

לוגיקה מתמטית – תרגיל 6

1. בשפה שבה יש קבוע אישי c , סימן פונקציה דו-מקומי f וסימן יחס דו-מקומי R , נתבונן בשלוש הנוסחאות הבאות:

- (i) $R(f(x, y), c)$
- (ii) $R(x, y) \rightarrow R(y, x)$
- (iii) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(R(x, y) \rightarrow (R(y, z) \rightarrow R(x, z)))$

עבור כל אחת מן הנוסחאות הנ"ל ועבור כל אחד מן המבנים הבאים, מצא את קבוצת כל ההשמות שבהן הנוסחה מסתפקת.

א. $W^M =$ קבוצת המספרים השלמים החיוביים. $c^M = 1$.
 $f^M =$ פעולת הכפל. $R^M =$ היחס \leq .

ב. $W^M =$ קבוצת כל התת-קבוצות של קבוצת המספרים השלמים. $c^M = \emptyset$.
 $f^M =$ פעולת החיתוך. $R^M =$ היחס שוויון עצמה.

ג. $W^M =$ קבוצת המספרים הממשיים. $c^M = 17$.
 $f^M =$ פעולת הסכום.

$$R^M = \{(a, b) : |a - b| \geq 2\}$$

2. עבור כל אחד מן הביטויים הבאים, קבע אם הוא שם-עצם (אם כן, האם אטומי?), נוסחה (אם כן, האם אטומית?), או לא זה ולא זה:

א. $f(x, g(x), c)$

ב. $f(x) = f(f(x))$

ג. $R(x, y) \rightarrow f(x, y)$

3. לכל אחת מן הדרישות הבאות, כתוב נוסחה בשפה שבה יש קבוע אישי e , סימני פונקציה

f (דו-מקומי) ו- g (חד-מקומי) וסימן יחס $=$, כך שהנוסחה מסתפקת במבנה -
 $M = (W^M, e^M, f^M, g^M)$ אם ורק אם הוא מקיים את הדרישה:

א. M חבורה (עם פעולת כפל f^M , איבר יחידה e^M , פעולת היפוך g^M).

ב. M חבורה בת 4 איברים

ג. M חבורה שבה כל איבר שונה מהיחידה הוא מסדר 3.