

1, 设 $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$, $A = \{1,2\}$, $B = \{3\}$. 求一个含有 A, B 为元素的一个 σ -代数。

2, 某战士有两支枪, 射击某目标时命中率分别为 0.9 及 0.5。若随机地用一支枪, 射击一发子弹后发现命中目标, 问此枪是哪一支的概率分别为多大?

3, 设四个黑球与 2 个白球随机地等分成 A、B 两组, 记 A 组中的白球数为 X, 然后交换 A 与 B 中的一个球, 再记交换后 A 组中的白球数为 Y, 试求: 1) X 的分布律, 2) $Y|X$ 的分布律, 3) 求 Y 的分布律。

4, 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{x^2 + 1} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

求:(1)常数 A; (2)分布函数 $F(x)$; (3)随机变量 $Y = \ln X$ 的分布函数及概率密度。

5, 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = A \sin(x + y), \quad 0 \leq x, y \leq \frac{\pi}{2}$$

求:(1)常数 A; (2)数学期望 EX, EY ; (3)方差 DX, DY ; (4)协方差及相关系数。

6, 设随机变量 X 服从指数分布

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-kx} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (k > 0)$$

求特征函数 $\varphi(u)$, 并用 $\varphi(u)$ 求数学期望和方差。

7, 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且分别服从参数为 λ_1 和 λ_2 的泊松分布, 试用特征函数求 $Z = X + Y$ 随机变量的概率分布。

8, 一名矿工陷进一个有三扇门的矿井中。第一扇门通到一个隧道, 走两小时后他可到达安全区。第二扇门通到又一隧道, 走三小时会使他回到这矿井中。

第三扇门通到另一个隧道, 走五小时后, 仍会使他回到这矿井中。假定这矿

工总是等可能地在三扇门中选择一扇，让我们计算矿工到达安全区的平均时间。

9, 设 (X,Y) 的分布密度为

$$(1) \varphi(x,y) = \begin{cases} 4xy, & 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$(2) \varphi(x,y) = \begin{cases} 8xy, & 0 < x < 1, \quad 0 < y < x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

问 X, Y 是否相互独立?

10, 试证明:

(1) 设 N 是取值为非负整数的随机变量, 则

$$EN = \sum_{n=1}^{\infty} P\{N \geq n\} = \sum_{n=0}^{\infty} P\{N > n\}$$

(2) 设 X 是取值为非负实数的随机变量, 分布函数为 $F(x)$, 则

$$EX = \int_0^{+\infty} [1 - F(x)] dx$$

11, 若随机变量 X 与 Y 的联合密度函数为

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & 0 < |y| < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求(1)条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$ 与 $f_{Y|X}(y|x)$

(2)条件概率 $P\left(X > \frac{1}{2} | Y > 0\right)$ 与 $P\left(X > \frac{1}{2} | Y = \frac{1}{4}\right)$ 。