

(1)

יהי X משתנה אקראי בדיד כך ש- $P(X = a + nb) = p_n, n = 0, 1, 2, \dots$, עבור $a, b \in R$ נתונים. חשבו את הפונקציה האופינית φ_X של X .
האם קיים $t_0 \in R$ כך ש- $|\varphi_X(t_0)| = 1$?
האם פונקציה φ_X מחזורית? נמק!

(2)

פונקציה ממשית $g: R \rightarrow R$ היא קמורה ב- R וגזירה ב- R .
ומשתנה אקראי X בעל $EX = \mu$.
השלמו את האי-שוויון והוכיכו אותו:

$$Eg(X) \geq g\left(\frac{\mu}{3}\right) + \boxed{\dots\dots} g'\left(\frac{\mu}{3}\right).$$

(3)

האם קיים משתנה אקראי X שעבורו מתקיים $P(X \geq \mu_X + 4\sigma_X) = 0.3$?

(4)

יהי $X \sim N(\mu; \sigma^2)$.

א. חשבו $Var(1 - 4|X|)$.

ב. חשבו EY עבור

$$Y = \begin{cases} 4X, & |X - \mu| \leq \sigma \\ 0, & |X - \mu| > \sigma. \end{cases}$$

(5)

תהי $g_X(t) = Ee^{tX}$ פונקציה יוצרת המומנטים של X . חשב את EX ואת $varX$ כאשר

$$g_X(t) = (1 - t)^{-1}, \quad t < 1, \quad \text{א.}$$

$$g_X(t) = \exp\{6t + t^2\}, \quad \text{ב.}$$

$$g_X(t) = C(2 - t)^{-3}, \quad t < 2, \quad \text{ג. (עליכם לקבוע את ערכו של הקבוע } C \text{.)}$$

(6)

X משתנה אקראי רציף המפולג לפי פונקצית התפלגות F_X ו- $Y = 1 - F_X(X)$. חשבו את הפונקציה אופינית של המשתנה אקראי Y . תנו פרוש לתוצאה שקבלתם.

(7)

תשלימו את החסר בטענה ותוכיחו אותה בעזרת אי-שוויון צבישב:

$$P(|X| \geq a) \leq \frac{1 + a^r}{\dots\dots\dots} E\left(\frac{|X|^r}{1 + |X|^r}\right), \quad a, r > 0$$

בהצלחה!!