

גיליון תרגילים מספר 9

(1) רשמו פיתוחי טיילור לפונקציות הבאות:

(א) $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$ סביב הנקודה $a = 0$.

(ב) $f(x) = x\sqrt{x}$ סביב $a = 1$.

(ג) $f(x) = (1+x)^m$ סביב הנקודה $a = 0$ $m \in \mathbb{N}$

(2) בעזרת פיתוח טיילור חשבו קירוב מספרי של:

(א) $\sin(1^\circ)$ בדיוק של 10^{-9} .

(ב) $\sqrt{28}$ בדיוק של 10^{-3} .

(ג) $\ln(2)$ בדיוק של $5 \cdot 10^{-2}$.

(3) חשבו את הגבולות הבאים:

(א) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\tan x} - 1}{\sin(2x) - 1}$

(ב) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\left(\frac{1}{x}\right)^2}$

(ג) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin(\sin x)}{x^3} =$

(4) תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ קמורה.

(א) הוכיחו שאם קיימים $x_1 < x_2$ כך ש- $f(x_1) < f(x_2)$ אז f מונוטונית עולה

ממש ב- $[x_2, \infty)$.

(ב) הסיקו שמתקיים אחד מהמקרים הבאים:

(i) f מונוטונית.

(ii) קיים x_0 כך ש f מונוטונית יורדת ב- $(-\infty, x_0]$ ומונוטונית עולה ב- $[x_0, \infty)$.

(5) נתונה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ קמורה. הוכח / הפרך :

(א) אם $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ סופי אז f מונוטונית לא עולה.

(ב) אם a נקודת קיצון מקומית של f אז a מינימום גלובלי.