密　封　线　以　内　答　题　无　效

学号＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿ 学院＿＿＿＿＿ 任课老师＿＿＿＿＿ 座位号＿＿＿＿＿

电子科技大学研究生试卷

（考试时间： 14:30 至 16:30 共 2 小时）

课程名称 **随机过程及应用** 教师＿＿＿＿＿＿ 学时 60 学分 3

教学方式 堂上授课 考核时间 2020 年 1 月 14 日 成绩：＿＿＿＿

考核方式：＿＿＿＿＿（学生填写）

一、简答题 (每题 8 分，共 40 分)

1. 给定随机过程 $X(t)=\xi+\eta t, t\in\mathbf{R}$。其中 (ξ,η) 是二维正态分布，即 $(\xi,\eta)\sim N(0,1,0,1,\frac{1}{2})$。
（1）写出此随机过程的任意三条样本函数；
（2）求 $X(t)$ 的均值函数、方差函数，自相关函数；
（3）求 $X(t)$ 的一维概率密度函数。

2. 某商场为调查顾客到来的客源情况，考察了男女顾客来商场的人数。假设男女顾客来商场的人数分别独立地服从每分钟 2 人与每分钟 3 人的泊松过程。
（1）试求从开始计时到某时刻时止时，到达商场的总人数的分布；
（2）已知开始计时到某时刻时止时, 有 50 人到达商场的条件下，试求其中恰有 30 位女顾客的概率，平均有多少个女顾客？
（3）从开始计时到有 30 名顾客到商场，平均需要多时间？

3. 给定相互独立的随机变量序列，其分布为：

X_n	0	n
P	$1-\frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{n^2}$

（1）计算 $E(X_n)$，$E(X_n^2)$,
（2）并讨论随机序列 $\{X_n,n\geq 1\}$ 的均方收敛性。

4. 已知实平稳随机过程 $\{X(t),t\in\mathbf{R}\}$ 的均值为 0，自相关函数为 $R_X(\tau)=e^{-|\tau|},\tau\in\mathbf{R}$。
（1）试讨论 $\{X(t),t\in\mathbf{R}\}$ 的均方连续性和均方可微性；
（2）令 $Y(t)=\int_0^t X(s)ds, t\geq 0$，计算 $E[Y(t)]$；

5. 设任意相继的两天中，雨天转晴天的概率为 $\frac{1}{3}$，晴天转雨天的概率为 $\frac{1}{2}$. 任意天晴或雨互为逆事件。以 0 表示晴天状态，以 1 表示雨天状态，$X(n)$ 表示第 n 天的状态 (0 或 1)。
(1) 写出二步转移概率矩阵；
(2) 若已知 1 月 1 日为晴天，试问 1 月 3 日为晴天，且 1 月 5 日为雨天的概率是多少？
(3) 试求今天为晴天，而第四天 (明天算第一天) 为雨天的概率。

二、计算题 (共 15 分)

假设 $[0,t)$ 内顾客到达商场的人数 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是到达率为 λ 的泊松过程，且每一个到达商场的顾客是男性还是女性的概率分别为 p 和 q。设 $N_1(t)$ 和 $N_2(t)$ 分别为内到达商场的男女顾客数。
求 $N_1(t)$ 和 $N_2(t)$ 的分布. 并证明它们相互独立.

三、计算题 (共 15 分)

设 $X(t) = A\cos\alpha t + B\sin\alpha t$，$t \geq 0$，其中，$\alpha$ 为常数，A，B 相互独立且都服从 $N(0,\sigma^2)$ 的正态分布。
(1) 讨论该过程的均方连续性，均方可积性，均方可导性；
(2) 若 $X(t)$ 均方可积，计算其均方不定积分的均值函数，协方差函数和方差。

四、计算题 (共 15 分)

设 $\{W(t), t \geq 0\}$ 是参数 $\sigma^2 = 1$ 的维纳过程，令 $X(t) = e^{-\frac{t}{2}}W(e^t)$。
(1) 证明：$\{X(t), t \geq 0\}$ 既是宽平稳过程也是严平稳过程；
(2) 证明：$\{X(t), t \geq 0\}$ 的均值是均方遍历的；
(3) 令 $Y(t) = \int_0^t X(u)du$，确定 $\{Y(t), t \geq 0\}$ 的一维分布。

五、计算题 (共 15 分)

设齐次马尔可夫链 $\{X(n), n = 0,1,2,\cdots\}$ 的状态空间 $E = \{1,2,3,4\}$，状态转移矩阵

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

（1）画出状态转移概率图;
（2）求该齐次马尔可夫链的平稳分布，判断该齐次马尔可夫链是否遍历；
（3）讨论各状态性质;
（4）分解状态空间。