גליון חזרה בנושא סדרות

--- לא להגשה ---

<u>הוכיחו / הפריכו :</u>

א. אם $a_n > 0$ לכל n, ו- $a_n \to L$, אז $L > 0$.

ב. אם a_n מתכנסת ו- b_n לא מתכנסת, אז :

(1) $a_n + b_n$ לא מתכנסת.

(2) $a_n b_n$ לא מתכנסת.

ג. אם $|a_n| \to 0$ אז $a_n \to 0$.

ד. אם $\{a_n\}$ סדרה מתכנסת שכל איבריה אי-רציונלים, אז גם הגבול אי-רציונלי.

ה. אם $a_n \to 0$, אז $\lim_{n\to\infty}(\sum_{k=1}^{n} a_k)$ קיים וסופי.

ו. אם $\lim_{n\to\infty}(\sum_{k=1}^{n} a_k)$ קיים וסופי, אז $a_n \to 0$.

ז. אם $\{a_n\}$ סדרה מונוטונית ו- $\{a_{n_k}\}$ תת סדרה המתכנסת ל- L, אז $a_n \to L$.

ח. $\{a_n\}$ מתכנסת $\Leftrightarrow$ $\{a_{2n}\}$, $\{a_{2n+1}\}$ מתכנסות, ולאותו הגבול.

ט. אם לכל n, $a_n > 0$ ו- $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$, אז $a_n \to 0$.

י. אם $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$ אז $\{a_n\}$ מתכנסת.

יא. אם $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$ אז $\{a_n\}$ לא מתכנסת.

יב. אם $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n} = 1$ אז $\{a_n\}$ מתכנסת.

יג. אם $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n} = 1$ אז $\{a_n\}$ לא מתכנסת.

יד. אם $a_n \to 0$ אז $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n} = 0$.

טו. אם $a_n \to 0$ אז $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$.

טז. אם $a_n \to 0$ אז $\lim_{n\to\infty}(a_n)^n = 0$.

יז. אם $a_n \to 1$ אז $\lim_{n\to\infty}(a_n)^n = 1$.

יח. אם $\lim_{n\to\infty}|a_n - b_n| = 0$ ו- $\{a_n\}$ מתכנסת, אז גם $\{b_n\}$ מתכנסת.

יט. אם $\lim_{n\to\infty}|a_{n+1} - a_n| = 0$ אז $\{a_n\}$ מתכנסת.

כ. אם $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n} = \infty$, אז $\lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) = \infty$.

כא. אם $\lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) = \infty$, אז $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n} = \infty$.

כב. אם $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n} = 0$, אז $b_n \to \infty$.

כג. אם $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n} = 0$, אז $a_n \to 0$.

כד. אם $b_n \to \infty$, אז $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n} = 0$.

כה. אם $a_n \to 0$, אז $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n} = 0$.

כו. אם ל- $\{a_n\}$ יש תת-סדרה מתכנסת, אז $\{a_n\}$ חסומה.

כז. אם ל- $\{a_n\}$ יש תת-סדרה המתכנסת ל- ∞, אז $\liminf a_n > -\infty$.

כח. אם $\liminf a_n \geq 0$, אז החל ממקום מסוים כל איברי הסדרה אי-שליליים.

כט. אם $\liminf a_n > 0$, אז החל ממקום מסוים כל איברי הסדרה חיוביים.

ל. אם $\limsup a_n = \infty$ אז $\{a_n\}$ מתכנסת במובן הרחב.

לא. אם $\lim_{n\to\infty}|a_n| = \infty$ אז $\{a_n\}$ מתכנסת במובן הרחב.

לב. אם $a_n \to L$ אז $[a_n] \to L$.

לג. אם $[a_n] \to L$ אז $a_n \to L$.

לד. אם $[a_n] \to L$ אז $\limsup a_n < L + 1$.

לה. אם $b_n \to b$, $a_n \to a$ וקיים $x_0 \in \mathbb{R}$ כך ש- $a_n < x_0 < b_n$ לכל n, אז $a < b$.

לו. אם $|a_n| \to \infty$ ו- $\lim_{n\to\infty}|a_{n+1} - a_n| = 0$, אז $\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{a_n}\right)^{a_n} = e$.