קומבינטוריקה - סמסטר חורף תשס"ג - תרגיל מס' 4

להגשה עד ה - 24.11.02

תרגיל מס' 1

תהינה $A_1,\dots,A_n$ קבוצות. הוכיחו:

$$3\cdot\sum_{1\le i_1<i_2<i_3\le n}|A_{i_1}\cap A_{i_2}\cap A_{i_3}|\le(n-2)\sum_{1\le i_1<i_2\le n}|A_{i_1}\cap A_{i_2}|$$

תרגיל מס' 2

יהיו $F_1,\ F_2,\dots$ מספרי פיבונאצ'י, כלומר: $F_0=F_1=1$ ולכל $n\ge 2$: $F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$. הוכיחו:

א. $F_1+F_2+\dots+F_n=F_{n+2}$

ב. $F_1+F_3+F_5+\dots+F_{2n-1}=F_{2n}$

תרגיל מס' 3

מהו מספר הסדרות הבינריות באורך n (כלומר, הסדרות: $\{0,1\}^n$), שאינן מכילות זוג אפסים עוקבים?
(רמז: מיצאו ביטוי רקורסיבי למספר זה. האם הוא מוכר לכם?)

תרגיל מס' 4

מיצאו את האיבר הכללי בכל אחת מן הסדרות הנתונות ע"י נוסחאות הנסיגה הבאות:

א. $a_{n+3}=a_n-3a_{n+1}+3a_{n+2}$ עבור $n\ge 3$ ותנאי התחלה: $a_0=a_1=0,\ a_2=1$

ב. $a_{n+2}=3a_n-2a_{n+1}$ עבור $n\ge 2$ ותנאי התחלה: $a_0=1,\ a_1=1$

ג. $a_{n+2}=4a_n-4a_{n+1}$ עבור $n\ge 2$ ותנאי התחלה: $a_0=2,\ a_1=3$

תרגיל מס' 5

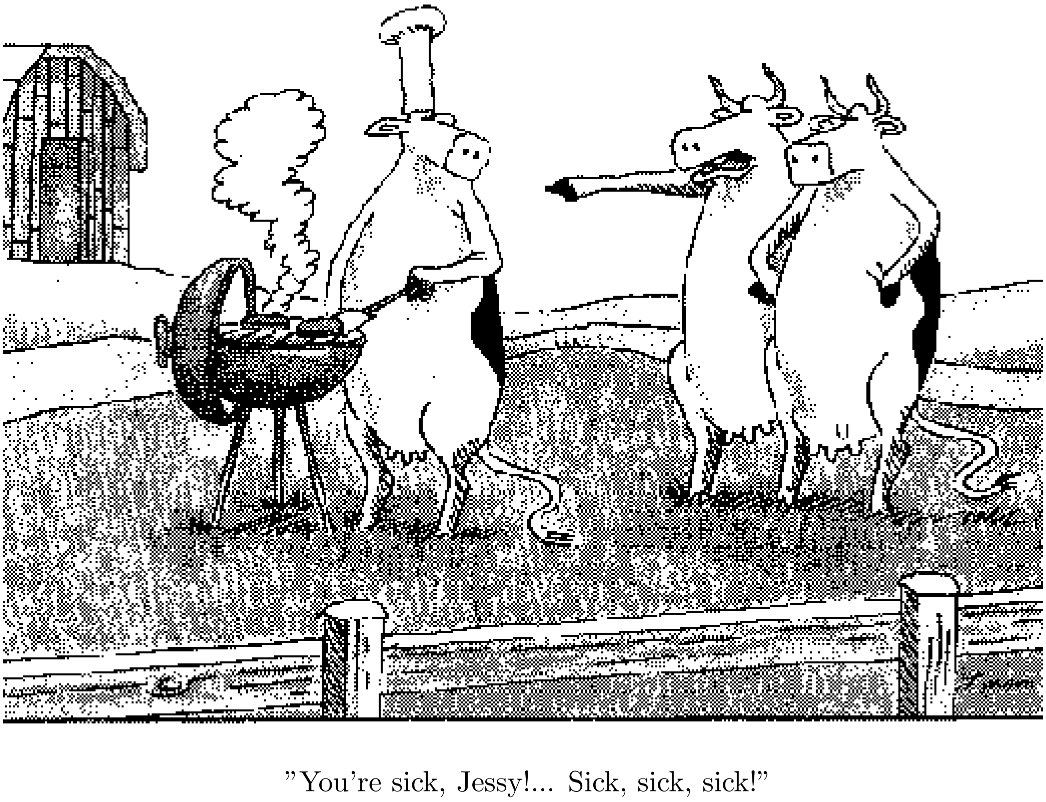
נסמן ב: $g(n)$ את מספר הסדרות ב: $\{0,1,2\}^n$ אשר אינן מכילות שני אפסים עוקבים. הוכיחו:

$$g(n)=2g(n-1)+2g(n-2)$$

תרגיל מס' 6 יהיו $F_1,\ F_2,\dots$ מספרי פיבונאצ'י. הוכיחו:

א. לכל n טבעי מתקיים: $F_{n+1}\cdot F_{n-1}-{F_n}^2=(-1)^{n+1}$.

ב. F_n זוגי אס"ם n מתחלק ב - 3.



"You're sick, Jessy!... Sick, sick, sick!"