# Поиск границ радужки методом круговых проекций

А. А. Баженов, И. А. Матвеев

bazhenov.aa@phystech.edu; ivanmatveev@mail.ru

В работе решается задача нахождения границ радужки глаза по изображению и примерной позиции зрачка. Для нахождения границ используются нейронные сети. Для понижения размерности используется метод круговых проекций яркости. Круговые проекции — интегралы градиента яркости изображения по концентрическим окружностям. Искомые границы соответствуют локальным максимумам зависимости круговой проекции яркости от радиуса. Зависимость непрерывная и имеет два ярко выраженных максимума и шумовую компоненту. Поэтому для анализа проекций используются методы, разработанные для анализа временных рядов. Для проверки качества работы алгоритма используется датасет ND-IRIS.

Ключевые слова: круговые проекции, радужка, понижение размерности

### 1 Введение

4

20

22

23

24

25

26

28

В работе рассматривается один из этапов идентификации человека по радужке, опиз санной в [1, 2]. Распознавание требует предварительную сегментацию изображения глаза.

В [3] описан алгоритм сегментации глаза. Упрощенная схема работы алгоритма:

- 5 1. Нахождение центра зрачка. Расстояние между найденным и истинным центрами не превышает половину радиуса зрачка.
- 7 2. Нахождение приблизительных границ зрачка и радужки. На этом этапе границы пред-8 ставляются окружностями, центры которых совпадают с найденным на предыдущем 9 этапе центром зрачка. Отличие найденного и истинного радиусов не превышает 10%.
- 10 3. Уточнение найденных ранее центра и границ.

11 Для реализации второго этапа в [3,4] предлагается использовать метод круговых проекций 12 яркости с последующим эвристическим выбором наиболее подходящих радиусов.

13 **Определение 1.** *Круговой проекцией яркости* называется интеграл градиента яркости по дуге окружности.

15 В [4] высказывается предположение, что радиус границы является точкой локального максимума круговой проекции яркости. Однако, неоднородности изображения создают большое число точек локального максимума. В [4] проблема решена эвристическим выбором из локальных максимумов. Такое решение показывает неусточивость к шумовым факторам, например, к теням от ресниц.

Данная работа рассматривает возможные замены эвристическому выбору. Зависимость круговой проекции от радиуса окружности похожа на временной ряд. Исходя из этого, используются методы, предложенные в [5] для обработки временных рядов: реккурентные и сверточные нейронные сети. Модели сравниваются с полносвязной нейронной сетью. В результате многократного повторения процедуры обучения моделей, выявлено, что рекуррентная и сверточная сеть более подвержены случайностям ,чем полносвязная модель, но показывают лучшую точность.

# 2 Постановка задачи

## 2.1 Система нахождения границ радужки

Рассматриваются данные в виде растрового изображения глаза M. Изображение предзо ставляет из себя зрачок — круг с центром в точке  $\begin{bmatrix} P_x & P_y \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$  и радиусом  $P_{\mathsf{R}}$ , окруженный 36

41

47

50

51

52

54

57

радужкой — кругом с центром в точке  $\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix}^\intercal$  и радиусом  $I_R$ , часть которого может отсутствовать на изображении. В дальнейшем будем называть  $P_R$  радиусом границы зрачка, а  $I_R - paduycom$  границы радужки. Помимо зрачка и радужки, на изображении присутсвуют посторонние элементы.

ы **Определение 2.** Система нахождения границ радужки — это отображение

$$f \colon M \mapsto \left[ \widehat{P}_{R} \ \widehat{I}_{R} \right]^{\mathsf{T}}.$$

В работе рассматривается задача приблизительного нахождения границ, поэтому малые отклонения результата работы системы от истинного значения не должны штрафоваться, а большие отклонения должны штрафоваться сильно. Рассматривается кусочно-линейная функция

$$h_{\alpha,\beta}(t) = \begin{cases} 0, & t < \alpha, \\ t - \alpha, & \alpha \le t < \beta, \\ (\beta - \alpha) + 5 \cdot (t - \beta), & t > \beta. \end{cases}$$

42 Используемая в работе функция потерь — результат композиции функции  $h_{\alpha,\beta}$  и функции 43 относительного отклонения

$$L_{\alpha,\beta}(x,y) = h_{\alpha,\beta}\left(\frac{|x-y|}{y}\right).$$

45 По экспертным соображениям, были выбраны значения  $\alpha=0.1$  и  $\beta=0.2$ . Рассматривается 3адача оптимизации

$$\sum_{i=1}^{n} \left[ L_{\alpha,\beta} \left( \widehat{P}_{R}(i), P_{R}(i) \right) + L_{\alpha,\beta} \left( \widehat{I}_{R}(i), I_{R}(i) \right) \right] \to \min_{f \in \mathcal{F}}, \tag{1}$$

вид множества допустимых моделей  ${\cal F}$  описывается в разделе 2.3.

#### 49 2.2 Метод круговых проекций

Обозначим  $\mathbf{x} = (x, y)$  — точку на изображении,  $b(\mathbf{x})$  — яркость изображения в этой точке,  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \nabla b(\mathbf{x})$  — градиент яркости. Согласно предположению, указанному в статье [4], точки, лежащие на границе радужки либо зрачка, должны удовлетворять условию, описываемому индикаторной функцией:

$$v_U(oldsymbol{x}) = egin{cases} 1, & \|oldsymbol{g}\| > T_1 \ \mathrm{id} \ rac{(oldsymbol{x}, oldsymbol{g})}{\|oldsymbol{x}\| \cdot \|oldsymbol{g}\|} > T_2 \ \mathrm{id} \ oldsymbol{x} \in U, \ 0, & \mathrm{uhave}. \end{cases}$$

Выбор пороговых значений  $T_1$  и  $T_2$  описан в [4]. Множество U — квадрант, то есть одно из множеств точек плоскости:

$$U = \begin{cases} L: & |x| > |y| \text{ if } x < 0, \\ R: & |x| > |y| \text{ if } x > 0, \\ B: & |x| \le |y| \text{ if } y < 0, \\ T: & |x| \le |y| \text{ if } y > 0. \end{cases}$$

При условии отсутствия неоднородностей на изображении глаза в граничных точках будет выполнено  $v_U(\boldsymbol{x})=1$ , в остальных будет выполнено  $v_U(\boldsymbol{x})=0$ . При применении же

63

69

70

74

77

78

79

80

81

83

60 к реальным изображениям возможны двусторонние ошибки:  $v_U(\boldsymbol{x}) = 1$  для неграничной точки,  $v_U(\boldsymbol{x}) = 0$  для граничной точки. В первом приближении считается, что неоднородности не имеют структуры, значит события

$$A_{x} = \{$$
при классификации точки  $x$  произошла ошибка $\}$ 

64 независимы. Тогда при усреднении индикаторов  $v_U(\boldsymbol{x})$  по контуру предполагаемой грани-65 цы вероятность ошибки классификации уменьшается. Такое усреднение выражается через 66 дискретный случай определения 1:

67 **Определение 3.** *Круговая проекция яркости* — нормированная сумма индикаторных 68 величин

$$\Pi_U(r) = \frac{1}{2\pi r} \sum_{r-0.5 < ||x|| < r+0.5} v_U(x).$$

### 2.3 Ограничение на множество моделей

Рассмотрим задачу нахождения радиусов границ радужки и зрачка при известном приблизительном положении центра зрачка. Обозначим  $\Pi_U$  — вектор значений круговых проекций яркости:

$$\Pi_U = \begin{bmatrix} \Pi_U(1) & \dots & \Pi_U(r_{\text{max}}) \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}.$$

75 Обработку посчитанных значений проводится при помощи нейронной сети, то есть мно-76 жество допустимых моделей имеет вид:

$$\mathcal{F} = \{ f = \sigma_k \left( \mathbf{W}_k^{\mathsf{T}} \sigma_{k-1} \left( \dots \sigma_1 \left( \mathbf{W}_1^{\mathsf{T}} \Pi_U \right) \dots \right) \right) \}.$$

При фиксированной архитектуре нейронной сети, то есть при фиксированных k и функциях активации  $\sigma_1, \ldots, \sigma_k$  решается задача оптимизации среднеквадратичного отклонения

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[ \left( \widehat{P}_{R}(i) - P_{R}(i) \right)^{2} + \left( \widehat{I}_{R}(i) - I_{R}(i) \right)^{2} \right] \to \min_{W_{1}, \dots, W_{k}}. \tag{2}$$

# 3 Нахождение радиусов границ

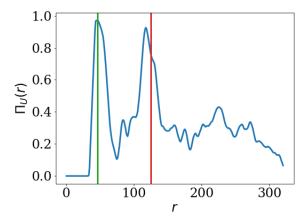


Рис. 1 Круговые проекции яркости для одного из изображений

Пусть считается известной зависимость значения круговой проекции яркости от радиуса  $\Pi_U(r)$ . Рассмотрим некоторые значения радиусов  $r_1$  и  $r_2$ . Исходя из определения 3 делается предположение:

**Гипотеза 1.** Если выполнено неравенство  $\Pi_U(r_1) > \Pi_U(r_2)$ , то вероятность наличия круговой границы радиуса  $r_1$  больше, чем вероятность наличия границы радиуса  $r_2$ .

На рис. 1 представлена зависимость круговой проекции яркости от радиуса окружности для изображения из выборки ND-IRIS. Реальные значения радиусов не совпадают с точками максимумов, поэтому гипотеза 1 не верна. Однако, пики зависимости не покрывают значения радиусов границ. Отсюда вытекает гипотеза 2.

**Гипотеза 2.** Пусть  $r^*$  — радиус круговой границы. Тогда существует такая случайная величина  $\xi$  , что

$$r^* = \arg \log \max_r \Pi_U(r) + \xi, \quad \mathsf{E}\xi = 0.$$

При работе в предположении верности гипотезы 2, задача сводится к поиску двух локальных максимумов зависимости. Окрестности максимумов также содержат информацию, обработка которой позволяет уточнить значения радиусов. Обработка круговых проекций яркости схожа с задачей выделения аномалий из непрерывной зависимости, поэтому в работе применяются нейронные сети, предложенные в [5] для обработки врменных рядов: сверточные и рекуррентные нейронные сети.

### 3.1 Сверточная нейронная сеть

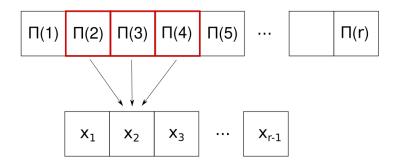


Рис. 2 Схема обработки данных в сверточном слое

Круговые проекции яркости обрабатываются путем многократного применения линейных фильтров с обучаемыми коэффициентами, называемых сверточными слоями. Схема работы сверточного слоя показана на рис. 2. Линейный фильтр позволяет выявлять соотношения между соседними элементами вектора проекций, в частности выделять экстремумы зависимости  $\Pi_U(r)$ . При этом число обучаемых параметров сверточного слоя не зависит от размера входных данных, что уменьшает число обучаемых параметров в сравнении с полносвязным слоем. Полученные многократным применением сверток данные обрабатываются при помощи полносвязного слоя, число параметров в котором меньше, чем при применении полносвязного слоя к изначальным данным.

#### 3.2 Рекуррентная нейронная сеть

Круговые проекции обрабатываются последовательно. При применении к входным данным преобразований, генерируются выходные данные и *скрытое состояние сети*  $H \in \mathbb{R}^d$ . Скрытое состояние используется при обработке следующих элементов последовательности  $\Pi_U$ , что позволяет выделять экстремумы и обрабатывать их окрестности.

16 Для последующей обработки используются как получившаяся последовательность скры-17 тых состояний, так и новая последовательность данных.

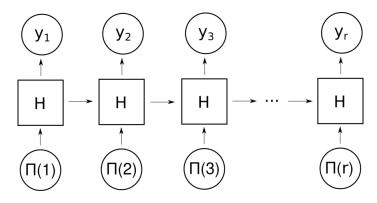


Рис. 3 Схема обработки данных в рекуррентной сети

## 4 Вычислительный эксперимент

Проведение эксперимента заключается в оптимизации модели нейронной сети и последующем ее тестировании. Выборка изображений разделяется на три части: обучающую, валидационную и тестовую, размер которых относится как 4:1:1. Для всех изображений считаются круговые проекции яркости, считающиеся в дальнейшем исходными данными. Для каждой из архитектур, представленных в предыдущем пункте, а также для полносвязной модели решается задача оптимизации (2). Затем полученные модели сравниваются по значению функционала (1).

#### Цель эксперимента

119

120

121

122

123

124

125

126

129

130

133

134

135

136

137

138

139

140

141

142

143

Целью эксперимента является выявление наилучшей архитектуры по следующим па раметрам:

- 1. Качество решения задачи (1);
- 2. Устойчивость к малым изменениям исходных данных;
- 3. Скорость работы алгоритма. Алгоритм должен позволять обрабытывать видеопоток с частотой кадров не менее 30 кадров в секунду.

#### Ход эксперимента

Применялся алгоритм оптимизации Adam [6]. Параметры алгоритма подбирались так, чтобы значения функционалов MSE и MAPE показывали уменьшение на обучающей и валидационной выборках. Значение параметра learning rate уменьшалось каждые несколько итераций обучения для достижения лучшего качества моделей. Метрики для единичного запуска эксперимента для одной из сверточных моделей показаны на графике 4. Графики для всех моделей находятся в репозитории проекта.

#### Анализ ошибки

Было проведено 50 независимых запусков эксперимента. Полученные в результате доверительные интервалы ошибки отражены на графике 5.

Для каждого запуска эксперимента было посчитано итоговое качество на тестовой выборке. Результаты отображены в таблице 1. По результатам эксперимента, реккурентная и сверточная модели показывают большую точность, чем полносвязная модель.

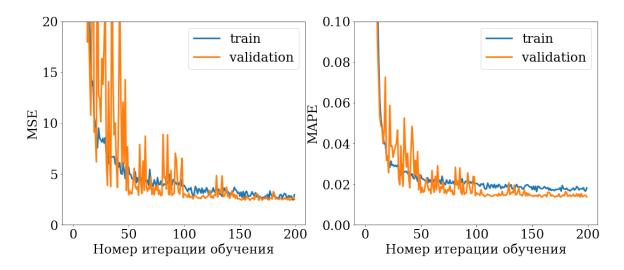


Рис. 4 Кривые обучения для сверточной модели

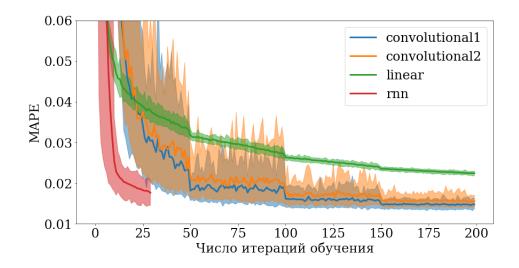


Рис. 5 Доверительный интервал ошибки на валидационной выборке

Таблина 1 Ошибка на тестовой выборке

таолица г Ошиока на тестовои выоорке			
Архитектура	Число параметров	Средняя ошибка, %	Доверительный интервал
Полносвязная	166402	2,21	2,15-2,24
Сверточная	56831	1,39	1,32-1,47
Сверточная	17655	1,48	1,39-1,58
Реккурентная	14962	1,77	1,45-2,05

### 5 Заключение

146

169

Для решения задачи нахождения границ радужки используются метод круговых проекций и нейронные сети. В результате было выявлено, что нейронные сети, созданные для обработки временных рядов, показывают точность, достаточную для первого приближения, то есть превосходящую 10%. Применение методов, разработанных для анализа временных рядов, позволило получить большую точность, чем применение полносвязной модели, что подтверждает схожесть круговых проекций яркости и других

## 153 Литература

- [1] A. Nithya, C. Lakshmi Iris Recognition Techniques: A Literature Survey // International Journal
  of Applied Engineering Research, 2015
- [2] K. Bowyer, K. Hollingsworth, and P. Flynn Image Understanding for Iris Biometrics: A Survey //
  Computer Vision and Image Understanding, 2008. Vol. 110. № 2. pp. 281–307
- [3] K. A. Gankin, A. N. Gneushev, and I. A. Matveev Iris image segmentation based on approximate methods with subsequent refinements // Journal of Computer and Systems Sciences International,
  2014. Vol. 53. № 2. pp. 224–238. doi: http://dx.doi.org/10.1134/S1064230714020099.
- [4] I. A. Matveev Detection of iris in image by interrelated maxima of brightness gradient projections // Appl. Comput. Math., 2010. Vol. 9. № 2. pp. 252–257.
- [5] B. Lim, S. Zohren Time-series forecasting with deep learning: a survey // Philosophical
  Transactions of the Royal Society, A 379: 20200209. doi: http://dx.doi.org/10.1098/rsta.
  2020.0209
- 166 [6] D. P. Kingma, J. L. Ba Adam: A Method for Stohastic Optimization // ICLR 2015
- 167 [7] Исходный код проекта. URL: https://github.com/Intelligent-Systems-Phystech/ 168 2021-Project88/

Поступила в редакцию