1. הוכיחו כי חבורה מסדר ראשוני היא בהכרח ציקלית.

2. תהי $G$ חבורה, $N \lhd G$. הוכיחו כי ההעתקה $A \mapsto \bar{A} = A/N$ מקבוצת תת-החבורות של $G$ המכילות את $N$ לקבוצת כל תת-החבורות של $G/N$, היא $1-1$ ועל, ולכל $N \le A, B \le G$:

   א. $A \le B \Leftrightarrow \bar{A} \le \bar{B}$

   ב. $A \le B \Rightarrow [\bar{B} : \bar{A}] = [B : A]$

   ג. $\langle \bar{A}, \bar{B} \rangle = \overline{\langle A, B \rangle}$

   ד. $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cap B}$

   ה. $\bar{A} \lhd \bar{B} \Leftrightarrow A \lhd B$

3. הוכח או הפרך: תהי $A \le B \le C$ חבורות. אז $A \lhd B,\ B \lhd C \Rightarrow A \lhd C$.

4. מצאו את כל מחלקות הצמידות ב- $S_5$.

5. מצאו את כל מחלקות הצמידות ב- $D_{2n}$. (יש לחלק לשני מקרים: $n$ זוגי ו- $n$ אי-זוגי.)

6. יהי $G = GL_2(\mathbb{C})$ ויהי $H = \{\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a,b,c \in \mathbb{C},\ ac \neq 0\}$. הוכיחו כי כל איבר ב- $G$ צמוד לאיבר של $H$, והיסקו כי $G$ הוא האיחוד של צמודים של $H$.

7. הוכיחו כי אם $G$ חבורה מסדר אי-זוגי, ו- $1 \neq x \in G$, אז $x$ איננו צמוד ל- $x^{-1}$ (ב- $G$).

8. תהי $G$ חבורה. הפעולה של $G$ על עצמה ע"י הצמדה מגדירה הומומורפיזם $G \to AutG$ (כפי שראינו בשיעור). התמונה של הומומורפיזם זה נקראת *חבורת האוטומורפיזמים הפנימיים* של $G$ ומסומנת $InnG$. הוכיחו כי $InnG \simeq G/Z(G)$, כאשר $Z(G) := \{g \in G : gx = xg\ \forall x \in G\}$ *המרכז* של $G$.

9. תהי $G$ חבורה, $N \lhd G$. הראו כי $G$ פועלת על $N$ ע"י הצמדה ופעולה זו מגדירה הומומורפיזם $G \to AutN$.

10. יהי $G = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. הוכיחו כי $AutG \simeq (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$.