

## מבוא למתמטיקה שמושית - תרגיל 4 - אביב תשס"ד

1. נתונה הבעיה

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x - xy - x^2 \\ \dot{y} &= -y + xy - y^2\end{aligned}$$

- (א) צייר את מישור הפזה ברביע הראשון: מפה את האזורים בהם  $\dot{x} > 0$ ,  $\dot{y} > 0$  וכו'.
- (ב) מצא את נקודות שווי המשקל ברביע הראשון (כולל הצירים) מיין אותן וקבע את יציבותן.
- (ג) הוכח כי אם  $(x(t), y(t))$  נמצאת ברביע הראשון ב- $t = 0$  אזי היא נמצאת שם לכל  $t > 0$ .
- (ד) יהי

$$R = (1, 2) \times (0, 1)$$

הוכח כי אם  $(x(0), y(0)) \in R$  אזי  $(x(t), y(t)) \in R$  לכל  $t > 0$ . מהי ההתנהגות האסימפטוטית במקרה זה?

2. נתונה הבעיה

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -2x + y - x^3 \\ \dot{y} &= \alpha x - 2y - y^3\end{aligned}$$

- (א) הוכח כי כל הפתרונות חסומים כש  $t \rightarrow \infty$ .
- (ב) הוכח כי אם  $\alpha < 0$  אזי  $(x(t), y(t)) \rightarrow (0, 0)$  כש  $t \rightarrow \infty$ .
- (ג) מצא את נק' שווי המשקל ומיין אותן כש  $\alpha > 0$ .