

הוכחה

נוכיח שלא קיים v_0 יחיד המקיים זאת. כלומר נגדיר עבור $p(x) = \sum_{i=1}^n a_i x^i \in \mathbb{R}[x]$ $q(x) = \sum_{i=1}^m b_i x^i$, $a_i, b_i \in \mathbb{R}$ (שני פולינומים כלשהם) את המכפלה הפנימית $\sum_{i=1}^{\min\{m,n\}} a_i b_i$. אז נקבל כי זו מגדירה פונקציונאל לינארי עבור כל $q(x)$ בסתירה למשפט הטוען שקיים איזשהו איבר יחיד (במקרה זה פולינום יחיד המקיים זו). נוכיח לינאריות:

$$T(\alpha v) = \sum_{i=1}^{\min\{m,n\}} \alpha a_i b_i = \alpha \sum_{i=1}^{\min\{m,n\}} a_i b_i T(v)$$

$$T(u + v) = \sum_{i=1}^{\min\{m,n\}} a_i b_i + \sum_{i=1}^{\min\{m,n\}} c_i b_i = \sum_{i=1}^{\min\{m,n\}} a_i b_i + c_i b_i$$

המכפלה הפנימית בוודאי מוגדרת כי זהו כפל וקטורים סטנדרטי מעל \mathbb{R} .
מ.ש.ל.

שניר הורדן
205689581