

1. חשב את האינטגרלים הקווים הבאים לאורך המסלול הנתון:

$$\int_C (x + 2y)dx, \quad C = \{(x, y) : y = x^2, (0, 0) \rightarrow (1, 1)\} \quad (\text{א})$$

$$\int_C (x + 2y)dy, \quad C = \{(x, y) : y = x^2, (0, 0) \rightarrow (1, 1)\} \quad (\text{ב})$$

$$\int_C (e^y + y)dx, \quad C = \{(x, y) : 2x + 3y = 6, (0, 2) \rightarrow (3, 0)\} \quad (\text{ג})$$

$$\int_C xdy, \quad C = \left\{ x = \frac{6t}{t^3 + 1}, y = \frac{6t^2}{t^3 + 1}, (0, 0) \rightarrow (3, 3) \right\} \quad (\text{ד})$$

$$\int_C xds, \quad C = \{(x, y) : y = x^3, (0, 0) \rightarrow (2, 8)\} \quad (\text{ה})$$

$$\int_C yds, \quad C = \{x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t, (a, 0) \rightarrow (0, a)\} \quad (\text{ו})$$

2. חשב את האינטגרלים הקווים הבאים כאשר C שפת האיזור D הנתון:

$$\int_C (2x + 3y)dy, \quad D = \{x > 0, y > 0, 2x + 3y < 6\} \quad (\text{א})$$

$$\int_C (x^2 + y)dx, \quad D = \{0 < y < 4 - x^2\} \quad (\text{ב})$$

$$\int_C x^2 y dx + (2x + 1)y^2 dy, \quad D = \{|x| < 1, |y| < 1\} \quad (\text{ג})$$

$$\int_C y^n dx + x^n dy, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad D = \{x^2 + y^2 < a^2, (a > 0)\} \quad (\text{ד})$$

$$\int_C y|y|dx - x|x|dy, \quad D = \{|x| + |y| < 1\} \quad (\text{ה})$$

3. הוכח שהביטויים הבאים אינם דיפרנציאלים מדויקים בשום אזור של R^2 :

$$(x^3 - 3xy^2)dx + (3x^2y - y^3)dy \quad (\text{א})$$

$$xdx + xdy \quad (\text{ב})$$

$$e^x \cos y dx + e^x \sin y dy \quad (\text{ג})$$

$$(x^2 - y^2)dx + 2xydy \quad (\text{ד})$$

4. הראה שהביטויים הבאים הינם דיפרנציאלים מדויקים ומצא פוטנציאל סקלרי

$$ydx + xdy \quad (\text{א})$$

$$e^x \sin y dx + e^x \cos y dy \quad (\text{ב})$$

$$(3x^2 - y^3)dx + (x^3 - 3xy^2 + y)dy \quad (\text{ג})$$

$$(\cos x \cosh y - \sin x \sinh y)dx + (\sin x \sinh y + \cos x \cosh y)dy \quad (\text{ד})$$

5. מצא את נוסחת האינטגרציה לאורך מסלול בקואורדינטות פולריות

$$\begin{cases} x = r \sin \varphi \cos \theta \\ y = r \sin \varphi \sin \theta \\ z = r \cos \varphi \end{cases}$$

$$L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + r^2 \sin^2 \varphi \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2} dt$$

6. מהו המקום המתואר ע"י הקואורדינטות הפולריות

$$r = \nu t, \quad \varphi = \alpha, \quad \theta = \lambda t$$

(λ, α, ν) מקדמים קבועים? מה אורך המסלול עבור $0 \leq t \leq T$?

7. תהיינה u ו- v שתי פונקציות של משתנה יחיד x ; אך x פונקציה של שני משתנים r ו- s . הוכח כי היעקוביאן של u ו- v ביחס ל- r ו- s מתאפס זהותית.

8. חשב את היעקוביאן של זוג הפונקציות $u = \sin x + \sin y$, $v = \sin(x + y)$.

9. נתונה מקבילית, אשר שלשה מקדקדיה מצויים בנקודות (x_i, y_i) , $i = 1, 2, 3$. הוכח ששטח המקבילית הוא הערך המוחלט של הדטרמיננט

$$A = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

10. נתון „מלבן פולרי“: $\mu \leq r \leq \nu$, $\alpha \leq \theta \leq \beta$, $(\mu \geq 0)$. הוכח כי שטחו הוא

$$A = \frac{1}{2}(\mu + \nu)(\nu - \mu)(\beta - \alpha).$$

11. נתון תיל דק בעל צפיפות מסה ρ_0 ליחידת אורך בצורת מעגל $\{x^2 + y^2 = a^2, z = 0\}$, ונתונה מסת יחידה נקודתית בנקודה $(0, h, 0)$. מהו כח המשיכה ביניהם? בדוק שני מקרים.

12. נתונה דיסקה עגולה בעלת צפיפות מסה ρ_0 ליחידת שטח $\{x^2 + y^2 \leq a^2, z = 0\}$, ומסת יחידה נקודתית ב- $(0, h, 0)$. מהו כח המשיכה ביניהן? $(h > a)$