

אלגברה ב' - גליון תרגילים 2

♣ [H] Ex. 2.3.4: If G is a group in which $(ab)^i = a^i b^i$ for three consecutive integers i for all $a, b \in G$, show that G is abelian.

♣ [H] Ex. 2.3.14: Suppose a *finite* set G is closed under an associative product and that both cancellation laws hold in G . Prove that G must be a group.

♣ [H] Ex. 2.3.17: Prove that in problem 14 infinite examples exist, satisfying the conditions, which are not groups.

♣ [H] Ex. 2.3.26:

(a) Let G be a group of all 2×2 matrices $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ where a, b, c, d are integers modulo p , p a prime number, such that $ad - bc \neq 0$. G forms a group relative to matrix multiplication. What is $o(G)$?

(b) Let H be the subgroup of the G of part (a) defined by $H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in G \mid ad - bc = 1 \right\}$. What is $o(H)$?

♣ [BK] תרגיל 6.4.1: נגדיר על \mathbb{R}^2 מבנה של מרחב וקטורי ממשי באמצעות הפעולות הבאות:

- $(a, b) \oplus (c, d) = (a + c + 1, b + d)$,
- $\alpha \odot (a, b) = (\alpha a + \alpha - 1, \alpha b)$.

א. הוכח כי עם הפעולות הנ"ל מהווה \mathbb{R}^2 מרחב וקטורי ממשי.

ב. בנה מכפלה פנימית על מרחב זה (והוכח כי היא מכפלה פנימית!).

♣ [HK] תרגילים 8.1.9, 8.1.11, 8.1.12: מומלץ לפתור לפני שתיגשו אל השאלה הקודמת.

תאריך הגשה: 23.03.2000 עד השעה 12:00. התייחסו לשאלה הבאה כאל חומר למחשבה: האם ניתן, בשאלה 6.4.1 [BK], לאפיין את כל המכפלות הפנימיות על המרחב שבשאלה?