

קומבינטוריקה - תרגיל מס' 5

להגשה עד ה - 24.04.01, בשעה 16 : 00

תרגיל מס' 1

הוכח: המכפלה של כל k מספרים טבעיים עוקבים מתחלקת ב - $k!$.

תרגיל מס' 2

הוכח את הזהויות הבאות:

$$\binom{n+1}{a+b+1} = \sum_{k=0}^n \binom{k}{a} \binom{n-k}{b}$$

א. רמז: מהו מספר הקבוצות $A = \{x_1 < x_2 < \dots < x_{a+b+1}\}$ בגודל $a+b+1$ מתוך $\{1, 2, \dots, n+1\}$ בהן

$$(x_{a+1} = k + 1)$$

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}^2 = n \binom{2n-1}{n-1}$$

ב. רמז: בוחרים ועד ובו n חברים, בכיתה שבה n בנים ו - n בנות. לועד יש יו"ר בת).

תרגיל מס' 3

א. כמה פעמים מופיע המספר 10 במשולש פסקל?

ב. הוכח שכל מספר טבעי $m > 1$ מופיע במשולש פסקל רק מספר סופי של פעמים.

תרגיל מס' 4

תהינה A, B, C קבוצות. הוכח

$$3|A \cup B \cup C| + |A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| \geq 2(|A| + |B| + |C|)$$

תרגיל מס' 5*, (בונוס)

נקרא חלוקה סדורה של n , לחלוקה של n למחברים טבעיים עם חשיבות לסדר המחברים. למשל, ל-3-

יש 4 חלוקות סדורות:

$$3 = 1 + 1 + 1, \quad 3 = 1 + 2, \quad 3 = 2 + 1, \quad 3 = 3$$

א. כמה חלוקות סדורות יש ל- n ?

ב. בכמה מן החלוקות הסדורות של n יש מספר זוגי של מחברים זוגיים?

בהצלחה!

שאלה פילוסופית למחשבה ולדין שבה המתמטיקאים חלוקים: איזה מספר טוב יותר π או e ?