

(1)

מתח הזרם במערכת החשמל הוא מ.א. $X \sim N(6, 1)$ (ביחידות מסוימות). במערכת הותקן מכשיר לויסות המתח המתחיל לפעול כאשר $|X-3| > 2$. במקרה שהופעל המכשיר המתח במערכת נקבע שווה ל-5 אם $X-3 \geq 0$ ושווה ל-1 אם $X-3 < 0$.

א. מצאו את פונקציית ההתפלגות של גודל המתח במערכת אחרי הויסות. ומצאו את ההצגה שלה כתערובת של התפלגויות.

ב. מצאו את פונקציית הצפיפות של ההתפלגות הרציפה בהצגה הנ"ל.

ג. מה הי ההסתברות שמתח אחרי הויסות יהיה קטן מ-4?

(2)

לאורכה X של שיחת טלפון (בדקות) יש פונקציית התפלגות $F_X(x) = 1 - \frac{1}{2}(e^{-\frac{x}{3}} + e^{-[\frac{x}{3}]})$ עבור כל $x > 0$ ($[a]$: החלק השלם של a).

א. הראה שזו אכן פונקציית התפלגות וצייר אותה.

ב. מהי ההסתברות שהשיחה תארך: (i) 5 דקות או יותר; (ii) פחות מ-4 דקות; (iii) בדיוק 3 דקות; (iv) פחות מ-01 דקות אם ארכה כבר יותר מ-4 דקות?

(3)

יהיו F ו- f פונקציות התפלגות וצפיפות בהתאמה של משתנה אקראי. אתחשבו את הקבוע הנרמול C של פונקציית הצפיפות g הניתנת עי":

$$g(x) = C f(x) e^{-2F(x)}, \quad x \in R.$$

ב. תמצאו את פונקציית ההתפלגות המתאימה ל- g .

(4)

ידוע שאות מגיע לקולט ברגע אקראי T הנמצא עם הסתברות α בקטע הזמן $[1, 3]$ ועם הסתברות $1-\alpha$ בקטע הזמן $[4, 8]$. מצא פונקציית הצפיפות וההתפלגות של T וצייר אותן.

(5)

נוק שגודלו מעורך ב- x מחייב את האחראי לכך בקנס y :

$$y = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq A_1, \\ x/2, & A_1 \leq x < A_2, \\ A_2, & x \geq A_2. \end{cases}$$

תחשבו את פונקציית ההתפלגות של גודל הקנס כאשר גודל הנזק הוא משתנה אקראי מעריכי עם פרמטר $\lambda > 0$. תמצאו את ההצגה של פונקציית ההתפלגות של גודל הקנס כתערובת של התפלגות רציפה ובדידה.

(6)

מצא נוסחת הדמייה של פונקציה צפיפות

$$f(x) = c\sqrt{x^3}, \quad x \in [1, 16],$$

כש- c קבוע נירמול.

(7)

משתנה אקראי X מפולג לפי פונקצית התפלגות F ומ.א. $-Y = e^{-6X}$.

א. מה הי פונקצית התפלגות של Y ?

ב. מה הי פונקצית צפיפות של Y בהנחה ש- X מ.א. מעריכי עם פרמטר 8 ?
בהצלחה!!!