

---

# ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ РУКИ ПО ВИДЕО

---

Владимиров Эдуард  
vladimirov.ea@phystech.edu

Курдюкова Антонина  
kurdiukova.ad@phystech.edu

Исаченко Роман  
roman.isachenko@phystech.edu

Стрижов Вадим  
strijov@phystech.edu

17 мая 2022 г.

## АННОТАЦИЯ

В работе решается задача прогнозирования временного ряда со сложной структурой. Под сложной структурой понимается наличие нелинейных зависимостей и варьирующийся период. Требуется найти причинно-следственные связи между временными рядами. Для этого предлагается снизить размерность траекторных пространств. В работе предложен новый способ согласованного снижения размерности многомерных временных рядов. Он объединяет метод частичных наименьших квадратов и метод перекрестных отображений Сугихары. Для демонстрации результатов работы решается задача восстановления траектории движения руки по видео.

**Ключевые слова:** временной ряд · фазовая траектория · траекторное подпространство · сходящееся перекрёстное отображение · частичные наименьшие квадраты

## 1 Введение

В данной работе решается задача прогнозирования временного ряда на основе других временных рядов. Одна из трудностей задачи заключается в обнаружении связи между временными рядами и исключении несвязанных временных рядов из прогностической модели. Решение этой проблемы повышает её качество.

В данной работе применяется метод сходящегося перекрёстного отображения (convergent cross mapping, CCM) или метод Сугихары [1, 2], который эффективен для временных рядов, порождённых динамической системой. Он основан на сравнении ближайших соседей в траекторном пространстве временного ряда  $\mathbf{x}$ , полученных с помощью временного ряда  $\mathbf{y}$ .

При построении прогностической модели используется траекторная матрица (или матрица сдвига), описывающая фазовое пространство временного ряда. Например, в методе анализа спектральных компонент (singular spectrum analysis, SSA) [3, 4, 5] прогноз временного ряда основан на спектральном разложении ковариационной матрицы, полученной по траекторной матрице. В ССМ матрицы сдвига используются для проверки наличия липшицева отображения между траекторными пространствами.

Однако размерность траекторного пространства может оказаться чрезмерно высокой, что приводит к неустойчивости прогностической модели. В таком случае необходимо снизить размерность траекторного пространства путём построения проекции фазовой траектории в некоторое подпространство. Для ССМ нет конкретного способа выбрать подпространство, в котором аппроксимируется фазовая траектория. В работе [6] эта проблема решается с помощью сферической регрессии. Согласно этому методу, информация об искомом подпространстве извлекается из множества эмпирических направлений  $\{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j \mid i < j\}$ , где  $\mathbf{x}_i$  — элементы траекторного пространства в сферических координатах. В работе [7] используется автоматический выбор пары главных компонент. Идея заключается в сравнении спектральных плотностей главных компонент. Также используется простой перебор по главным компонентам [8].

Метод проекции в латентное пространство (partial least squares, PLS) [9, 10] отбирает наиболее значимые признаки и строит новые как их линейные комбинации. Это позволяет получить простую, точную и устойчивую прогностическую модель. Наряду с PLS используется метод канонического анализа корреляции (canonical correlation analysis, CCA) [11]. Он похож на PLS за исключением того, что первый метод максимизирует ковариацию между проекциями, а последний — корреляцию. Недостатком этих моделей является их низкая точность при оценивании нелинейных зависимостей между данными. Разработаны нелинейные модели PLS [12] и CCA [13]. В данной статье используется модель PLS-Autoencoder [14], которая преобразует исходные данные с помощью автоэнкодеров.

В теоретической части работы показано, как можно применить метод Сугихары для снижения размерности траекторного пространства и как объединить идеи методов PLS и ССМ. Для осуществления последней цели введена новая метрика согласованности латентных проекций.

В качестве модели для предсказания временного ряда по набору временных рядов используется алгоритм локально взвешенного глобального линейного отображения (sequential locally weighted global linear map, SMap) [15].

Эксперимент проводится на наборе собранных вручную данных. Он представляет собой совокупность ключевых точек, полученных по видео движения человека, а также показания акселерометра и гироскопа, снятые с руки человека. В эксперименте строится прогноз временных рядов, использующий обнаруженные связанные компоненты временных рядов.

## 2 Постановка задачи

Пусть значения исходного многомерного временного ряда

$$\mathbf{S}_y(t) = [S_y^1(t), \dots, S_y^r(t)]^\top$$

доступны в моменты времени  $t = 1, 2, \dots, n$ . Предполагается, что на значения  $\mathbf{S}_y(t)$  оказывает влияние набор вспомогательных временных рядов  $S_x^1(t), \dots, S_x^m(t)$ .

Необходимо предсказать значения исходного временного ряда  $\mathbf{S}_y(t)$  в моменты времени  $n + 1, \dots, n + p$ . Предполагается, что значения вспомогательных временных рядов доступны в тот период времени, на который осуществляется предсказание временного ряда  $\mathbf{S}_y(t)$ .

Для вычисления будущих значений временного ряда требуется определить функциональную зависимость, отражающую связь между прошлыми значениями  $\mathbf{S}_y(t)$  и будущими, а также принимающую во внимание влияние вспомогательных временных рядов  $S_x^1(t), \dots, S_x^m(t)$ .

**Опр. 2.1.** Моделью прогнозирования с учётом внешних факторов называется функция:

$$\mathbf{S}_y(t) = \mathbf{F}(\mathbf{w}, \mathbf{S}_y(t-1), \dots, S_x^1(t), \dots, S_x^m(t), \dots) + \epsilon_t.$$

Требуется создать такую модель, для которой среднее квадратичное отклонение истинного значения от прогнозируемого стремится к минимальному для заданного  $p$ .

$$\hat{E} = \frac{1}{p} \sum_{i=n+1}^{n+p} \|\epsilon_i\|_2^2 \rightarrow \min_{\mathbf{w}}.$$

Особенность данной задачи заключается в том, что размер  $m$  набора временных рядов довольно велик и что среди рядов  $S_y^1(t), \dots, S_y^m(t)$  есть много сильно скореллированных. Поэтому использование всего набора для прогнозирования временного ряда  $S_x(t)$  приводит к низкому качеству прогноза.

Один из способов решения этой проблемы заключается в выборе фиксированного числа временных рядов, оказывающих наибольшее влияние на целевую переменную, с помощью метода ССМ. Для пары временных рядов

$$(S_x^i(t), S_y^j(t)) \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, r$$

он определяет меру воздействия временного ряда  $S_x^i(t)$  на целевую переменную  $S_y^j(t)$ . Далее выбираем временные ряды из набора с максимальной мерой воздействия.

### 2.1 Метод ССМ

Определим траекторную матрицу временного ряда  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]$  следующим образом:

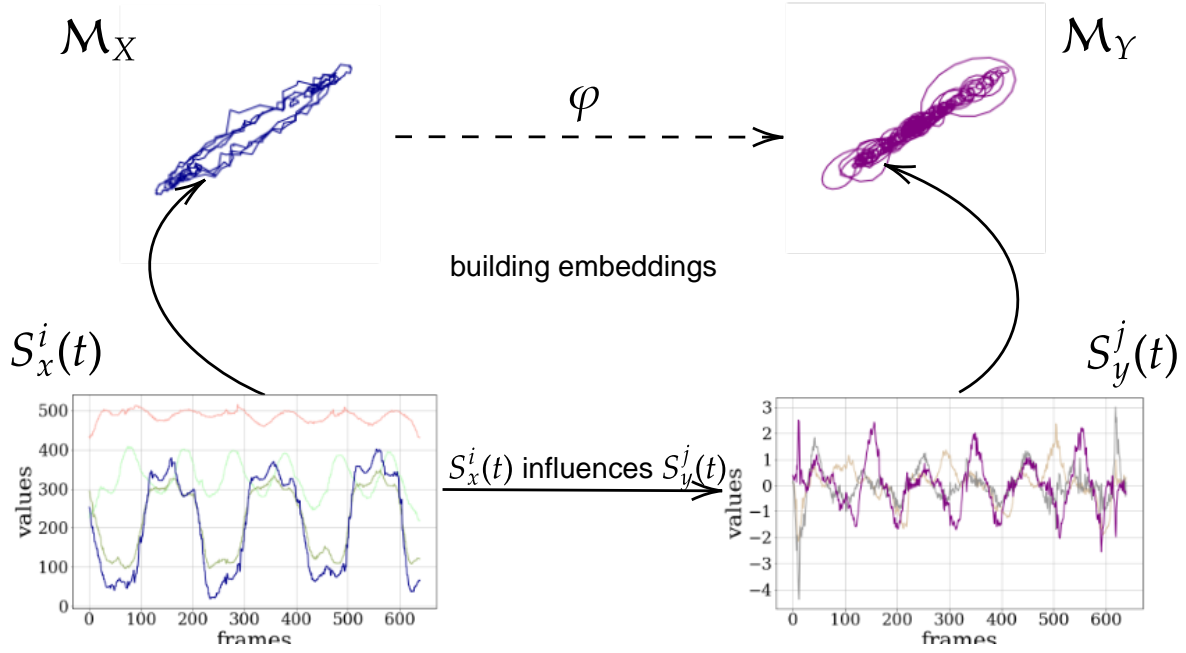


Рис. 1: Применение метода ССМ для выбора наиболее значимых компонент временного ряда

$$\mathbf{H}_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_\tau \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{\tau+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N & x_{N+1} & \dots & x_n \end{bmatrix},$$

где  $N$  — число задержек,  $\tau = n - N + 1$ .

Обозначим  $i$ -ый столбец матрицы  $\mathbf{H}_{\mathbf{x}}$  за  $\mathbf{x}_i$ . Матрица  $\mathbf{H}_{\mathbf{x}}$  принимает вид:

$$\mathbf{H}_{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\tau], \quad \mathbf{x}_i = [x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+N-1}]^\top$$

Заметим, что все векторы  $\mathbf{x}_t$  принадлежат  $N$ -мерному траекторному пространству  $\mathbb{H}_{\mathbf{x}} \subseteq \mathbb{R}^N$  ряда  $\mathbf{x}$  и образуют фазовую траекторию  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^N$ .

Для обнаружения зависимости между временными рядами  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  возьмём элемент  $\mathbf{x}_0$  из траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\mathbf{x}}$  и найдём  $k$  ближайших соседей в этом же пространстве. Обозначим их временные индексы (от ближнего к дальнему)  $t_1, \dots, t_k$ .

Так как оба временных ряда определены на одной временной оси, то по значению временного ряда  $\mathbf{x}$  в момент времени  $t_0 \in \{1, \dots, n\}$  можно однозначно получить значение временного ряда  $\mathbf{y}$  в тот же момент времени, и наоборот. Введём отображение из  $\mathbb{H}_{\mathbf{x}}$  в

$\mathbb{H}_y$  следующим образом:

$$\varphi : \mathbf{x}_0 \mapsto \hat{\mathbf{y}}_0 = \sum_{i=1}^k w_i \mathbf{y}_{t_i}, \quad w_i = \frac{u_i}{\sum_{j=1}^k u_j}, \quad u_i = \exp(-\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{t_i}\|).$$

**Опр. 2.2.** Временные ряды  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  называются **связанными**, если отображение  $\varphi$  является липшицевым:

$$\rho_{\mathbb{H}_y}(\varphi(\mathbf{x}_i), \varphi(\mathbf{x}_j)) \leq C \rho_{\mathbb{H}_x}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in \mathbb{H}_x.$$

Для проверки наличия связанности введём метрическую функцию близости векторов в окрестностях  $U_k(\mathbf{x}_{t_0})$  и  $U_k(\mathbf{y}_{t_0})$ :

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{R(U_k(\mathbf{x}_{t_0}))}{R(U_k(\mathbf{y}_{t_0}))}, \quad R(U_k(\mathbf{x}_{t_0})) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \rho_{\mathbb{H}_x}(\mathbf{x}_{t_0}, \mathbf{x}_{t_i}). \quad (1)$$

Если  $L(x, y)$  больше заданного порога  $C(n)$ , то временной ряд  $\mathbf{y}$  зависит от временного ряда  $\mathbf{x}$ .

## 2.2 Метод PLS

Другой способ решения поставленной ранее проблемы заключается в согласованном снижении размерности. Метод частичных наименьших квадратов восстанавливает связь между наборами данных  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$ . Матрицы объектов  $\mathbf{X}$  и целевая матрица  $\mathbf{Y}$  проецируются на латентное пространство  $\mathbb{R}^l$  меньшей размерности следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \mathbf{T} \cdot \mathbf{P}^\top + \mathbf{E} \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{U} \cdot \mathbf{Q}^\top + \mathbf{F} \end{aligned}$$

$\begin{matrix} n \times d & n \times K & K \times d & n \times d \\ n \times s & n \times K & K \times s & n \times s \end{matrix}$

где  $\mathbf{T}$  и  $\mathbf{U}$  — матрицы описания объектов и исходов в латентном пространстве,  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{Q}$  — матрицы перехода из латентного пространства в исходное,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{F}$  — матрицы остатков.

Псевдокод метода регрессии PLS приведен в алгоритме 1. Алгоритм итеративно на каждом из  $K$  шагов вычисляет по одному столбцу  $\mathbf{t}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{p}_k, \mathbf{q}_k$  матриц  $\mathbf{T}, \mathbf{U}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}$  соответственно. После вычисления следующего набора векторов из матриц  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$  вычитаются очередные одноранговые аппроксимации.

Функция преобразования исходных данных имеет вид:

$$f(\mathbf{X}) = \mathbf{X}\mathbf{W}_x \quad g(\mathbf{Y}) = \mathbf{Y}\mathbf{W}_y,$$

где матрицы весов  $\mathbf{W}_x \in \mathbb{R}^{d \times K}$  и  $\mathbf{W}_y \in \mathbb{R}^{s \times K}$  находятся путём максимизации выборочной ковариации:

$$(\mathbf{W}_x, \mathbf{W}_y) = \operatorname{argmax}_{\mathbf{W}_x, \mathbf{W}_y} \operatorname{Cov}(\mathbf{X}\mathbf{W}_x, \mathbf{Y}\mathbf{W}_y)$$

Из алгоритма PLS можно получить явный вид матриц  $\mathbf{W}_x$  и  $\mathbf{W}_y$ . Заметим, что:

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{P}^T \mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{T} \mathbf{P}^T \mathbf{A} + \mathbf{E} \mathbf{A})(\mathbf{P}^T \mathbf{A})^{-1} \approx \mathbf{T},$$

где матрица  $\mathbf{A}$  образована из столбцов  $\mathbf{a}_k$ . Аналогично,  $\mathbf{Y} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{Q}^T \mathbf{B})^{-1} \approx \mathbf{U}$ , где матрица  $\mathbf{B}$  образована из столбцов  $\mathbf{b}_k$ . Таким образом:

$$\mathbf{W}_x = \mathbf{A}(\mathbf{P}^T \mathbf{A})^{-1}, \quad \mathbf{W}_y = \mathbf{B}(\mathbf{Q}^T \mathbf{B})^{-1}.$$

---

**Algorithm 1** Canonical PLS

---

**Require:**  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times d}$ ,  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n \times s}$ ,  $K \in \mathbb{N}$

**Ensure:**  $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$

Нормировать матрицы  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$  по столбцам

$\mathbf{X}_1 \leftarrow \mathbf{X}$

$\mathbf{Y}_1 \leftarrow \mathbf{Y}$

**for**  $k = 1, \dots, K$  **do**

**if**  $\mathbf{X}_k^T \mathbf{Y}_k = 0$  **then**

**break**

**end if**

    Вычислить  $\mathbf{a}_k \in \mathbb{R}^d$  и  $\mathbf{b}_k \in \mathbb{R}^s$ , первые

    левые и правые сингулярные вектора матрицы  $\mathbf{X}_k^T \mathbf{Y}_k$ .

    Из определения следует, что  $(\mathbf{a}_k, \mathbf{b}_k) = \underset{\mathbf{a}, \mathbf{b}}{\operatorname{argmax}} \operatorname{Cov}(\mathbf{X}_k \mathbf{a}, \mathbf{Y}_k \mathbf{b})$ .

$\mathbf{t}_k \leftarrow \mathbf{X}_k \mathbf{a}_k$

$\mathbf{u}_k \leftarrow \mathbf{Y}_k \mathbf{b}_k$

$\mathbf{p}_k^T = (\mathbf{t}_k^T \mathbf{t}_k)^{-1} \mathbf{t}_k^T \mathbf{X}_k$

▷ Вектора  $\mathbf{p}_k$  образуют матрицу  $\mathbf{P}$

$\mathbf{q}_k^T = (\mathbf{u}_k^T \mathbf{u}_k)^{-1} \mathbf{u}_k^T \mathbf{Y}_k$

▷ Вектора  $\mathbf{q}_k$  образуют матрицу  $\mathbf{Q}$

$\widehat{\mathbf{X}}_k(\mathbf{t}_k) = \mathbf{t}_k \mathbf{p}_k^T$

▷ Регрессируем  $\mathbf{X}_k$  по  $\mathbf{t}_k$

$\widehat{\mathbf{Y}}_k(\mathbf{u}_k) = \mathbf{u}_k \mathbf{q}_k^T$

▷ Регрессируем  $\mathbf{Y}_k$  по  $\mathbf{u}_k$

$\mathbf{X}_{k+1} \leftarrow \mathbf{X}_k - \widehat{\mathbf{X}}_k(\mathbf{t}_k)$

$\mathbf{Y}_{k+1} \leftarrow \mathbf{Y}_k - \widehat{\mathbf{Y}}_k(\mathbf{u}_k)$

**end for**

---

### 2.3 Методы PLS-Autoencoder и PLS-CCM

Основной минус классического метода PLS заключается в низком качестве при работе с данными, которые имеют сложные нелинейные зависимости. По этой причине были разработаны расширения линейного метода PLS, которые преобразуют входные данные с помощью гладких нелинейных функций.

Одним из таких расширений является метод PLS-Autoencoder. В качестве параметрической функций, которые переводят исходные данные в латентное пространство и обратно, выступают нейронные сети. В данной работе используются многослойные перцептроны.

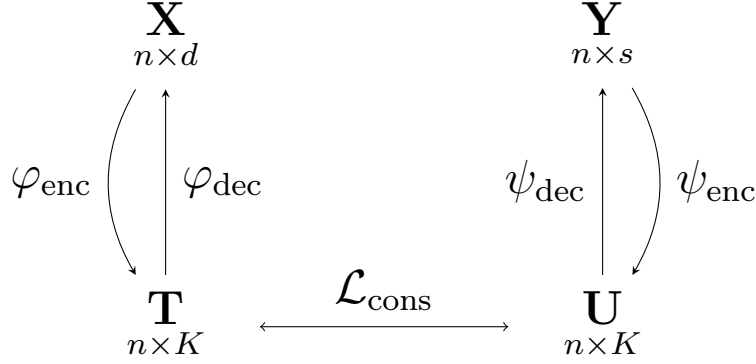


Рис. 2: PLS-Autoencoder

Функция потерь данной модели имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \lambda_1 \cdot \mathcal{L}_{\text{recov}}^X(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) + \lambda_2 \cdot \mathcal{L}_{\text{recov}}^Y(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) + \lambda_3 \cdot \mathcal{L}_{\text{cons}}(\mathbf{T}, \mathbf{U}), \quad \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0 \\ \mathcal{L}_{\text{recov}}^X(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) &= \|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|_2^2, \quad \text{где } \hat{\mathbf{X}} = \varphi_{\text{dec}}(\varphi_{\text{enc}}(\mathbf{X})) \\ \mathcal{L}_{\text{recov}}^Y(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) &= \|\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}\|_2^2, \quad \text{где } \hat{\mathbf{Y}} = \psi_{\text{dec}}(\psi_{\text{enc}}(\mathbf{Y})) \\ \mathcal{L}_{\text{cons}}(\mathbf{T}, \mathbf{U}) &= \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{n} \text{tr}(\mathbf{U}_{\text{centered}}^T \mathbf{T}_{\text{centered}})\right)^2} \end{aligned}$$

где  $\mathcal{L}_{\text{recov}}$  отвечает за то, насколько точно восстанавливаются исходные данные по их проекциям в латентное пространство, а  $\mathcal{L}_{\text{cons}}$  отвечает за связанность низкоразмерных латентных представлений.

Стоит подчеркнуть, что  $\mathcal{L}_{\text{cons}}$  максимизирует квадрат суммы ковариаций соответствующих признаков, которые являются столбцами матриц  $\mathbf{T}$  и  $\mathbf{U}$ . Таким образом, этот метод не учитывает согласованность объектов в латентном пространстве, то есть строк матриц  $\mathbf{T}$  и  $\mathbf{U}$ .

Новый метод PLS-CCM учитывает объектную согласованность с помощью метрических функций из метода CCM. Он является расширением PLS-Autoencoder, только добавляется новая функция потерь:

$$\mathcal{L}_{\text{oc}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{U}, \mathbf{T}) = (\text{CCM}_{XY} - \text{CCM}_{UT})^2,$$

где  $\text{CCM}_{XY}$  — величина, характеризующая качество аппроксимации  $\mathbf{y}_n$  с помощью  $\mathbf{x}_n$ , построенной в траекторном пространстве, состоящем из первых  $n - 1$  объектов, а  $\text{CCM}_{UT}$  — та же величина, полученная из матриц  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{T}$ .

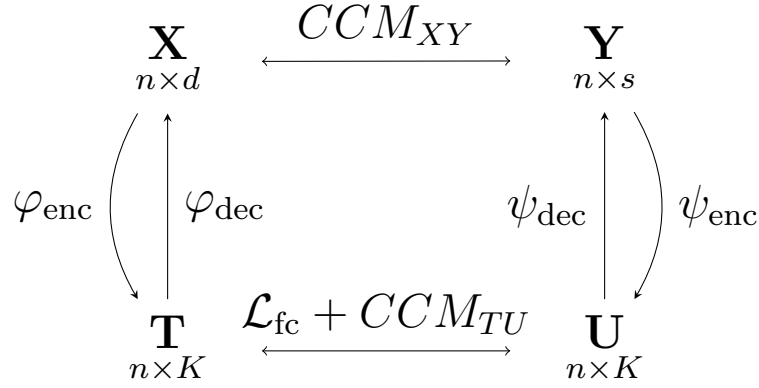


Рис. 3: PLS-CCM

### 3 Вычислительный эксперимент

Целью эксперимента является сравнение различных стратегий снижения размерности целевого пространства. Важной его частью является изучение результатов модели прогнозирования временного ряда, применённого к элементам пространства фазовых траекторий и траекторного подпространства меньшей размерности.

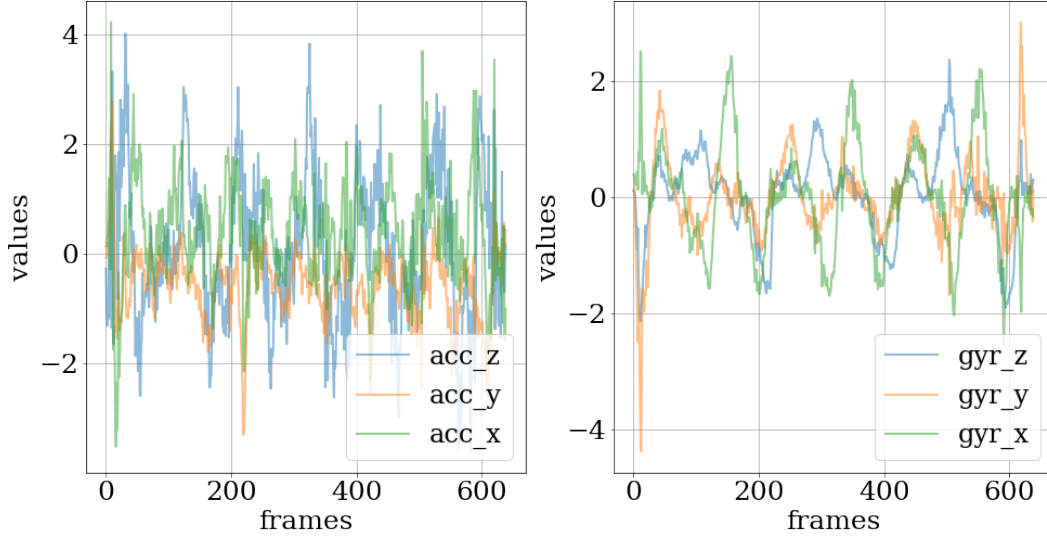


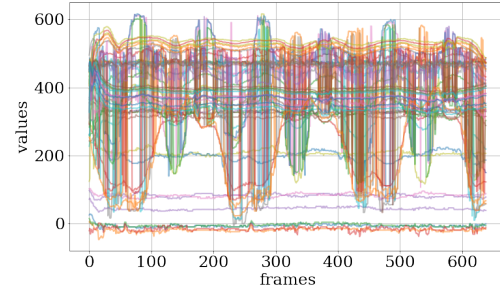
Рис. 4: Данные акселерометра и гироскопа

Первоначальные данные представляют собой набор видеороликов, на которых выполняются различные движения руками (циклические и хаотические), а также показания акселерометра и гироскопа частотой в 100 Герц, закреплённых на одной из рук. Далее по видеоряду с помощью фреймворка alphapose [16, 17, 18] получаются координаты конечностей, а именно 68 ключевых точек. Затем из полученного временного ряда исключаются сильно скоррелированные компоненты. После этого полученные многомерные



временные ряды приводятся к одной временной шкале с помощью удаления элементов более длинного временного ряда.

Перед началом эксперимента зафиксируем следующие переменные:  $N$  — размерность траекторного пространства,  $k$  — число ближайших соседей, рассматриваемых в ССМ,  $n_{tr}$  — размер обучающей выборки,  $E_{vid}$  — число признаков, полученных из видеоряда, которые будут использованы в алгоритме. Для каждой пары компонент, взятых из разных временных рядов, применим метод ССМ. В результате получим матрицу корреляций, в которой на  $i$ -ой строке и  $j$ -ом столбце стоит коэффициент корреляции Пирсона между  $i$ -ой компонентной "приборного" временного ряда и  $j$ -ой компонентой ряда, восстановленного по видео. После этого для каждого целевого признака выбираем  $E_{vid}$  видео-признаков, обладающих максимальной корреляцией в соответствующей строке. Затем на основе этих признаков обучается алгоритм.



(а) Результат работы фреймворка alpharose (б) Данные кейпоинтов, полученные по видео

## 4 Анализ ошибки

Таблица 1: Сравнение ошибки (MSE) предсказательной модели, применённой в траекторном пространстве и в его подпространстве, полученном ССМ

	acc_z	acc_y	acc_x	gyr_z	gyr_y	gyr_x
space	$1.053 \pm 2.223$	$0.401 \pm 0.833$	$0.483 \pm 0.825$	$0.084 \pm 0.537$	$0.090 \pm 0.094$	$0.063 \pm 0.295$
subspace	$0.315 \pm 0.461$	$0.043 \pm 0.051$	$0.150 \pm 0.177$	$0.001 \pm 0.001$	$0.015 \pm 0.031$	$0.001 \pm 0.003$

Для начала сравним качество предсказаний прогностической модели, применённой в траекторном пространстве и его подпространстве. В таблице 1 представлены среднеквадратичная ошибки предсказаний значений акселерометра и гироскопа по каждой из осей и их стандартные отклонения. На ней видно, что прогностическая модель, применённая в траекторном подпространстве, даёт более точные предсказания, поскольку большинство признаков исходного признакового пространства неинформативно.

Далее, рассмотрим различные методы снижения размерности траекторного пространства. В таблице 2 видно, что добавление данных из видеоряда повышает качество модели предсказания.

Таблица 2: Среднеквадратичное отклонение между истинными показаниями устройств и предсказаниями, полученными с помощью одного из методов снижения размерности

Целевой признак \ Метод		CCM	PLS	CCA
cyclic	acc_z	0.163	<b>0.040</b>	0.116
	acc_y	0.009	<b>0.007</b>	0.011
	acc_x	<b>0.044</b>	0.045	0.089
	gyr_z	<b>0.000</b>	0.001	0.001
	gyr_y	<b>0.002</b>	0.004	0.005
	gyr_x	0.009	<b>0.004</b>	<b>0.004</b>
chaotic	acc_z	<b>0.315</b>	0.416	0.416
	acc_y	<b>0.043</b>	0.045	0.429
	acc_x	<b>0.150</b>	0.177	0.221
	gyr_z	<b>0.001</b>	0.002	0.003
	gyr_y	<b>0.015</b>	0.022	0.061
	gyr_x	<b>0.001</b>	0.013	0.015

## 5 Заключение

В работе предложен метод обобщения методов PLS и CCA с помощью метода Сугихары путём построения эмбедингов и выбора метрики для оценки качества аппроксимации. Проведён вычислительный эксперимент на данных устройств и видеоряда. Получено, что использование данных из видео повышает качество прогнозирования. Показано, что прогностическая модель менее устойчива в случае, когда та применяется в траекторном пространстве.

В дальнейшем планируется применить метод не к двумерным данным, которые соответствуют регулярным измерениям некоторой величины, а уже к спорадическим временным рядам. Это означает, что входными данными будут служить тензоры (???).

## Список литературы

- [1] G. Sugihara, B. Grenfell, and R. M. May. Distinguishing error from chaos in ecological time series. *Phil. Trans. Roy. Soc. London B*, 330(1257):235–51, 1990.
- [2] George Sugihara and Robert M May. Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series. *Nature*, 344(6268):734–741, 1990.
- [3] Nina Golyandina and D Stepanov. Ssa-based approaches to analysis and forecast of multidimensional time series. In *proceedings of the 5th St. Petersburg workshop on*

- simulation*, volume 293, page 298. St. Petersburg State University St. Petersburg, Russia, 2005.
- [4] Nina Golyandina, Vladimir Nekrutkin, and Anatoly A Zhigljavsky. *Analysis of time series structure: SSA and related techniques*. CRC press, 2001.
  - [5] Anatoly Zhigljavsky. Singular spectrum analysis for time series: Introduction to this special issue. *Statistics and its Interface*, 3(3):255–258, 2010.
  - [6] Карина Равилевна Усманова, ЮИ Журавлёв, КВ Рудаков, and ВВ Стрижов. Аппроксимация фазовой траектории квазипериодических сигналов методом сферической регрессии. *Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика*, (4):40–46, 2020.
  - [7] Th Alexandrov and N Golyandina. Automatic extraction and forecast of time series cyclic components within the framework of ssa. In *Proceedings of the 5th St. Petersburg Workshop on Simulation*, pages 45–50. St. Petersburg State University St. Petersburg, 2005.
  - [8] Карина Равилевна Усманова and Вадим Викторович Стрижов. Модели обнаружения зависимостей во временных рядах в задачах построения прогностических моделей. *Системы и средства информатики*, 29(2):12–30, 2019.
  - [9] Roman Rosipal. Nonlinear partial least squares an overview. *Chemoinformatics and advanced machine learning perspectives: complex computational methods and collaborative techniques*, pages 169–189, 2011.
  - [10] Roman Rosipal and Nicole Kramer. Overview and recent advances in partial least squares. In *International Statistical and Optimization Perspectives Workshop Subspace, Latent Structure and Feature Selection*, pages 34–51. Springer, 2005.
  - [11] David R Hardoon, Sandor Szedmak, and John Shawe-Taylor. Canonical correlation analysis: An overview with application to learning methods. *Neural computation*, 16(12):2639–2664, 2004.
  - [12] S Joe Qin and Thomas J McAvoy. Nonlinear pls modeling using neural networks. *Computers & Chemical Engineering*, 16(4):379–391, 1992.
  - [13] Galen Andrew, Raman Arora, Jeff Bilmes, and Karen Livescu. Deep canonical correlation analysis. In *International conference on machine learning*, pages 1247–1255. PMLR, 2013.
  - [14] Nicholas Polson, Vadim Sokolov, and Jianeng Xu. Deep learning partial least squares. *arXiv preprint arXiv:2106.14085*, 2021.
  - [15] George Sugihara. Nonlinear forecasting for the classification of natural time series. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*, 348(1688):477–495, 1994.
  - [16] Hao-Shu Fang, Shuqin Xie, Yu-Wing Tai, and Cewu Lu. RMPE: Regional multi-person pose estimation. In *ICCV*, 2017.
  - [17] Jiefeng Li, Can Wang, Hao Zhu, Yihuan Mao, Hao-Shu Fang, and Cewu Lu. Crowdpose: Efficient crowded scenes pose estimation and a new benchmark. *arXiv preprint arXiv:1812.00324*, 2018.

- [18] Yuliang Xiu, Jiefeng Li, Haoyu Wang, Yinghong Fang, and Cewu Lu. Pose Flow: Efficient online pose tracking. In *BMVC*, 2018.