

## קומבינטוריקה - סמסטר חורף תשס"ג - תרגיל מס' 5

להגשה עד ה - 3.12.02

### תרגיל מס' 1

פתרו בעזרת פונקציות יוצרות את השאלה הבאה: בכמה אופנים אפשר לשים 50 כדורים בארבעה תאים שקיבולתם 20, 20, 30, 30?

### תרגיל מס' 2

$n$  ישרים במישור נקראים במצב כללי אם אין ביניהם שניים מקבילים ואין שלושה שעוברים דרך אותה נקודה. נסמן ב-  $f(n)$  את מספר התחומים שנוצרים במישור ע"י  $n$  ישרים במצב כללי. למשל:  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = 4$ ,  $f(3) = 7$ . הוכיחו כי:

$$f(n) = f(n-1) + n$$

ומצאו נוסחה מפורשת ל-  $f(n)$  ע"י הצבה חוזרת.

### תרגיל מס' 3

נסמן ב-  $p(n, m)$  את מספר החלוקות של  $n$  לחלקים שגודלם לכל היותר  $m$ . הוכיחו:

$$p(n, m) = p(n, m-1) + p(n-m, m)$$

### תרגיל מס' 4

הוכיחו כי  $D(n)$  הוא זוגי אם  $n$  אי-זוגי.

רמז: כדאי להשתמש בביטוי הרקורסיבי שמצאנו ל-  $D(n)$  בתרגיל 1, סעיף ב', בדף עבודה מס' 3.

### תרגיל מס' 5

מיצאו את האיבר הכללי בסדרת הנסיגה הבאה:

$$a_{n+3} = a_n - 3a_{n+1} + 3a_{n+2}, \quad a_0 = a_1 = 0, \quad a_2 = 1$$

### תרגיל מס' 6

נסמן ב-  $p_k(n)$  את מספר החלוקות של  $n$  ללכל היותר  $k$  חלקים. הוכיחו:  $p_k(n) \leq (n+1)^k$



בהצלחה!