

ESTE CAPÍTULO NA BNCC

Unidade Temática

- Grandezas e medidas

Objetos de Conhecimento

- Área de figuras planas
- Volume de um bloco retangular
- Medidas de capacidade

Habilidades

- EF08MA19
- EF08MA20
- EF08MA21



APRENDIZAGENS ESSENCIAIS

- Identificar e interpretar registros, utilizando as unidades padronizadas de medida de comprimento, área, volume e capacidade.
- Comparar as unidades de medida de uma mesma grandeza (comprimento, área, volume e capacidade), reconhecendo o padrão que as relaciona e estabelecendo conversões.
- Calcular áreas de figuras planas por meio de fórmulas e da composição ou decomposição em figuras mais simples de áreas conhecidas.
- Identificar figuras planas equivalentes.
- Reconhecer que áreas e perímetros são medidas de grandezas de diferentes naturezas.
- Usar fórmulas adequadas para calcular volumes de paralelepípedos retângulos e de cubos.
- Comparar e relacionar medidas de volume e de capacidade, estabelecendo conversões.

CAPÍTULO

13

Comprimentos, áreas, volumes e capacidades

Livia quer substituir uma das mesas do escritório em que trabalha por uma maior. Para isso, ela vai colocar essa mesa paralela a uma das paredes do escritório. Pesquisando na internet, encontrou duas mesas com bons preços, ambas com tampo no formato de um paralelepípedo retângulo. Na descrição dos produtos, consta que os tampos dessas mesas foram feitos de um material com 1,5 cm de espessura e que a área da face superior de cada um é de 4,68 m². Também, que os tampos dessas mesas medem, respectivamente, 0,9 m e 1,2 m de largura.

Com o auxílio de uma fita métrica e de um esquadro para efetuar algumas medições, Livia concluiu que o piso do escritório em que trabalha tem formato retangular, medindo 5 metros de comprimento e 4 metros de largura.

- Qual é a medida do comprimento do tampo de cada mesa? Será possível colocar qualquer uma dessas mesas paralela a uma das paredes do escritório?
- Após fazer alguns cálculos, Livia afirmou que os tampos dessas duas mesas têm volumes iguais. O resultado a que ela chegou está correto? Quais cálculos Livia pode ter feito para chegar a essa conclusão?

Para resolver situações como as descritas anteriormente, é preciso empregar noções básicas sobre comprimento, área e volume. Essas grandezas têm importância fundamental para a resolução de diversas situações do cotidiano.

No decorrer deste capítulo, você vai resolver outras situações envolvendo medidas de comprimento, área, volume e medidas de capacidade. Você terá a oportunidade de rever e de aprofundar seus conhecimentos sobre essas medidas.



Abertura de capítulo

Para calcular a medida do comprimento do tampo de cada mesa, basta dividir a área da face superior do tampo pela medida da largura de cada um.

- Tampo 1 de 0,9 m de largura: $\frac{4,68 \text{ m}^2}{0,9 \text{ m}} = 5,2 \text{ m}$
- Tampo 2 de 1,2 m de largura: $\frac{4,68 \text{ m}^2}{1,2 \text{ m}} = 3,9 \text{ m}$

Assim, não será possível colocar a mesa cujo tampo mede 5,2 m de comprimento, pois ela é maior do que o comprimento do escritório.

Grandezas e medidas

Comprimento e volume são exemplos de grandezas que podem ser medidas. Além disso, você viu que medir é comparar uma grandeza com uma unidade de medida.

A medida de uma grandeza é o número de vezes que a unidade de medida que representa a grandeza cabe na grandeza a ser medida. As unidades de medida são estabelecidas no Sistema Internacional de Unidades (SI) e padronizadas em diferentes áreas, como tempo, temperatura etc. A partir dessas unidades, é possível estabelecer medidas para as demais grandezas, ditas grandezas derivadas.

Para facilitar os cálculos de grandezas derivadas, utilizamos os múltiplos e submúltiplos de uma unidade, que são obtidos por meio de potências de 10.

Fator de multiplicação

Fator de multiplicação
10 ¹
10 ²
10 ³
10 ⁴
10 ⁵
10 ⁶
10 ⁷
10 ⁸
10 ⁹

Comprimento

A unidade padronizada para medir comprimento é o metro (m). Os múltiplos e submúltiplos do metro são:

Múltiplos
10 ³ m = 1 km
10 ² m = 100 m
10 ¹ m = 10 m
Unidade base
1 m
Submúltiplos
10 ⁻¹ m = 1 dm
10 ⁻² m = 1 cm
10 ⁻³ m = 1 mm

Cada unidade de medida é 10 vezes a unidade anterior e 10 vezes a unidade seguinte.

- 10 vezes a unidade anterior
- $\frac{1}{10}$ da unidade de medida anterior

Esse padrão é utilizado em todas as unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).

- Como o tampo de uma mesa pode ser calculado a partir do comprimento e da largura, podemos calcular o comprimento do tampo $A_1 = c \cdot l$. Considerando que a largura $l_1 = 0,9 \text{ m}$ e a área $A_1 = 4,68 \text{ m}^2$, temos: $4,68 = c \cdot 0,9$. Conclui-se, então, que o comprimento $c = 5,2 \text{ m}$. Como sugestão, explore o fato de que o comprimento e a largura são medidas de grandezas de diferentes naturezas.

Grandezas e medidas

Comprimento e volume são exemplos de grandezas. Você já estudou que grandeza é tudo o que pode ser medido, como o tempo, a velocidade, o preço, a altura, o comprimento, entre outros. Além disso, você viu que medir é comparar grandezas de mesma natureza.

A medida de uma grandeza, por sua vez, é expressa por um número acompanhado por uma unidade de medida que representa essa grandeza. Existem várias unidades de medida convencionadas e estabelecidas no Sistema Internacional de Unidades (SI). Esse sistema de medição define e padroniza unidades métricas oficiais para grandezas fundamentais, como comprimento, massa, tempo, temperatura etc. A partir das grandezas fundamentais, são definidas unidades de medida para as demais grandezas, ditas grandezas derivadas, como a área e o volume, que derivam do metro, cujas unidades padronizadas de medida são o metro quadrado e o metro cúbico, respectivamente.

Para facilitar os cálculos que envolvem números muito grandes ou muito pequenos, são utilizados os múltiplos e submúltiplos decimais das unidades métricas. Eles têm nomes específicos, que são obtidos por meio de prefixos. Observe esses prefixos no quadro a seguir.

Fator pelo qual a unidade é multiplicada (em potência de 10)	Prefixo	Símbolo
10^3	quilo	k
10^2	hecto	h
10^1	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m

Comprimento

A unidade padronizada de medida de comprimento é o metro. O quadro a seguir retoma os múltiplos e submúltiplos do metro já estudados em anos anteriores.

	Nome	Símbolo	Correspondência em metros
Múltiplos	quilômetro	km	$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = 1000 \text{ m}$
	hectômetro	hm	$1 \text{ hm} = 10^2 \text{ m} = 100 \text{ m}$
	decâmetro	dam	$1 \text{ dam} = 10^1 \text{ m} = 10 \text{ m}$
Unidade base	metro	m	
Submúltiplos	decímetro	dm	$1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m} = 0,1 \text{ m}$
	centímetro	cm	$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} = 0,01 \text{ m}$
	milímetro	mm	$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m} = 0,001 \text{ m}$

Cada unidade de medida desse quadro é igual a:

- 10 vezes a unidade de medida imediatamente inferior;
- $\frac{1}{10}$ da unidade de medida imediatamente superior.

Esse padrão é útil quando se precisa transformar unidades de medida de mesma espécie definidas pelo Sistema Métrico Decimal. Utilize essas informações na resolução das atividades a seguir.

Grandezas e medidas

Durante a leitura e a resolução coletiva das situações propostas, estimule os alunos a acionar seus conhecimentos prévios, inclusive sobre aspectos históricos. Comente com eles que a necessidade de medir é quase tão antiga quanto a de contar, pois surgiu com o desenvolvimento das atividades humanas na Antiguidade. Os povos antigos usavam sistemas de medidas diferentes para medir comprimentos e larguras. Era muito comum utilizarem partes do corpo como unidades de medida, por exemplo: o pé, a mão, o braço e os dedos. Só se pode medir uma grandeza comparando-a com outra de mesma espécie que, nesse caso, é tida como unidade de medida.

Explore a comparação das tabelas com os alunos enfatizando os prefixos nos nomes dos múltiplos e submúltiplos do metro, bem como a equivalência entre eles. Por exemplo, chame a atenção para o prefixo do centímetro (centi que significa 10^{-2} da unidade). Portanto, o centímetro significa 10^{-2} do metro, ou seja, $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$.

Como o tampo de cada mesa é um paralelepípedo retângulo de comprimento c , largura ℓ e espessura e , pode-se calcular seu volume por meio da fórmula $V = c \cdot \ell \cdot e$. Ou, simplesmente, multiplicando-se a área do tampo $A_t = c \cdot \ell$ pela espessura $V = A_t \cdot e$.

Considerando que a espessura de cada tampo mede 1,5 cm ou 0,015 m, têm-se:

$$V_1 = 5,2 \text{ m} \cdot 0,9 \text{ m} \cdot 0,015 \text{ m} = 0,0702 \text{ m}^3 = 70\,200 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = 3,9 \text{ m} \cdot 1,2 \text{ m} \cdot 0,015 \text{ m} = 0,0702 \text{ m}^3 = 70\,200 \text{ cm}^3$$

Conclui-se, então, que Livia está certa ao afirmar que os tampos das duas mesas têm volumes iguais. Como sugestão, peça aos alunos que calculem o perímetro do tampo de cada mesa (12,2 m e 10,2 m) e explore o fato de que figuras com áreas iguais, no caso a superfície dos tampos das mesas, podem ter perímetros diferentes e vice-versa.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Agora é com você!

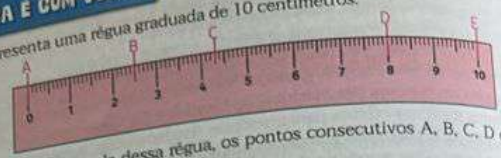
Questão 2 – Na resolução dessa atividade, verifique se os alunos recordam que, para resolver operações com medidas de grandezas de uma mesma espécie, é necessário que elas estejam expressas em uma mesma unidade. Reforce esse fato.

Incentive os alunos a usar a tabela da página anterior para fazer as conversões de unidade. Mostre que para converter uma medida expressa em quilômetros para metros, basta substituir o prefixo quilo pelo seu correspondente na potência de 10, por exemplo, $1,22 \text{ km} = 1,22 \cdot 10^3 \text{ m} = 1,22 \cdot 1000 \text{ m} = 1220 \text{ m}$.

Retorne, com a colaboração dos alunos, a fórmula para calcular o comprimento de uma circunferência, que será usada nas resoluções das questões 3 e 4.

AGORA É COM VOCÊ!

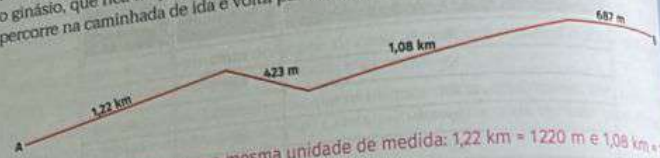
1. A figura representa uma régua graduada de 10 centímetros.



Localize, na linha da escala dessa régua, os pontos consecutivos A, B, C, D e E, nesse caso, sabendo que a distância entre os pontos

- A e C = 43 mm.
- B e C = 1,8 cm.
- C e D = 3,7 cm.
- B e E = 75 mm.

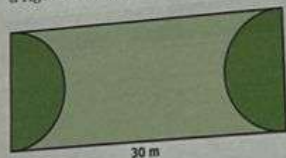
2. A figura a seguir representa o percurso que um atleta faz da sua casa, que fica no ponto A, o ginásio, que fica no ponto B. Indique, em metros e em quilômetros, a distância total percorrida na caminhada de ida e volta para o treino.



Convertendo os valores para a mesma unidade de medida: $1,22 \text{ km} = 1220 \text{ m}$ e $1,08 \text{ km} = 1080 \text{ m}$.
Distância total percorrida na caminhada de ida e volta:

$$2 \cdot (1220 \text{ m} + 423 \text{ m} + 1080 \text{ m} + 687 \text{ m}) = 2 \cdot 3410 \text{ m} = 6820 \text{ m} = 6,82 \text{ km}.$$

3. Em um terreno retangular de 80 metros de perímetro, foram construídos dois canteiros no formato de semicírculos, com os diâmetros coincidindo com os lados menores do terreno, como na figura a seguir. Considere $\pi = 3,14$ e determine o perímetro aproximado de cada canteiro.



Cálculo da medida x dos lados menores do terreno:

$$2x + 2 \cdot 30 = 80 \rightarrow 2x = 20 \rightarrow x = 10$$

O perímetro aproximado de cada canteiro é dado pela soma do diâmetro d do semicírculo com a metade do seu comprimento, que pode ser calculado pela fórmula:

$$\frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

Como $d = x$, o perímetro de cada semicírculo é dado por:

$$d + \pi r = 10 \text{ m} + 3,14 \cdot 5 \text{ m} = 25,7 \text{ m}.$$

4. O comprimento de uma circunferência mede 62,8 cm. Calcule o perímetro do hexágono regular inscrito nessa circunferência, sabendo que o lado desse hexágono tem a mesma medida que o raio da circunferência. Considere $\pi = 3,14$.

$$\text{Cálculo do raio da circunferência: } 2\pi r = 62,8 \text{ cm} \rightarrow 6,28r = 62,8 \text{ cm} \rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Cálculo do perímetro do hexágono regular: } 6 \cdot 10 \text{ cm} = 60 \text{ cm}$$

Observações:

Área de figuras planas

Medir uma superfície significa verificando quantas vezes essa unidade de medida cabe na superfície. Com isso, para medir superfícies, precisamos de uma unidade que corresponde à área da superfície. O quadro a seguir mostra o

Múltiplos	quilômetro
Unidade base	metro
Submúltiplos	centímetro
	milímetro

Para entender como medir a área de uma figura a seguir.

Observações:
