

# Экспериментальное сравнение задач и моделей планирования биохимического производства.

*В. В. Пырзу, С. А. Тренин*

kondratiukvitalik@gmail.com; s.trenin@gmail.com

Целью данной научной работы является комплексное исследование задачи оперативного планирования производства для биохимической промышленности. Исследуются различные постановки задачи составления оптимальных расписаний, учитывающие различные ограничения, приходящие из практики: особенности хранения промежуточных веществ, требования к работе производственных узлов и особенности подготовки станков, такие как наладка и очистка между запусками. Основной класс рассматриваемых математических моделей - смешанное целочисленное линейное программирование, что означает, что рассматриваемые задачи являются NP-трудными. Сложность заключается в том, что схожие задачи могут решаться одинаковыми методами с разной степенью эффективности, что негативно сказывается на процессе внедрения моделей в практику. Для решения этого вопроса проводится экспериментальный запуск моделей, разработанных для одной предметной области, в задачах из другой, интерпретация полученных результатов и предложение эвристик для ускорения алгоритмов.

**Ключевые слова:** *planning; scheduling; MILP*

**DOI:**

## 1 Введение

На сегодняшний день наблюдается высокая конкуренция в разных областях биохимического производства, а так же усложнение производственных процессов, увеличение числа этапов, количества оборудования и объемов продукции. Это неизбежно влечёт появление естественных требований к алгоритмам планирования: они должны быть масштабируемыми, работать за разумное время, находить качественные приближения к оптимальному расписанию и быть гибкими к изменению начальных условий. Основной объект исследования — это различные варианты постановки задачи создания расписания как задачи оптимизации, методы её решения и эвристики, учитывающие индивидуальные особенности задач. На данный момент широкое распространение получили модели смешанного целочисленного линейного программирования (ЦЛП), так как соответствующие задачи хорошо изучены и существуют алгоритмы для их решения. Однако временные затраты и степень оптимальности найденных решений сильно зависят от количества переменных и ограничений в модели, что делает процесс моделирования значимым для создания плана. Большинство статей в данной области посвящены конкретным постановкам задач, приходящим из практики и созданию конкретных моделей для их решения. При этом задачи сходны друг другу, хоть и принадлежат разным предметным областям: фармацевтической, пищевой, химической и др. Это, в свою очередь, позволяет применять идеи, высказанные для решения одной задачи к решению другой. Применение имеющихся моделей и эвристик к задачам, для которых они не были разработаны изначально позволит перенять имеющийся опыт, а так же провести тонкую настройку модели под конкретную постановку, что должно привести к улучшению качества. Некоторые авторы предлагают пути упрощения модели с целью ускорить процесс получения результата без значительной потери его качества. Примером подобной эвристики

является двухступенчатая схема, представленная в [1]. В работе проводится анализ других способов упрощения модели и сравнительная оценка результатов.

## 2 Описание имеющихся данных

Так как авторы статьи поставили одной из своих целью собрать различные варианты постановок задач планирования из разных предметных областей, то в первую очередь необходимо эти задачи описать. Что есть задача автоматического планирования? Пусть описан некоторый процесс производства продукта в виде последовательности операций, которые необходимо произвести с имеющимися прекурсорами.

**Определение 1. Прекурсор** — вещество, имеющееся изначально на складе, из которого будут произведены все требуемые продукты. Также **промежуточным прекурсором** будем называть вещество, получаемое после некоторых этапов производства, но не требуемое для получения в финале.

В описание задачи входят описания всех прекурсоров, описание производственных узлов — сущностей, способных проводить реакции и описания рецептов приготовления промежуточных прекурсоров и финальных продуктов. Рецепт представляет собой описание одной операции: сколько нужно обрабатывать, на каком оборудовании и какие прекурсоры в какой пропорции, чтобы получить продукт.

Вещества разрешается хранить на складе, который описывается максимальной вместимостью. Некоторые вещества, возможно, хранить нельзя вовсе.

В данной работе рассматривается только **пакетное производство**. В этом случае на узел подаётся пакет некоторого размера и обрабатывается. Продуктом является пакет вещества-продукта. Для каждого узла известен максимальный и минимальный размер пакета, который можно подать. Этот подход является альтернативным к **непрерывному производству**, где узлы оперируют с непрерывными потоками данных, но это требует другого подхода к созданию моделей, и поэтому не рассматривается для перекрёстного запуска моделей.

В зависимости от задачи, время обработки пакета может как зависеть, так и не зависеть от его размера. В дальнейшем мы опишем, какие модели способны работать с неравными временами обработки пакета и насколько изменится время получения расписания.

Об оборудовании может быть известно время, необходимое для его настройки в начале производства, выключение в конце и очистку/перенастройку между запусками. О важности этих ограничений написано в [2], где помимо этого присутствуют данные о реальном процессе производства йогуртов. Будет изучено, как добавление этих ограничений влияет на скорость и сложность модели.

Зададимся вопросом о том, что есть хорошее расписание? Этот вопрос сводится к тому, какие величины входят в целевую функцию. В [3] описаны несколько видов целевой функции: общее время работы системы перед получением требуемых продуктов, разного рода стоимости (стоимости запуска узлов, хранения продуктов и др.), максимизация выгоды от продажи продуктов. Частью поставленного исследования является изучение влияния целевой функции на время получения расписания и его качество.

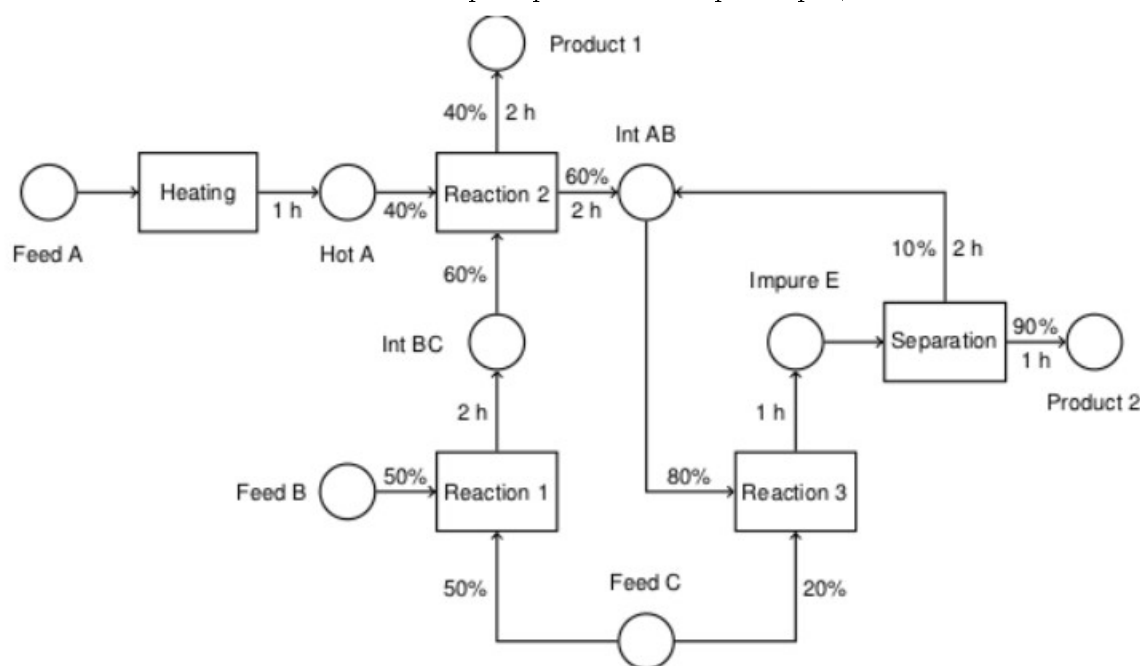
Процессы, в зависимости от их структуры делятся на две большие группы: последовательные и сетевые.

**Определение 2. Последовательный процесс** — процесс, который может быть разделён на несколько стадий, упорядоченных во времени, и пакеты передаются на произ-

водство только от предыдущей стадии к следующей. В зависимости от числа стадий эти процессы делятся на **одноступенчатые** и **многоступенчатые**.

Собственно, **сетевой** процесс — это тот процесс, что не является последовательным. Как будет показано далее, сетевые процессы являются более общими, но и более сложными для моделирования.

Рис. 1 Пример STN некоторого процесса



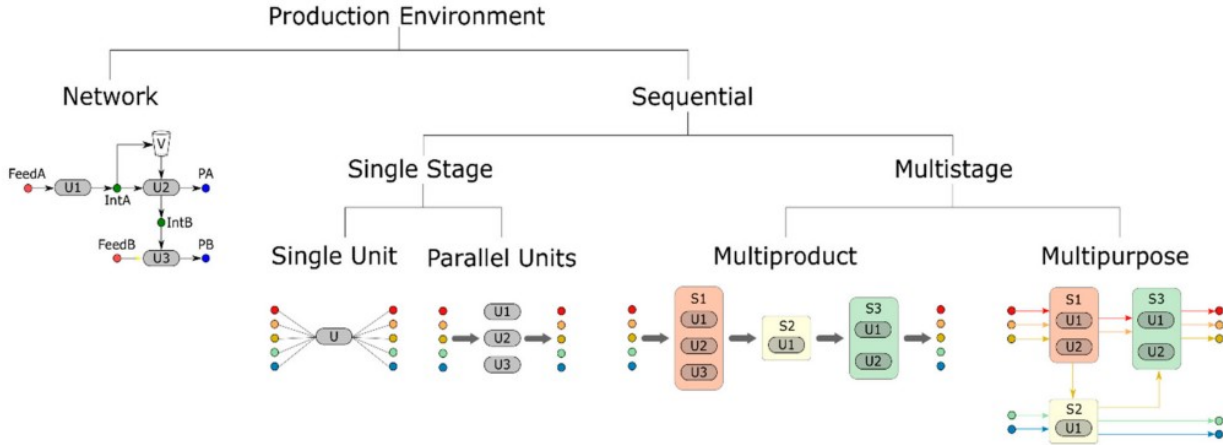
Процессы (в особенности сетевые) удобно представлять себе в виде графов состояний (STN), впервые предложенных в работе [6]. Пример такого графа можно видеть на рисунке 1. Круглыми вершинами обозначаются склады веществ, прямоугольными — задачи, а рёбрами — поток материала (число над ребром — процент вещества в пакете).

Классификация 2 взята из [3] где она является более подробной, но в этой статье параллелизм и наличие многих продуктов/прекурсоров являются параметрами модели. Основной вопрос состоит в том, как переход от последовательных процессов к сетевым изменяет модель и какие методы, изобретённые для последовательных моделей применимы к сетевым и наоборот.

### 3 Описание моделей

Моделью в рамках данной работы будем называть задачу смешанного целочисленного линейного программирования в общей форме. На данном этапе необходимо закодировать решения, принимаемые системой составления расписаний в переменные, которые будут называться **решающими переменными**. Далее  $T$  будет обозначать множество промежутков времени и переменные, с ним связанные. Другими большими латинскими буквами (с индексами) будут обозначаться непрерывные решающие переменные, малыми — бинарные решающие переменные и индексы (в некоторых моделях бинарные переменные и являются своеобразными «индексами» того, что какое-то утверждение верно или нет). Также большими буквами будут обозначаться параметры модели и их множества. Строч-

Рис. 2 Классификация процессов



ные греческие буквы по умолчанию означают разные затраты, сопровождающие процесс (в моделях, где они присутствуют).

Опишем все обозначения, которые будут встречаться в эксперименте.

#### 1. Множества:

- $U$  — множество производственных узлов. Индексы у этого множества означают:
  - $U_j$  — узлы, способные производить задачу  $j \in J$ .
- $P$  — множество продуктов (как прекурсоры, так и те, что получаются в процессе реакций). Индексы у этого множества означают:
  - $P_j^{in}$  — продукты, потребляемые задачей  $j \in J$ .
  - $P_j^{out}$  — продукты, производимые задачей  $j \in J$ .
  - $P^*$  — продукты, которые надо произвести к концу (заказ).
- $T$  — множество временных промежутков
- $J$  — множество задач (задача есть производство некоторого вещества по его рецепту). Индексы у этого множества означают:
  - $J_p^{in}$  — задачи, потребляющие продукт  $p \in P$ .
  - $J_p^{out}$  — задачи, производящие продукт  $p \in P$ .
  - $J^u$  — задачи, которые могут быть произведены на узле  $u \in U$ .

#### 2. Параметры:

- $B_u^{min}, B_u^{max}$  — минимальный и максимальный размеры пакета для запуска узла  $u \in U$ .
- $S_p^{max}$  — максимальное количество продукта  $p \in P$ , которое может находиться на складе в любой момент времени.
- $D_p$  — внешние требования на производство продукта  $p \in P^*$ .
- $I_p$  — изначальное количество продукта  $p \in P$  на складе.
- $T_{u,j}$  — время работы задачи  $j \in J$  на узле  $u \in U$ . По умолчанию считается, что время исполнения задачи не зависит от размера пакета. Будут рассмотрены случаи, в которых время может зависеть от размера пакета, в таком случае этот параметр значит «время работы за килограмм входных веществ».
- $Q_{p,j}^{in}, Q_{p,j}^{out}$  — пропорции входного/выходного продукта  $p \in P$  в пакете в рецепте задачи  $j \in J$  в случае мультипотребления/мультипроизводства.

- $\theta_u$  — стоимость запуска оборудования  $u \in U$  за единицу времени.
- $\psi_p$  — стоимость хранения продукта  $p \in P$  на складе.
- $\eta_{p,u}$  — стоимость производства продукта  $p \in P$  на узле  $u \in U$  за килограмм.

В моделях будут рассматриваться две целевые функции:

1.

$$\min MS$$

$$s.t.$$

$$MS \leq T_{u,i} \forall u \in U, i \in \mathbb{N}$$

Минимизация общего времени выполнения (makespan) при условиях, что оно больше, чем время окончания каждого запуска каждого узла. В зависимости от представления времени в модели величина справа будет по-разному выражаться из переменных.

2.

$$\min \sum_{p \in P, j \in J_p^{out}, u \in U, n \in \mathbb{N}} \eta_{p,u} Q_{p,j}^{out} B_{j,n} + \sum_{j \in J, u \in U, n \in \mathbb{N}} T_{u,j} * \theta_u * x_{u,j,n} + \sum_{p \in P, t \in T} S_{p,j,t}$$

$$s.t.$$

$$S_{p,j,t} = \sum_{j \in J_p^{out}, Tu, j \leq t} B_{p,j,n} - \sum_{j \in J_p^{in}, Tu, j \leq t} B_{p,j,n}$$

$$B_u^{min} \leq B_{p,j,n} \leq B_u^{max}$$

$$\forall p \in P, j \in J_p^{out}, u \in U, n \in \mathbb{N}$$

Минимизация стоимости производства, в которую входит стоимость работы узлов за время, стоимость производства продуктов за массу и стоимость хранения продуктов. Параметры  $B_{j,n}$  — размер пакета, подаваемого на вход  $n$ -того запуска задачи  $j$ ,  $x_{u,j,n}$  — индикатор того, что  $n$ -тый запуск задачи  $j$  совершился на узле  $u$  будут считаться в каждой модели по-своему (данные уравнения отражают суть целевых функций и будут отличаться в зависимости от подхода).

3. Минимизация некоторого общего показателя (например, взвешенной суммы), зависящего от стоимости издержек и временных затрат.

## 4 Модели

### 4.1 Базовая модель с дискретным временем

Для начала опишем ещё одну классификацию рассматриваемых моделей. Как было описано ранее, от алгоритма ожидаются ответы на два основных вопроса: Когда запускать задачи на узлах и какое количество вещества подавать на вход. Размер пакета кодируется достаточно просто — это переменная непрерывного типа (нет требования на целочисленность). О времени есть два основных подхода, хорошо описанные в [reallife]: моделирование **порядка** запусков на узлах и моделирование фиксированного **времени** начала запуска. Говоря формально, в первом случае вводятся переменные-индикаторы того, что один процесс начинается раньше другого, а потом выбираются времена как непрерывные переменные. Во втором случае временная шкала делится на периоды и вводятся переменные-индикаторы того, что процесс начался в заданный момент. После этого выбираются времена, как непрерывные переменные. Помимо этого, можно классифицировать второй тип дальше: считаем ли мы ширину промежутка фиксированной (между точками на шкале проходит одинаковый период времени) или плавающей (длина промежутка или точное значение момента времени — переменная).

Базовая модель, описываемая в этой части будет принадлежать второму типу: мы поделим заранее шкалу на моменты времени и введём переменные для каждого запуска в каждый момент времени. Эта модель взята из [lpheuristic] и критикуется за большое число переменных в случае плотной временной сетки и низкое качество в случае разряженной.

Опишем переменные детальнее:

1.  $MS$  — общее время работы системы.
2.  $b_{u,j,t}$  — общее количество вещества, потребляемого процессом  $j \in J$  на узле  $u \in U$  в момент времени  $t \in T$ , где  $T$  — натуральные числа некоторого отрезка (времена на шкале). Заранее подбирается константа, являющаяся некоторой оценкой на общее время работы.
3.  $s_{p,t}$  — количество вещества  $p \in P$  на складе в момент времени  $t \in T$ . Считается, что  $s_{p,0}$  даны (начальное состояние складов).
4.  $x_{u,j,t}$  — индикатор того, что задача  $j \in J$  началась на узле  $u \in U$  в момент времени  $t \in T$ .

Опишем ограничения:

1.  $MS \geq x_{u,j,t} + \tau_{u,j} \forall u \in U, j \in J, t \in T$  — общее время работы не меньше, чем время окончания каждого процесса.
2.  $x_{u,j,t} B_u^{min} \leq b_{u,j,t} \leq x_{u,j,t} B_u^{max} \forall u \in U, j \in J, t \in T$  — пакет, потребляемый процессом  $j \in J$  на узле  $u \in U$  лежит между максимальным и минимальным размерами, которые узел может принять. Если процесс не запускается, то вещества он не потребляет.
3.  $s_{p,t} = s_{p,t-1} + \sum_{j \in J_p^{out}, u \in U_j, t - \tau_{u,j} \geq 1} Q_{p,j}^{out} b_{u,j,t} - \sum_{j \in J_p^{in}, u \in U_j, t \geq 1} Q_{p,j}^{in} b_{u,j,t} \forall t \geq 1, p \in P$  — уравнения баланса склада. Количество вещества в момент времени  $t$  есть количество вещества в момент  $t - 1$  плюс то, что успели к этому моменту произвести, минус количество, которое потребляют начатые процессы.
4.  $0 \leq s_{p,t} \leq S_p^{max}$  — ограничения на объем хранящихся на складе веществ.
5.  $\sum_{j \in U_j, t' \in [t - \tau_{u,j}, t] x_{u,j,t'}} \leq 1 \forall t \in T, u \in U$  — ограничения одновременности. В момент времени  $t$  узел  $u$  выполняет не более одной задачи.
6.  $s_{p,0} = I_p \forall p \in P$  — начальное состояние складов.
7.  $s_{p,max(T)} = D_p \forall p \in P$  — требование на заказ.

При использовании этого подхода к процессу, изображенному на диаграмме 1 и данных, описанных в [5] было получено 20860 решающих переменных.

## 5 Заключение

Желательно, чтобы этот раздел был, причём он не должен дословно повторять аннотацию. Обычно здесь отмечают, каких результатов удалось добиться, какие проблемы остались открытыми.

## Литература

- [1] F. Blomer, H.-O. Gunther LP-based heuristics for scheduling chemical batch processes, 2010 International Journal of Production Research, 38:5, 1029-1051 doi: <http://dx.doi.org/10.1080/002075400189004>.
- [2] Georgios P. Georgiadis, Georgios M. Kopanos, Antonis Karkaris, Harris Ksafopoulos and Michael C. Georgiadis Optimal Production Scheduling in the Dairy Industries, 2019 Industrial &

- Engineering Chemistry Research 58 (16), 6537-6550 doi: <http://dx.doi.org/10.1021/acs.iecr.8b05710>.
- [3] *Georgiadis, Georgios P. and Elekidis, Apostolos P. and Georgiadis, Michael C.* Optimization-Based Scheduling for the Process Industries: From Theory to Real-Life Industrial Applications, 2019 Industrial & Engineering Chemistry Research 58 (16), 6537-6550 doi: <http://dx.doi.org/10.3390/pr7070438>.
- [4] *Siqun Wang, Monique Guignard* Hybridizing Discrete- and Continuous-Time Models For Batch Sizing and Scheduling Problems, 2006 Computers & Operations Research Volume 33, Issue 4 doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2004.11.013>.
- [5] *Christos T. Maravelias and Ignacio E. Grossmann* Minimization of the Makespan with a Discrete-Time State-Task Network Formulation, 2003 Industrial & Engineering Chemistry Research doi: <http://dx.doi.org/10.1021/ie034053b>.
- [6] *E.Kondili, C.C.Pantelides, R.W.H.Sargent* A general algorithm for short-term scheduling of batch operations—I. MILP formulation, 1993 Computers & Chemical Engineering doi: [http://dx.doi.org/10.1021/ie034053b10.1016/0098-1354\(93\)80015-F](http://dx.doi.org/10.1021/ie034053b10.1016/0098-1354(93)80015-F).

*Поступила в редакцию*