

1.

(א) כתוב את  $(\{1,2\} \times \{7,8\})^{\{0,1\}}$ .

(ב) הוכח או הפרך:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x} & , 0 \leq x < 1 \\ \frac{x}{1+x} & , -1 < x < 0 \end{cases}$  הינה חח"ע מ-  $(-1,1)$  על  $R$ .

(ג) מצא פונקציה מ-  $P(N)$  על  $Q$ .

(ד) מצא פונקציה מ-  $Z \times Z$  על  $Q$ .

(ה) מצא את הפונקציה ההפוכה של  $h = \{ (x, (1-x^2)^{\frac{1}{2}}) \mid 0 \leq x \leq 1 \}$ .

2. תהי  $X$  קב' בעלת  $n$  איברים,  $Y$  בעלת  $3n$  איברים. כמה פונקציות שונות יש: (א) מ-  $X$  על  $X$ .

(ב) מ-  $X$  ל-  $P(X)$ .

(ג) מ-  $X$  ל-  $Y$  וחח"ע.

3.

(א) תן דוגמא של שלוש קבוצות לא ריקות  $X, Y$  ו-  $Z$  כך שמתקיים שוויון  $(X \setminus Y)^Z = X^Z \setminus Y^Z$ .

(ב) תן דוגמא של שלוש קבוצות לא ריקות  $X, Y$  ו-  $Z$  כך שהשוויון מהסעיף הקודם לא מתקיים.

4.  $X$  קבוצה, ותהי  $f : X \rightarrow X$  פונקציה חח"ע ועל.

(א) הוכח: אם  $X$  קבוצה סופית, אז קיים מספר טבעי  $n$  כך ש-  $f^n = id_X$ .

(ב) הראה ע"י דוגמא שהטענה של סעיף א' לא נכונה במקרה הכללי.

5. תהי  $A$  קבוצה.

יהי  $R$  יחס שקילות ב  $A$ .

נסמן ב-  $\zeta$  את הקבוצה של כל יחסי השקילות ב-  $A$  שמכילים את  $R$ .

נסמן ב-  $\tau$  את הקבוצה של כל יחסי השקילות בקבוצת המנה  $A/R$ .

לכל  $S \in \zeta$  נתאים יחס  $F(S)$  בקבוצת המנה  $A/R$  באופן הבא:

$$([a],[b]) \in F(S) \Leftrightarrow (a,b) \in S$$

א) תהי  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , ויהי  $R$  יחס השקילות כך ש-

$$A/R = \{ \{1\}, \{2\}, \{3,4\} \}. \text{ מצא } F(S_1) \text{ ו- } F(S_2) \text{ כאשר } S_1 \text{ ו- } S_2 \text{ יחסי}$$

השקילות ב-  $A$  שעבורם

$$A/S_1 = \{ \{1,2\}, \{3,4\} \} \text{ ו- } A/S_2 = \{ \{2\}, \{1,3,4\} \}$$

ב) הוכח (במקרה הכללי) ש-  $F(S) \in \tau$  (כלומר,  $F(S)$  הוא יחס שקילות).

ג) הוכח (במקרה הכללי) ש-  $F$  – פונקציה חד-חד-ערכית.