

אינפי 3 - גליון בית 3 - אביב תשע"ז

1. תהי D קבוצת החמישיות הסדורות $\mathbb{R}^5 \ni (a, b, c, d, e)$, שעבורן למשוואה $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ יש פתרון ממשי.

(א) הראו ש- $(1, 2, -4, 3, -2)$ נקודה פנימית של D .

(ב) מצאו נקודה ב- D שאינה פנימית.

2. תהי $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ גזירה ברציפות, שהנגזרות החלקיות שלה אינן מתאפסות על המשטח $B = \{(x, y, z) : F(x, y, z) = 0\}$.

(א) הראו שסביב כל נקודה ב- B , ניתן לחלץ כל אחד מהמשתנים x, y, z כפונקציה של שני המשתנים האחרים.

(ב) הראו שהחילוצים מהסעיף הקודם מקיימים $\frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = -1$ (בכל נקודה $(x_0, y_0, z_0) \in B$)

3. נתבונן במערכת המשוואות
$$\begin{cases} x - e^u \cos v = 0 \\ v - e^y \sin x = 0 \end{cases}$$

(א) תהי $\vec{p} = (x_0, y_0, u_0, z_0)$ פתרון של המערכת. הראו כי ניתן לחלץ את u, v כפונקציה של x, y (כלומר, יש פונקציה $\phi(x, y) = (u, v)$ כך ש- $(x, y, u(x, y), v(x, y))$ פתרון של המערכת)

(ב) חשבו את היעקוביאן של ϕ (החילוץ) בנקודה (x_0, y_0) .

4. יהיו $a, b \in \mathbb{R}$ שאינם שניהם 0. הראו כי המשטחים $x^2 + y^2 + z^2 = 2ax$ ו- $x^2 + y^2 + z^2 = 2by$ מאונכים זה לזה בכל נקודת חיתוך שלהם.

5. מצאו את פולינום טיילור של הפונקציות הבאות:

(א) $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)} \cos(xy)$, עד סדר 4 סביב $(0, 0)$

(ב) $f(x, y) = e^y \tan(x)$, עד סדר 3 סביב $(0, \frac{1}{2})$

(ג) $f(x, y, z) = x^3 + 3z^2 - 2yz - 3z$ סביב $(0, 1, 2)$ (עד איזה סדר צריך לפתח?)

6. מצאו את המינימום והמקסימום המוחלטים של הפונקציה $f(x, y) = x^2 + y^2 - 12x + 16y$ בתחום $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, 3x \geq -y\}$