

מועד הגשה: 21.03.04
נמקן את תשובתיכם!!

(1)

מחבורה $S_n = \{\pi\}$ של תמורות של n מספרים $1, 2, \dots, n$ נבחרת באקראי תמורה אחת. יהי $n \geq 3$.
א. מהי ההסתברות ששלושת המספרים האחרונים בתמורה יהיו בסדר יורד?
ב. חישבו את ההסתברות המותנית:

$$P(i_3 > i_2 | i_2 < i_1).$$

האם המאורעות שבנידון הם בלתי תלויים?

(2)

יהיו $i = 1, 2$, \mathcal{B}_i שתי $-\sigma$ אלגברות שונות של תת קבוצות של Ω .
א. האם $\mathcal{B}_1 \cap \mathcal{B}_2$ ו- $\mathcal{B}_1 \cup \mathcal{B}_2$ הם כמו כן $-\sigma$ אלגברות?
ב. יהי $\Omega = [2, 8]$. תארו את ה- $-\sigma$ אלגברה המינימלית המכילה $[4, 7]$.

(3)

נקודה נבחרת באקראי מתוך עיגול בעל רדיוס 1 שמרכזו בראשית. נסכים לסמן ב- A המאורע: " הנקודה נבחרה מתחום A ". נגדיר את שלושת התחומים הבאים בעזרת קואורדי-נטות קוטביות:

$$A_1 = \{(r, \varphi) : 0 \leq r \leq 1, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{1}{4}\pi\},$$

$$A_2 = \{(r, \varphi) : 0 \leq r \leq 1, \quad 0 \leq \varphi \leq \alpha\}$$

$$B = \{(r, \varphi) : 0 \leq r \leq 1/4, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}$$

מצאו ערך של α כך שהמאורעות A_1, A_2 יהיו בלתי תלויים בהנתן מאורע B .

(4)

המאורע A בלתי תלוי במאורעות B ו- C . האם A בלתי תלוי ב- $B \cup C$? נמקן!

(5)

$n \geq 2$ תחנות זהות של קליטה של אות מסוים פועלות באופן בלתי תלוי וכך שכל תחנה קולטת את האות בהסתברות $1/3$. מהי ההסתברות שהאות יקלט ע"י שתי תחנות בלבד?

בהצלחה!