טכניון - מכון טכנולוגי לישראל **הפקולטה למתמטיקה**

חשבון אינפי' 2 104281

תרגילי חזרה בסדרות

עורכת: ד"ר לידיה פרס הרי סמסטר אביב תשנ"ט

1. חשב $\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}$

2. הוכח כי $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\binom{2n}{n}} = 4$

3. יהי $0 \le \alpha \le \frac{1}{4}$. הוכח כי הסדרה המוגדרת ע"י

$$a_1 = \alpha,\ a_n = \alpha + a_{n-1}^2,\ n = 2, 3, \ldots$$

היא סדרה מתכנסת, וחשב את גבולה.

4. תהי $\{a_n\}$ סדרה המקיימת $|a_n - a_{n-1}| < \frac{1}{2^n}$, $a_1 = \frac{1}{2}$. הוכח כי סדרה זו מתכנסת, וכי גבולה מקיים $0 < a < 1$.

5. נגדיר סדרה ע"י $a_{n+2} = \sqrt{a_n a_{n+1}}$, $a_1 = 1,\ a_2 = 2$. חשב את $\lim_{n\to\infty} a_n$.

6. חשב את הגבול $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^3}\sum_{k=1}^{n} k^2$

7. הוכח: $\lim_{n\to\infty}(\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n}) = 0$.

8. הוכח: $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2}\right) = \frac{1}{2}$

9. הוכח: $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \cdots + \frac{1}{(2n)^2}\right) = 0$.

10. הוכח כי הסדרה $\sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ מתכנסת וחשב את גבולה.

11. חשב את $\lim_{n\to\infty}$ של הביטויים הבאים:

(א) $\frac{n}{\sqrt[n]{n!}}$

(ב) $\frac{2^n n!}{n^n}$

(ג) $\frac{(2n)!}{n!(2n)^n}$

(ד) $\sqrt[n]{\binom{n}{k}}$

12. נתון $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, $a_n > 0$. הוכך או הפרך את הטענות הבאות:

(א) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$

(ב) $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$

(ג) $\lim_{n\to\infty} (a_n)^n = 0$

13. נתון $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$ (א)

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$ (ב)

$\lim_{n\to\infty} (a_n)^n = 1$ (ג)