§ 2.4 相对位置上有限制的排列问题

实例 考虑n个小学生列队散步的问题：设有n个小学生，每天他们要排成一列队到公园散步一次，除第一个学生外，每个学生前面都有另一个学生，由于学生们不喜欢每天排在自己前面的同学总是同一个人，他们希望每天都要改变一下排在自己前面的那个人，问**有多少种方法改变他们的位置**？

■ 对于这个问题，有下列定理，其结论就是该问题的解。

定理2.4 ■ 对于n≥1，有

$$Q_n = n! - \binom{n-1}{1}(n-1)! + \binom{n-1}{2}(n-2)! - \cdots + (-1)^{n-1}\binom{n-1}{n-1}\cdot 1!$$

只要仔细考察式(2.9)，不难发现相对位置上有限制的排列问题与错排问题有着密切的关系。它体现在下面的定理中。

定理2.5 当$n \geq 2$时，有

$$Q_n = D_n + D_{n-1} \qquad (2.10)$$

例1 有n名儿童围坐在一个旋转木马上，问有多少种方式改变他们的座位，使得每个儿童有一个不同的儿童坐在他们的前面。

例2 求集合A＝｛a,b,c,d,e,f,g,h｝的全排列中，abc和efgh均不出现的全排列个数。