

# אלגברה לינארית ב'

## גליון 4

### שאלה 1

נתונה המטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

נתון כי  $\lambda = 6$  הינו ערך עצמי של  $A$ .

- מצאו את הפולינום האופייני והפולינום המינימלי של  $A$ .
- מצאו את צורת ז'ורדן  $J$  של  $A$  ומטריצה הפיכה  $P$  כך ש- $J = P^{-1}AP$ .

### שאלה 2

נתון האופרטור  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  על ידי המטריצה המייצגת הבאה בבסיס הסטנדרטי  $E$  של  $V = \mathbb{R}^3$  מעל  $\mathbb{R}$

$$[T]_E = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

מצאו בסיס  $B$  של  $V$  ומטריצה  $J$  בצורת ז'ורדן כך ש- $[T]_E = J$ .

### שאלה 3

תהא מטריצה  $A$  מטריצת ז'ורדן המכילה שני בלוקים  $J_5(0)$ ,  $J_6(0)$  (כאשר  $J_m(\lambda)$  הוא בלוק ז'ורדן  $m \times m$  המתאים לערך העצמי  $\lambda$ ). מצאו את צורת ז'ורדן של המטריצה  $A^2$ .

### שאלה 4

מצאו את צורת הז'ורדן  $J$  של מטריצה  $A \in M_{7 \times 7}(\mathbb{C})$  בעלת פולינום אופייני  $(x-1)^3(x-2)^4$  אם נתון גם כי

$$\begin{aligned} \dim(\ker(A - 2I)) &= 3 \\ \dim(\ker(A - I)) &= 2 \end{aligned}$$

## שאלה 5

מצא, עד כדי דימיון, את כל המטריצות  $A \in M_{4 \times 4}(\mathbb{C})$  המקיימות  $A^4 - 2A^2 + I = 0$ .