

דף תרגילים 2 - אלגברה לינארית ב'

1. תהי $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, האם A דומה מעל הממשיים למטריצה משולשת? אם כן מצא מטריצה משולשת שכזו.

2. הוכח כי כל מטריצה A עבורה $A^2 = A$ דומה למטריצה אלכסונית.

3. תהי A מטריצת 3×3 ממשית, הוכח כי אם A אינה ניתנת לשילוש מעל הממשים אז A לכסינה מעל \mathbb{C} .

4. נכון או לא נכון: אם מטריצה משולשת A דומה למטריצה אלכסונית אז A אלכסונית.

5. יהי V מרחב המטריצות $n \times n$ מעל השדה F . נקבע $A \in V$ ונגדיר זוג אופרטורים על V :

$$U(B) = AB - BA, \quad T(B) = AB$$

נכון או לא נכון:

א. אם A לכסין אז T לכסין.

ב. אם A לכסין אז U לכסין.

6. הוכיחו את נוסחת קושי בינה: תהיינה $A \in F^{m \times n}, B \in F^{n \times m}$ ($n \geq m$). אז:

$$\det(AB) = \sum_{\alpha} \det(A^{\alpha}) \det(B_{\alpha})$$

כאשר α רץ על כל תתי הקבוצות של $\{1, 2, \dots, n\}$ בעלות m איברים. A^{α} מסמן את תת המטריצה של A המורכבת מכל השורות ומהעמודות בעלות אינדקסים ב α . B_{α} מסמן את תת המטריצה של B המורכבת מכל העמודות ומהשורות בעלות אינדקסים ב α .

רמז: העזר ברמז לשאלה 4 בגליון הקודם.