

תרגיל מס' 3 בתורת המשחקים

1. תן דוגמה של משחק 3 שחקנים בצורה רחבה שהוא סופי, ללא צעדי גורל ועם ידיעה שלמה, כך שכל תחרות מסתיימת בנצחון של אחד השחקנים, אבל אין לאף שחקן תכסיס נצחון.

2. משחק שני שחקנים מתנהל בצורה הבאה: השופט מטיל מטבע הוגנת. אם יצא H , שחקן I בוחר מספר מהקבוצה $\{1, 2, 3\}$ ואומר אותו לשופט בלבד, אשר מגלה לשחקן II רק את זוגיותו של המספר שנבחר. אז שחקן II בוחר מספר מהקבוצה $\{1, 3\}$. אם סכום המספרים שנבחרו מתחלק ב-3, שחקן I משלם לשחקן II את הסכום. אם אינו מתחלק ב-3, שחקן II משלם לשחקן I את המספר ש-II בחר. אם יצא T בהטלת המטבע, המשחק נמשך באותה צורה אבל בחילופי תפקידים בין שני השחקנים (כולל חילוף מתאים בכללי התשלומים).

א. תאר את המשחק בצורה רחבה (ע"י עץ).

ב. מה מספר התחרויות במשחק זה?

ג. מה מספר התכסיסים של כל שחקן?

ד. תאר את המשחק בצורה תכסיסית (ע"י טבלה).

ה. מצא את רמות הבטחון המקסימליות של שני השחקנים, את התכסיסים המבטיחים רמות אלה, וקבע אם למשחק יש ערך, ואם כן - מהו?

3. תהי $A = (a_{s,t})$ מטריצה מסדר $m \times n$ מעל הממשיים. המקום (s, t) במטריצה נקרא נקודת אוכף אם $a_{s,t}$ הוא מינימלי בשורה שלו ומקסימלי בעמודה שלו (לא בהכרח מינימום או מקסימום יחיד). יהי G_A משחק שני שחקנים סכום-אפס המתואר ע"י הטבלה A . הוכח:

א. אם (s, t) נקודת אוכף של A אז ל- G_A יש ערך והוא $a_{s,t}$.

ב. אם ל- G_A יש ערך אז ל- A יש נקודת אוכף שבה מופיע ערך זה.

ג. אם (s, t) ו- (s', t') הן נקודות אוכף של A אז:

$$I. a_{s,t} = a_{s',t'}$$

II. גם (s, t') ו- (s', t) הן נקודות אוכף של A .