第二章 容斥原理

习题

填空题 1分

从1到10000的整数中，不能被3，4或5中任何一个整除的整数的个数是 [填空1]

填空题 1分

1到1000中既非完全平方又非完全立方的整数个数是 [填空1]

填空题 1分

某校有120名学生参加数学竞赛，竞赛试题共有甲，乙，丙三题。竞赛结果为：12名学生三题全对；20名学生只做对了甲题和乙题；16名学生做对了甲题和丙题；28名学生做对了乙题和丙题；48名学生做对了甲题；56名学生做对了乙题；16名学生三题都做错了。试求出做对了丙题的学生人数是 [填空1] 。

- 2.4. 在有十个字母a,a,b,b,c,c,d,d,e,e的全排列中，求相同字母不相邻的排列个数。

单选题 1分

在由26个字母a,b,c,···,z组成的全排列中，求不包含字符串john,paul和smite的全排列个数是多少？

A 26！-（22！*2+21！）+（19！+2*18！）-15！

B 26！-（22！*2+21！）+（20！+2*19！）-16！

C 26！-（23！*2+22！）+（20！+2*19！）-16！

单选题 1分

在所有的n位数中，包含数字3，8，9但不包含数字0，4的数有多少?

A $10^n-5*9^n+C(5,2)*8^n-C(5,3)*7^n+C(5,4)*6^n-(C5,5)*5^n$

B F(10,n)-5*F(9,n)+C(5,2)*F(8,n)-C(5,3)*F(7,n)+C(5,4)*F(6,n)-F(5,n)

C F(8,n)-3*F(7,n)+3*F(6,n)-F(5,n)

D $8^n-3*7^n+3*6^n-5^n$

E 8！-3*7！+3*6！-5！

填空题 1分

. 一个体育团共25人，其中14人会打足球，12人会打乒乓球，6人既会打乒乓球又会打足球，5人既会打篮球又会打足球，还有二人对这三种球都会打，而6个会打篮球的人都会打另一种球（指这三种球的一种）。求不会打球的人数（指这三种球）是 [填空1] 。

多选题 4分

求重集 $B=\{3\cdot a,4\cdot b,5\cdot c\}$ 的10-组合数

A C(12,10)-(C(8,6)+C(7,5)+C(6,4))+(C(3,1)+C(2,0))

B C(12,2)-(C(8,2)+C(7,2)+C(6,2))+(C(3,2)+C(2,2))

C F(3,10)-(F(3,6)+F(3,5)+F(3,4))+(F(3,1)+F(3,0))

D $3^{10}-(3^6+3^5+3^4)+(3^1+3^0)$

E F(3,10)-(F(3,7)+F(3,6)+F(3,5))+(F(3,3)+F(3,2)+F(3,1)

单选题 1分

求由数字1， 2， ….8所组成的全排列中， 偶数均不在其自然位置上的全排列个数

A D_8

B D_4

C 8!-4*7!+6*6!-4*5!+4!

D 4!-4*3!+6*2!-1

多选题 1分

求由数字1， 2， …, 8所组成的全排列中， 恰有4个数字在其自然位置上的全排列个数

A D_4

B D_8

C $C(8,4)*D_4$

D $C(8,4)*(4!-4*3!+6*2!-4*1!+1)$

E $\frac{8!}{4!}*(1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!})$

- 2.16. 证明： D_n 是偶数当且仅当n是奇数
-

证明：原命题等价于：D_{2k-1} 为偶数，D_{2k} 为奇数，（k=1,2,3….)

$D_n=(n-1)(D_{n-1}+D_{n-2})$ (3. 8)

现用数学归纳法证明：

当k=1时，$D_1=0,D_2=1$,证明成立

- 假设当k=n时命题成立，即D_{2n-1}是偶数，D_{2n}是奇数。
- 则现在证明k=n+1是否成立。
- $D_{2n+1}=(2n+1-1)(D_{2n-1}+D_{2n})$
- $\quad =2n(D_{2n-1}+D_{2n})$
- 所以D_{2n+1}是偶数，得证。
- $D_{2n+2}=(2n+2-1)(D_{2n+1}+D_{2n})$
- $\quad =(2n+1)(D_{2n+1}+D_{2n})$
- 所以D_{2n+2}是奇数，得证。