

קומבינטוריקה - תרגיל מס' 8

להגשה עד ה - 29.5.01, בשעה 16.00

תרגיל מס' 1

בודקים את ידיעת השפות עברית, ערבית, רוסית ואנגלית בקבוצה מסוימת של 100 אנשים. מתברר, שאיש אינו יודע את כל ארבע השפות, וכל יודעי העברית יודעים גם אנגלית. הוכח שיש 10 אנשים היודעים אותן שפות בדיוק.

תרגיל מס' 2

א. ברבוע שאורך צלעותיו 1, נתונות $n^2 + 1$ נקודות (n - מספר טבעי כלשהו). הוכח, שקיימות שתי נקודות ביניהן, המרוחקות זו מזו מרחק של $\frac{\sqrt{2}}{n}$ לכל היותר.

ב. במשולש שווה-צלעות שאורך צלעותיו 1, נתונות $n^2 + 1$ נקודות (n - מספר טבעי כלשהו). הוכח, שקיימות שתי נקודות ביניהן, המרוחקות זו מזו מרחק של $\frac{1}{n}$ לכל היותר.

תרגיל מס' 3

הוכח: בכל קבוצה של 50 בני אדם, יש שמונה שהפרש הגילים בין כל שניים מהם (בשנים שלמות) מתחלק בשבע.

תרגיל מס' 4

ילד מקבל בתחילת החודש 50 ש"ח דמי-כיס. בכל אחד מבין 30 הימים, הוא מוציא מספר שלם וחיובי של שקלים, מתוך דמי הכיס שקיבל. הוכח שיש תקופה רצופה של מספר כלשהו של ימים במשך החודש, שבמהלכה הוא מוציא בסך הכל 9 ש"ח בדיוק.

תרגיל מס' 5

עשרה אנשים רוקדים במעגל. סכום הגילים שלהם הוא 250. הוכח שיש שלושה אנשים סמוכים במעגל שסכום גיליהם לכל היותר 75.

תרגיל מס' 6** (בונוס מוגדל)

הוכח כי לכל טבעי n קיים מספר פיבונאצ'י f_m המתחלק ב- n .

בהצלחה!

4 עובדות מעניינות על פול ארדש

1. ארדש נולד ב - 26.3.13 בבודפשט ונפטר ב - 20.9.96 בוורשה;
2. בשנת 1955 קיבל מינוי של "פרופסור אורח קבוע" בפקולטה למתמטיקה בטכניון, ומאז ביקר כאן רבות;
3. ארדש פרסם (לבד או עם שותפים) את המספר הגדול ביותר של מאמרים - יותר מכל מתמטיקאי אחר (1512 נכון לינואר 2000, אך זהו לא מספר סופי כיוון שיש עדיין מאמרים שהתחיל לפני מותו וטרם פורסמו);
4. ביל גייטס (כן, המפורסם) פרסם מאמר ביחד עם מתמטיקאי בשם פאפאדימטריו, אשר פרסם מאמר ביחד עם מתמטיקאי בשם דג, אשר פרסם מאמר ביחד עם מתמטיקאי בשם הל - אשר פרסם מאמר עם ארדש.

עוד על ארדש תוכלו לקרוא ב - <http://www.math.technion.ac.il/newmath/erdos/>