

Восстановление траектории движения руки по видео

Владимиров Эдуард Анатольевич

Московский физико-технический институт

Курс: Моя первая научная статья

Эксперт: Р. В. Исаченко

Консультанты: А. Д. Курдюкова

2022

Цель исследования

Задача

Обобщение методов канонического корреляционного анализа с помощью метода Сугихары.

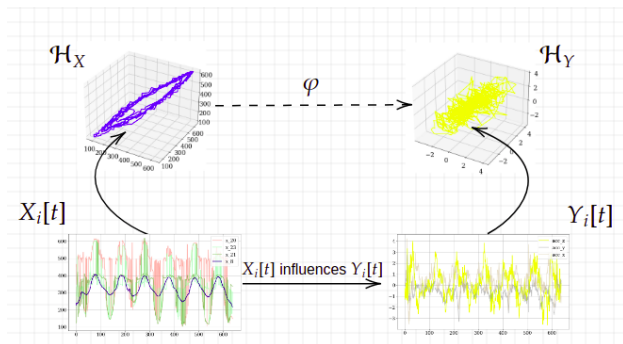
Проблема

Получение траекторного пространства по временному ряду и выбор метрики для ССМ

Решение

Построение матрицы сдвигов по временному ряду и обучение представления фазового пространства.

Методы понижения размерности и метод Сугихары



$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} X \\ n \times d \end{array} & \xrightarrow{f} & \begin{array}{c} Y \\ n \times t \end{array} \\
 \begin{array}{c} \uparrow \\ A \end{array} & & \begin{array}{c} \uparrow \\ B \end{array} \\
 \begin{array}{c} T \\ n \times K \end{array} & \begin{array}{c} \xleftarrow{\text{cov/corr}} \\ P^T \quad Q^T \end{array} & \begin{array}{c} U \\ n \times K \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 T &= XA, \quad X = TP^T \\
 U &= YB, \quad Y = UQ^T
 \end{aligned}$$

$$\varphi : x_{t_0} \mapsto \widehat{y}_{t_0} = \sum_{i=1}^k w_i y_{t_i}$$

1. Edward De Brouwer, Adam Arany, Jaak Simm, and Yves Moreau. Latent convergent cross mapping. In International Conference on Learning Representations, 2020
2. Ricky TQ Chen, Yulia Rubanova, Jesse Bettencourt, and David K Duvenaud. Neural ordinary differential equations. Advances in neural information processing systems, 31, 2018
3. Farukh Yur'evich Yaushev, Roman Vladimirovich Isachenko, and Vadim Strijov. Concordant models for latent space projections in forecasting. Sistemy i Sredstva Informatiki [Systems and Means of Informatics], 31(1):4–16, 2021.

Метод Сугихары

- Траекторная матрица

$$\mathbf{H}_x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{n-N+1} \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{n-N+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N & x_{N+1} & \dots & x_n \end{bmatrix}$$

- Определение отображения φ между траекторными пространствами

$$\varphi : x_0 \mapsto \hat{z}_0 = \sum_{i=1}^k w_i z_{t_i}, \quad w_i = \frac{u_i}{\sum_{j=1}^k u_j}, \quad u_i = \exp(-\|x_0 - x_{t_i}\|).$$

- Связанные временные ряды

$$\rho_{\mathbb{H}_z}(\phi(x_i), \phi(x_j)) \leq C \rho_{\mathbb{H}_x}(x_i, x_j) \quad x_i, x_j \in \mathbb{H}_x$$

Предсказательная модель SMap

- Пусть задана обучающая выборка

$$\mathfrak{D} = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, d\} = (X, y).$$

- В одномерном случае:

$$x_i = [x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+N-1}]^T, \quad y_i = x_{i+N}.$$

- Каждому $x_i \in X \setminus \{x_{t_0}\}$ сопоставим:

$$w_i = \exp \left(- \frac{\theta \cdot \|x_i - x_{t_0}\|}{\frac{1}{d-1} \sum_{j=1, j \neq t_0}^d \|x_j - x_{t_0}\|} \right).$$

- Для прогнозирования используется авторегрессионная модель порядка $t_0 - 1$:

$$X_{t_0} = \mu + \psi_1 X_{t_0-1} + \dots + \psi_{t_0-1} X_1 + u_{t_0}, \quad u_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad \psi_p \neq 0.$$

Вычислительный эксперимент

Цель

Сравнение различных стратегий снижения размерности целевого пространства.

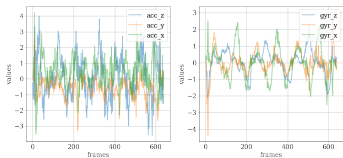


Рис.: Данные приборов

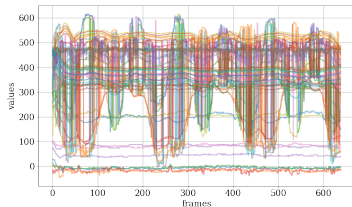


Рис.: Данные видео-кейпоинтов

