

דף תרגילים 11 – אלגברה לינארית ב'

כל המטריצות הן מעל שדה הקומפלקסים

1. תהי A מטריצת 5×5 , עם פולינום אופייני $\Delta(x) = (x - 2)^2(x + 7)^2$ ופולינום מינימלי $m(x) = (x - 2)^2(x + 7)$. מהי צורת ז'ורדן של A ?
2. כמה צורות ז'ורדן (עד כדי סדר הגורמים) אפשריות יש למטריצה עם פולינום אופייני $\Delta(x) = (x + 2)^4(x - 1)^2$?
3. מצא ע"י פעולות עמודה ושורה את הצורה הנורמלית של סמיט עבור $xI - A$ כאשר
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
4. תהיינה N_1, N_2 זוג מטריצות 6×6 בעלות אותו פולינום אופייני (ולכן אותם ריבויים אלגבריים), אותו פולינום מינימלי ואותם ריבויים גאומטריים לכל ערך עצמי. הוכח כי N_1, N_2 דומות.
5. תהי N מטריצת $k \times k$ נילפוטנטית כך ש $N^{k-1} \neq 0$. הראה כי N^{tr} דומה ל N . השתמש בצורת ז'ורדן בכדי להוכיח כי על מטריצה A דומה למטריצה המשוחלפת שלה A^{tr} .