

## קומבינטוריקה (104286) - תרגיל בית 4

1. לכל אחד מהצירופים הבאים, תנו נוסחת נסיגה ותנאי התחלה למספר הסדרות הבינאריות באורך  $n$  שאינן מכילות את הצירוף הנתון. (אין צורך לפתור את הנוסחאות)

(א) 11

(ב) 001

(ג) 0011 .

2. נתון מצולע (קמור) עם 10 צלעות (המצויר בצורה קבועה במישור). צובעים את צלעות המצולע באדום ובירוק כך שאין שתי צלעות עוקבות הצבועות בירוק. בכמה דרכים ניתן לעשות זאת? (שימו לב, קביעת המצולע מונעת את היכולת לסובב אותו, וכו'. לכן שאלה זו שונה מספירת שרשראות חרוזים המקיימים תנאים דומים).

3. הוכיחו שמספרי פיבונצ'י  $F_n$  מקיימים  $F_{n+1}F_{n-1} = F_n^2 + (-1)^{n+1}$ , כאשר תנאי ההתחלה הם  $F_0 = 1$  ו- $F_1 = 1$ . רמז: השתמשו באינדוקציה.

4. נתבונן ב- $n \geq 1$  מעגלים במישור, כך שכל שניים מהם נחתכים (בשתי נקודות שונות, לא משיקים אחד לשני), ואף שלשה אינם נחתכים בנקודה אחת.

(א) נסמן ב- $R_n$  את מספר התחומים שנוצרים במישור על ידי  $n$  המעגלים. מצאו נוסחת נסיגה ותנאי התחלה ל- $R_n$ .

(ב) מצאו נוסחה מפורשת ל- $R_n$  על ידי הצבה חוזרת. הוכיחו את הנוסחה באינדוקציה.

5. נתונות  $n \geq 3$  נקודות על מעגל, כך שהמרחק בין כל שתי נקודות סמוכות זהה. כמה מצולעים משוכללים (לאו דווקא קמורים) על  $n$  הנקודות קיימים? הערה: המצולעים צריכים לחבר את כל  $n$  הנקודות על ידי  $n$  צלעות שוות אורך. התשובה קשורה לפונקצית אוילר. למשל, עבור  $n = 7$  המצולעים הם :



בהצלחה!