

קומבינטוריקה (104286) - תרגיל בית 7

1. נתון $n \geq 4$ זוגי. מצאו עץ עם n קודקודים כך שלכל קודקוד שאינו עלה יש ערכיות 3 בדיוק. האם ניתן למצוא עץ כזה כאשר n הוא אי-זוגי? (בנו עץ כזה, או הראו שלא קיים).

2. גרף הקוביה ה- n מימדית Q_n מוגדר באופן הבא:
הקודקודים הם כל הסדרות של $\{0, 1\}$ באורך n . שני קודקודים מחוברים בצלע אם הסדרות המתאימות שונות זו מזו בקואורדינטה אחת בדיוק.

(א) ציירו את Q_1, Q_2, Q_3 .

(ב) מה הן הערכיות של כל הקודקודים ב- Q_n ?

(ג) מה מספר הצלעות ב- Q_n ?

(ד) הוכיחו כי Q_n גרף קשיר לכל n .

(ה) עבור אילו ערכי n בגרף Q_n יש מסלול אוילריאני סגור?

3. נתון לוח שחמט רגיל (לוח 8×8 של משבצות). על הלוח נע צריח, כאשר בכל צעד הוא יכול לנוע מספר כלשהו של משבצות במאוזן או במאונך. רוצים לתכנן מהלך תנועה של הצריח על הלוח באופן הבא:

(א) הצריח יתחיל ויסיים את המהלך באותה משבצת.

(ב) לכל זוג משבצות שהצריח יכול להגיע מהאחת לשניה (כלומר שנמצאות באותה שורה או אותו טור), יהיה בדיוק צעד אחד במהלך שבו הצריח עובר מהאחת לשניה (לא חשוב באיזה כיוון).

האם הדבר אפשרי?

מה לגבי לוח $m \times n$?

בהצלחה!