

לוגיקה מתמטית - תרגיל 3

1. כתוב פסוקים A_1, A_2, A_3 שבהם מופיעים הפסוקים האטומיים p_1, p_2, p_3, p_4 כך ש:

א. $M \models A_1$ אם ורק אם לפחות 2 מארבעת הפסוקים האטומיים אמיתיים ב- M .

ב. $M \models A_2$ אם ורק אם בדיוק 2 מארבעת הפסוקים האטומיים אמיתיים ב- M .

ג. $M \models A_3$ אם ורק אם מספר הפסוקים האטומיים (מבין הארבעה) האמיתיים ב- M הוא זוגי.

(הערה: מותר להשתמש בכל חמשת הקשרים המקובלים)

2. הוכח כי $\vdash (\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow p)$.

(רמז: אין צורך לכתוב את ההוכחה המלאה; משפט הדדוקציה עוזר)

3. נתבונן במערכת ההוכחה \mathcal{L}_3 לתחשיב הפסוקים, המתקבלת ממערכת ההוכחה הרגילה ע"י השמטת (A_3) מקבוצת האקסיומות.

כמו כן, נסמן לכל פסוק A ב- A^+ את הפסוק המתקבל מ- A ע"י השמטת כל הופעה של קשר השלילה.

א. הוכח כי אם A יכיח במערכת \mathcal{L}_3 אז A^+ טאוטולוגיה.

ב. הסק שהמערכת \mathcal{L}_3 אינה שלמה.

4. יהיו A, B, C פסוקים כלשהם.

הוכח כי $A \rightarrow C$ יכיח מתוך $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}$.