לוגיקה מתמטית - תרגיל 7

1. א. תן דוגמה לנוסחה φ , מבנה M והשמה s כך ש- $M \vDash_s \varphi$ אבל $M \nvDash_s (\forall x)\varphi$.

ב. הוכח שאם $M \vDash_s (\forall x)\varphi$ אז $M \vDash_s \varphi$.

ג. הוכח: $M \vDash (\forall x)\varphi$ אם ורק אם $M \vDash \varphi$.

2. הוכח או הפרך: (φ נוסחה , M מבנה , s השמה)

א. אם $M \nvDash_s \varphi$ אז $M \vDash_s \neg\varphi$.

ב. אם $M \nvDash \varphi$ אז $M \vDash \neg\varphi$.

ג. אם φ פסוק ו- $M \nvDash \varphi$ אז $M \vDash \neg\varphi$.

ד. אם $\nvDash \varphi$ אז $\vDash \neg\varphi$.

ה. אם φ פסוק ו- $\nvDash \varphi$ אז $\vDash \neg\varphi$.

3. אילו מבין הנוסחאות הבאות אמיתיות לוגית ואילו לא ? נמק.

א. $((\forall x)R(x) \to (\forall x)Q(x)) \to (\forall x)(R(x) \to Q(x))$

ב. $(\forall x)\varphi \to (\exists x)\varphi$

ג. $(\forall x)(\forall y)\varphi \equiv (\forall y)(\forall x)\varphi$

ד. $(\forall x)(\exists y)\varphi \to (\exists y)(\forall x)\varphi$

ה. $(\exists y)(\forall x)\varphi \to (\forall x)(\exists y)\varphi$

4. נתבונן בשפה שבה יש סימן פונקציה דו-מקומי f ויחס שויון , ובמבנה $M = (W^M, f^M)$ שבו W^M היא קבוצת המספרים הממשיים ו- f^M היא פעולת הכפל.
מצא נוסחה φ עם משתנה חופשי יחיד x המקיימת: לכל השמה s , $M \models_s \varphi$ אם ורק אם $0 < s(x)$.

תאריך הגשה 24.5