Вероятностное тематическое моделирование несбалансированных текстовых коллекций

Панкратов Виктор Владимирович

Московский физико-технический институт Кафедра интеллектуальных систем

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Воронцов К.В.

18/05/2022

Постановка задачи: вероятностная модель

Заданы три множества:

- D множество документов
- W множество слов
- Т множество тем

Для каждого $w \in W, d \in D$ задано n_{wd} - число вхождений слова w в документ d.

Предположение о порождении коллекции

Появление слова $w \in W$ в документе $d \in D$ описывается двумя матрицами: Φ, Θ .

$$\phi_{\rm wt} = p(w|t)$$
 $\theta_{\rm td} = p(t|d)$

Задача: восстановить Ф, Ө

Проблема несбалансированности

Ставится оптимизационная задача максимизации функции правдоподобия

$$\sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} \to \max_{\Phi, \Theta} \tag{1}$$

Задача (??) некорректно поставлена: множество ее решений бесконечно. Чтобы его уменьшить, применяют регуляризацию

$$\sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} + \sum_{i} \tau_{i} R_{i}(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$
 (2)

Задача (??), (??) решается с помощью ЕМ алгоритма. Это приводит к дроблению крупных тем и слиянию мелких, что получило название проблема несбалансированности. Цель работы: предложить и экспериментально провериьть решение проблемы несбалансированности с помощью регуляризатора

Семантическая неоднородность

Гипотеза условной независимости:

$$p(w|t) = p(w|d,t) \quad p(w,d|t) = p(w|t)p(d|t)$$

Проверка - статистика семантической неоднородности.

$$S_t = KL(p(w,d|t)||p(w|t)p(d|t))$$

Тема - кластер размерности |W|, центр которого - p(w|t). S_t - удаленность p(w|d,t) от центра кластера.

Семантическая неоднородность

Статистика семантической неоднородности

$$S_t = \mathrm{KL}(\hat{p}(w,d|t)||p(w|t)p(d|t)) = \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} \hat{p}(w,d|t) \, \text{ln} \, \frac{\hat{p}(w,d|t)}{p(w|t)p(d|t)}$$

Здесь \hat{p} - частотные оценки вероятности Преобразовывая и суммируя по всем темам:

$$\sum_{t \in T} S_t = \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} \left(\sum_{t \in T} \hat{p}(w,d|t) \right) \text{ln} \, \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)}$$

Используется регуляризатор, полученный из статистики семантической неоднородности

$$R = \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} \beta_{dw} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td}, \quad \beta_{dw} = \sum_{t \in T} \frac{p(t|d, w)}{p(t)}$$
(3)

Эксперимент: оценивание качества решения

Опишем способ оценивания качества восстановления матриц

- Φ_0 исходная матрица вероятностей p(w|t)
- Ф матрица вероятностей p(w|t), найденная алгоритмом

Для всех пар і, ј будем проверять равенства:

$$\underset{k}{\text{arg min }} \left(\operatorname{dist}(\Phi[i], \Phi_0[k]) \right) = j \tag{4}$$

$$\underset{k}{\text{arg min }} \left(\operatorname{dist}(\Phi[k], \Phi_0[j]) \right) = i \tag{5}$$

Здесь dist — произвольная метрика, в работе подсчитывалось несколько вариантов.

Взаимно близкие темы: (??),(??) выполнены для некоторых i, j Невосстановленная тема: $\Phi_0[j]$, если (??) не выполнено для всех i Ложная тема: $\Phi[i]$, если (??) не выполнено для всех j

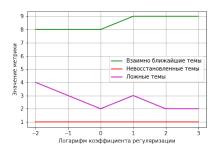
Эксперимент: данные

Данные для эксперимента генерируются на основе реальной коллекции 20newsgroups:

- Составляется матрицу n_{dw}
- Удаляются редко встречающиеся слова: $w: \sum_d n_{dw} < C,$ $C \in \mathbb{N}$ параметр эксперимента
- Произвольным образом выбирается подмножество документов, образующее несбалансированную коллекцию и запоминаются их темы
- Удаляются слова, встречающиеся в не более чем одном документе

Эксперимент: коэффициент регуляризации

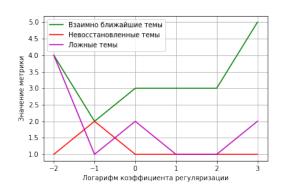
Изучим зависимость числа воостановленных тем от коэффициента регуляризации. В данном эксперименте восстанавливалось 10 тем:



Как и в случае синтетических коллекций оптимальное τ принадлежит [0.5,1]

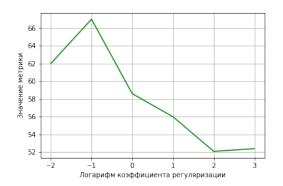
Эксперимент: коэффициент регуляризации

Повторим предыдущий эксперимент с метриками, вычисленными по расстоянию Йенсена-Шеннона:



Эксперимент: коэффициент регуляризации

Рассчитаем среднюю долю восстановленных документов для каждой темы и убедимся еще раз в выводе об оптимальном τ :



Эксперимент: восстановление разного числа тем

Проведем эксперимент по восстановлению нескольких тем из 20 исходных и посчитаем метрики в зависимости от их количества:

