

1. תהי A קבוצה בת 4 איברים.
 - (א) כמה יחסים יש ב- A ?
 - (ב) כמה יחסים רפלקסיביים יש ב- A ?
 - (ג) כמה יחסים סימטריים יש ב- A ?
 - (ד) כמה יחסים אנטיסימטריים יש ב- A ?
 - (ה) כמה יחסי שקילות יש ב- A ?
2. בכל הסעיפים נתון ש- R ו- S שני יחסי שקילות באותה קבוצה.
 - (א) הוכח ש- $R \cap S$ יחס שקילות.
 - (ב) הוכח ש- $R^{-1} \cap S$ יחס שקילות.
 - (ג) תן דוגמא שבה $R \cup S$ לא יהיה יחס שקילות.
 - (ד) תן דוגמא שבה $R \cup S$ יהיה יחס שקילות ולא תהיה הכלה בין R ו- S .
3. בכל הסעיפים – R יחס שקילות בקבוצה X .
 - (א) נתון ש- $|X/R|=1$. מה ניתן להגיד על R ?
 - (ב) נתון ש- $|X/R|=|X|$, נתון גם ש- X קבוצה סופית. מה ניתן להגיד על R ?
 - (ג) נתון ש- R הוא גם יחס סדר חלקי. מה ניתן להגיד על R ?
4. לכל $\alpha \in \mathbb{Z}$ נגדיר יחס S_α ב- \mathbb{Z} : $S_\alpha = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : 5|x + \alpha y\}$.
 - (א) הוכח ש- S_4 הוא יחס שקילות ע"י הוכחה של רפלקסיביות, סימטריות וטרנזיטיביות.
 - (ב) הוכח ש- S_4 מהסעיף הקודם הוא יחס שקילות ע"י כך שתוכיח ש- $S_4 = R_5$, כאשר $R_5 = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : 5|x - y\}$ – יחס שקילות ידוע.
 - (ג) קבע האם S_3 הוא יחס שקילות.
 - (ד) מצא תנאי הכרחי ומספיק על α לכך ש- S_α יהיה יחס שקילות, והוכח אותו.
הערה: $a|b$ – סימון ל-" b מתחלק בשלמות ב- a " (למשל: $3|15$, $7|28$...)
5. בכל סעיף הוכח ש- S הוא יחס שקילות, מצא את מחלקות השקילות המבוקשות, כתוב כמה יש מחלקות שקילות, מצא את קבוצת המנה.
 - (א) S יחס בקטע $[0, \pi]$: $(x, y) \in S : \sin(x) = \sin(y) \iff$
מצא $[0], [1], [\pi/2]$.
 - (ב) S יחס ב- $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$: $((a, b), (c, d)) \in S : a + b = c + d \iff$
מצא $[(1, 3)]$.
 - (ג) S יחס ב- \mathbb{N} : $(x, y) \in S : x$ זוגי ו- y אותו מספר של ספרות.
מצא $[8], [123]$.
 - (ד) S יחס ב- \mathbb{N} : $S = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : \forall n \in \mathbb{N} \ 2^n | x \iff 2^n | y\}$
מצא $[2], [3], [4]$.