

# גיליון תרגילים 1:

## להגיש לתא של הקורס בבניין אמאדו קומה 0

$$(1) \text{ הוכח שלכל } n \in \mathbb{N} \text{ מתקיים: } \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

(2) הוכח כי לכל  $n, m \in \mathbb{N}$  מתקיים  $\sqrt[n]{m}$  שלם או אי רציונלי.  
( רמז : קראו את שיעור ההכנה הראשון ב-mathnet של חדו"א 1מ' ; נכנסים עם לוגין guest ).

$$(3) \text{ הוכח: } \begin{aligned} \text{א. } \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} &\notin \mathbb{Q} \\ \text{ב. } \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} &\notin \mathbb{Q} \end{aligned}$$

$$(4) \text{ א. הוכח: } \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

ב. מצא ביטוי המפשט את  $\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$  והוכח את נכונותו.

(5) הוכח באינדוקציה :

$$\begin{aligned} \text{א. } \left| \sum_{k=1}^n a_k \right| &\leq \sum_{k=1}^n |a_k| \\ \text{ב. } \left| \prod_{k=1}^n a_k \right| &= \prod_{k=1}^n |a_k| \end{aligned}$$

$$(6) \begin{aligned} \text{א. } \text{התר את אי השיוויון: } |x+1| - |2x+6| &\leq |x+5| \\ \text{ב. } \text{הוכח שאם } |x-4| < 1 \text{ אז } \left| \frac{x^2 - 6x + 8}{x+4} \right| &< \frac{3}{7} \end{aligned}$$

(7) תהא  $B \subset \mathbb{R}$  קבוצה חסומה ו- $A \subset B$ . הוכח כי  $A$  חסומה ומתקיים:  
$$\inf B \leq \inf A \leq \sup A \leq \sup B$$

(8) הבא דוגמאות לקבוצות בעלות התכונות הבאות או הוכח שלא קיימת קבוצה כזאת :  
א.  $A$  חסומה מלעיל אבל  $\sup A \notin A$ .  
ב.  $A$  חסומה מלעיל וגם  $A^C$  ( המשלים של  $A$  ) חסומה מלעיל.  
ג.  $A$  חסומה מלעיל ולכל  $a \in A$  מתקיים  $|a - \sup A| > \frac{1}{100}$ .  
ד.  $\sup A = \inf A$