

Определение фазы движения человека по сигналам носимых устройств

А. Д. Курдюкова, Д. М. Тихонов, Г. В. Кормаков,
В. В. Стрижов

Московский физико-технический институт

2021

Обнаружение фазы движения человека

Анализируется физическая активность человека – ходьба, езда на велосипеде, приседания, подъем по лестнице – по измерениям датчиков мобильных устройств – акселерометра и гироскопа.

Задача

Извлечение фазы движения человека по квазипериодическому временному ряду.

Проблема

Отсутствуют признаки начала фазы, изменяется длина периода. Возможны изменения характеристик временного ряда: амплитуды и частоты. Следовательно, и вида активности.

Решение

Переход в фазовое пространство сниженной размерности, в котором аппроксимация фазовой траектории все еще не имеет самопересечений. Восстановление фазы по точкам полученной траектории.

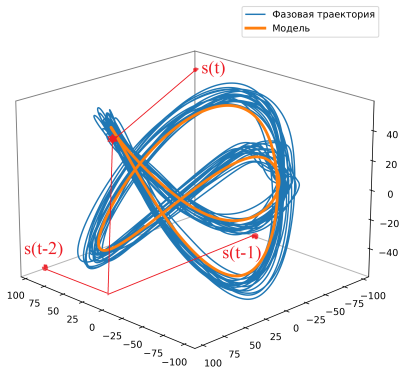
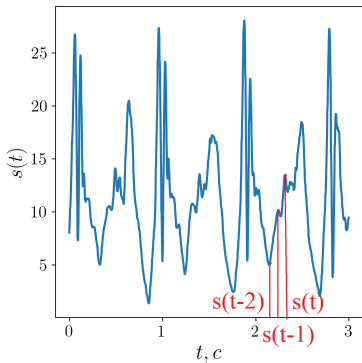
Временной ряд и его фазовая траектория

Задан временной ряд $\{s_i\}_{i=1}^N$.

Строится траекторная матрица

$$\mathbf{H} = [\mathbf{s}_1 \ \dots \ \mathbf{s}_k], \quad k = N - n + 1.$$

Точки $\mathbf{s}_j \in \mathbb{R}^n$ образуют фазовую траекторию.



Снижение размерности (PCA) $\mathbf{X} = \mathbf{W}^T \mathbf{H} = [\mathbf{x}_1 \ \dots \ \mathbf{x}_k]$.

Траектория $\mathbf{x}_j \in \mathbb{R}^p$ в пространстве меньшей размерности. 3 / 12

Смежные работы в изучаемой области

1. Motrenko A., Strijov V. Extracting fundamental periods to segment biomedical signals //IEEE journal of biomedical and health informatics, 2015.
2. Усманова К. Р. и др. Аппроксимация фазовой траектории квазипериодических сигналов методом сферической регрессии //Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. – 2020.
3. Jatesiktat P., Anopas D., Ang W. T. Unsupervised phase learning and extraction from repetitive movements //2018 40th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC). – IEEE, 2018.

Понижение размерности фазового пространства

Траекторная матрица, n - ожидаемая длина периода

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} s_1 & \dots & s_n \\ s_2 & \dots & s_{n+1} \\ \dots & \dots & \dots \\ s_{N-n+1} & \dots & s_N \end{bmatrix}^T.$$

Сингулярное разложение матрицы \mathbf{H}

$$\frac{1}{n} \mathbf{H}^T \mathbf{H} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T, \quad \mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n).$$

Выбранные главные компоненты $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_p$, где

$$\mathbf{y}_j = \mathbf{H} \mathbf{v}_j, \quad j = 1, \dots, p.$$

Восстановленная часть траекторной матрицы \mathbf{H}

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H}_1 + \dots + \mathbf{H}_p, \quad \mathbf{H}_j = \sqrt{\lambda_j} \mathbf{v}_j \mathbf{y}_j^T.$$

Понижение размерности

$$\mathbf{X} = \mathbf{W}^T \hat{\mathbf{H}} = [\mathbf{x}_1 \quad \dots \quad \mathbf{x}_k], \quad \mathbf{x}_j \in \mathbb{R}^p.$$

Пространство оптимальной размерности

Оптимальная размерность

Размерность пространства, в котором выполняется критерий отсутствия самопересечений.

Самопересечения

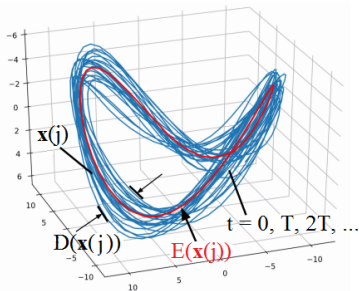
Точки, близкие в фазовом пространстве, с существенно разными фазами. $\exists i, j \in \overline{1, m}$:

$$\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2 < D(\mathbf{x}_i) + D(\mathbf{x}_j), \quad |\varphi_i - \varphi_j| > \frac{\pi}{3}.$$

Критерий оптимальной размерности

$$\hat{p} = \arg \min_{p \in \{1, \dots, n\}} |\Phi(p)|,$$

$$\Phi(p) = \{\varphi \mid \|E(\hat{\mathbf{x}}|\varphi) - E(\hat{\mathbf{x}}|\varphi')\|_2 \leq D(\hat{\mathbf{x}}|\varphi) + D(\hat{\mathbf{x}}|\varphi')\}.$$



Аппроксимация фазовой траектории

Модель $m : \varphi \rightarrow \mathbf{x}$ ставит в соответствие фазе $\varphi \in [0, 2\pi)$ точку ожидаемой траектории $E(\hat{\mathbf{x}}|\varphi)$ и значение дисперсии $D(\hat{\mathbf{x}}|\varphi)$, где $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$ – точка фазовой траектории.

Регрессия Надарая-Ватсона

$$m(\varphi) = E(\hat{\mathbf{x}}|\varphi) = \frac{\sum_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} \mathbf{x}' K\left(\frac{\rho(\hat{\varphi} - \varphi)(\mathbf{x})}{h}\right)}{\sum_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} K\left(\frac{\rho(\hat{\varphi} - \varphi)(\mathbf{x})}{h}\right)},$$

где $\hat{\varphi}$ – начальное приближение фазы для каждой точки \mathbf{x} первого периода.

Введена полуметрика

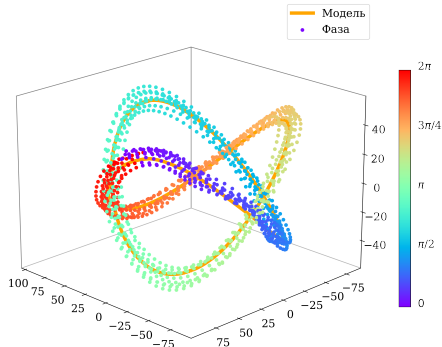
$$\rho(\varphi', \varphi) = \frac{1 - \cos(\varphi' - \varphi)}{2}, \quad \varphi', \varphi \in [0, 2\pi).$$

Модель определения фазы

Точки $\mathbf{x} \rightsquigarrow \mathbf{x}'$ соседствуют, если $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|_2^2 < \varepsilon$.

Предположения

1. Если $t > t'$, то $\varphi_t > \varphi_{t'}$ для $t, t' \in [0, +\infty)$.
2. Если $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|_2^2 < \varepsilon$, то $|\varphi - \varphi'| < \delta$ для некоторого δ .



Функции потерь: $L_1(\varphi) = \frac{1 - \cos(\varphi - \varphi')}{2}$,

$$L_2(\varphi) = \sum_{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\| < \varepsilon, \mathbf{x}' \in \mathbf{X}} \rho(\varphi, \varphi'), \quad L_3(\varphi) = \frac{\|\mathbf{x} - m(\varphi)\|_2}{d(\varphi)}$$

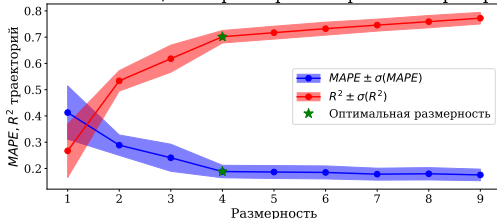
Искомое значение фазы:

$$\hat{\varphi}_i = \arg \min_{\varphi} \lambda_1 \cdot L_1(\varphi) + \lambda_2 \cdot L_2(\varphi) + \lambda_3 \cdot L_3(\varphi), \quad \sum_{i=1}^3 \lambda_i = 1.$$

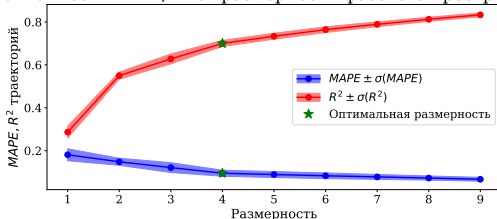
Вычислительный эксперимент

Выбор оптимальной размерности для ходьбы пешком и по лестнице.

Зависимость $MAPE, R^2$ от размерности фазового пространства



Зависимость $MAPE, R^2$ от размерности фазового пространства



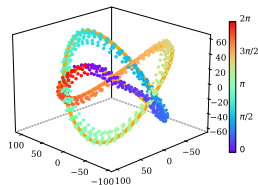
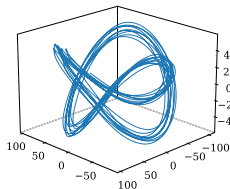
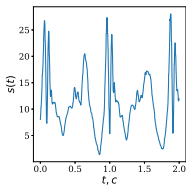
Восстановление фазы движения

Временной ряд

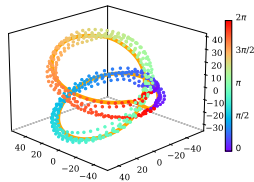
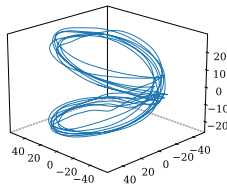
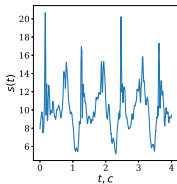
Фазовая траек-
тория

Фаза движения

Ходьба

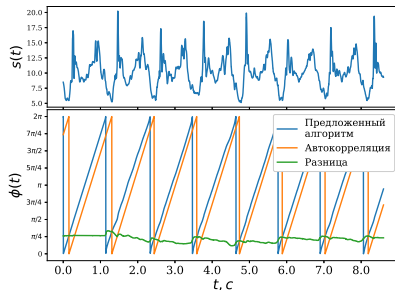
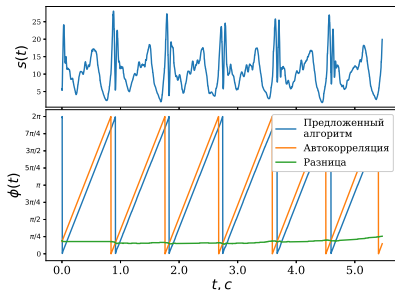


Лестница



Анализ ошибки восстановленной фазы

Сравнение восстановленной фазы с пиками автокорреляционной функции для ходьбы и подъема по лестнице.



Зеленая линия держится на постоянном уровне.

Значит, результат алгоритма имеет ошибку, близкую к нулю, с точностью до сдвига.

Заключение

1. Предложена модель аппроксимации фазовой траектории.
2. Сформулирован критерий обнаружения самопересечений средней траектории.
3. Разработан алгоритм оценки фазы квазипериодического временного ряда.
4. Проведены исследования устойчивости алгоритма к изменениям частоты и амплитуды исходного ряда на модельных примерах.
5. Подготовлена статья "Определение фазы движения человека по сигналам носимых устройств"//ММТ&А.