
ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ РУКИ ПО ВИДЕО

Владимиров Эдуард
vladimirov.ea@phystech.edu

Курдюкова Антонина
kurdiukova.ad@phystech.edu

Исаченко Роман
roman.isachenko@phystech.edu

Стрижов Вадим
strijov@phystech.edu

29 мая 2022 г.

АННОТАЦИЯ

В работе решается задача прогнозирования временного ряда со сложной структурой. Под сложной структурой понимается наличие нелинейных зависимостей и варьирующийся период. Требуется найти причинно-следственные связи между временными рядами. Для этого предлагается снизить размерность траекторных пространств. В работе предложен новый способ согласованного снижения размерности многомерных временных рядов. Он объединяет метод частичных наименьших квадратов и метод перекрестных отображений Сугихары. Для демонстрации результатов работы решается задача восстановления траектории движения руки по видео.

Ключевые слова: оценка позы · временной ряд · фазовая траектория · траекторное подпространство · сходящееся перекрёстное отображение · частичные наименьшие квадраты

1 Введение

В данной работе решается задача прогнозирования временного ряда на основе других временных рядов. Одна из трудностей задачи заключается в обнаружении связи между временными рядами и исключении несвязанных временных рядов из прогностической модели. Решение этой проблемы повышает её качество.

В данной работе применяется метод сходящегося перекрёстного отображения (convergent cross mapping, CCM) или метод Сугихары [1, 2], который эффективен для временных рядов, порождённых динамической системой. Он основан на сравнении ближайших соседей в траекторном пространстве временного ряда \mathbf{x} , полученных с помощью временного ряда \mathbf{y} .

При построении прогностической модели используется траекторная матрица (или матрица сдвига), описывающая фазовое пространство временного ряда. Например, в методе анализа спектральных компонент (singular spectrum analysis, SSA) [3, 4, 5] прогноз временного ряда основан на спектральном разложении ковариационной матрицы, полученной по траекторной матрице. В ССМ матрицы сдвига используются для проверки наличия липшицева отображения между траекторными пространствами.

Однако размерность траекторного пространства может оказаться чрезмерно высокой, что приводит к неустойчивости прогностической модели. В таком случае необходимо снизить размерность траекторного пространства путём построения проекции фазовой траектории в некоторое подпространство. Для ССМ нет конкретного способа выбрать подпространство, в котором аппроксимируется фазовая траектория. В работе [6] эта проблема решается с помощью сферической регрессии. Согласно этому методу, информация об искомом подпространстве извлекается из множества эмпирических направлений $\{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j \mid i < j\}$, где \mathbf{x}_i — элементы траекторного пространства в сферических координатах. В работе [7] используется автоматический выбор пары главных компонент. Идея заключается в сравнении спектральных плотностей главных компонент. Также используется простой перебор по главным компонентам [8].

Метод проекции в латентное пространство (partial least squares, PLS) [9, 10] отбирает наиболее значимые признаки и строит новые как их линейные комбинации. Это позволяет получить простую, точную и устойчивую прогностическую модель. Наряду с PLS используется метод канонического анализа корреляции (canonical correlation analysis, CCA) [11]. Он похож на PLS за исключением того, что первый метод максимизирует ковариацию между проекциями, а последний — корреляцию. Недостатком этих моделей является их низкая точность при оценивании нелинейных зависимостей между данными. Разработаны нелинейные модели PLS [12] и CCA [13]. В данной статье используется модель PLS-Autoencoder [14], которая преобразует исходные данные с помощью автоэнкодеров.

В теоретической части работы показано, как можно применить метод Сугихары для снижения размерности траекторного пространства и как объединить идеи методов PLS и ССМ. Для осуществления последней цели введена новая метрика согласованности латентных проекций.

В качестве модели для предсказания временного ряда по набору временных рядов используется алгоритм локально взвешенного глобального линейного отображения (sequential locally weighted global linear map, SMap) [15].

Эксперимент проводится на наборе собранных вручную данных. Он представляет собой совокупность ключевых точек, полученных по видео движения человека, а также показания акселерометра и гироскопа, снятые с руки человека. В эксперименте строится прогноз временных рядов, использующий обнаруженные связанные компоненты временных рядов.

2 Постановка задачи

Пусть значения целевого многомерного временного ряда

$$\mathbf{S}_y(t) = [S_y^1(t), \dots, S_y^r(t)]^\top$$

доступны в моменты времени $t = 1, 2, \dots, n$. Предполагается, что на значения $\mathbf{S}_y(t)$ оказывает влияние набор вспомогательных временных рядов $S_x^1(t), \dots, S_x^m(t)$.

Необходимо предсказать значения исходного временного ряда $\mathbf{S}_y(t)$ в моменты времени $n + 1, \dots, n + p$. Предполагается, что значения вспомогательных временных рядов доступны в тот период времени, на который осуществляется предсказание временного ряда $\mathbf{S}_y(t)$.

Для вычисления будущих значений временного ряда требуется определить функциональную зависимость, отражающую связь между прошлыми значениями $\mathbf{S}_y(t)$ и будущими, а также принимающую во внимание влияние вспомогательных временных рядов $S_x^1(t), \dots, S_x^m(t)$.

Опр. 2.1. Моделью прогнозирования с учётом внешних факторов называется функция:

$$\mathbf{S}_y(t) = \mathbf{F}(\mathbf{w}, \mathbf{S}_y(t-1), \dots, S_x^1(t), \dots, S_x^m(t), \dots) + \epsilon_t.$$

Требуется создать такую модель, для которой среднее квадратичное отклонение истинного значения от прогнозируемого стремится к минимальному для заданного p :

$$\hat{E} = \frac{1}{p} \sum_{i=n+1}^{n+p} \|\epsilon_i\|_2^2 \rightarrow \min_{\mathbf{w}}.$$

Особенность данной задачи заключается в том, что размер m набора временных рядов довольно велик и что среди рядов $S_y^1(t), \dots, S_y^m(t)$ есть много сильно скореллированных. Поэтому использование всего набора для прогнозирования временного ряда $S_x(t)$ приводит к низкому качеству прогноза.

Один из способов решения этой проблемы заключается в выборе фиксированного числа временных рядов, оказывающих наибольшее влияние на целевую переменную, с помощью метода ССМ. Для пары временных рядов

$$(S_x^i(t), S_y^j(t)) \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, r$$

он определяет меру воздействия временного ряда $S_x^i(t)$ на целевую переменную $S_y^j(t)$. Далее выбираем временные ряды из набора с максимальной мерой воздействия.

2.1 Метод ССМ

Определим траекторную матрицу временного ряда $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]$ следующим образом:

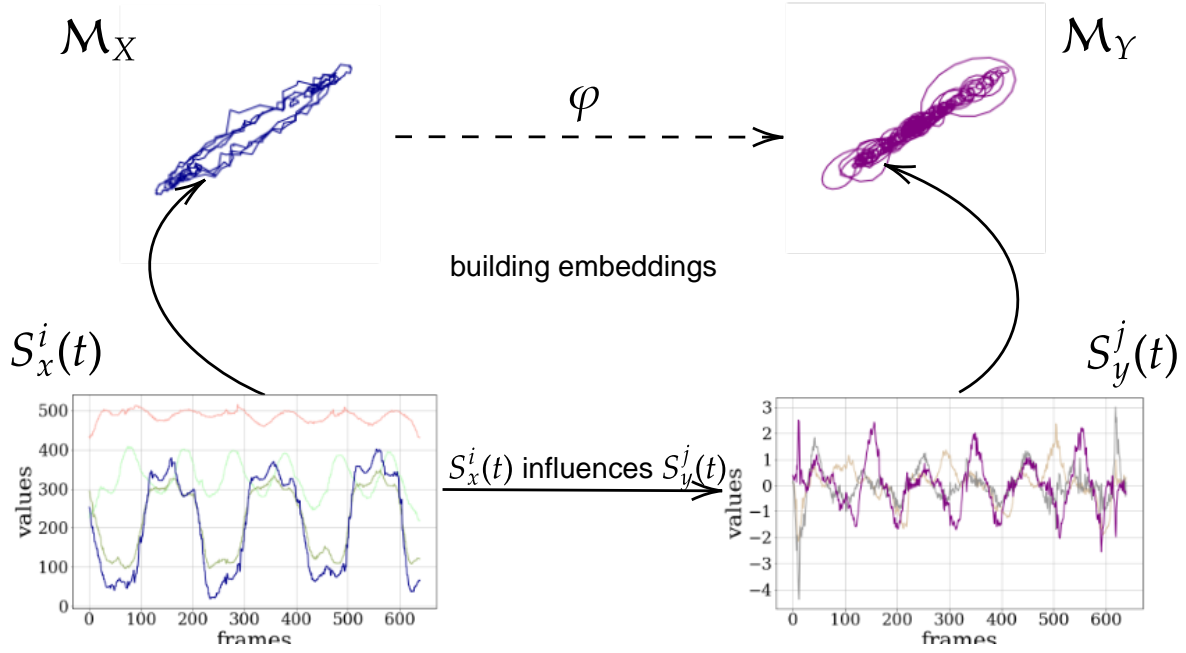


Рис. 1: Применение метода ССМ для выбора наиболее значимых компонент временного ряда

$$\mathbf{H}_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_\tau \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{\tau+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N & x_{N+1} & \dots & x_n \end{bmatrix},$$

где N — число задержек, $\tau = n - N + 1$.

Обозначим i -ый столбец матрицы $\mathbf{H}_{\mathbf{x}}$ за \mathbf{x}_i . Матрица $\mathbf{H}_{\mathbf{x}}$ принимает вид:

$$\mathbf{H}_{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\tau], \quad \mathbf{x}_i = [x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+N-1}]^\top$$

Заметим, что все векторы \mathbf{x}_t принадлежат N -мерному траекторному пространству $\mathbb{H}_{\mathbf{x}} \subseteq \mathbb{R}^N$ ряда \mathbf{x} и образуют фазовую траекторию $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^N$.

Для обнаружения зависимости между временными рядами \mathbf{x} и \mathbf{y} возьмём элемент \mathbf{x}_0 из траекторного пространства $\mathbb{H}_{\mathbf{x}}$ и найдём k ближайших соседей в этом же пространстве. Обозначим их временные индексы (от ближнего к дальнему) t_1, \dots, t_k .

Так как оба временных ряда определены на одной временной оси, то по значению временного ряда \mathbf{x} в момент времени $t_0 \in \{1, \dots, n\}$ можно однозначно получить значение временного ряда \mathbf{y} в тот же момент времени, и наоборот. Введём отображение из $\mathbb{H}_{\mathbf{x}}$ в

\mathbb{H}_y следующим образом:

$$\varphi : \mathbf{x}_0 \mapsto \hat{\mathbf{y}}_0 = \sum_{i=1}^k w_i \mathbf{y}_{t_i}, \quad w_i = \frac{u_i}{\sum_{j=1}^k u_j}, \quad u_i = \exp(-\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{t_i}\|).$$

Опр. 2.2. Временные ряды \mathbf{x} и \mathbf{y} называются **связанными**, если отображение φ является липшицевым:

$$\rho_{\mathbb{H}_y}(\varphi(\mathbf{x}_i), \varphi(\mathbf{x}_j)) \leq C \rho_{\mathbb{H}_x}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in \mathbb{H}_x.$$

Для проверки наличия связанности введём метрическую функцию близости векторов в окрестностях $U_k(\mathbf{x}_{t_0})$ и $U_k(\mathbf{y}_{t_0})$:

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{R(U_k(\mathbf{x}_{t_0}))}{R(U_k(\mathbf{y}_{t_0}))}, \quad R(U_k(\mathbf{x}_{t_0})) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \rho_{\mathbb{H}_x}(\mathbf{x}_{t_0}, \mathbf{x}_{t_i}). \quad (1)$$

Если $L(x, y)$ больше заданного порога $C(n)$, то временной ряд \mathbf{y} зависит от временного ряда \mathbf{x} .

2.2 Метод PLS

Другой способ решения поставленной ранее проблемы заключается в согласованном снижении размерности. Метод частичных наименьших квадратов восстанавливает связь между наборами данных \mathbf{X} и \mathbf{Y} . Матрицы объектов \mathbf{X} и целевая матрица \mathbf{Y} проецируются на латентное пространство \mathbb{R}^l меньшей размерности следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \mathbf{T} \cdot \mathbf{P}^\top + \mathbf{E} \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{U} \cdot \mathbf{Q}^\top + \mathbf{F}, \end{aligned}$$

$\begin{matrix} n \times d & n \times K & K \times d & n \times d \\ n \times s & n \times K & K \times s & n \times s \end{matrix}$

где \mathbf{T} и \mathbf{U} — матрицы описания объектов и исходов в латентном пространстве, \mathbf{P} и \mathbf{Q} — матрицы перехода из латентного пространства в исходное, \mathbf{E} и \mathbf{F} — матрицы остатков.

Псевдокод метода регрессии PLS приведен в алгоритме ???. Алгоритм итеративно на каждом из K шагов вычисляет по одному столбцу $\mathbf{t}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k$ матриц $\mathbf{T}, \mathbf{U}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}$ соответственно. После вычисления следующего набора векторов из матриц \mathbf{X}, \mathbf{Y} вычитаются очередные одноранговые аппроксимации.

Функция преобразования исходных данных имеет вид:

$$f(\mathbf{X}) = \mathbf{X}\mathbf{W}_x \quad g(\mathbf{Y}) = \mathbf{Y}\mathbf{W}_y,$$

где матрицы весов $\mathbf{W}_x \in \mathbb{R}^{d \times K}$ и $\mathbf{W}_y \in \mathbb{R}^{s \times K}$ находятся путём максимизации выборочной ковариации:

$$(\mathbf{W}_x, \mathbf{W}_y) = \operatorname{argmax}_{\mathbf{W}_x, \mathbf{W}_y} \operatorname{Cov}(\mathbf{X}\mathbf{W}_x, \mathbf{Y}\mathbf{W}_y)$$

Для ранее нормированных по столбцам матриц \mathbf{X} и \mathbf{Y} и числа компонент K алгоритм PLS работает следующим образом. Положим $\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}$, $\mathbf{Y}_1 = \mathbf{Y}$. Далее для каждого $k \in [1, K]$:

1. вычисляем $\mathbf{a}_k \in \mathbb{R}^d$ и $\mathbf{b}_k \in \mathbb{R}^s$, первые левые и правые сингулярные вектора матрицы $\mathbf{X}_k^T \mathbf{Y}_k$; из определения следует, что $(\mathbf{a}_k, \mathbf{b}_k) = \underset{\mathbf{a}, \mathbf{b}}{\operatorname{argmax}} \operatorname{Cov}(\mathbf{X}_k \mathbf{a}, \mathbf{Y}_k \mathbf{b})$.
2. проецируем матрицы \mathbf{X}_k и \mathbf{Y}_k на сингулярные вектора: $\mathbf{t}_k = \mathbf{X}_k \mathbf{a}_k$, $\mathbf{u}_k = \mathbf{Y}_k \mathbf{b}_k$.
3. регрессируем матрицу \mathbf{X}_k по вектору \mathbf{t}_k , то есть находим вектор \mathbf{p}_k такой, что матрица $\mathbf{t}_k \mathbf{p}_k^T$ является наилучшим одноранговым приближением матрицы \mathbf{X}_k по норме Фробениуса; делаем то же самое с матрицей \mathbf{Y}_k и вектором \mathbf{u}_k и получаем вектор \mathbf{q}_k .
4. вычитаем из матрицы \mathbf{X}_k её одноранговое приближение из предыдущего шага, обозначим эту матрицу \mathbf{X}_{k+1} ; аналогичным образом получаем матрицу \mathbf{Y}_{k+1} .

Из алгоритма PLS можно получить явный вид матриц \mathbf{W}_x и \mathbf{W}_y . Заметим, что:

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{P}^T \mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{T} \mathbf{P}^T \mathbf{A} + \mathbf{E} \mathbf{A})(\mathbf{P}^T \mathbf{A})^{-1} \approx \mathbf{T},$$

где матрицы \mathbf{A} , \mathbf{P} , \mathbf{T} образованы из столбцов \mathbf{a}_k , \mathbf{p}_k , \mathbf{t}_k соответственно. Аналогично, $\mathbf{Y} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{Q}^T \mathbf{B})^{-1} \approx \mathbf{U}$, где матрицы \mathbf{B} , \mathbf{Q} , \mathbf{U} образованы из столбцов \mathbf{b}_k , \mathbf{q}_k , \mathbf{u}_k соответственно. Таким образом:

$$\mathbf{W}_x = \mathbf{A}(\mathbf{P}^T \mathbf{A})^{-1}, \quad \mathbf{W}_y = \mathbf{B}(\mathbf{Q}^T \mathbf{B})^{-1}.$$

2.3 Методы PLS-Autoencoder и PLS-CCM

Основной минус классического метода PLS заключается в низком качестве при работе с данными, которые имеют сложные нелинейные зависимости. По этой причине были разработаны расширения линейного метода PLS, которые преобразуют входные данные с помощью гладких нелинейных функций.

Одним из таких расширений является метод PLS-Autoencoder. В качестве параметрической функций, которые переводят исходные данные в латентное пространство и обратно, выступают нейронные сети. В данной работе используются многослойные перцептроны.

Функция потерь данной модели имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \lambda_1 \cdot \mathcal{L}_{\text{recov}}^X(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) + \lambda_2 \cdot \mathcal{L}_{\text{recov}}^Y(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) + \lambda_3 \cdot \mathcal{L}_{\text{cons}}(\mathbf{T}, \mathbf{U}), \quad \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0, \\ \mathcal{L}_{\text{recov}}^X(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) &= \|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|_2^2, \quad \text{где } \hat{\mathbf{X}} = \varphi_{\text{dec}}(\varphi_{\text{enc}}(\mathbf{X})), \\ \mathcal{L}_{\text{recov}}^Y(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) &= \|\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}\|_2^2, \quad \text{где } \hat{\mathbf{Y}} = \psi_{\text{dec}}(\psi_{\text{enc}}(\mathbf{Y})), \\ \mathcal{L}_{\text{cons}}(\mathbf{T}, \mathbf{U}) &= \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{n} \operatorname{tr}(\mathbf{U}^T \mathbf{T}_{\text{centered}} \mathbf{T}_{\text{centered}})\right)^2} \end{aligned}$$

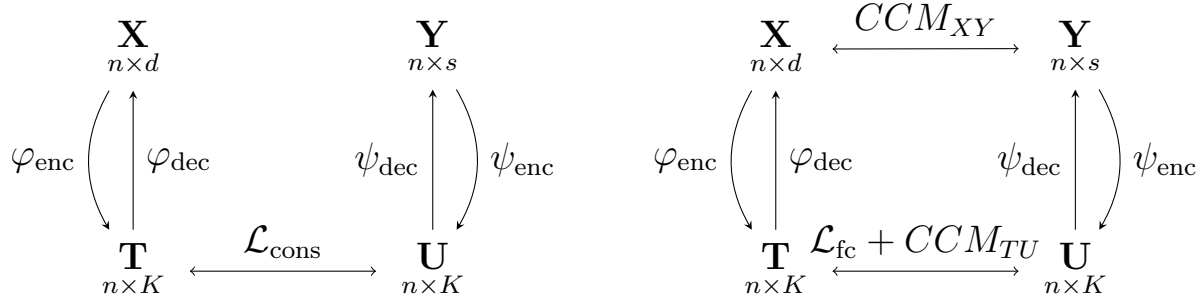


Рис. 2: Слева: PLS-Autoencoder, справа: PLS-CCM

где $\mathcal{L}_{\text{recov}}$ отвечает за то, насколько точно восстанавливаются исходные данные по их проекциям в латентное пространство, а $\mathcal{L}_{\text{cons}}$ отвечает за связанность низкоразмерных латентных представлений.

Стоит подчеркнуть, что $\mathcal{L}_{\text{cons}}$ максимизирует квадрат суммы ковариаций соответствующих признаков, которые являются столбцами матриц \mathbf{T} и \mathbf{U} . Таким образом, этот метод не учитывает согласованность объектов в латентном пространстве, то есть строк матриц \mathbf{T} и \mathbf{U} .

Новый метод PLS-CCM учитывает объектную согласованность с помощью метрических функций из метода CCM. Он является расширением PLS-Autoencoder, только добавляется новая функция потерь:

$$\mathcal{L}_{\text{oc}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{U}, \mathbf{T}) = (\text{CCM}_{XY} - \text{CCM}_{UT})^2,$$

где CCM_{XY} — величина, характеризующая качество аппроксимации \mathbf{y}_n с помощью \mathbf{x}_n , построенной в траекторном пространстве, состоящем из первых $n - 1$ объектов, а CCM_{UT} — та же величина, полученная из матриц \mathbf{U} и \mathbf{T} .

3 Вычислительный эксперимент

Целью эксперимента является сравнение различных методов согласованного снижения размерности пространств. Эти методы применяются для предсказания траектории движения руки по соответствующему видеоряду. Важной частью эксперимента является изучение результатов модели прогнозирования временного ряда, применённой к элементам пространства фазовых траекторий и к элементам траекторного подпространства меньшей размерности.

Данные представляют собой набор видеороликов, на которых выполняются различные движения руки (циклические и хаотические), а также показания акселерометра и гироскопа частотой в 100 Герц, закреплённых на одной из рук. Данные устройств образуют 6-мерный временной ряд: акселерометр и гироскоп показывают изменения значений по осям X, Y, Z. Далее с помощью фреймворка alphapose [16, 17, 18] из видеоряда извлекаются координаты конечностей, а именно 68 ключевых точек. В результате, получается многомерный временной ряд размерности 136, каждая компонента которого

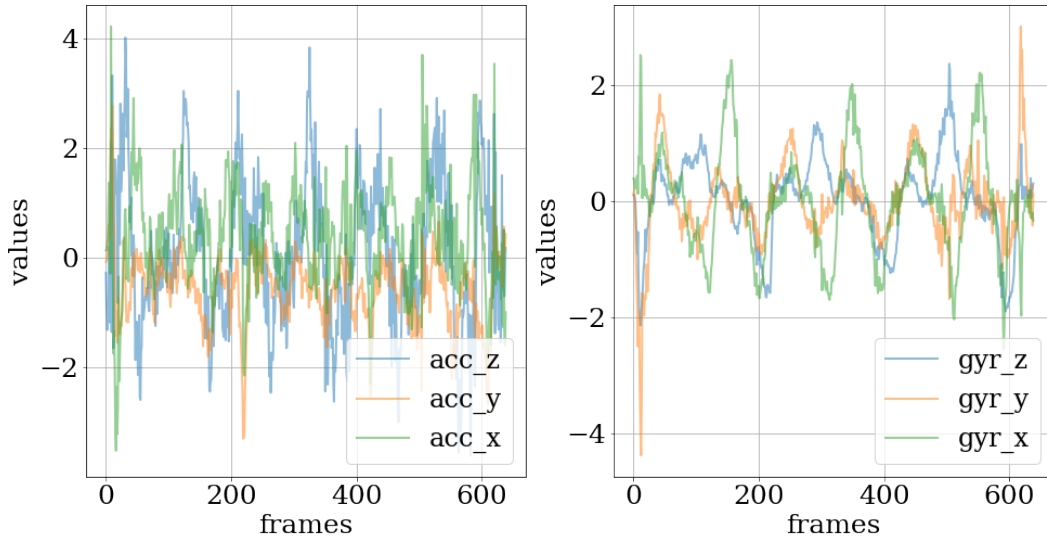
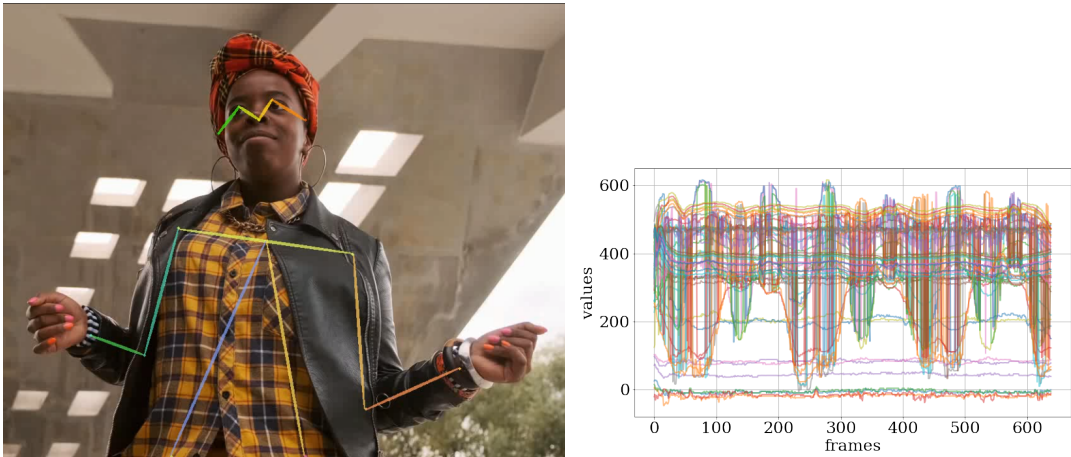


Рис. 3: Данные акселерометра и гироскопа, полученные при движении руки

отражает изменение одной из координат некоторой ключевой точки. После этого полученные многомерные временные ряды приводятся к одной временной шкале с помощью удаления элементов более длинного временного ряда.



(a) Результат работы фреймворка alphapose (b) Данные кейпоинтов, полученные по видео

Рис. 4: Схема обработки видеоряда

4 Анализ ошибки

Для начала сравним качество предсказаний прогностической модели, применённой в траекторном пространстве и его подпространстве. В таблице 1 представлены среднеквадратичная ошибки предсказаний значений акселерометра и гироскопа по каждой из осей и их стандартные отклонения. На ней видно, что прогностическая модель, применённая

Таблица 1: Сравнение ошибки (MSE) предсказательной модели, применённой в траекторном пространстве и в его подпространстве, полученном ССМ

	acc_z	acc_y	acc_x	gyr_z	gyr_y	gyr_x
space	1.053 ± 2.223	0.401 ± 0.833	0.483 ± 0.825	0.084 ± 0.537	0.090 ± 0.094	0.063 ± 0.295
subspace	0.315 ± 0.461	0.043 ± 0.051	0.150 ± 0.177	0.001 ± 0.001	0.015 ± 0.031	0.001 ± 0.003

в траекторном подпространстве, даёт более точные предсказания, поскольку большинство признаков исходного признакового пространства неинформативно и многие из них сильно скореллированы.

Далее, рассмотрим различные методы снижения размерности траекторного пространства. Сравнены 5 методов: ССМ (выбираются К видео-признаков, оказывающих наибольшее воздействие на одно из показаний акселерометра или гироскопа), PLS, ССА, PLS-AE, PLS-CCM. Эти методы применены на двух наборах данных: соответствующим циклическим и произвольным движениям руки. В методах PLS-AE и PLS-CCM в качестве функций кодирования и восстановления взят многослойный перцептрон с функцией активации LeakyReLU,

Таблица 2: Среднеквадратичное отклонение между истинными показаниями устройств и предсказаниями, полученными с помощью одного из методов снижения размерности

Целевой признак \ Метод		Метод				
		CCM	PLS	CCA	PLS-AE	PLS-CCM
cyclic	acc_z	0.400	0.067	0.146	0.065	0.097
	acc_y	0.011	0.045	0.219	0.067	0.066
	acc_x	0.056	0.073	0.092	0.045	0.054
	gyr_z	0.001	0.034	0.105	0.031	0.018
	gyr_y	0.002	0.023	0.010	0.024	0.070
	gyr_x	0.027	0.045	0.196	0.011	0.009
chaotic	acc_z	1.015	0.256	0.405	0.357	0.325
	acc_y	0.547	0.075	0.036	0.155	0.156
	acc_x	0.568	0.382	0.628	0.364	0.324
	gyr_z	0.099	0.066	0.021	0.259	0.127
	gyr_y	0.263	0.032	0.028	0.103	0.172
	gyr_x	0.074	0.039	0.055	0.129	0.298

5 Заключение

В работе предложен метод обобщения методов PLS и ССА с помощью метода Сугихары путём построения эмбедингов и выбора метрики для оценки качества аппроксимации. Проведён вычислительный эксперимент на данных устройств и видеоряда. Получено, что использование данных из видео повышает качество прогнозирования. Показано, что

прогностическая модель менее устойчива в случае, когда та применяется в траекторном пространстве.

В дальнейшем планируется применить метод не к двумерным данным, которые соответствуют регулярным измерениям некоторой величины, а уже к спорадическим временным рядам. Это означает, что входными данными будут служить многоиндексные матрицы.

Список литературы

- [1] G. Sugihara, B. Grenfell, and R. M. May. Distinguishing error from chaos in ecological time series. *Phil. Trans. Roy. Soc. London B*, 330(1257):235–51, 1990.
- [2] George Sugihara and Robert M May. Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series. *Nature*, 344(6268):734–741, 1990.
- [3] Nina Golyandina and D Stepanov. Ssa-based approaches to analysis and forecast of multidimensional time series. In *proceedings of the 5th St. Petersburg workshop on simulation*, volume 293, page 298. St. Petersburg State University St. Petersburg, Russia, 2005.
- [4] Nina Golyandina, Vladimir Nekrutkin, and Anatoly A Zhigljavsky. *Analysis of time series structure: SSA and related techniques*. CRC press, 2001.
- [5] Anatoly Zhigljavsky. Singular spectrum analysis for time series: Introduction to this special issue. *Statistics and its Interface*, 3(3):255–258, 2010.
- [6] KR Usmanova, Yu I Zhuravlev, KV Rudakov, and VV Strijov. Approximation of quasiperiodic signal phase trajectory using directional regression. *Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics*, 44(4):196–202, 2020.
- [7] Th Alexandrov and N Golyandina. Automatic extraction and forecast of time series cyclic components within the framework of ssa. In *Proceedings of the 5th St. Petersburg Workshop on Simulation*, pages 45–50. St. Petersburg State University St. Petersburg, 2005.
- [8] KR Usmanova and VV Strijov. Models of detection relationship between time series in forecasting problems. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 37(3):424–438, 2019.
- [9] Roman Rosipal. Nonlinear partial least squares an overview. *Chemoinformatics and advanced machine learning perspectives: complex computational methods and collaborative techniques*, pages 169–189, 2011.
- [10] Roman Rosipal and Nicole Kramer. Overview and recent advances in partial least squares. In *International Statistical and Optimization Perspectives Workshop Subspace, Latent Structure and Feature Selection*, pages 34–51. Springer, 2005.
- [11] David R Hardoon, Sandor Szedmak, and John Shawe-Taylor. Canonical correlation analysis: An overview with application to learning methods. *Neural computation*, 16(12): 2639–2664, 2004.
- [12] S Joe Qin and Thomas J McAvoy. Nonlinear pls modeling using neural networks. *Computers & Chemical Engineering*, 16(4):379–391, 1992.

- [13] Galen Andrew, Raman Arora, Jeff Bilmes, and Karen Livescu. Deep canonical correlation analysis. In *International conference on machine learning*, pages 1247–1255. PMLR, 2013.
- [14] Marco A Wiering, Michiel H Van der Ree, MJ Embrechts, MF Stollenga, Arnold Meijster, A Nolte, and LRB Schomaker. The neural support vector machine. In *BNAIC 2013: Proceedings of the 25th Benelux Conference on Artificial Intelligence, Delft, The Netherlands, November 7-8, 2013*. Delft University of Technology (TU Delft); under the auspices of the Benelux ..., 2013.
- [15] George Sugihara. Nonlinear forecasting for the classification of natural time series. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*, 348(1688):477–495, 1994.
- [16] Hao-Shu Fang, Shuqin Xie, Yu-Wing Tai, and Cewu Lu. RMPE: Regional multi-person pose estimation. In *ICCV*, 2017.
- [17] Jiefeng Li, Can Wang, Hao Zhu, Yihuan Mao, Hao-Shu Fang, and Cewu Lu. Crowdpose: Efficient crowded scenes pose estimation and a new benchmark. In *Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition*, pages 10863–10872, 2019.
- [18] Yuliang Xiu, Jiefeng Li, Haoyu Wang, Yinghong Fang, and Cewu Lu. Pose Flow: Efficient online pose tracking. In *BMVC*, 2018.