

## מבוא למתמטיקה שמושית - תרגיל 1 - אביב תשס"ד

1. נתונה משוואת Navier Stokes לזורם דחיס בתחום סופי  $\Omega$ :

$$\begin{aligned}\rho^* v_{t^*}^* + \rho^* (\nabla^* v^*) v^* &= -\nabla^* p^* + \mu \Delta^* v^* \\ \rho_{t^*}^* + \nabla^* \cdot (\rho^* v^*) &= 0\end{aligned}$$

כאשר  $v^*(x_1^*, x_2^*, x_3^*, t^*)$  פונקציה וקטורית ב- $\Omega \times [0, T]$  ו- $p^*$  ו- $\rho^*$  פונקציות סקלריות של אותם המשתנים.

(א) העבר את המשוואה הנ"ל לצורה חסרת מימד בעזרת  $L_1, L_2, L_3, \tau, \bar{p}, \bar{\rho}, V_1, V_2, V_3$  כלשהם.

(ב) מצא את המימדים של  $p^*$  ושל  $\mu$  בעזרת המימדים של המשתנים האחרים במשוואה.

(ג) בהנחה כי ב- $t^* = 0, v^* = v_0^*, p^* = p_0, \rho^* = \rho_0$ , הצע דרך הגיונית לבחור את  $L_1, L_2, L_3, \tau, \bar{p}, \bar{\rho}, V_1, V_2, V_3$ .

2. מקומה של חזית גל ההדף של פצצה אטומית נתון ע"י  $R^*(t^*, E, \rho, p_0)$ , כאשר  $t^*$  - הזמן שחלף מרגע הפיצוץ,  $E$  - אנרגיית הפיצוץ,  $\rho_0$  צפיפות האויר ו- $p_0$  הלחץ האטמוספרי.

(א) מצא את המשתנים חסרי המימד של הבעיה והבע בעזרתם את  $R^*$ .

(ב) חשב את  $R^*$  (עד כדי קבוע) כש  $E \rightarrow \infty$ .

3. תנועה של זורם צמיג בשכבת גבול מתוארת ע"י הבעיה הבאה

$$\begin{aligned}\psi_y \psi_{xy} - \psi_x \psi_{yy} &= \nu \psi_{yyy} & 0 < x < \infty & \quad 0 < y < \infty \\ \psi_y(x, 0) = \psi(x, 0) &= 0 & \lim_{y \rightarrow \infty} \psi_y(x, y) = U & \quad \psi_y(0, y) = U\end{aligned}$$

כאשר  $\psi$  מציינת את פונקציית הזרם ( $v = \nabla_{\perp} \psi$ ).

(א) מצא את המשתנים חסרי המימד של הבעיה ורשום את  $\psi$  בעזרתם.

(ב) מצא משוואה ותנאי שפה שמקיים פתרון דמיות עצמית לבעיה בשתי שיטות שונות:

i. אנליזת מימדים

ii. טרנספומציות אפיניות