组合数学

电子科大计算机学院

戴波

Email:*daibo@uestc.edu.cn*

Tel:17711083830

第一章

排 列 、组合与二项式定理

§1.1 加法规则和乘法规则

3

1. 加法规则

设S是有限集合，若$S_i \subseteq S$，$S=\bigcup_{i=1}^{m} S_i$且$i \neq j$时，

$S_i \cap S_j = \phi$ 则有：

$$|S| = |\bigcup_{i=1}^{m} S_i| = \sum_{i=1}^{m} |S_i| \quad (1.1)$$

特别：当m=2时，有

$$|S| = |S_1 \cup S_2| = |S_1| + |S_2|$$

4

1. 加法规则

换言之，加法规则可以叙述为：

若集合S可以分解为互不相交子集S_1，S_2，…，S_m之和,则 确定S中的事物个数

1. 先求出各子集S_i中的事物个数
2. 然后相加。

1.加法规则

其中m=2：

假若有互相独立的两个事件X和Y分别有k种和l种方法产生，则产生X和Y的方法数有k+l种。

6

例

- 有一所学校给一名物理竞赛优胜者发奖，奖品有三类：第一类是三种不同版本的法汉词典；第二类是四种不同类型的物理参考书；第三类是两种不同的奖杯。这位优胜者只能挑选一样奖品。那么，这位优胜者挑选奖品的方法有多少？

7

解：设S是所有这些奖品的集合，S_i是第i类奖品的集合(i=1,2,3)。显然$S_i \cap S_j=\varphi(i \neq j)$，于是由加法规则有

$$|S|=|\bigcup_{i=1}^{3} S_i|=|S_1|+|S_2|+|S_3|=3+4+2=9$$

也就是说这位优胜者挑选奖品的方法共有9种。

8

2. 乘法规则

若S_i $(i=1, 2, ..., m)$为有限集，且

$S=S_1\times S_2\times ...\times S_m=\{(a_1, a_2, ..., a_m) | a_i\in S_i, i=1, 2, ..., m\}$ ，

则有

$$|S|=|S_1\times S_2\times ...\times S_m|=\prod_{i=1}^{m}|S_i| \quad (1.2)$$

特别，当m=2时，有

$$|S|=|S_1\times S_2|=|S_1|\cdot|S_2|$$

9

2.乘法规则

注意:

对于S中的元$(a_1,a_2,\ldots,a_m)$,

它的**各分量**是相互独立的。

10

2.乘法规则

其中**m=2**：

若有互相独立的两个事件X和Y分别有**k**种和**l**种方法产生，则同时产生事件X与事件Y的方法数为**k×l**。

11

[例]

- 从A地到B地有两条不同的道路，从B地到C地有四条不同的道路，而从C地到D地有三条不同的道路。
- 求从A地经B、C两地到达D地的道路数。

12

单选题 1分

从A地到B地有两条不同的道路，从B地到C地有四条不同的道路，而从C地到D地有三条不同的道路。求从A地经B、C两地到达D地的道路数。

A 9

B 2

C 4

D 24

13

[例]

由数字1，2，3，4，5可以构成多少个所有数字互不相同的四位偶数。

单选题 1分

由数字1，2，3，4，5可以构成多少个所有数字互不相同的四位偶数。

A 120

B 48

C 8

D 6

15

单选题 1分

求出从7个数学系的学生，8个化学系的学生，105个经济系的学生和21个物理系的学生中选出两个不同专业的学生的方法数。

- A 7+8+105+21=141
- B 7*8*105*21=123480
- C 7*8+7*105+7*21+8*105+8*21+105*21 =4151
- D 7*(8+105+21)+8*(7+105+21)+105*(7+8+21)+21*(7+8+105)=8302

16

例]

求出从7个数学系的学生，8个化学系的学生，105个经济系的学生和21个物理系的学生中选出两个不同专业的学生的方法数。

[例]

填空题 2分

某种样式的运动服的着色由底色和醒目的装饰条纹的颜色配成。底色可选红、蓝、橙、黄，条纹色可选黑、白，则共有 [填空1] 种着色方案。

若此例改成底色和条纹都用红、蓝、橙、黄四种颜色的话，则，方案数只有 [填空2] 种。

19

通常我们用集合和重集的概念来区别是否重复

- **集合：** A= {a, b, c, d}
- **重集：集合中的元素可以重复。**

如重集B= {a,a,b,b,b,c,d,d,d,d,d} 则有11个元素，2个a,3个b，1个c和5个d。

B简记为B= {2·a,3·b,1·c,5·d} 。

- **重集的一般形式为**

$$B=\{k_1\cdot b_1,k_2\cdot b_2,\ldots,k_n\cdot b_n\}$$

由上可以总结：在实际中，
大量的计数问题分为两大类；

1.计算事物的有序安排或有序选择数。这又分为如下两种情况：

a.不允许任何事物重复

b.允许事物重复

排列

2. 计算事物的无序安排或无序选择数。这又分为如下两种情况：

a.不允许任何事物重复

b.允许事物重复

组合