

פתרון לוגיקה מתמטית תרגיל 6

$$\{ s \mid s(x) * s(y) \leq 1, s(x) \in \mathbb{N}, s(y) \in \mathbb{N} \} \quad \text{א. 1. (i)} \\ \{ s \mid s(x) = s(y) = 1 \}$$

$$\{ s \mid s(x) \leq s(y) \rightarrow s(y) \leq s(x), s(x) \in \mathbb{N}, s(y) \in \mathbb{N} \} \quad \text{(ii)} \\ \{ s \mid s(y) \leq s(x) \}$$

$$\text{מכיוון שהיחס } \leq \text{ הוא טרנזיטיבי אז הפסוק אמיתי לכל השמה.} \quad \text{(iii)}$$

$$\{ s \mid s(x) \cap s(y) = \emptyset, s(x) \subseteq Z, s(y) \subseteq Z \} \quad \text{ב. (i)}$$

$$\text{כיוון שהיחס שוויון של עוצמות הוא סימטרי אז הנוסחה אמיתית לכל השמה.} \quad \text{(ii)}$$

$$\text{מכיוון שהיחס שוויון של עוצמות הוא טרנזיטיבי אז הפסוק אמיתי לכל השמה.} \quad \text{(iii)}$$

$$\{ s \mid |s(x) + s(y) - 17| \geq 2, s(x) \in \mathbb{R}, s(y) \in \mathbb{R} \} \quad \text{ג. (i)} \\ \{ s \mid s(x) + s(y) \leq 15 \vee s(x) + s(y) \geq 19 \}$$

$$\text{מכיוון שהיחס הנתון הוא סימטרי אז הנוסחה אמיתית לכל השמה.} \quad \text{(ii)}$$

$$R(x,y) \rightarrow (R(y,z) \rightarrow R(x,z)) \quad \text{אין השמות מספקות כי הנוסחה} \quad \text{(iii)} \\ s(x) = 0, s(y) = 4, s(z) = 0 \text{ שקרית בהשמה}$$

2. א. שם עצם מעומק 2
ב. נוסחה אטומית
ג. לא שם עצם ולא נוסחה

3. א.

$$\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3$$

כאשר

$$\varphi_1 = \forall x \forall y \forall z [f(f(x, y), z) = f(x, f(y, z))] \\ \text{(אסוציאטיביות)}$$

$$\varphi_2 = \forall x [f(e, x) = x \wedge f(x, e) = x] \\ \varphi_3 = \forall x [f(g(x), x) = e]$$

ב.

$$\varphi \wedge \exists x_1 \exists x_2 \exists x_3 \exists x_4 ([\bigwedge_{i \neq j}^4 \neg(x_i = x_j)] \wedge \forall x_5 (\bigvee_{i=1}^4 x_i = x_5))$$

ג.

$$\varphi \wedge \forall x [f(f(x, x), x) = e]$$