot e^{\frac{-(\nu-\nu_0)^2}{2\sigma_1^2}}$$

то есть новая ошибка для ν, полученная из подгонки, будет

$$\frac{1}{\sigma^2}=\frac{1}{\sigma_0^2}+\frac{1}{\sigma_1^2}$$

Перенос ошибки с функцией правдоподобия

- Таким образом **введение ухудшающих параметров**, вместе с учетом априорного распределения для них, является **удобным способом переноса ошибок** параметров ν

- Таким образом **для учета Гауссовой ошибки** параметра ν нужно прибавить к **логарифму** функции правдоподобия

$$-\ln L_1(\theta,\nu) = -\ln L_0(\theta,\nu) + \frac{(\nu-\nu_0)^2}{2\sigma_0^2}$$