

1. האם הפונקציה

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3 + xy \sin(2015x + 2016y)}{(x^2 + y^2)e^{x^2 - y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

רציפה ב- $(0, 0)$ ?

2. תהי  $f$  פונקציה דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$ .

א. הוכיחו כי  $g(x, y) = f(x, y) - f(y, x)$  דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$ .

ב. נגדיר  $h(x, y) = f(|x|, y^2)$ . מצאו תנאי הכרחי ומספיק על  $f$  עבורו  $h$  דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$ .

3. תהי

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

א. חשבו את  $f_{xy}(0, 0)$  ואת  $f_{yx}(0, 0)$ , אם קיימות.

ב. האם  $f_{xy}$  רציפה ב- $(0, 0)$ ?

4. תהי  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  בעלת נגזרות חלקיות חסומות בסביבת  $(0, 0)$ . הוכיחו כי  $f$  רציפה ב- $(0, 0)$ .

5. תהי נתונה הפונקציה

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} & y > 0 \\ x & y = 0 \\ -\sqrt{x^2 + y^2} & y < 0 \end{cases}$$

א. מצאו את הנגזרת המכוונת של  $f$  בנקודה  $(0, 0)$  בכיוון  $u \in S^1$ .

ב. מצאו עבור אילו וקטורים מתקיים  $\frac{\partial f}{\partial u}(0, 0) = \nabla f(0, 0) \cdot u$ .

ג. האם  $f$  דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$ ?

6. נתונות פונקציות  $a, b: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  גזירות ברציפות.

נגדיר  $f(x, y) = a(e^x \sin y) b(e^{-x} \cos y)$ . חשבו מה היא הנגזרת המכוונת של  $f(x, y)$  בנקודה  $(0, \frac{\pi}{4})$  בכיוון הוקטור  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ .