

(1)

מספר רכיבים של מערכת היוצאים מכלל פעולה במשך חודש ימים הוא משתנה אקראי פואסוני עם פרמטר $2\ln 2$. בסוף כל חודש כל הרכיבים המקולקלים מוחלפים לחדשים והמערכת מתחילה לפעול מחדש ובאופן בלתי תלוי בעבר. אם במשך חודש מתקלקלים יותר מ-3 רכיבים למערכת נשלח אות אזהרה בסוף אותו החודש. כשמערכת מקבלת שני אותות אזהרה היא נסגרת. חשב בעזרת מחשבון את ההסתברות שמערכת תפעל 5 חודשים בדיוק.

(2)

משתנה אקראי X מוגדר כמספר ניסויים ברנולי בלתי תלויים עד וכולל כשלון ראשון, כשההסתברות ההצלחה שווה ל- $0 < p < 1$ והסתברות הכשלון שווה ל- $q = 1 - p$. חשבו

$$P(5 \leq X \leq 9 | X \geq 3)$$

(3)

מערכת שרות כוללת $(5n - 7)$ תחנות שרות. כל אחד מ- $(10n + 2)$ לקוחות מחליט בהסתברות $\alpha > 0$ לפנות למערכת ובהסתברות $1 - \alpha > 0$ לא לפנות אליה. הלקוח שהחליט לפנות בוחר באקראי אחת מ- $(5n - 7)$ תחנות. וכל זה באופן בלתי תלוי בלקוחות אחרים. א. חשבו $p_n(k)$ - ההסתברות שלתחנה מסוימת יפנו k לקוחות. ב. חשבו $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n(k)$.

(4)

מספר אירועים במשך פרק זמן $[t_1, t_2]$ הוא משתנה אקראי $Po(\lambda(t_2 - t_1))$ כש- $\lambda > 0$. א. מהי ההסתברות שבפרק זמן $[t_1, t_2]$ יתרחשו מספר זוגי של אירועים? ב. יהיו $0 \leq t_1 < t_2 < t_3 < \infty$. האם שני המאורעות {בפרק זמן $[t_1, t_2]$ לא התרחש אף אירוע אחד} ו- {בפרק זמן $[t_2, t_3]$ לא התרחש אף אירוע אחד} הם בלתי תלויים? נמקו!

(5)

$$f_X(x) = \frac{81}{x^4}, \quad x > 3$$

לאורך החיים X של מערכת יש צפיפות . א. מצא את פונקציית ההתפלגות של X .

ב. מהי ההסתברות שהמערכת תפעל לפחות 10 שעות אם היא כבר פעלה 4 שעות ?

ג. האם לצפיפות של X יש חוסר זכרון ?

(6)

המשתנה אקראי X מפולג פואסוני $Po(\lambda)$, $\lambda > 0$ ומשתנה אקראי Y נתון ע"י:

$$P(Y = k) = P(X = k - 1 | X \neq 0), \quad k \geq 0$$

תציירו גרף של פונקציית התפלגות F_Y .

(7)

יהי X משתנה אקראי אחיד ב- $[0, \beta]$ כאשר β כמו כן משתנה אקראי אשר מפולג גאומטרי עם פרמטר $0 < p < 1$. חשבו את $P(X > 1)$. בהצלחה!!