

Учет предпочтения экспертов в задаче ранжирования.

Алсаханова Н. Ю.

1 Постановка задачи

Заданы описания объектов (продуктов питания) в виде матрицы исходных данных:

$$A = \{a_{i,j}\}_{i,j=1}^{m,n}$$

где m – количество объектов, n – количество показателей.

Каждый эксперт дает оценку весовых коэффициентов $\mathbf{w}_{0,k} \in \mathbb{R}^n$ и оценку объектов $\mathbf{q}_{0,k} \in \mathbb{R}^m$, где k – номер эксперта. Необходимо построить согласованный рейтинг объектов, то есть найти \mathbf{q}_α и \mathbf{w}_α такие, что:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_\alpha &= A\mathbf{w}_\alpha \\ \mathbf{w}_\alpha &= A^+\mathbf{q}_\alpha \end{aligned} \quad (1)$$

Для построения согласованного рейтинга применяется линейное согласование:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_\alpha &= \alpha\mathbf{q}_0 + (1 - \alpha)A\mathbf{w}_0 \\ \mathbf{w}_\alpha &= (1 - \alpha)\mathbf{w}_0 + \alpha A^+\mathbf{q}_0 \end{aligned}$$

где $\alpha \in [0, 1]$ – параметр доверия экспертным оценкам объектов, либо весов. При $\alpha = 0$ мы игнорируем экспертные оценки объектов, при $\alpha = 1$ мы игнорируем экспертные оценки весов.

Если α не задано экспертами, то его можно найти путем решения оптимизационной задачи:

$$\alpha^* = \arg \min_{\alpha} \left\{ \frac{1}{n} \|w_\alpha - w_0\|_2^2 + \frac{1}{m} \|q_\alpha - q_0\|_2^2 \right\}$$

2 Эксперимент

Данные для эксперимента состояли из описания (5 признаков) и K оценок для 9 объектов. Оценки рассматривались, как признаки, то есть матрица $A \in \mathbb{R}^{9 \times K+5}$. Так же были даны оценки экспертов для каждого признака, $W \in \mathbb{R}^{17 \times K'}$. Множество экспертов, оценивших объекты, не совпадало с множеством экспертов, оценивших признаки. Так же в матрицах A и W присутствовали пропуски. Для заполнения пропусков использовались средние значения 2 ближайших соседей.

В качестве \mathbf{q}_0 и \mathbf{w}_0 были взяты средние значения по $\mathbf{q}_{0,k}$ и $\mathbf{w}_{0,k}$. Затем было проведено согласование. Результаты сравнения приведены на рисунке 1.

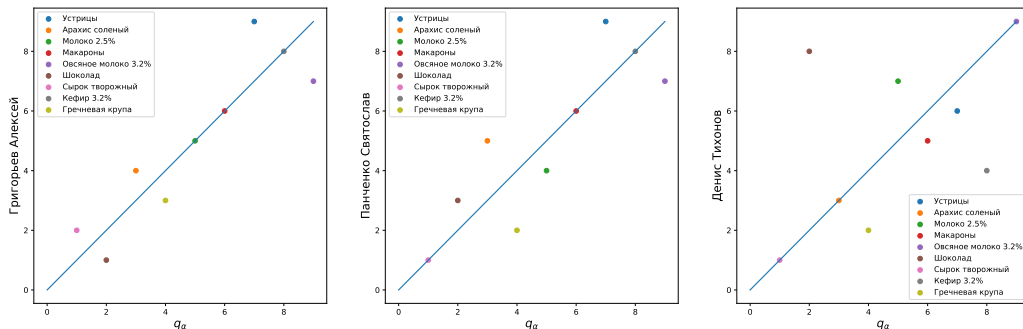


Рис. 1 Сравнение рейтингов

Так же балы рассмотрено решение задачи с предпочтением экспертов. Пусть у нас есть рейтинг экспертов $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^K$, состоящий из неповторяющихся оценок от 1 до K . Чем выше оценка эксперта, тем предпочтительнее его оценки. Поэтому в качестве \mathbf{q}_0 и \mathbf{w}_0 были взяты взвешанные средние значения по $\mathbf{q}_{0,k}$ и $\mathbf{w}_{0,k}$. Затем было проведено согласование. Результаты сравнения приведены на рисунке 2.

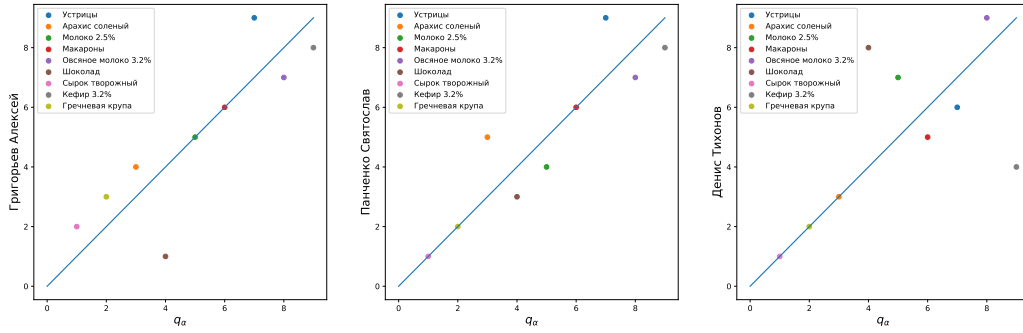


Рис. 2 Сравнение рейтингов

Сравнение рейтингов, полученных без учета и с учетом рейтинга экспертов приведено ниже 3. Так же приведено изменение Q в зависимости от рейтинга эксперта 4. Где Q :

$$Q = \frac{1}{n} \|w_\alpha - w_0\|_2^2 + \frac{1}{m} \|q_\alpha - q_0\|_2^2$$

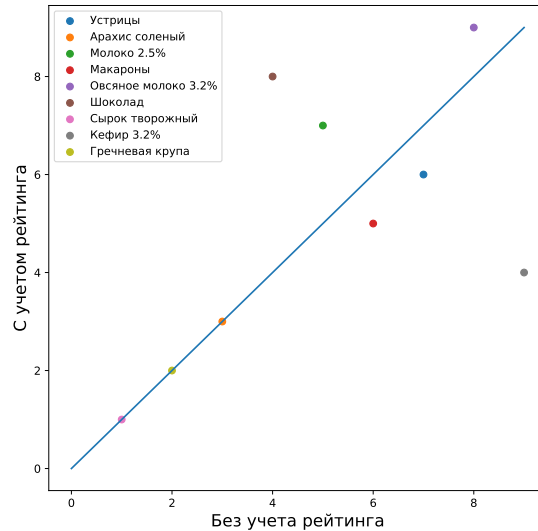
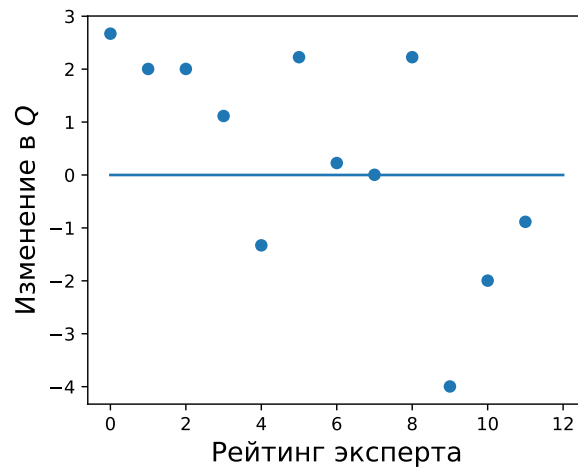


Рис. 3 Сравнение рейтингов



Код: <https://github.com/NadezhdaAlsahanova/Ratings>