

## קומבינטוריקה – תרגיל 4

1. היזכרו בשאלת המזכירה/ה המפוזרת/ת שנלמדה בכיתה: יהי  $D_n$  מספר האפשרויות לחלק  $n$  מכתבים ל- $n$  אנשים כך שאף מכתב לא יגיע ליעדו (או במילים אחרות: מספר התמורות של  $\{1, \dots, n\}$  שבהן אף מספר  $i$  אינו מופיע במקום ה- $i$ ). מצאו כלל נסיגה (כולל תנאי התחלה) עבור  $D_n$  וחשבו את  $D_6$ .

(תזכורת: תמורה של קבוצה סופית  $A$  היא סידור כל איבריה בסדר מסוים)

2. מצאו נוסחה מפורשת עבור כללי הנסיגה הבאים:  
א.

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

$$a_n = 3a_{n-1} - 3a_{n-2} + a_{n-3} \quad (n \geq 3)$$

ב.\*

$$a_1 = 9$$

$$a_2 = 12$$

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} - 2n - 7 \quad (n \geq 3)$$

3.

א. נסמן ב- $b_n$  את מספר האפשרויות לרשום את המספר  $n$  כסכום של 1 ו-3 כשיש חשיבות לסדר. (למשל  $b_5 = 4$  כי יש ארבעה סכומים הנותנים 5:  $1+1+1+1+1=5$ ,  $1+3+1=5$ ,  $1+1+3=5$ ,  $3+1+1=5$ ). מצאו כלל נסיגה עבור  $b_n$  (כולל תנאי התחלה).  
ב.\* האם  $b_{70000010}$  זוגי?

4.

א. מספר נקרא פרש תמורות אם אפשר לרשום אותו כהפרש שני מספרים, שספרותיהם מהווים שתי תמורות של אותה תת-קבוצה של  $\{1, \dots, 9\}$ . למשל, המספר 2403 הוא הפרש תמורות, כי אפשר לרשמו כהפרש המספרים 7164-4761 ששניהם תמורות של הקבוצה  $\{1, 4, 6, 7\}$ . הוכיחו שקיים הפרש תמורות המתחלק במספר 53441.

ב. \* תנו רעיון לתוכנית מחשב המוצאת הפרש תמורות כזה בזמן סביר. (רק רעיון, לא חמישה דפים של קוד בשפת C...)