1、有随机过程$\{\xi(t),-\infty<t<\infty\}$和$\{\eta(t),-\infty<t<\infty\}$，设$\xi(t)=A\sin(\omega t+\Theta)$，$\eta(t)=B\sin(\omega t+\Theta+\phi)$，　其中$A$，$B$，$\omega$，$\phi$为实常数，$\Theta$均匀分布于[0，2π]，试求$R_{\xi\eta}(s,t)$

2、随机过程$\xi(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$，$-\infty<t<+\infty$，其中$A,\omega,\Phi$是相互统计独立的随机变量，$EA=2$，　$DA=4$，ω是在[-5, 5]上均匀分布的随机变量，Φ是在[-π，π]上均匀分布的随机变量。 试分析$\xi(t)$的平稳性和各态历经性。

3、某商店顾客的到来服从强度为4人每小时的Poisson过程，已知商店9：00开门，试求：

（1）在开门半小时中，无顾客到来的概率；

（2）若已知开门半小时中无顾客到来，那么在未来半小时中，仍无顾客到来的概率。

4、设某厂的商品的销售状态（按一个月计）可分为三个状态：滞销（用**1**表示）、正常（用**2**表示）、畅销（用**3**表示）。若经过对历史资料的整理分析，其销售状态的

变化（从这月到下月）与初始时刻无关，且其状态转移概率为 p_{ij}（p_{ij}表示从销售状态 i 经过一个月后转为销售状态 j 的概率），一步转移开率矩阵为:

$$[P]=\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{5}{9} \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

试对经过长时间后的销售状况进行分析。

5、试对以下列矩阵为一步转移概率矩阵的齐次马尔可夫链的状态空间进行分解。

（1） $$\mathbf{P}=\begin{bmatrix} 0.7 & 0 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.8 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

（2） $$\mathbf{P}=\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6、已知随机过程$\xi(t)$的相关函数为：

$R_{\xi}(\tau)=e^{-\alpha\tau^2}$，问该随机过程$\xi(t)$是否均方连续？是否均方可微？

7. $\{X(t),t\in T\}$为定义在概率空间(Ω, F, P)上的平稳过程，请给出均值均方遍历的数学定义，并请阐述其工程意义.

8. 设在[0, t)时段内乘客到达某售票处的数目是强度为$\lambda=2.5$（人/分）的泊松过程$\{N(t),t\geq 0\}$，试求

(1) 在 5 分钟内有 10 位乘客到达售票处的概率 p_1；

(2) 在第 5 分钟有 10 位顾客到达，第 1 分钟内无顾客到达的概率 p_2.

(3) 在第 5 分钟有 10 位顾客到达，第 1 分钟内有顾客到达的概率 p_3.

9．随机过程$X(t)=\cos(t+A),-\infty<t<+\infty$，其中 A 是随机变量，其分布律为$P\{A=i\}=\frac{1}{3}(i=0,\frac{\pi}{2},\pi)$，求：（1）画出样本函数简图；（2）求均值函数$m_X(t)$.

10. 已知随机过程$\{X(t),t\in T\}$的自相关函数$R_X(\tau)=e^{-\tau^2}$，试求$\{X(t),t\in T\}$与其导数过程的互相关函数$\mathrm{R}_{\dot{X}X}(s,t)$.

11、设$\{X(n),n=1,2,\cdots,100\}$是独立同分布的随机序列，其中$X(k)$的分布律为$P\{X(k)=1\}=P\{X(k)=-1\}=\frac{1}{2},k=1,2,\cdots,100$，设$Y(n)=\sum_{k=n}^{100}X(k),\quad n=1,2,\cdots,100$.(1) 求$Y(2)$的分布律；(2) 求$Y(n)$的特征函数$\varphi(n)$；(3) 计算相关函数$R_Y(m,n)$.

12、设{$W(t)$, t ≥0}是$\sigma^2=1$的维纳过程，令$X(t)=e^{-\frac{t}{2}}W(e^t)$(称为 Ornstein-Uhlenbeck 过程). (1) 证明：$\{X(t),t\geq 0\}$是一个严平稳过程;

(2) 判断过程$\{X(t),t\geq 0\}$的均方连续性，均方可积性，均方可导性.

13、设齐次马氏链$\{X_n, n=0,1,2,\ldots\}$的状态空间 $E=\{1,2,3,4\}$，状态转移矩阵

$$P=\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

(1) 画出状态转移图; (2)讨论各状态性质; (3)分解状态空间.

14、设$\{W(t),t\geq 0\}$是标准维纳过程，令 $X(t)=\int_0^t W(u)\mathrm{d}u$. 求随机过程$\{X(t),t\geq 0\}$的一维概率密度和特征函数.

15 、设随机过程 $X(t)=\xi\cos(\beta t+\eta), t\in R$，其中 $\xi\sim N(0,1)$, $\eta\sim U(0,2\pi)$，ξ与η相互独立，β为正常数. 试证：随机过程$\{X(t),t\in R\}$为平稳过程，且具有关于均值的均方遍历性.

16 、在传送数字 0 和 1 的通信系统中，每个传送数字必须经过若干级，而每一级中数字正确传送的概率为 p ($0<p<1$)，设 $X(0)$表示进入系统的数字，$X(n)$表示离开系统第 n 级的数字.已知$\{X(n), n=1,2,\cdots\}$是齐次马氏链. 试讨论经多级传送后，数字传输的准确可靠程度如何？

17. 关于随机过程有三处出现“遍历性”概念，请简述“平稳过程的均值均方遍历”、“马氏链具有遍历性”以及“遍历状态”的概念，并至少阐述其中一种“遍历性”的工程意义.

18 . 随机过程 $X(t)=X+Yt,-\infty<t<+\infty$ ，其中 $X\sim B(1,0.4), Y\sim U\left(0,2\pi\right)$，且相互独立，请画出两条样本函数简图，并给出均值函数$m_X(t)$

19. 试阐述随机过程$\{X(t),t\in T\}$均方连续、均方可导、均方可积的充要条件,这些条件成立的主要理论依据是什么?

20. 设 $\left\{N(t),t\geq 0\right\}$ 是参数为 $\lambda=6$ 齐次泊松过程，令 $X\left(t\right)=N\left(2t\right)-N\left(t\right)$, $t\geq 0$，(1)求 $\{X(t),t\geq 0\}$的一维概率分布；(2)讨论$\{X(t),t\geq 0\}$是否也为泊松过程?

21. 设 $\{X(t),t\in T\}$ 为平稳独立增量过程，其中 $T=[a,b]$, $P\{X(a)=0\}=1$.已知 $X(t)$ 的分布函数为$F(x;t)$,试写出

$\{X(t_1), X(t_2), X(t_3)\}$ 的联合分布函数 $F(x_1, x_2, x_3; t_1, t_2, t_3)$.

22. 已知 $R_X(\tau)=\exp(-\tau^2)$，若 $Y(\mathrm{t})=X(\mathrm{t})+\dfrac{\mathrm{d}X(t)}{\mathrm{d}t}$，求 $R_Y(\tau)$.

23. 设 $\{W(t), t\ge 0\}$ 是 $\sigma^2=1$ 的维纳过程，令 $X(t)=W(t+1)-W(t)$.
(1) 证明 $\{X(t), t\ge 0\}$ 是宽平稳过程； (2) 判断过程 $\{X(t), t\ge 0\}$ 的均值是否具有均方遍历性.

24. 设 X，Y_1，Y_2，……为相互独立的随机变量序列，其中 X 服从参数为 10 的泊松分布，Y_1，Y_2，……同服从参数为 5 的指数分布. 令

$$X(t)=\sum_{k=1}^{X}\mathrm{I}_{[0,t]}(Y_k)，\quad t\in[0,+\infty]$$

其中示性函数定义为

$$\mathrm{I}_{[s,t]}(Y_k)=\begin{cases}1, & s\le Y_k\le t;\\ 0, & \text{否则。}\end{cases}$$

试计算过程$\{X(t)\}$的均值函数 $E\{X(t)\}$.

25. 设齐次马尔科夫链的状态空间为 $E=\{0,1,2\}$, 其一步转移概率矩阵为

$$P=\begin{pmatrix}0.5 & 0.4 & 0.1\\ 0.3 & 0.4 & 0.3\\ 0.2 & 0.3 & 0.5\end{pmatrix}$$

试讨论此马氏是否存在极限分布？若存在则求出，并讨论该极限分布是否为平稳分布.

26. 设齐次马氏链$\{X_n, n=0,1,2,\ldots\}$的状态空间 $E=\{0,1,2,3,4\}$，状态转移矩阵

$$P=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

(1) 画出状态转移图； (2)讨论各状态性质； (3)分解状态空间.