

# קומבינטוריקה - סמסטר חורף תשס"ג - תרגיל מס' 7

להגשה עד ה - 15.12.02

## תרגיל מס' 1

- א. הוכיחו כי  $G = (V, E)$  הוא עץ אם"ס  $G$  קשיר ו:  $G - e$  אינו קשיר, לכל  $e \in E$   
 $(G - e)$  הינו הגרף המתקבל מ-  $G$  ע"י הורדת הצלע  $e$ .
- ב. הוכיחו כי:  $G = (V, E)$  הוא עץ אם"ס  $G$  חסר מעגלים ומכיל עץ פורש יחיד.

## תרגיל מס' 2

- א. הוכיחו כי עץ עם דרגה מקסימלית  $\Delta > 1$  מכיל לפחות  $\Delta$  עלים.
- ב. לכל  $\Delta > 1$  ולכל  $n > \Delta$ , תנו דוגמא לעץ על  $n$  קדקדים עם דרגה מקסימלית  $\Delta$  המכיל בדיוק  $\Delta$  עלים.

## תרגיל מס' 3

- א. מהו מספר הקדקדים בעץ עם דרגה ממוצעת  $a$ ?
- ב. יהי  $G = (V, E)$  גרף קשיר על  $n$  קדקדים. הוכיחו כי  $G$  מכיל מעגל יחיד אם"ס  $|E| = n$ .

## תרגיל מס' 4

הקוטר של גרף  $G = (V, E)$  מוגדר ע"י:

$$\text{diam}(G) = \max \{d(u, v) : u, v \in V\}$$

כאשר  $d(u, v)$  הוא אורך המסלול הקצר ביותר בין שני הקדקדים. יהא  $G$  גרף קשיר שאיננו עץ. הוכיחו כי  $G$  מכיל מעגל שאורכו לכל היותר  $2\text{diam}(G) + 1$ .

## תרגיל מס' 5

- א. הוכיחו או הפריכו: אם  $G$  גרף אוילריני והצלעות  $e, f$  נפגשות בקדקד, אזי יש מסלול אוילריני שבו  $e, f$  מופיעות בזו אחר זו.
- ב. סדרו 14 אפסים ואחדים במעגל, אך ש- 14 הסדרות המתקבלות של 4 ביטים רצופים הן כל הרביעיות האפשריות למעט 1010, 0101.



בהצלחה!