

הפקולטה למתמטיקה

טכניון - מכון טכנולוגי לישראל

חשבון אינפיניטסימלי 2 - 104281

דף בנושא פונקציות היפרבוליות

סמסטר אביב תשנ"ט

עורכת: ד"ר לידיה פרס הרי

1. הגדרות

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

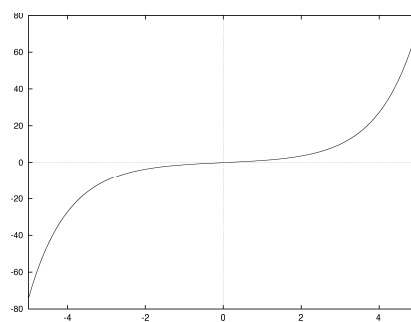
$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

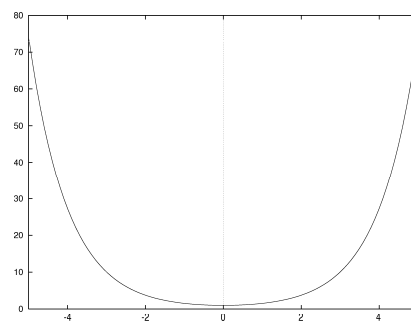
$$\coth x = \frac{1}{\tanh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

2. גרפים

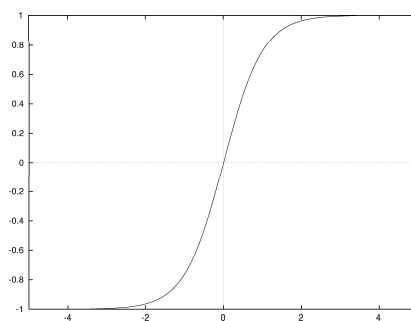
\sinh



\cosh



\tanh



3. תכונות בסיסיות

(א) $\sinh x$ פונקציה אי-זוגית, $\cosh x$ פונקציה זוגית

$$\sinh(0) = 0, \quad \cosh(0) = 1 \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sinh x = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \cosh x = \infty$$

$$\tanh(0) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \tanh x = 1, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \tanh x = -1$$

4. זהויות בסיסיות

$$(\sinh x)' = \cosh x$$

$$(\cosh x)' = \sinh x$$

$$(\tanh x)' = \frac{1}{\cosh^2 x}$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\cosh^2 x + \sinh^2 x = \cosh 2x$$

$$\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$$

$$\cosh^2 x = \frac{\cosh 2x + 1}{2}$$

$$\sinh^2 x = \frac{\cosh 2x - 1}{2}$$

$$\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$$

$$\cosh(x + y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y$$