

## תרגיל בית 6 באלגברה לינארית ב'

כל המרחבים הוקטוריים בתרגיל סוף מימדיים.

1. יהי  $W$  תת המרחב של  $R^2$  הנפרש ע"י  $(3,4)$ . תהי  $E$  ההטלה האורתוגנלית על  $W$  (ביחס למכפלה הפנימית הסטנדרטית).
  - א. מצא נוסחא עבור  $E(x_1, x_2)$ .
  - ב. מהי המטריצה המיצגת של  $E$  עפ"י הבסיס הסטנדרטי?
  - ג. מהו המשלים האורתוגנלי של  $W$ ?
  - ד. מצא בסיס אורתונורמלי על פיו ל  $E$  היצוג  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. יהי  $V$  מרחב מכפלה פנימית, ו  $a_1, a_2, \dots, a_n$  בסיס אורתונורמלי. הראה כי לכל זוג וקטורים  $a, b$  מתקיים  $\langle a, b \rangle = \sum_{k=1}^n \langle a, a_k \rangle \langle \overline{b}, \overline{a_k} \rangle$ .
3. יהי  $V$  מרחב מכפלה פנימית ו  $W$  תת מרחב של  $V$ . תהי  $E$  ההטלה האורתוגנלית על  $W$ . הוכח כי  $\langle a, Eb \rangle = \langle Ea, b \rangle$  עבור כל  $a, b \in V$ .
4. יהי  $V$  מרחב מכפלה פנימית ו  $W$  תת מרחב של  $V$ . תהי  $E$  הטלה על  $W$  עבורה  $\|Ea\| \leq \|a\|$  לכל  $a \in V$ . הוכח כי  $E$  הינה ההטלה האורתוגנלית.
5. יהי  $V$  מרחב הפונקציות הרציפות באינטרוול  $[-1,1]$  עם המ"פ:
$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(t)g(t)dt$$
יהי  $W$  תת המרחב של הפונקציות האי זוגיות. מצא את המשלים האורתוגנלי של  $W$ .