A. V. Goncharov

PhD Thesis.

В кандидатской диссертации рассматривается методика выравнивания пространственно-временных рядов и обощается на различные случаи в виде универсального подхода с различными гиперпараметрами.

Key words: функция расстояния; динамическое выранивание; нелинейные деформации времени; пространственно-временные ряды.

1 Глоссарий

$\mathbf{s}(\mathbf{t}), \mathbf{c}(\mathbf{t})$ — временные ряды;

$\mathcal{I}_s, \mathcal{I}_c$ — множество индексов временных рядов;

$\mathcal{I}_s \times \mathcal{I}_c$ — индексы всех невязок двух временных рядов;

$\mathbb{I} \subseteq \mathcal{I}_s \times \mathcal{I}_c$ — допустимое множество невязок двух временных рядов (множество индексов, которые могут принадлежать выравнивающему пути;

$\pi \subset \mathbb{I}$ — путь между двумя временными рядами, свойства которого зависят от конкретного случая;

$l \in \pi$ — элемент пути;

$L(l) \subseteq \mathbb{I}$ — множество возможных элементов, предшествующих l;

$\rho(l)$ — функция вычисления невязки для элемента пути;

$\mathcal{D} = \{\rho(\mathbf{s}(\pi_i(1)), \mathbf{c}(\pi_i(2)))\}_i^{||\pi||}$ — множество отклонений пути π;

$f_\pi(\mathcal{D})$ — функция вычисления расстояния по множеству невязок.

2 Классика

$\mathbf{s}(i), \mathbf{c}(j); \quad i, j = 1, \ldots, N$

$\mathcal{I}_s = \{i\}_{i=1}^N, \quad \mathcal{I}_c = \{j\}_{j=1}^N$

$\mathcal{I}_s \times \mathcal{I}_c = \{(i, j)\}_{i=1, j=1}^{i=N, j=N}$

$\mathbb{I} = \mathcal{I}_s \times \mathcal{I}_c$

$l = (i, j)$

$L(l) = \{(i-1, j), (i, j-1), (i-1, j-1)\}$

$\rho(l) = (\mathbf{s}(i) - \mathbf{c}(j))^2$

$\mathcal{D} = \{(\mathbf{s}(l_1) - \mathbf{c}(l_2))^2\}_{l \in pi}$

$f_\pi(\mathcal{D}) = \sqrt{\frac{\sum_{d \in \mathcal{D}} d}{||\pi||}}$

previous(l) — элемент выравнивающего пути π, предшествующий l.

$\pi(l)$ — выравнивающий путь между подпоследовательностями исходных временных рядов, ограниченных индексами i, j.

$\widehat{\pi}(l)$ Множество добавленных индексов относительное предшествующего пути: $\pi(l) = \pi(\text{previous}(l)) \cup \widehat{\pi}(l)$

3 Многомерные

$\mathbf{S}(i,k), \mathbf{C}(j,k); \quad i,j = 1,\dots,N, k = 1,\dots,K$

$\mathcal{I}_s = \{i\}_{i=1}^N, \quad \mathcal{I}_c = \{j\}_{j=1}^N$

$\mathcal{I}_s \times \mathcal{I}_c = \{(i,j)\}_{i=1,j=1}^{i=N,j=N}$

$\mathbb{I} = \mathcal{I}_s \times \mathcal{I}_c$

$l = (i,j)$

$L(l) = \{(i-1,j),(i,j-1),(i-1,j-1)\}$

$\rho(l) = \sqrt{\sum_{k=1}^K (\mathbf{S}(i,k) - \mathbf{C}(j,k))^2}$

$\mathcal{D} = \{\rho(l)\}_{l \in \pi}$

$f_\pi(\mathcal{D}) = \frac{\sum_{d \in \mathcal{D}} d}{||\pi||}$

4 Матричные

$\mathbf{S}(i,j), \mathbf{C}(k,l); \quad i,j,k,l = 1,\dots,N$

$\mathcal{I}_s = \{i,j\}_{i,j=1}^{i,j=N}, \quad \mathcal{I}_c = \{k,l\}_{k,l=1}^{k,l=N}$

$\mathcal{I}_s \times \mathcal{I}_c = \{(i,j,k,l)\}_{i=1,j=1,k=1,l=1}^{i=N,j=N,k=N,l=N}$

$\mathbb{I} = \mathcal{I}_s \times \mathcal{I}_c$

$l = (i,j,k,l)$

$L(l) = \{(i-1,j,k,l),(i,j-1,k,l),(i,j,k-1,l),(i,j,k,l-1),(i,j-1,k,l-1),(i-1,j,k-1,l),(i-1,j-1,k-1,l-1)\}$

$\rho(l) = (\mathbf{S}(i,j) - \mathbf{C}(k,l))^2$

$\mathcal{D} = \{\rho(l)\}_{l \in \pi}$

$f_\pi(\mathcal{D}) = \sqrt{\frac{\sum_{d \in \mathcal{D}} d}{||\pi||}}$

5 Множественное выравнивание

$\mathbf{s}(i), \mathbf{c}(j), \mathbf{z}(k); \quad i, j, k = 1, \dots, N$

$\mathcal{I}_s = \{i\}_{i=1}^{N}, \quad \mathcal{I}_c = \{j\}_{j=1}^{N}, \quad \mathcal{I}_z = \{k\}_{k=1}^{N}$

$\mathcal{I}_s \times \mathcal{I}_c \times \mathcal{I}_z = \{(i, j, k)\}_{i=1, j=1, k=1}^{i=N, j=N, k=N}$

$\mathbb{I} = \mathcal{I}_s \times \mathcal{I}_c \times \mathcal{I}_z$

$l = (i, j, k)$

$L(l) = \{(i-1, j, k), (i, j-1, k), (i, j, k-1), (i-1, j-1, k), (i, j-1, k-1), (i-1, j, k-1), (i-1, j-1, k-1)\}$

$\rho(l) = \sqrt{\sum_{a \in \{\mathbf{s}(i), \mathbf{c}(j), \mathbf{z}(k)\}} (a - \frac{(\mathbf{s}(i) + \mathbf{c}(j) + \mathbf{z}(k))}{3})^2}$

$\mathcal{D} = \{\rho(l)\}_{l \in \pi}$

$f_\pi(\mathcal{D}) = \sqrt{\frac{\sum_{d \in \mathcal{D}} d}{||\pi||}}$

6 Общий случай

$\mathbf{S}_1(i_1, \dots, i_m, k), \dots, \mathbf{S}_M(j_1, \dots, j_m, k); \quad i_1, \dots, i_m, \dots, j_1, \dots, j_m, = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots K;$

$\mathcal{I}_1 = \{i_1, \dots, i_m\}_{i_1, \dots, i_m = 1}^{i_1, \dots, i_m = N}, \dots, \mathcal{I}_M = \{j_1, \dots, j_m\}_{j_1, \dots, j_m = 1}^{j_1, \dots, j_m = N}$

$\mathcal{I}_1 \times \dots \times \mathcal{I}_M = \{(i_1, \dots, i_m, \dots, j_1, \dots, j_m)\}_{i_1, \dots, i_m, \dots, j_1, \dots, j_m = 1}^{i_1, \dots, i_m, \dots, j_1, \dots, j_m = N}$

$\mathbb{I} = \mathcal{I}_1 \times \dots \times \mathcal{I}_M$

$l = (i_1, \dots, i_m, \dots, j_1, \dots, j_m)$

$L(l) = \{(i_1 - 1, \dots, i_m, \dots, j_1, \dots, j_m), \dots, (i_1, \dots, i_m, \dots, j_1, \dots, j_m - 1), (i_1 - 1, \dots, i_m, \dots, j_1 - 1, \dots, j_m), \dots, (i_1, \dots, i_m - 1, \dots, j_1, \dots, j_m - 1), \dots, (i_1 - 1, \dots, i_m - 1, \dots, j_1 - 1, \dots, j_m - 1)\}$

$\rho(l) = ???$

$\mathcal{D} = \{\rho(l)\}_{l \in \pi}$

$f_\pi(\mathcal{D}) = \sqrt{\frac{\sum_{d \in \mathcal{D}} d}{||\pi||}}$