

גליון הכנה לבחן אמצע הסמסטר, דצמבר 2015

הבחן יהיה על משתנה אחד - עד (כולל) טורי חזקות. ההיקף יהיה בערך חצי מן ההיקף של השאלות כאן, האופי יהיה דומה.

1. מצאו פונקציה $f(x)$ ש- $f'(x) = \frac{1}{\cosh x}$ ו- $f(0) = 1$.
2. א. תנו דוגמה לסדרת פונקציות $f_n(x)$ אינטגרביליות בקטע $[0, 1]$ ששואפת נקודתית לפונקציה $f(x)$ שאינה אינטגרבילית שם.
 ב. תנו דוגמה לסדרת פונקציות $f_n(x)$ לא אינטגרביליות בקטע $[0, 1]$ ששואפת נקודתית לפונקציה $f(x)$ שהיא כן אינטגרבילית שם.
 ג. נכון או לא: אם $f_n(x)$ לא אינטגרביליות בקטע $[0, 1]$ והן שואפות במידה שווה לפונקציה $f(x)$ אז $f(x)$ לא אינטגרבילית בקטע הזה.
3. כתבו טור פונקציות $\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$ שמתכנס נקודתית אבל לא במידה שווה לפונקציה $f(x) = \sin x$ בקטע $[0, \pi]$.
4. הוכיחו או הפריכו:

- (א) נניח כי f אינטגרבילית על כל קטע מהצורה $[0, b]$. אם $\int_0^{\infty} f(x)dx = \infty$ אז לכל מספר חיובי p קיים מספר חיובי A ש- $\int_0^A f(x)dx = p$.
- (ב) תנו דוגמא לטור חזקות $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ עם תחום התכנסות $(-R, R]$ כך שתחום ההתכנסות של $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} x^n$ הוא $(-R, R]$.
- (ג) (*) אם $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} x^n = g(x)$ ותחום ההתכנסות של הטור $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ הוא $[-R, R]$ אז הפונקציה $g(x)$ גזירה משמאל בנקודה R .