

תרגיל מס' 4 בתורת המשחקים

1. לכל אחד מן המשחקים הבאים, מצא את רמות הבטחון המקסימליות v_1, v_2 , קבע אם יש למשחק ערך, מצא את ערך המשחק בתכסיסים מעורבים ואת כל התכסיסים המעורבים האופטימליים.

א.

-3	2
-2	0

ב.

3	7
5	4

ג.

1	1
1	0

2. משחק שני שחקנים סכום-אפס בצורה תכסיסית $G = (S, T, \pi)$ שבו קבוצות התכסיסים הן סופיות נקרא סימטרי אם $|S| = |T|$ וניתן לסדר את קבוצות התכסיסים בצורה $S = \{s_1, \dots, s_n\}, T = \{t_1, \dots, t_n\}$ כך שמטריצת התשלומים $A = (\pi(s_i, t_j))$ תהיה אנטי-סימטרית (כלומר תקיים $A^T = -A$).

אילו מבין הטענות הבאות נכונות לכל משחק סימטרי G ?

א. ל- G יש ערך והוא 0.

ב. אם ל- G יש ערך אז הערך הוא 0.

ג. הערך של G בתכסיסים מעורבים הוא 0.

ד. לשני השחקנים יש אותם תכסיסים מעורבים אופטימליים (כאשר מסדרים את הקואורדינטות שלהם כמו בהגדרה).

3. תהי $G^* = (S^*, T^*, \pi^*)$ הרחבת העירוב של משחק שני שחקנים סכום-אפס עם קבוצות תכסיסים סופיות. הראה בעזרת משפט המינימקס שכל תשלום ששחקן יכול להבטיח לעצמו אם הוא יודע את התכסיס של היריב, הוא יכול להבטיח לעצמו גם בלי לדעת את התכסיס של היריב, כלומר:

אם עבור מספר ממשי a מסוים מתקיים: לכל $\vec{q} \in T^*$ קיים $\vec{p} \in S^*$ כך ש- $\pi^*(\vec{p}, \vec{q}) \geq a$, אז מתקיים גם: קיים $\vec{p} \in S^*$ כך שלכל $\vec{q} \in T^*$ מתקיים $\pi^*(\vec{p}, \vec{q}) \geq a$.