

随机过程复习提纲(仅供参考)

第 0 章：预备知识

一、主要内容与要求

了解 σ 代数、可测空间和概率空间的关系；理解乘积样本空间的定义；掌握概率的性质及计算；理解多维随机变量的定义（定义在同一概率空间上）；掌握条件分布的计算（条件分布是一维分布）。

理解 R-S 积分的定义和性质

理解条件数学期望的定义，掌握条件数学期望的性质与计算

了解特征函数的定义和常见分布的特征函数，理解特征函数的性质，掌握反演公式和唯一性定理的应用，掌握独立和的特征函数，理解多维随机变量的特征函数。

二、重难点

1. 概率空间的由来；乘积样本空间的结构；概率和条件分布的计算
2. $E[Y|X=x]$ 与 $E[Y|X]$ 的差异；全数学期望公式的应用
3. 通过特征函数求分布律或概率密度，随机变量独立和的特征函数求法。

三、参考题

教材：预备知识：例 2.2，例 2.5，例 2.6，例 3.5，例 3.6，例 3.12

课件：0.0：p49 例 3

0.1：许瓦茨不等式

0.2：P5 例 1

0.3：P45 例 9

习题：3, 4, 5, 8, 11,

第一章：随机过程基本概念

一、主要内容与要求

了解随机过程的背景、定义及分类，理解样本轨道的概念。

掌握随机过程的有限维分布函数、均值函数、自相关函数与协方差函数等重要的数字特征，以及随机过程的特征函数的定义与应用。

了解随机过程的按物理架构分类、按概率特性分类及几种常见随机过程，如二阶矩过程，正态随机过程，独立增量过程等。

二、重难点

1. 随机过程样本轨道中一个开关和多个开关的区别；随机过程分布的求法；
2. 随机过程矩与分类之前的对应关系；
3. 平稳独立增量过程的性质

三、参考题

教材：例 1.1.12, 例 1.1.13, 例 1.1.14, 例 1.2.1, 例 1.2.6, 例 1.3.1, 性质 1.3.1, 性质 1.3.2

课件：1.2 节 例 7

习题一：2, 7, 9, 13

第二章：几种重要随机过程

一、主要内容与要求

了解多维正态随机变量的定义, 掌握 n 维正态随机变量的重要性质: 相互独立的充要条件, 线性不变性。理解正态过程的定义, 掌握用特征函数和线性不变性证明正态过程的方法。

了解维纳过程的背景和定义, 掌握其分布特征, 理解维纳过程与正态过程之间的关系。

了解泊松过程的背景与定义, 理解两个定义间的等价关系, 掌握其重要数字特征, 掌握等待时间间隔的分布, 熟悉到达时间序列的分布和条件分布, 了解复合泊松过程背景, 定义与示例, 以及复合泊松过程的简单性质, 了解泊松过程的叠加与分解。

二、重难点

1. 多维正态的密度函数与特征函数; 多维正态随机变量的性质如相互独立的充要条件, 线性不变性等; 正态过程的证明 (特征函数法、**线性不变性**)。

2. 维纳过程的一、二、三维形态直观理解; 维纳过程与正态过程的关系; 维纳过程的证明。

3. 泊松过程的等价定义; 等待时间间隔的分布; 到达时间的分布与条件分布; 复合泊松过程结合全数学期望公式的应用; 泊松过程的分解与叠加。

三、参考题

教材：例 2.1.1, 例 2.1.2, 例 2.1.5, 定理 2.2.2, 例 2.3.4, 例 2.3.9, 例 2.4.8, 例 2.3.10, 例 2.4.11, 例 2.4.13

习题二：1, 2, 3, 4, 11, 13, 15, 17, 22, 23

第三章：均方微积分

一、主要内容与要求

理解随机变量序列的几乎处处收敛、均方收敛、依概率收敛和依分布收敛的概念和相互关系, 了解连续性定理。

理解随机变量序列二阶矩空间的定义与性质, 了解均方极限定义, 掌握随机变量序列均方收敛的准则和均方极限的重要性质, 掌握洛易夫收敛准则,

了解二阶矩随机过程的均方极限和均方连续的定义, 掌握洛易夫均方连续的判别准则。

了解均方导数的定义, 掌握均方可导的准则, 熟练掌握导过程自相关函数, 导过程与原过程互相关函数与原过程自相关函数的关系。

二、重难点

1. 随机变量序列均方收敛的性质 (定理 3.2.5): 期望和极限运算互换顺序;

2. 洛易夫判别准则的应用，如证明泊松分布序列的均方极限仍服从泊松分布；
3. 均方导过程的性质：导过程的期望，自相关函数及与原过程的互相关函数；
4. 正态过程的均方极限，均方导数，均方积分若存在都是正态过程。

三、参考题

教材：例 3.3.2，定理 3.4.2，例 3.5.4

课件：3.2：P13 例 1，P22 例 4，

3.4：P15 例 3，

3.5.1：P25 例 5

习题三：2, 5, 9

第四章：平稳过程

一、主要内容与要求

了解平稳随机过程的定义(广义、狭义)及二者之间的关系，掌握几种特殊的平稳过程如随机相位正弦波、随机二元传输及其自相关函数求法，理解平稳过程的均方微积分，了解平稳过程的均方遍历性定义，掌握均值均方遍历的充要条件和充分条件。

二、重难点

1. 弱平稳过程的判断，两种平稳过程间的关系；
2. 平稳过程自相关函数的性质及均方微积分，尤其是均方导数的性质；
3. 均方遍历性的本质要求，两个充分条件和一个充要条件。

三、参考题

教材：例 4.1.3，例 4.1.10，例 4.1.11，例 4.1.12，定理 4.2.5 及推论，定理 4.2.6，例 4.3.6,4.3.7

课件：

4.1：P26 例 5

习题四：4,6,7,10,11,14,15,18

第五章：马尔可夫过程

一、主要内容与要求

理解马尔可夫过程的背景与定义，马尔可夫过程的基本性质，了解马尔可夫过程的分类。

理解离散马氏链的两个等价定义，掌握 C-K 方程。

理解齐次马氏链的定义和性质，理解齐次马氏链的遍历性和平稳性及其区别，掌握遍历性的判别准则。

了解状态的首达时间，首达概率，常返态，非常返态，周期的定义，理解状态的分类标准和准则，了解可达的定义，理解状态空间分类的原则。

二、重难点

1. 马氏过程与平稳过程的区别；
2. C-K 方程的直观理解与应用；
3. 齐次马氏链遍历性的本质要求和充分条件；初始分布、绝对分布和极限分布之间的关系；极限分布和平稳分布的求解方法；
4. 常返态和非常返态的含义和要求；周期的理解；状态的分类；互通对状态分类的影响；状态空间分类的基本原则。

三、参考题

教材：例 5.3.2，例 5.3.5，例 5.3.6，例 5.5.3

课件：5.2： P17 例 5，

5.3： P32 例 7，

5.4.2： P10 续例 3； P22，例 6

习题五： 1,4,5,6,9,10， 17,21,23,27.