

## קומבינטוריקה - תרגיל מס' 6

להגשה עד ה - 8.05.01, בשעה 16.00

### תרגיל מס' 1

כמה מספרים טבעיים בין 300 ל - 2000 אינם מתחלקים מאף אחד מבין המספרים: 5, 12, 14?

### תרגיל מס' 2

$n$  אנשים נכנסים למסעדה וכל אחד מהם תולה בכניסה מעיל ומטריה. בצאתם, כל אחד לוקח באקראי את אחד המעילים ואחת המטריות. מה ההסתברות לכך שאף אדם לא יצא עם כל רכושו? (ז"א, אנו סופרים מקרים בהם אדם יצא עם המטריה שלו אך לא עם המעיל שלו, או להיפך, או עם אף אחד מהם). האם הסתברות זו שואפת לגבול כאשר  $n \rightarrow \infty$ , ואם כן - מהו?

### תרגיל מס' 3

בכמה מן התמורות של הספרות 0, 1, 2, ..., 9 אין רצף של שבע (או יותר) ספרות עוקבות? (למשל, התמורה: 2034567891 פסולה בגלל הרצף המסומן).

### תרגיל מס' 4

סביב שולחן עגול עם 10 כסאות, יושבות 5 נשים כך שבין כל שתיים יש כסא פנוי. בכמה אופנים שונים יכולים להתיישב 5 הבעלים של הנשים בכסאות הפנויים, אחד בכל כסא, כך שאף גבר לא ישב על יד אשתו?

### תרגיל מס' 5

הוכח שמספרי פיבונאצ'י מקיימים:  $f_{n-1} \cdot f_{n+1} - f_n^2 = (-1)^n$  :  $(f_0 = 0, f_1 = 1, f_2 = 1, \dots)$ .

### תרגיל מס' 6\* (בנוס)

הוכיחו כי עבור  $n$  שמתחלק ב- $m$  מתקיים  $f_n$  מתחלק ב- $f_m$ . (שימו לב כי כאן  $(f_0 = 0, f_1 = 1, f_2 = 1, f_3 = 2, \dots)$

### בהצלחה!

להשכלה כללית: מה הקשר בין מספרי פיבונאצ'י למוצארט? מספרי פיבונאצ'י הם אחד הנושאים המרתקים ביותר, בהקשר להופעתם בטבע. למרבה ההפתעה, אפשר למצוא קשר למספרי פיבונאצ'י כמעט בכל תחום שתעלו על דעתכם - גם באלה אשר אינם קשורים (לכאורה) למתמטיקה. רשימה קצרה להגברת הסקרנות: סידור עלים בצמחים, אילנות יוחסין של דבורים, איצטרובלים; ויש הטוענים שגם שירה ומוזיקה אינם יוצאים מן הכלל בנושא זה. למעוניינים, באתר: <http://tlc.ai.org/fibonacci.htm> אפשר למצוא קישורים לנושאים מעניינים בהקשר זה. בקשר לשאלה הראשונה, קראו את התשובה ב: <http://www.sigma-xi.org/amsci/issues/Sciobs96/Sciobs96-03MM.html>