אלגברה ב סיכום מבחן

10 ביולי 2018

טריקים לגרדון

1. מטריצה לא הפיכה־קיים ע"ע 0
2. פולינום מינימלי־להציב מטריצה בפולינום אופייני, או למצוא ר"ג של ע"ע
3. מספר בלוקי גורדן של ע"ע מסוים־ר"ג שלו־מספר וקטורים עצמיים־סדר של A פחות דרגה של $A - \lambda\mathbb{I}$
4. פולינום אופייני מכיל את כל הע"ע של האופרטור
5. פולינום מינימלי ואופייני יש להם את אותם הגורמים הלינאריים רק ממעלות שונות
6. דטרמיננטה־מכפלת ע"ע, $trace$־סכום ע"ע
7. סכום הריבוי האלגברי הכללי־סדר המטריצה
8. שרשרת גורדן־ אם $v_1 \in \ker A$ ו־$v_2 \in \ker A^2$, $v_2 \notin \ker A$ ומתקיים $Av_2 = v_1$ אז

$$P = \begin{pmatrix} | & | \\ v_1 & v_2 \\ | & | \end{pmatrix}$$

9. מציאת וקטורים עצמיים מראש שהם אורתוגונליים
10. מטריצת בלוקים

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \det(A - BD^{-1}C)\det(D)$$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ 0 & D \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} A^k & * \\ 0 & D^k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A & 0 \\ B & D \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} A^k & 0 \\ * & D^k \end{pmatrix}$$

אז אם המטריצה היא בלוקים כשאחד הבלוקים על האלכסון המשני הוא 0 אז הפולינום האופייני הוא מכפלת הפולינומים האופייניים של המטריצות בלוקים על האלכסון הראשי.

תכונות אופרטורים

1. מציאת אופרטור צמוד–

$$orthonormal - basis - and - hermitian - operation$$

$$by - definition$$

2. סימון וקטורי בסיס ב־$\{e_1, e_2...\}$ ואז לסמן פעולות $e_1 + e_2$ וכו'
3. אופרטור אוניטארי מעביר בסיס א.נ. לבסיס א.נ.
4. ע"ע של אופרטור אוניטרי על מעגל היחידה, $|\lambda_i| = 1$(אם T נורמלי וכל הע"ע כל מעגל היחידה־הוכחה עם איזומטריה וו"ע)

<u>מרחבי מנה</u>

1. אם $W \subseteq V$ הוא T־שמור, אז $\overline{T} : V/W \to V/W$ היא הפונקצייה המושרה על W על ידי T ומוגדרת כך

$$\overline{T}(v + W) = T(v) + W$$

2. אם מבקשים $T : V/W \to U$ אז שני אפשרויות:

$$V = W \oplus U \Rightarrow define\, \forall v = w + u\ :\ T(v = w + u) = u \Rightarrow T\, linear\, and\, ker T\, is\, W\, and Im T\, is\, U$$

$$use\, cosets\, show\, well-defined\, etc. \Rightarrow u - v \in W \Rightarrow T(u - v) \in W \Rightarrow T(u) = T(v)$$

3. $m_{\overline{T}}(x) | m_T(x)$

<u>הוכח\הפרך נפוצים</u>

<u>טריקים הוכחות</u>

1. לכסון סימולטני־

$$1. Use\, commutitivity\, to\, show\, invariance$$

$$2. Use\, diagnolizability\, and\, minimal\, polynomial\, of\, the\, invariant\, subspace \Rightarrow show\, picture$$

$$3. conclude\, subspace\, is\, diagonalizable\, b\backslash c\, of\, linear\, factors$$

$$4. direct\, sum\, of\, eigenspaces \Rightarrow sum\, of\, sub - bases$$

2. צמצום לתתי־מרחבים T־שמורים
3. $Ker\left(A\right)\subseteq Im\left(A^{*}\right)^{\perp}$
4. משפט שור־מעל המרוכבים, כל מטריצה דומה אוניטארית למשולשת עליונה
5. T לכסין $\Leftarrow T=\sum\lambda_{i}P_{i}$ עבור $P_{i}\left(\left(\begin{array}{c}x\\y\\z\end{array}\right)\right)=\left\langle \left(\begin{array}{c}x\\y\\z\end{array}\right),b_{1}\right\rangle b_{1}+...+\left\langle \left(\begin{array}{c}x\\y\\z\end{array}\right),b_{n}\right\rangle b_{n}$
6. מ"פ ניתנת לייצוג על ידי מטריצה $\left(T\right)_{ij}=\left\langle e_{j},e_{i}\right\rangle$
7. הפיכות של אופרטור $kerT=\left\{ 0\right\}$

<u>תבניות בילינאריות</u>

1. החלפת משתנים נקבעת על ידי המטריצה הפועלת על העמודות של הטרנספורציה
2. דרגה היא $invariant$ של תב"ל מעל <u>המרוכבים</u>
3. חפיפה סימולטנית־פעולות חפיפה על סימטרית משאירים אותה סימטרית ומעל הממשיים לכסינה אוניטארית־מדהים!