גליון 4

בגליון זה היה צריך לבדוק התכנסות של אינטגרלים מוכללים וטורים והשיטה העיקרית הייתה מבחן ההשוואה. כאשר פותרים תרגילים כאלה צריך

1. למצוא את הפונקציה אליה משווים עם הסבר קצר למה בחרתם את אותה פונקציה.
2. לבדוק ש**כל התנאים** עבור מבחן ההשוואה מתקיימים. בפרט צריך לבדוק ששתי הפונקציות שומרות על סימן החל משלב מסוים ושהגבול הוא מספר סופי שונה מאפס (ובצורה דומה עבור מבחני ההשוואה האחרים). הרבה סטודנטים לא בדקו את התנאים האלו, ובמבחן יורדו על זה נקודות.

גליון 5

שאלה 4:

בשאלה זו התבקשתם לבדוק איפה הטור פונקציות $\sum_1^\infty \frac{(-1)^n}{n} e^{n\left(x^2-3x+2\right)}$ מתכנס נקודתית ואיפה הוא מתכנס במידה שווה. רבכם הראתם שההתכנסות הנקודתית היא ב $[1,2]$ כמו שצריך. בשביל ההתכנסות במ"ש הרבה השתמשו במשפט ווירשטראס שהתנאים שלו **לא מתקיימים** בכל הקטע $[1,2]$ מאחר ו $\sup\limits_{1\leq x\leq 2}\left|\frac{(-1)^n}{n} e^{n\left(x^2-3x+2\right)}\right| = \frac{1}{n}$ והטור $\sum \frac{1}{n}$ לא מתכנס. משפט ווירשטראס כן עובד בקטעים $[1+\varepsilon, 2-\varepsilon]$ לכל $\varepsilon > 0$ (קטן מספיק כדי שזה באמת יהיה קטע), אך אי אפשר לקחת פה "גבול" ולהגיד שמכאן נובע שיש התכנסות במ"ש ב $[1,2]$ או אפילו ב $(1,2)$. לדוגמא, הסדרה $f_n(x) = x^n$ מתכנסת במ"ש לאפס ב $[0, 1-\varepsilon)$ לכל $\varepsilon > 0$, אך אין התכנסות במ"ש ב $[0,1)$.

בשביל להראות פה התכנסות במ"ש יש להשתמש בכך שלכל x קבוע, הטור הוא טור לייבניץ.

שאלה 7:

בתרגיל זה (ובתרגילים אחרים של בדיקת התכנסות במ"ש), כאשר מחפשים את המקסימום שהפונקציה מקבלת בקטע יש לבדוק את כל המקרים הבאים:

1. הפונקציה גזירה והנגזרת שלה היא אפס.
2. <u>**נקודות בהן הפונקציה לא גזירה**</u>.
3. <u>**קצוות הקטע**</u>.

בפרט, כאשר נתונה לכם פונקציה גזירה והנגזרת שווה לאפס רק מחוץ לקטע, זה אומר שהפונקציה מונוטונית בקטע ולכן בהכרח מקבלת מינימום/מקסימום בקצוות של הקטע.

שאלה 9:

בתרגיל זה (ובתרגילים אחרים של טורי פונקציות), כאשר גוזרים/מבצעים אינטגרציה איבר איבר, צריך לבדוק מה הרדיוס התכנסות ולציין שהחישובים נעשים בתוך הרדיוס.

גליון 6

שאלה 4:

1. כאשר שואלים עבור אילו k הפונקציה רציפה, צריך להוכיח שעבור הקבוצת k־ים שרשמתם יש רציפות **וגם** עבור k־ים מחוץ לקבוצה אין רציפות.
2. הביטוי $directional\ derivative$ הוא נגזרת כיוונית ולא נגזרת חלקית. בשאלה היה צריך לבדוק את הנגזרת בכל כיוון $v \in \mathbb{R}^2$ כך ש $\|v\| = 1$.

שאלה 9:

בשאלה זו הייתם צריכים בעצם להראות שלכל ווקטור (a,b) קיים וקטור (x,y) כך ש $ax+by=0$ והפתרון הוא $(x,y) = (-b,a)$ (עד כדי כפל בסקלר). חלקכם רשמו $\left(-\frac{b}{a}, 1\right)$ שזה נכון אם ורק אם $a \neq 0$. אם $a = 0$ אז אסור לחלק ב a כי אחרת העולם יתפוצץ ואז יתכנס לנקודה סינגולרית ששווה ממש לאינסוף ואז בלית ברירה יתפוצץ שוב, ואנחנו לא רוצים שזה יקרה.

שאלה 10:

בשאלה זו נתונה הפונקציה $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ שמקיימת בין השאר את המשוואה $f(x,y,2x^2+y^2)=3x-5y$ וצריך למצוא את ∇f. הגרדיאנט של הפונקציה מורכב מהנגזות החלקיות של הפונקציה אך יש לשים לב למה מתכוונים כאשר כותבים את f'_x. מצד אחד זה יכול להיות הנגזרת של f לפי הרכיב הראשון שלה (כלומר נגזרת חלקית בכיוון $(1,0,0)$), ומצד שני, זה יכול להיות ביטוי שנובע מהנתון $f(x,y,2x^2+y^2)=3x-5y$. ובאמת, אם נסמן $g(x,y)=f(x,y,2x^2+y^2)$, אז נקבל ש $g'_x=3$ (מה שלא בהכרח נכון עבור f'_x).

כדי למנוע בלבול כזה, כדאי תמיד לתת לפרמטרים של f שמות שונים (למשל כמו שרשום בשאלה) ולהשתמש ב (f'_u,f'_v,f'_w) בתור הנגזרות החלקיות.