

## גליון הכנה למבחן הסופי, ינואר 2016

1. יהא  $D$  התחום  $\{(x, y) \mid \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1\}$ . חשבו:

א.  $\int \int_D x + 1$

ב.  $\int \int_D x^2$

2. יהא  $D$  התחום  $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

מצאו פונקציה  $f(x)$  (של משתנה אחד!) המקיימת:  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \infty$  ו:  $\int \int_D f(x^2 + y^2) = 1$ .

3. הוכיחו או הפריכו על ידי דוגמה נגדית:

א. אם  $f(x, y)$  אינטגרבילית רימן בתחום  $\{(x, y) \mid |x| \leq 2, |y| \leq 2\}$  אז לכל  $y$  קבוע המקיים  $|y| \leq 2$  הפונקציה  $g_y(x) = f(x, y)$  היא אינטגרבילית רימן כפונקציה של משתנה אחד שהוא  $x$ .

ב. יהא  $D$  התחום  $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ . אם  $f(x, y)$  רציפה ואי שלילית בתחום  $D$  ו- $f(0, 0) > 0$  אז  $\int \int_D f(x, y) > 0$ .

4. פתחו לטורי מקלורין את הפונקציה  $\frac{1}{1-x}$ . השתמשו בפיתוח הזה כדי למצוא את פיתוח מקלורן של הפונקציות הבאות:

$$\arctan x$$

$$\arctan x^2$$

$$\ln(1 - x^3)$$

$$x \ln(1 + x)$$

5. הוכיחו עם הצדקה מלאה (ציטוט משפטים) ש- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ .