<u>תורת החבורות – תרגיל בית 2</u>

<u>שאלה 1</u>

<u>הוכח</u> כי מחלקות השקילות השונות של $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_n$ הן בדיוק $\overline{0},\overline{1},\overline{2},\cdots,\overline{n-1}$.

<u>שאלה 2</u>

יהי $f(x)=\sum_{i=0}^{n}a_i x^i$ פולינום עם מקדמים שלמים אי-שליליים, כאשר $\deg(f(x))=n$ מספר שלם אי-שלילי. <u>הוכח</u> כי לכל k טבעי מתקיים: אם $10 \equiv_9 k$, אז $f(k)\equiv_9 \sum_{i=0}^{n}a_i$.

<u>שאלה 3</u>

<u>הוכח</u> כי לא קיימים a,b,c שלמים המקיימים $a^2+b^2=3c^2$.

<u>שאלה 4</u>

יהי a מספר שלם אי-זוגי, <u>הוכח</u>: $a^2\equiv_8 1$.

<u>שאלה 5</u>

יהי a מספר שלם ו-n טבעי. <u>הוכח</u> כי $(a,n)=1$ <u>ומצא</u> ההופכי של $\overline{a}$ ב-$\mathbb{Z}/\mathbb{Z}_n$, כאשר

א. $a=13,\ n=20$.

ב. $a=1891,\ n=3797$