<u>$\frac{x}{1}$ שאלה 1</u>   נגדיר $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ כאשר a_n - מספר הפתרונות של n בקיום

$0 \le a, 2\beta, 3\theta, 30$ ...

$$|x| < 1$$

f_i = ... מספר הפתרונות של $n = y_1 + y_2 + \cdots + y_k$ כאשר $y_i \in B_i$

$$f(x) = \prod_{i=1}^{k} \left(\sum_{y_i \in B_i} x^{y_i} \right)$$ נקבל

לפיכך $f(x) = \left(\sum_{i=0}^{50} x^i \right) \left(\sum_{j=0}^{20} x^j \right) \left(\sum_{k=0}^{30} x^k \right) \left(\sum_{\ell=0}^{30} x^\ell \right)$

$$f(x) = \left(\frac{1-x^{21}}{1-x} \right)^2 \left(\frac{1-x^{31}}{1-x} \right)^2 = (1-x^{21})^2 (1-x^{31})^2 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+3}{n} x^n \right] = \left(1 - 2x^{21} + x^{42} \right) \left(1 - 2x^{31} + x^{62} \right)$$

$$\left[\sum \binom{n+3}{n} x^n \right]$$

כאשר $\frac{1}{(1-x)^3} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+2)(n+1)}{2} x^n$

$$\left(\frac{1}{(1-x)^3} \right)' = \frac{3}{(1-x)^4} \implies \frac{1}{(1-x)^4} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{(1-x)^3} \right)' = \frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(n+2)(n+1)}{2} x^n \right)' = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)(n+1)n}{2 \cdot 3} x^{n-1}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+3}{n} x^n$$

נשאר לחשב את המקדם של x^{50}

$$a_{50} = \binom{50+3}{50} - 2\binom{50-21+3}{50-21} + \binom{50-42+3}{50-42} - 2\binom{50-31+3}{50-31}$$

<u>$\frac{2}{1}$ שאלה</u>   נסמן ב-... $f(n)$ מספר ... כאשר יש ... n ישרים שכל ... ...

ו-1 ... נקודת חיתוך אחת. כאשר נוסיף ישר n נקבל ... חיתוך נוספים ... n

נגדיר $f(n)$ כמספר ... ...

$$f(n) = f(n-1) + n$$

$$f(n) = f(n-1) + n = f(n-2) + (n-1) + n = f(n-3) + (n-2) + (n-1) + n = \cdots = f(n-k) + \sum_{i=0}^{k-1} n-i = 1 + \sum_{i=1}^{n} i$$

$f(0) = 1$ ... f ;

$$f(n) = 1 + \sum_{i=1}^{n} i = 1 + \frac{(1+n)n}{2} = \boxed{1 + \binom{n+1}{2}}$$

תרגיל 3

$P(n,m-1)$

$m-n$ $P(n-m,n)$

$P(n,m) = P(n,m-1) + P(n-m,m)$

תרגיל 4

$$D(n) = (n-1)\left(D(n-1) + D(n-2)\right)$$

$k=1$ $k=n$

$D(2) = 1$ ✓

$$D(2k+2) = (2k+1)\left(D(2k+1) + D(2k)\right)$$

$D(2k)$

תרגיל 5

$$a_n = 3a_{n-1} - 3a_{n-2} + a_{n-3}$$

תרגיל 6

$P_k(n)$ $P_k(n) \le (n+1)^k$

$$P_k(n) \le (n+1)^k$$