

# Аддитивная регуляризация и ее метопараметры при выборе структуры сетей глубокого обучения

Кирилл Олегович Вайсер

Московский физико-технический институт

*Курс:* Численные методы обучения по прецедентам  
(практика, В. В. Стрижов)/Группа 774, весна 2020

*Консультант:* аспирант М. С. Потанин

*Научный руководитель:* д.ф.-м.н. В. В. Стрижов

## Цель работы

Предложить метод построения критерия качества модели, учитывающего ее точность, сложность и устойчивость. Построить модель, удовлетворяющую этому критерию.

## Проблема

Нейронные сети, обладающие большой точностью, обычно демонстрируют высокую сложность и низкую устойчивость.

## Метод решения

Построить функцию ошибки, включающую аддитивную регуляризацию.

Задана выборка, конечное множество пар

$$(\mathbf{x}, y) \in D, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \quad y \in \mathbb{R}.$$

Структура модели имеет следующий вид

$$f = \sigma_k \circ \underset{1 \times 1}{\mathbf{w}_k^\top} \sigma_{k-1} \circ \mathbf{W}_{k-1} \sigma_{k-2} \circ \cdots \circ \underset{n_2 \times 1}{\mathbf{W}_2} \sigma_1 \circ \underset{n_1 \times n \times 1}{\mathbf{W}_1} \mathbf{x}.$$

Функция ошибки имеет вид

$$L = \lambda_x E_{\mathbf{x}} + \lambda_y E_y + \lambda_1 \mathcal{R}_1 + \cdots + \lambda_k \mathcal{R}_k = \lambda_x E_x + \lambda_y E_y + \sum_{i=1}^k \lambda_i \mathcal{R}_i(\mathbf{W}),$$

где  $\mathcal{R}_i = \mathcal{R}(\mathbf{W}) = [\mathbf{r}_1(\mathbf{W}), \dots, \mathbf{r}_r(\mathbf{W})]^\top$  — вектор, состоящий из значений регуляризаторов  $i$ -ого слоя.

Требуется решить задачу

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \arg \min L(f|\lambda), \\ \lambda &= L(f|\mathbf{w}), \end{aligned}$$

при условии минимизации дисперсии параметров и сложности модели.

$$\sum_{i=1}^k \frac{1}{|W_k|} W_k^\top W_k \rightarrow \min, \quad \sum_{i=1}^k |W_k| \rightarrow \min.$$

## Задание критерия качества

Вводится понятие сложности, устойчивости и точности модели.

## Построение критерия качества

Предлагается построить функцию ошибки, включающей аддитивную регуляризацию. Задаются гиперпараметры модели и метапараметры аддитивной регуляризации.

## Расписание оптимизации

Метапараметры оптимизации изменяются с течением итераций обучения сети. Порядок и правило их изменения задается экспертно.

## Свойства модели

- Сложность — мера множества допустимых значений параметров модели

$$\sum_{i=1}^k |W_k|.$$

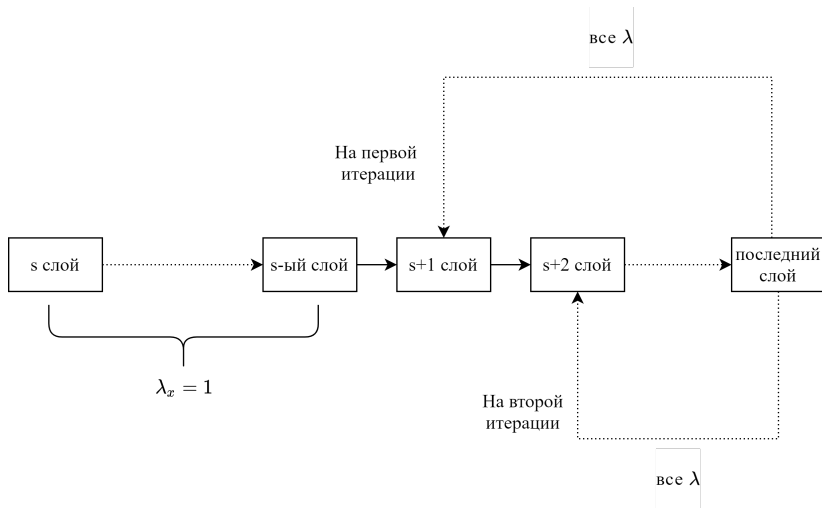
- Устойчивость — дисперсия ошибки и параметров

$$\sum_{i=1}^k \frac{1}{|W_k|} W_k^T W_k.$$

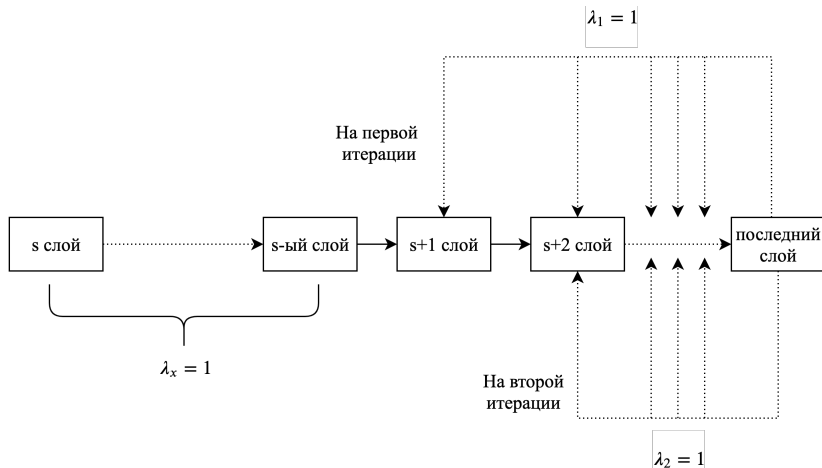
- Точность — качество аппроксимации, выражаемое через значение функции ошибки

$$\sum_{i=1}^l (f(x_i) - y_i)^2.$$

Роль в аддитивной регуляризации	Тип регуляризатора
Ошибка выхода нейронной сети	$\ \mathbf{y} - f(\mathbf{W})\ _2^2$
Ошибка восстановления на каждом слое	$\ \mathbf{x} - \mathbf{r}(\mathbf{x})\ _2^2$
$L_1$ и $L_2$ регуляризация	$\ \mathbf{w} - \mathbf{w}_0\ _1, \ \mathbf{w} - \mathbf{w}_0\ _2^2$
Штраф за отличие матрицы одного слоя от тождественного преобразования	$\ \mathbf{W} - \mathbf{I}\ $
Штраф за отличие матрицы одного слоя от метода главных компонент	$\ \mathbf{W}\mathbf{W}^T - \mathbf{I}\ $
Тихоновская регуляризация	$\ \mathbf{T}\mathbf{W}\ ^2$



Экспертное задание расписания оптимизации, первое расписание.



Экспертное задание расписания оптимизации, второе расписание.



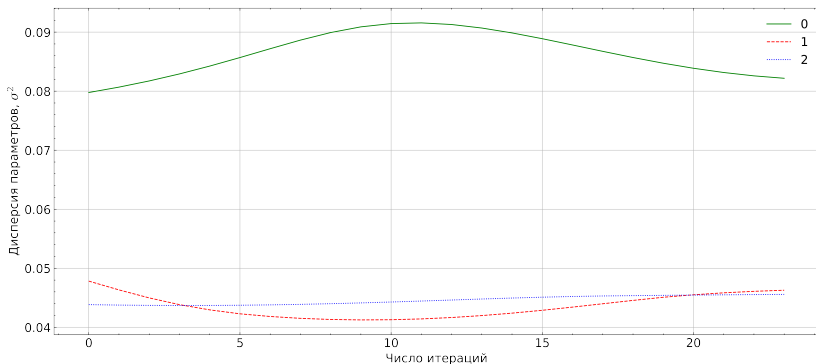
## Цель эксперимента

- Проверить работоспособность предложенного метода и его соответствие целям исследования.
- Продемонстрировать эффект от использования аддитивной регуляризации

Описание выборок для экспериментов.

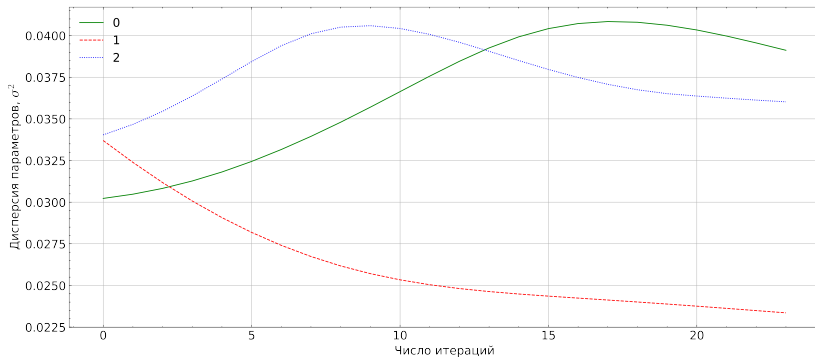
Выборка $\mathcal{D}$	Размер train	Размер val	Размер test	Объекты	Признаки
Credit Card	18000	6000	6000	30000	35
Protein	27438	9146	9146	45730	9
Airbnb	6298	2100	2100	10498	16
Wine quality	2938	980	980	4898	11
Synthetic	1200	400	400	2000	30

Конфигурация : 4 слоя сети, 1 слой автоенкодера, 7 нейронов на каждый слой.



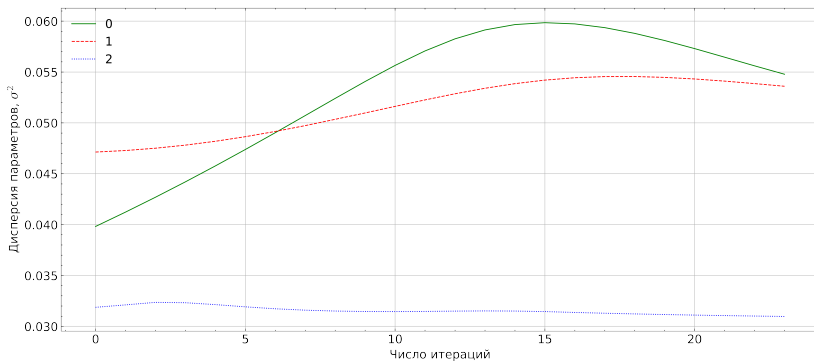
За счет регуляризации модель становится более устойчивой, поэтому дисперсия параметров у регуляризованных решений меньше.

Конфигурация : 6 слоев сети, 1 слой автоенкодера, 9 нейронов на каждый слой.



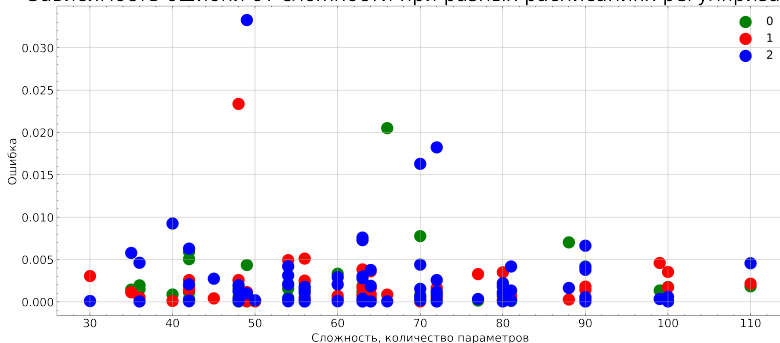
Первое расписание оптимизации демонстрирует большую эффективность, чем второе.

Конфигурация : 6 слоев сети, 4 слоя автоенкодера, 8 нейронов на каждый слой.



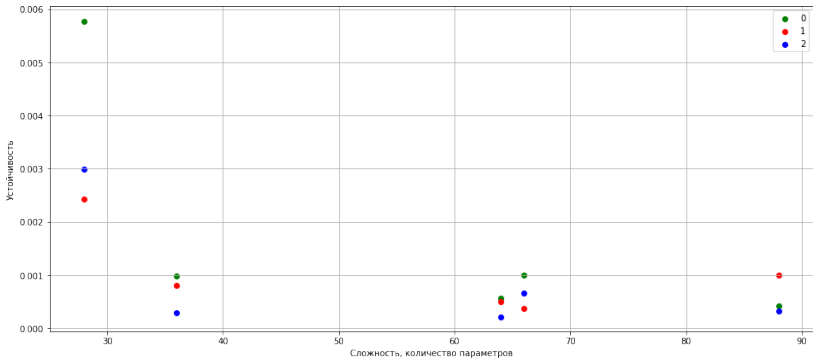
Второе расписание оптимизации демонстрирует большую эффективность, чем первое.

Зависимость ошибки от сложности при разных расписаниях регуляризации



Зависимость между сложностью и точностью для разных расписаний оптимизации.

# Зависимость между устойчивостью и сложностью



Зависимость между сложностью и устойчивостью для разных расписаний оптимизации.

- ❶ Показано, что регуляризованная модель имеет большую точность при равной сложности.
- ❷ Показано, что регуляризованная модель имеет лучшую устойчивость при равной сложности.
- ❸ Это предварительные результаты, по окончательным будет построена таблица с сравнением точности, сложности и устойчивости по разным выборкам и конфигурациям модели.