אלגברה ב' - גליון תרגילים 5

♣ **[HK]** 8.3.1: יהיו $V = \mathbb{C}^2$ עם המכפלה הפנימית הסטנדרטית, ו-$T : V \to V$ האופרטור המוגדר על-ידי

$$T(x, y) = (x + iy, -2x - y)$$

חשב מפורשות את $T^*(x, y)$.

♣ **[HK]** 8.3.9: נסמן ב-V את מרחב הפולינומים הממשיים ממעלה הקטנה או שווה 4, עם המכפלה הפנימית המוגדרת על-ידי -

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt.$$

חשב את האופרטור הצמוד D^* של אופרטור הגזירה D.

♣ **[HK]** 8.3.11: יהי E אופרטור היטל של ממ"פ V ממימד סופי. הוכיחו ש-E צמוד לעצמו אם ורק אם $EE^* = E^*E$.

♣ יהא $V = \mathbb{R}[x]$ מרחב כל הפולינומים הממשיים (ללא הגבלת מעלה) עם המ"פ המוגדרת לעיל ב-8.3.9. הוכיחו שלאופרטור הגזירה D לא קיים אופרטור D^* שיקיים -

$$\forall_{f,g \in V} \langle Df, g \rangle = \langle f, D^*g \rangle.$$

♣ יהא V ממ"פ ממימד סופי מעל שדה $\mathbb{F}$, ויהיו $k \in \mathbb{F}$ $S, T \in L(V)$. הוכיחו:

א. $(S + T)^* = S^* + T^*$

ב. $(kT)^* = kT^*$

ג. $(ST)^* = T^*S^*$

ד. $(T^*)^* = T$

♣ תהי G חבורה מסדר $|G| = pq$ כאשר $p > q$ מספרים ראשוניים. לפי משפט Sylow (לא לדאוג: זה בשביל הידע הכללי), יש ל-G תת-חבורה מסדר p. הוכיחו שיש רק תת-חבורה אחת מסדר זה.

<u>**תאריך הגשה:**</u> 18.04.2000 עד השעה $12:00$.