Ранжирование экспертов при помощи линейного согласования.

Николай Савельев

Московский физико-технический институт

Постановка задачи

Заданы множество объектов $V = \{v_i\}_{i=1}^{m}$ и множество показателей $\Psi = \{\psi_j\}_{j=1}^{n}$.

Множество измерений показателей каждого объекта представлено в виде матрицы исходных данных $A = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^{m,n}$.

Имеется K экспертов, и для каждого эксперта известны вектор его оценок объектов $q_0 \in \mathbb{R}^m$ (интегральные индикаторы) и вектор его оценок показателей $w_0 \in \mathbb{R}^n$.

Требуется на основе этих данных отранжировать экспертов по предпочтению.

Согласованность экспертных оценок

По исходным экспертным оценкам весов показателей w_0 можно вычислить значение вектора интегрального индикатора

$$q_1 = Aw_0, \tag{1}$$

также по исходным экспертным оценкам значения вектора интегрального индикатора q_0 можно вычислить веса показателей

$$w_1 = A^+ q_0. \tag{2}$$

В общем случае $q_0 \neq q_1$, $w_0 \neq w_1$.

Определение. Согласованными значениями интегрального индикатора и весов показателей называются такие значения $\hat{q}$ и $\hat{w}$, для которых верно:

$$\hat{q} = A\hat{w}, \quad \hat{w} = A^+\hat{q}. \tag{3}$$

Линейное согласование

Построим на основе $q_0,\ q_1,\ w_0,\ w_1$ следующие оценки:

$$q_\alpha = \alpha q_0 + (1-\alpha) q_1, \quad w_\alpha = (1-\alpha) w_0 + \alpha w_1, \qquad (4)$$

где $\alpha \in [0, 1]$ - параметр доверия экспертным оценкам интегральных индикаторов объектов.

Утверждение. Значения q_α и w_α являются согласованными.

Выбор α

Обозначим невязки между изначальными и согласованными векторами оценок:

$$\varepsilon^2(\alpha) = ||q_\alpha - q_0||^2, \quad \delta^2(\alpha) = ||w_\alpha - w_0||^2. \tag{5}$$

В качестве критерия выбора параметра α возьмем условие минимальности этих невязок с учетом размерностей пространств векторов интегральных индикаторов и весов показателей.

$$\alpha^* = argmin\{\frac{1}{m}\varepsilon^2(\alpha) + \frac{1}{n}\delta^2(\alpha)\}. \tag{6}$$

Каждому из K экспертов сопоставим меру несогласованности его оценок:

$$R(k) = \frac{1}{m}\varepsilon_k^2(\alpha_k^*) + \frac{1}{n}\delta_k^2(\alpha_k^*), \quad k = 1, \dots, K. \tag{7}$$

И отдадим предпочтение тем экспертам, чья мера несогласованности меньше.

Список литературы

1. *В. В. Стрижов.* Согласование экспертных оценок при посторении интегральных индикаторов, 2002.