

(1)

X משתנה אקראי $Po(\lambda)$
א. תמצאו את פונקציית ההסתברות, כלומר $P(Y = u)$, של משתנה אקראי

$$Y = aX^2 + b, \quad a, b \in R$$

ב. תחשבו $E[e^{-X}(X(X-1)\dots(X-p))]$, $p \geq 1$

(2)

א. חשבו את $E(F_X(X))^\alpha$, $\alpha \in R$, עבור משתנה אקראי רציף X המפולג לפי פונקציית התפלגות F_X .

ב. יהי X משתנה אקראי $N(0, 4)$. חשבו את $EX1_{\{X \geq 6\}}$, כש $1_{\{\dots\}}$ מסמן מציין הקבוצה $\{\dots\}$ ותסרטטו את הגרף של פונקציית ההתפלגות של משתנה אקראי $X1_{\{-1 \leq X \leq 5\}}$. איך קוראים להתפלגות הנ"ל?

(3)

משודר אות אקראי X המפולג באחידות בקטע $[-3, 5]$, אך עקב מגבלותיו של המקלט

$$g(x) = \begin{cases} 4, & x \geq 4 \\ x, & |x| < 4 \\ -4, & x \leq -4 \end{cases}$$

נרשם רק $Y = g(X)$, כאשר $g(x)$ חשבו את $F_Y(y)$ ו- $Var Y$.

(4)

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ \frac{1}{4}(x+1) & -1 \leq x < 3 \\ 1 & 3 \leq x \end{cases}$$

לקלט X של מיישר גל יש פונקציית התפלגות $F_X(x)$ והפלט הוא $Y = 2|X|$. חשבו את פונקציית ההתפלגות F_Y של Y ו- EY .

(5)

יהי $(\Omega, \mathcal{B}, \mathcal{P})$ מרחב הסתברות. עבור מאורע $A \in \mathcal{B}$ נגדיר מ.א.

$$1_A(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in A \\ 0, & \omega \notin A. \end{cases}$$

א. השלימו את הטענה והוכיחו אותה:

$$Var 1_{A \cap C} = 0 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

עבור $A, C \in \mathcal{B}$

ב. יהי X משתנה אקראי מעריכי עם פרמטר $\lambda > 0$ ומאורע $A = \{X \geq 2\}$.
חשבו את המומנט המרכזי מסדר 3 של מ.א. 1_A

(6)

$n \geq 5$ פריטים מסודרים במקומות $1, 2, \dots, n$ בתור לבדיקה חוזרת. הפריט הנמצא במקום "1" נלקח לבדיקה ובסיומה מוחזר לתור למקום אקראי בין המקומות $1, 2, \dots, n$. כשהפריט

מוחזר למקום ה- k , כל $(k-1)$ פריטים שהיו במקומות $2, \dots, k-1, k$ זזים צעד אחד קדימה בתור ויתר הפריטים נשארים במקומם. אחרי זה התהליך חוזר על עצמו באופן בלתי תלוי. יהי N_k מספר חזרות עד שהפריט שבהתחלה היה במקום " k " יתקדם בפעם הראשונה צעד אחד קדימה בתור.

א. חשבו EN_k ו- $Var N_k$.

ב. האם המאורעות $\{N_3 = 5\}$ ו- $\{N_5 = 7\}$ הם בלתי תלויים?

בהצלחה!!