

1. א. חשבו את $\int_0^\pi \frac{\ln(1+y \cos x)}{\cos x} dx$ לכל $|y| < 1$.
 ב. יהיו $a, b > 0$. חשבו את $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(a \cos^2 x + b \sin^2 x)^2}$.

רמז: $F(a, b) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{a \cos^2 x + b \sin^2 x}$

2. א. חשבו את האינטגרל הכפול הבא:

$$\iint_R x \max(x, y) dy dx$$

כאשר $R = [0, 1] \times [0, 1]$

ב. חשבו את $\iint_D \frac{xy}{x^2+y^2} dS$ על הריבוע $D = [0, 1] \times [0, 1]$

3. א. חשבו את השטח S ב- \mathbb{R}^2 החסום על ידי

$$(3x + 7y + 1)^2 + (2x + 4y - 11)^2 = 4$$

ב. רשום את האינטגרל $\iint_D f dx dy$ בקואורדינטות קטביות כאשר D היא הקבוצה המוגבלת על ידי הקווים

$$x^2 + y^2 = 6x, x^2 + y^2 = 8x, |y| = x$$

4. א. תהי $f(x, y)$ פונקציה רציפה בתחום D קומפקטי (סגור וחסום), קשיר ובעל שטח. נסמן את השטח של D על ידי $S(D)$. הוכיחו שקיימת $(x_0, y_0) \in D$ כך שמתקיים

$$\iint_D f(x, y) dx dy = f(x_0, y_0) \cdot S(D)$$

ב. תהי $f = f(x, y)$ פונקציה רציפה ב- $(0, 0)$ ואינטגרלית בסביבה של הראשית. חשבו את

$$\lim_{r \rightarrow 0^+} \frac{1}{\pi r^2} \iint_{\{|(x,y)| \leq r\}} f(x, y) dx dy$$