

## חשבון אינפי 1 - גיליון תרגילים מספר 2

1. כתוב את שלילת הטענה הבאה: לכל שני מספרים  $a, b$  קיים  $c$  כך ש-  $a < c < b$ .

2. א. תהיינה  $A, B$  קבוצות חסומות של מספרים ממשיים. נגדיר קבוצה חדשה ע"י:  
 $C = A + B = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$ . הוכח כי  $\sup(C) = \sup(A) + \sup(B)$ . האם הקבוצה  $C$  חסומה?

ב. הוכח ש-  $\inf \left\{ \frac{1}{n + |\sin(n)|} \mid n \in \mathbb{N} \right\} = 0$ .

3. יהיו  $a, b$  מספרים המקיימים  $\forall \varepsilon > 0, \forall \delta > 0, a + \varepsilon > b - \delta$ . הוכח ש-  $a \geq b$ .

4. הוכיח לפי הגדרה את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 1}{n^2 + 2n} = 4$

ב.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 1}{n^2 + 2n} \neq 4$

ג.  $a > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n) + a}{2\sqrt{n}} = 0$

5. חשבו את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 3n - 1}{n^2 + 5} \right)^2$

ב.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+5} - \sqrt{n}$

6. תהיינה  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  ו-  $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  סדרות. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  או  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} - a_n = 0$  קיים

ב. אם  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + a_{n+1} + a_{n+2}}{3} = 0$  אזי  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

ג. אם  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  מתכנסת ו-  $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  לא מתכנסת אז גם  $\{a_n + b_n\}_{n=1}^{\infty}$  לא מתכנסת

ד. אם  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$  ו-  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$  אזי  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = L$

ה. אם  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$  אזי  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n - b_n = 0$