

לוגיקה מתמטית - תרגיל 1

1. יהי A פסוק מעומק n .

א. כמה פסוקים אטומיים (לאו דוקא שונים זה מזה) לכל הפחות מופיעים ב- A ? לכל היותר?

ב. כמה קשרים (לאו דוקא שונים זה מזה) לכל הפחות מופיעים ב- A ? לכל היותר?

2. בנה טבלת אמת עבור כל אחד מן הפסוקים הבאים:

א. $p \rightarrow (q \vee p)$

ב. $(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$

ג. $(p \vee (q \wedge r)) \equiv (p \vee q)$

3. יהיו A, B פסוקים כך ש- A טאוטולוגיה ו- $A \rightarrow B$ טאוטולוגיה. הוכח כי B טאוטולוגיה.

4. יהי A פסוק המכיל רק את הקשרים \neg, \wedge, \vee . יהי A^* הפסוק המתקבל ממנו ע"י החלפת כל \wedge ב- \vee ולהיפך, והחלפת כל פסוק אטומי בשלילתו.

א. כתוב הגדרה אינדוקטיבית של A^* .

ב. הוכח באינדוקציה כי A^* שקול לוגית ל- $\neg A$.

5. יהי A פסוק המכיל רק את הקשר \equiv . הוכח כי A טאוטולוגיה אם ורק אם כל פסוק אטומי מופיע ב- A מספר זוגי של פעמים.