

## קומבינטוריקה (104286) - תרגיל בית 6

1. בספר בן 60 עמודים, יש לפחות שגיאת דפוס אחת בכל עמוד, ובסך הכל, לכל היותר 100 שגיאות דפוס. הוכיחו שיש רצף של מספר כלשהו של עמודים עוקבים המכילים ביחד בדיוק 20 שגיאות דפוס.

2. תהי  $N$  קבוצת המספרים הטבעיים. תהי  $f : \{1, 2, \dots, 15\} \rightarrow N$  פונקציה המקיימת

$$\sum_{i=1}^{15} f(i) = 100. \text{ הוכיחו:}$$

$$(א) \text{ קיים } 1 \leq i \leq 15 \text{ כך ש- } f(i) + f(i+1) \geq 14.$$

$$(ב) \text{ קיים } 1 \leq i \leq 15 \text{ כך ש- } 2f(i) + f(i+1) \geq 21.$$

הערה: עבור  $i = 15$  יש להבין שכוונת הביטוי  $f(i+1) = f(15+1) = f(1)$ , כלומר להתייחס לתחום הפונקציה מודולו 15.

3. בכל סעיף קבעו האם קיים גרף בן 6 קודקודים בעלי הערכויות הבאות:

$$(א) 1, 2, 3, 4, 5, 5.$$

$$(ב) 1, 2, 3, 4, 4, 5.$$

$$(ג) 1, 2, 3, 3, 4, 5.$$

אם כן, ציירו אותו. אם לא, הסבירו למה.

4. בהרצאה הוכחתם שאם  $G = (V, E)$  הוא עץ, אז  $|E| = |V| - 1$ . הוכיחו שאם  $G = (V, E)$  גרף קשיר המקיים  $|E| = |V| - 1$  אז הוא עץ.

5. הוכיחו ש- $G = (V, E)$  הוא עץ אם ורק אם  $G$  חסר מעגלים מקסימלי (כל צלע שנוסיף בין הקודקודים הקיימים, נקבל מעגל).

**בהצלחה!**