

(1)

יהי $(X_1, X_2, X_3, X_4)^T$ וקטור אקראי גאוסי בעל וקטור תוחלות 0 ומטריצת קובריאנס:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- א. מה הוא החזאי האופטימלי של X_1 ע"י X_4 ?
 ב. מה הוא החזאי האופטימלי של X_1 ע"י X_3, X_4 ?
 ג. מה הוא החזאי האופטימלי של $X_1 X_3$ ע"י X_4 ?

(2)

$$W = \max\{Z, 1\}, Z \sim \text{Pois}(\lambda)$$

מהו המשעריך האופטימלי של Z ע"י W ומהי תוחלת של ריבוע השגיאה?

(3)

X מפולג $U(0; 2)$, Y מפולג $N(0; 2)$ והם בלתי תלויים. משתנה אקראי $Z = X + Y$.

א. מהו החזאי האופטימלי של X ע"י Z ?

ב. מצא הפונקציה הצפיפות מותנת $f_{x|z}(x|z)$

(4)

וקטור אקראי (X, Y) בעל צפיפות $f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{4\pi} e^{-\frac{x^2}{8} - \frac{(y-2)^2}{2}}$ ו- (R, Θ) ו.א. של קואורדינטות קוטביות של (X, Y) . מצא את $f_{R,\Theta}(r, \theta)$ עבור $r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$.

(5)

אם $X \sim U[0, 2]$ ו- $Y \sim U[0, 3]$ בלתי תלויים

א. מצא את הצפיפות של $S = X + Y$ ואת פונקציה ההתפלגות של $Z = \max(X, Y)$.

ב. עבור $V = \frac{1}{2}(X - Y)$ מצא את $f_{X,V}(x, v)$ ואת $f_V(v)$.

(7)

יהיו X_1, \dots, X_n מ.א. בלתי תלויים ומפולגים מעריכית

כך ש- $X_i \sim \text{Exp}(\lambda_i), i = 1, 2, \dots, n$. תשלימו את הטענה והוכיחו אותה בעזרת פונקציה אופינית.

טענה: מ.א. $Z = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ מפולג.....

(8)

יהי X, Y, Z ו.א. בעל מטריצת קוריאנס נתונה ווקטור תוחלות $(0, 0, 0)$. כמו כן נתון

ש- $EZ|(X, Y) = \alpha X + \beta Y + \gamma$. יש למצא את המקדמים α, β, γ .

(9)

א. מ.א. X_1, X_2, X_3 ב.ת. ומפולגים זהה, באחידות ב- $[0, 1]$.

חשבו את פונקציה הצפיפות של $Z = 1/3(X_1 + X_2 + X_3)$ ותשרטתו את הגרף שלה. תנו את הפרשנות לצורת הגרף.

ב. יהי $h^*(X)$ החזאי האופטימלי כללי של מ.א. $g(Y)$ ע"י מ.א. X .

מהו ערך של $E(g(Y) - \alpha h^*(X))^2$ עבור $\alpha \in R$ נתון?

בהצלחה!!!