

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»  
Физтех-школа прикладной математики и информатики  
Кафедра интеллектуальных систем

**Направление подготовки:** 03.04.01 Прикладные математика и физика

**Направленность (профиль) подготовки:** Компьютерные технологии и  
интеллектуальный анализ данных

**Построение карты связности функциональных групп в задаче  
декодирования сигналов головного мозга**  
(магистерская работа)

**Студент:**  
Вареник Наталия

---

*(подпись студента)*

**Научный руководитель:**  
д. ф.-м. н. Стрижов Вадим Викторович

---

*(подпись научного руководителя)*

Москва 2022

# Содержание

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Введение</b>  | <b>4</b>  |
| <b>2</b> | <b>Обзор литературы</b>  | <b>8</b>  |
| <b>3</b> | <b>Постановка задачи</b>   | <b>9</b>  |
| 3.1      | Построение карты связности . . . . .   | 9         |
| 3.2      | Классификация сигнала . . . . .  | 9         |
| <b>4</b> | <b>Оценка матрицы смежности</b>  | <b>11</b> |
| 4.1      | Базовые методы . . . . .   | 11        |
| 4.2      | Спектральная согласованность (Magnitude Squared Coherence) . . . . .         | 11        |
| 4.3      | Частично-направленная согласованность (Partial Directed Coherence) . . . . . | 12        |
| 4.4      | Синхронизация фаз (Phase Locking Value) . . . . .                            | 13        |
| <b>5</b> | <b>Графовая рекуррентная сеть</b>  | <b>14</b> |
| <b>6</b> | <b>Вычислительный эксперимент</b>  | <b>16</b> |
| 6.1      | Постановка эксперимента . . . . .  | 16        |
| 6.2      | Экспериментальные данные . . . . .   | 16        |
| 6.3      | Результаты . . . . .   | 17        |
| <b>7</b> | <b>Заключение</b>  | <b>21</b> |
|          | <b>Список литературы</b>   | <b>22</b> |

## Аннотация

Решается задача построения модели анализа активности головного мозга, учитывающей пространственную структуру сигнала. Данные об активности мозга представлены в виде многомерных временных рядов, считываемых датчиками, расположенными на голове испытуемого одним из универсальных стандартов размещения. Существующие решения на основе сверточных нейронных сетей обычно определяются на канально-временном представлении сигнала, в предположении отсутствия информации о геометрическом устройстве и связи временных рядов. Предлагается использовать графовое представление сигнала, что позволит выявить более сложные взаимосвязи различных областей активности в пространстве и провести нейробиологическую интерпретацию функциональных связей мозга. Исследуются различные методы построения матрицы смежности, определяющей графовую структуру для ее последующего использования графовой моделью. Для определения матрицы смежности используются детерминированные методы оценки линейной связи между временными рядами на основе спектрального анализа, авторегрессионного подхода и нелинейный метод синхронизации фаз. В качестве модели для решения задачи декодирования предлагается использовать композицию графовой свертки для агрегации пространственной информации и рекуррентного блока для обработки временной последовательности.

**Ключевые слова:** *пространственная структура, многомерные временные ряды, ЭЭГ, графовое представление сигнала, графовая свертка, спектральная согласованность, частично направленная согласованность, синхронизация фаз, распознавание эмоций.*

# 1 Введение

Данная работа посвящена исследованию использования пространственной структуры сигналов активности головного мозга для решения задач декодирования и направлена на сравнение различных методов ее построения.

Декодирования внутренней информации сигналов мозга для интерпретации намерения имеет особую роль в такой области нейроинформатики и медицины, как построение нейрокомпьютерного интерфейса (BCI), представляющего собой систему по взаимодействию мозга и компьютера. Данная технология улавливая активность мозга и преобразовывая ее в команды [1] позволяет обеспечить управление протезами, экзоскелетами и коммуникационными устройствами с целью оказания помощи людям с ограниченными возможностями [2–4], а также используется в реабилитационных [5, 6] и диагностических целях [7, 8].

В настоящее время для BCI используются различные методы получения нейронной активности мозга. Наиболее точными являются инвазивные методы, обеспечивающие высокое качество записи и пространственно-временное разрешение. При этом установка датчиков для считывания требует хирургического вмешательства. Примерами таких сигналов являются электрокортикограммы (ECoG) [9]. Однако самыми распространенными являются неинвазивные методы, такие как электроэнцефалография (EEG) [10], магнитоэнцефалография (MEG) [11] и функциональная магнитно-резонансная томография (fMRI) [12]. В данном исследовании в качестве задачи декодирования рассматривается классификация сигналов ЭЭГ для анализа эмоциональных состояний человека. Анализ эмоций может помочь повысить качество общения человека с компьютером и улучшить интеллект компьютера. Кроме того, анализ эмоций играет важную роль в здравоохранении для понимания поведенческих и когнитивных функций пациентов [13]. Устройство для считывания сигнала представляет собой набор электродов, расположенных вдоль кожи головы по одной из общепринятых систем размещения, в частности системе 10-20 [14]. Такой метод записи является самым доступным, быстрым, портативным и менее сложен в настройке.

Мозг представляет собой динамическую систему, в которой информация постоянно обрабатывается и передается в другие взаимосвязанные регионы. Группы активности составляют сложную сеть с иерархической пространственной и функциональной организацией [15], которую необходимо изучить. Сверточные нейронные сети (CNN) часто используются в качестве модели извлечения пространственной информации многомерных временных рядов мозговой активности для разработки более надежных нейрокомпьютерных интерфейсов. Однако обыкновенные CNN по построению более применимы к данным, структурированным в виде упорядоченной

регулярной сетки, таким как изображения, где пиксели равноудалены от своих соседей. Предположение отсутствия сложной функциональной нейронной связности электродов приводит к ограниченной производительности и худшей интерпретации функциональных структур. Для применения CNN к данным ЭЭГ используются две вариации: 1) использование 2D свертки [16] на каждом ЭЭГ испытании в виде псевдо-картинки  $\mathbb{R}^{C \times T}$ , где  $C$  - количество электродов,  $T$  - количество отсчетов времени. Такой способ размещения электродов по одной оси матрицы игнорирует их размещение на сферической поверхности головы. 2) использование 1D свертки [17] только по временной оси, электроды считаются независимыми. Такой метод ухудшает извлечение долговременных зависимостей из-за локальности свертки. Из-за отсутствия регулярного определения окрестности обычные CNN не могут быть непосредственно применены для учета пространственной информации со сферической поверхности мозга.

Для эффективного пространственного представления ЭЭГ сигнала предлагается использовать графовое представление, где вершины это электроды со значениями сигнала в конкретный момент времени, а ребра задаются матрицей смежности, построение которой исследуется в этой работе. Это позволит:

- получить гибкое пространственное представление набора электродов без необходимости их ручного упорядочивания и выравнивания,
- исследовать более сложную функциональную связь между различными участками электродов,
- получить нейробиологическую интерпретацию функциональных связей мозга,
- оценить применимость подхода к отбору каналов для снижения вычислительной эффективности и проектирования портативных гарнитур для снятия сигналов.

В качестве методов построения матрицы смежности предлагается рассмотреть помимо базовых методов на основе евклидова расстояния, корреляции Пирсона, спектральной согласованности еще два метода: частично-направленная согласованность, основанная на концепции причинности по Грейнджеру и нелинейный метод синхронизации фаз с использованием преобразования Гильберта.

Построенная графовая структура сигнала ЭЭГ позволяет применить графовые сверточные сети (GCN) для обнаружения и моделирования внутренней связи различных участков головного мозга. В частности рассматривается спектральная графовая свертка, с локализованным в пространстве ядром за счет аппроксимации полиномами Чебышева 1-го рода. В качестве модели для решения задачи декодирования предлагается использовать композицию графовой свертки и рекуррентного блока с долгой

кратковременной памятью, которая не подвергается проблеме затухания градиентов при обработке длинных временных последовательностей, задающих сигналы мозговой активности.

**Цель и задачи исследования.** Целью работы является построение нейроинтерфейса, учитывающего пространственную структуру сигнала. Предполагается, что использование информации о распространении и передаче сигнала между функциональными группами поверхности головного мозга позволит улучшить решение задачи декодирования. Для достижения этой цели поставлены следующие задачи:

- изучить различные методы оценки связи электродов для построения графовой структуры сигнала,
- предложить модель решения задачи декодирования, эффективно учитывающую пространственные и временные зависимости,
- сравнить качество модели, использующей разные методы построения карты связности электродов,
- провести нейробиологическую интерпретацию полученной пространственной структуры связи различных участков мозга.

**Теоретическая значимость.** Применение рассматриваемых методов построения графовой представления сигнала позволяют учитывать пространственную информацию сигнала. Использование графовой представления является более естественным ввиду нерегулярной структуры физической и функциональной связи различных частей мозга.

**Практическая значимость.** Модели использующие пространственную информацию сигнала улучшают качество решения задачи декодирования. Анализ графовой представления сигнала дает возможности для проведения нейробиологической интерпретации, определения эффективного набора электродов, а также применим для построения локальных моделей и полезен для исследования распространения сигнала по поверхности мозга, например, через построения непрерывного пространственного представления через моделирование процесса диффузии на графе с использованием дифференциальных уравнений в частных производных. [18].

## Обозначения и сокращения

- ЭЭГ(EEG) — электроэнцефалограмма (electroencephalogram)
- BCI — нейрокомпьютерный интерфейс (brain-computer interface)
- MSC — спектральная согласованность ( magnitude squared coherence)
- PDC — частично направленная согласованность (partial directed coherence)
- PLV — значение синхронизации фаз (phase locking value)
- LSTM — нейронная сеть с долгой кратковременной памятью
- GCN LSTM — композиция спектральной графовой свертки с LSTM

## 2 Обзор литературы

TODO.



## 3 Постановка задачи

### 3.1 Построение карты связности

Исходный сигнал EEG задан в виде матрицы  $\mathbf{X}_i \in \mathbb{R}^{T \times E}$ ,  $i \in \overline{1, M}$ , где  $T$  соответствует количеству отсчетов времени при измерении сигнала, а  $E$  - количеству электродов,  $M$  - количество примеров в выборке. Также дана матрица координат электродов  $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{E \times 2}$ , определяемая выбранным при снятии данных стандартом размещения. В текущей работе предлагается рассмотреть сигнал EEG в виде ненаправленного динамического графа  $\mathcal{G}_{it} = (\mathcal{V}_{it}, \mathcal{E}_{it}, \mathbf{A}_{\mathbf{X}_{it}})$  для извлечения более сложных пространственных взаимосвязей между электродами сигнала. В качестве множества вершин графа  $\mathcal{V}_{it}$  рассматриваются электроды, значения сигнала на которых в момент времени  $t$  являются значениями вершин. Множество ребер  $\mathcal{E}_{it}$  графа задается матрицей смежности вершин  $\mathbf{A}_{\mathbf{X}_{it}}$ . Главной задачей работы является исследование различных методов построения матрицы смежности  $\mathbf{A}_{\mathbf{X}_{it}}$  вершин  $\mathcal{V}_{it}$ . Где  $\mathbf{A}_{\mathbf{X}_{it}}$  есть симметричная действительная матрица размера  $E \times E$ , в которой  $a_{ij} \geq 0$  - вес ребра между вершинами  $i$  и  $j$  в случае взвешенного графа или  $a_{ij} \in \{1, 0\}$  - индикатор наличия ребра между вершинами, в случае невзвешенного графа.

Требуется найти функцию:

$$\mathbf{f}_{\mathbf{X}_i, \mathbf{Z}}(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{E \times E}, f_{\mathbf{X}_i, \mathbf{Z}}(t) = \mathbf{A}_{\mathbf{X}_{it}, \mathbf{Z}}$$

### 3.2 Классификация сигнала

Дана выборка

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= (\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \mathbf{y}), \text{ где } \mathbf{X} = \{\mathbf{X}_i\}_{i=1}^M, \\ \mathbf{X}_i &= \{\mathbf{x}_t\}_{t \in T}, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^E, T = \{t_i\}_{i=1}^N, t_i \in \mathbb{R}, \\ \mathbf{Z} &= \{\mathbf{z}_j\}_{j=1}^E, \mathbf{z}_j \in \mathbb{R}^2, \\ \mathbf{y} &= \{y_i\}_{i=1}^M, y_i \in \{1, \dots, C\}, \\ E &= 32 - \text{количество электродов}, \\ N &- \text{количество наблюдений в одном отрезке сигнала}. \end{aligned}$$

Для решения задачи классификации рассматривается класс графовых рекуррентных нейронных сетей:

$$g_\theta : (\mathbf{X}, \mathbf{A}_{\mathbf{X}, \mathbf{Z}}) \rightarrow \mathbf{y}.$$

В качестве функции ошибки выбрана кросс-энтропия:

$$\mathcal{L}_{ce} = -\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left[ \sum_{c=0}^C y_i^c \log(p_i^c) \right]$$

$p_i^c = g_\theta(\mathbf{X}_i, \mathbf{A}_{\mathbf{X}_i, \mathbf{Z}})$  - вероятность класса  $c$  для  $\mathbf{X}_i$  с матрицей смежности  $\mathbf{A}_{\mathbf{X}_i, \mathbf{Z}}$ .

Тогда получаемая оптимизационная задача примет вид:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \mathcal{L}_{ce}(\theta, \mathbf{X}, \mathbf{A}_{\mathbf{X}, \mathbf{Z}}).$$

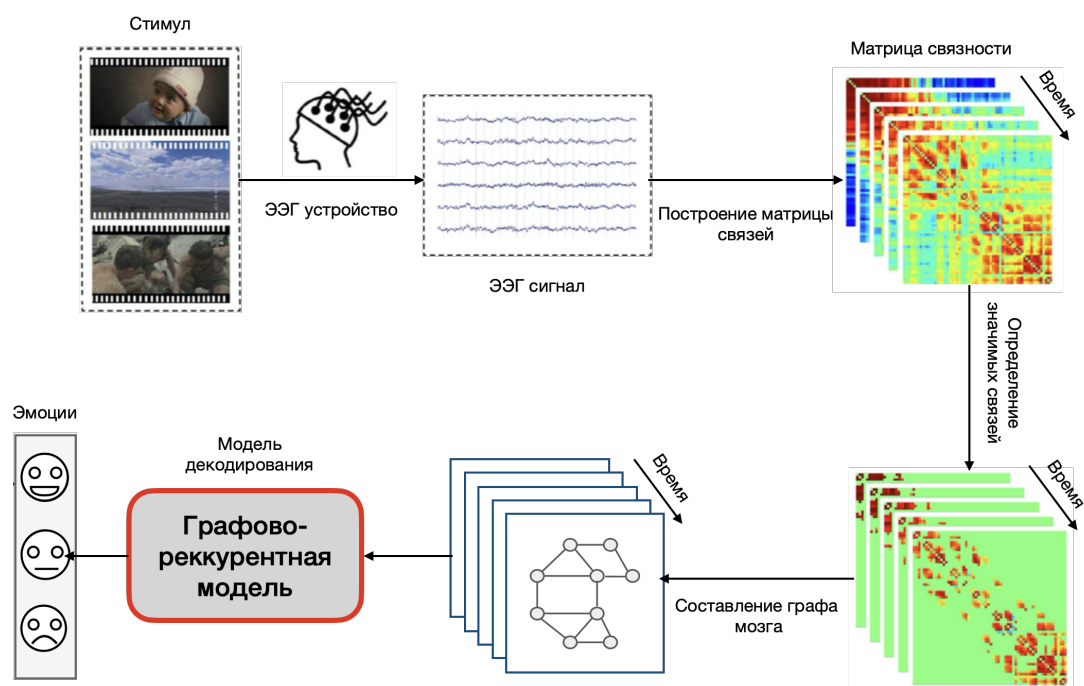


Рис. 1: Построение и использование графовой структуры сигнала.

## 4 Оценка матрицы смежности

### 4.1 Базовые методы

- Евклидово расстояние:

$$d_{ij} = \|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\|_2^2,$$
$$a_{ij} = \begin{cases} d_{ij}, & \text{если } d_{ij} \leq \rho_d \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- Линейная корреляция Пирсона:

$$r_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T (x_i(t) - \bar{\mathbf{x}}_i)(x_j(t) - \bar{\mathbf{x}}_j)}{(T-1)s_{\mathbf{x}_i}s_{\mathbf{x}_j}} = \frac{\sum_{t=1}^T (x_i(t) - \bar{\mathbf{x}}_i)(x_j(t) - \bar{\mathbf{x}}_j)}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (x_i(t) - \bar{\mathbf{x}}_i)^2 \sum_{t=1}^T (x_j(t) - \bar{\mathbf{x}}_j)^2}},$$
$$a_{ij} = \begin{cases} r_{ij}, & \text{если } r_{ij} \geq \rho_r \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

### 4.2 Спектральная согласованность (Magnitude Squared Coherence)

Распространенный способ оценки линейной связи между двумя сигналами:

$$\gamma_{\mathbf{xy}}(f) = \frac{|S_{\mathbf{xy}}(f)|^2}{S_{\mathbf{xx}}(f)S_{\mathbf{yy}}(f)},$$

где по теореме Винера-Хинчина определяется связь спектральной плотности с автокорреляцией через преобразование Фурье:

$$S_{\mathbf{xx}}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\mathbf{xx}}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau - \text{авто-спектральная функция плотности,}$$

$$S_{\mathbf{xy}}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\mathbf{xy}}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau - \text{кросс-спектральная функция плотности,}$$

$$R_{\mathbf{xy}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \overline{y(t-\tau)} d\tau - \text{функция корреляции,}$$

$\overline{x(t)}$  — комплексное сопряжение.

Для дискретного случая получаем:

$$S_{\mathbf{x}\mathbf{x}}(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{(\Delta t)^2}{T} \left| \sum_{n=-N}^N x_n e^{-i2\pi f n \Delta t} \right|^2, \quad x_n = x(t_n) = (\mathbf{x})_n,$$

$$S_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(\tau_n) e^{-i2\pi f n \tau_n}, \quad \tau_n - \text{временной лаг.}$$

Итого:

$$a_{ij} = \begin{cases} \gamma_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}, & \text{если } \gamma_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j} \geq \rho_\gamma \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

### 4.3 Частично-направленная согласованность (Partial Directed Coherence)

Основное преимущество данного подхода оценки линейной связи заключается в способности выявлять дополнительную информацию о причинно-следственной связи между наблюдениями. Концепция причинности по Грейнджеру (ссылка) основана на идее адекватности, согласно которой причины предшествуют своим последствиям во времени. В линейной структуре причинность по Грейнджеру обычно оценивается путем подбора векторных авторегрессионных моделей.

Пусть набор одновременно наблюдаемых временных рядов  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T$  адекватно описывается векторной регрессионной моделью порядка  $p$ :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^p \mathbf{W}_k \mathbf{x}(t-k) + \mathbf{b}(t), \quad \text{где}$$

$$\mathbf{W}_k = \begin{bmatrix} w_{11}(k) & \dots & w_{1N}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1}(k) & \dots & w_{NN}(k) \end{bmatrix} - \text{матрица авторегрессионных коэффициентов лага } k,$$

$$\mathbf{b}(t) = [b_1(t) \quad \dots \quad b_N(t)]^T - \text{вектор с нулевым средним и матрицей ковариации } \Sigma_b.$$

Коэффициенты  $w_{ij}(k)$  отображают эффект влияния  $x_j(t-k)$  на  $x_i(t)$ . Чтобы описать причинность в частотной области вводится понятие частично направленной согласованности (Partial Directed Coherence).

Пусть

$$\mathbf{W}(\lambda) = \sum_{k=1}^p \mathbf{W}_k e^{-i2\pi\lambda k} - \text{преобразование Фурье матрицы коэффициентов,}$$

$\lambda$  — частота.

Тогда частично направленная согласованность (интенсивность информационного потока из канала  $j$  в канал  $i$  по частоте  $\lambda$ ) определяется как:

$$\pi_{i \leftarrow j}(\lambda) = \frac{\frac{1}{\sigma_i} |\overline{\mathbf{W}}_{ij}(\lambda)|}{\sqrt{\sum_{m=1}^p \frac{1}{\sigma_m^2} \overline{\mathbf{W}}_{mj}(\lambda) \overline{\mathbf{W}}_{mj}^H(\lambda)}}, \text{ где}$$

$$\overline{\mathbf{W}}(\lambda) = \mathbf{I} - \mathbf{W}(\lambda), \quad \sigma_i^2 - \text{дисперсия процесса } b_i(t),$$

$H$  — эрмитово сопряжение.

#### 4.4 Синхронизация фаз (Phase Locking Value)

Фазовая синхронизация представляет собой подход к анализу возможных нелинейных взаимозависимостей и фокусируется на фазах сигналов. Значение синхронизации фазы (PLV) является одним из наиболее часто используемых мер связи фаз. Предполагается, что две динамические системы могут иметь синхронизацию фаз, даже если их амплитуды независимы. Синхронизация фаз понимается как:

$$|\phi_x(t) - \phi_y(t)| = \text{const.}$$

Чтобы оценить фазу сигнала вычисляется аналитическое представление сигнала с использованием преобразования Гильберта:

$$H(t) = x(t) + i\tilde{x}(t), \text{ где}$$

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi} v.p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t - t'} dt' - \text{преобразование Гильберта сигнала } x(t),$$

$v.p.$  — главное значение интеграла по Коши.

Фаза аналитического сигнала определяется как:

$$\phi(t) = \arctan \left( \frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} \right).$$

Таким образом, для двух сигналов  $x(t)$ ,  $y(t)$  равной продолжительности с фазами  $\phi_x(t)$ ,  $\phi_y(t)$  мера PLV задается уравнением:

$$PLV_{xy} = \left| \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \exp(i(\phi_x(j\Delta t) - \phi_y(j\Delta t))) \right|$$

где  $\Delta t$  - шаг по времени, а  $N$  - количество наблюдений сигнала.

## 5 Графовая рекуррентная сеть

Рассмотрим класс рекуррентных нейронных сетей LSTM, не подвергающийся затуханию градиента, представленный в [Hochreiter Schmidhuber. (1997)]. Эта архитектура зарекомендовала себя как стабильная и мощная для моделирования долгосрочных зависимостей в различных задачах моделирования последовательностей [Graves, 2013; Srivastava et al., 2015; Sutskever и др., 2014]. На шаге  $t$  даны вектор наблюдаемых переменных  $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times D}$ ,  $\mathbf{h}_{t-1} \in \mathbb{R}^{E \times H}$  - скрытое состояние ячейки,  $\mathbf{c}_{t-1} \in \mathbb{R}^{E \times H}$  - состояние памяти. Обновление скрытого состояния задается следующим набором уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_t &= \sigma(\mathbf{W}_{xi}\mathbf{x}_t + \mathbf{W}_{hi}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{ci} \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_i), \\ \mathbf{f}_t &= \sigma(\mathbf{W}_{xf}\mathbf{x}_t + \mathbf{W}_{hf}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{cf} \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_f), \\ \mathbf{c}_t &= \mathbf{f}_t \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{i}_t \odot \tanh(\mathbf{W}_{xc}\mathbf{x}_t + \mathbf{W}_{hc}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_c), \\ \mathbf{o}_t &= \sigma(\mathbf{W}_{xo}\mathbf{x}_t + \mathbf{W}_{ho}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{co} \odot \mathbf{c}_t + \mathbf{b}_o), \\ \mathbf{h}_t &= \mathbf{o}_t \odot \tanh(\mathbf{c}_t). \end{aligned}$$

где  $\odot$  - произведение Адамара,  $\sigma$  - сигмоидная функция. Фильтр  $\mathbf{i}_t \in \mathbb{R}^{E \times H}$  соответствует степени потока новых данных в ячейку памяти,  $\mathbf{f}_t \in \mathbb{R}^{E \times H}$  определяет степень забывания старой информации,  $\mathbf{o}_t \in \mathbb{R}^{E \times H}$  задает поток информации из ячейки памяти на выход.

Пусть  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{W})$  - граф, где  $\mathcal{V} = \{1, \dots, E\}$  - вершины,  $\mathcal{E} \subseteq E \times E$  - ребра,  $\mathcal{W} : \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R}$  - весовая функция ребер. Пусть  $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times D}$  - графовый сигнал. Для извлечения пространственной информации предлагается рассмотреть графовую свертку [Defferrard et al. (2016)], задаваемую из спектрального разложения Лапласиана и графового преобразования Фурье.

По теореме о свертках сигнал  $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times D}$  сворачивается с ядром  $g_\theta(\Lambda) = \text{diag}(\boldsymbol{\theta})$ ,  $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^E$  - вектор Фурье коэффициентов по формуле:

$$\mathbf{y}_t = g_\theta *_{\mathcal{G}} \mathbf{x}_t = g_\theta(\mathbf{L})\mathbf{x}_t = g_\theta(\mathbf{U}\Lambda\mathbf{U}^T)\mathbf{x}_t = \mathbf{U}g_\theta(\Lambda)\mathbf{U}^T\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times D},$$

где  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{E \times E}$  - матрица собственных векторов,  $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{E \times E}$  - диагональная матрица собственных значений Лапласиана  $\mathbf{L} = \mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{A} \mathbf{D}^{-1/2} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T \in \mathbb{R}^{E \times E}$ . Где  $\mathbf{A}$  - матрица смежности,  $\mathbf{D}$  - матрица степеней вершин. Основным недостатком такой свертки является время вычисления такой свертки, так как операция умножения на  $\mathbf{U}$  имеет квадратичную сложность по отношению к числу вершин графа. Кроме этого ядро свертки не обладает по построению свойством локализации в пространстве. Поэтому предлагается использовать аппроксимацию ядра полиномами, в частности полиномами Чебышева порядка  $K - 1$ , которые решают проблему отсутствия локализованности и при этом обладают меньшей вычислительной сложностью из-за их рекуррентного вычисления:

$$g_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{\Lambda}) = \sum_{k=0}^{K-1} \theta_k T_k(\tilde{\mathbf{\Lambda}}),$$

где  $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^K$  - вектор коэффициентов,  $T_k(\tilde{\mathbf{\Lambda}})$  - полином Чебышева 1-го рода в точке  $\tilde{\mathbf{\Lambda}} = 2\mathbf{\Lambda}/\lambda_{max} - \mathbf{I}$ .

Тогда операция графовой свертки примет вид:

$$\mathbf{y}_t = GConv(\mathbf{x}_t) = g_{\boldsymbol{\theta}} *_{\mathcal{G}} \mathbf{x}_t = g_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{L})\mathbf{x}_t = \sum_{k=0}^{K-1} \theta_k T_k(\tilde{\mathbf{L}})\mathbf{x}_t, \quad \tilde{\mathbf{L}} = 2\mathbf{L}/\lambda_{max} - \mathbf{I}.$$

Используя рекуррентное соотношение  $T_k(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x}T_{k-1}(\mathbf{x}) - T_{k-2}(\mathbf{x})$  с  $T_0 = \mathbf{1}$  и  $T_1 = \mathbf{x}$  вычислительная сложность полученной свертки составит линейное время относительно количества ребер.

Итоговая модель представляет собой композицию графовой свертки для агрегации пространственной информации и рекуррентного слоя для обработки временных зависимостей:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t^{GCN} &= GConv(\mathbf{x}_t), \\ \mathbf{i}_t &= \sigma(\mathbf{W}_{xi}\mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{hi}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{ci} \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_i), \\ \mathbf{f}_t &= \sigma(\mathbf{W}_{xf}\mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{hf}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{cf} \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_f), \\ \mathbf{c}_t &= \mathbf{f}_t \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{i}_t \odot \tanh(\mathbf{W}_{xc}\mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{hc}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_c), \\ \mathbf{o}_t &= \sigma(\mathbf{W}_{xo}\mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{ho}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{co} \odot \mathbf{c}_t + \mathbf{b}_o), \\ \mathbf{h}_t &= \mathbf{o}_t \odot \tanh(\mathbf{c}_t). \end{aligned}$$

где  $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{E \times D}$  - наблюдаемый сигнал динамической системы в момент времени  $t$ , организация которой задается графом  $\mathcal{G}$ , а  $\mathbf{h}_{t-1}, \mathbf{c}_{t-1} \in \mathbb{R}^{E \times H}$  - скрытое состояние и состояние ячейки памяти в момент времени  $t - 1$ .

## 6 Вычислительный эксперимент

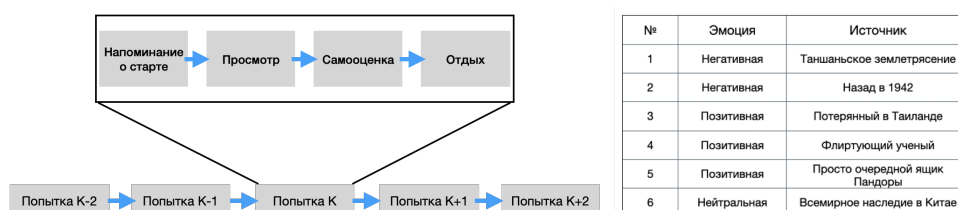
### 6.1 Постановка эксперимента

Цель эксперимента.

1. Построить матрицы связей электродов предложенными методами,
2. Оценить качество работы пространственно-временной модели на основе полученных оценок матрицы,
3. Рассмотреть применение к исключению набора электродов, провести интерпретацию.

### 6.2 Экспериментальные данные

**Выборка SEED.** Рассматривается общедоступный набор данных для анализа аффективных состояний человека. В эксперименте приняли участие 15 здоровых человека (7 мужчин и 8 женщин), средний возраст которых составлял 23 года. Все испытуемые соответствовали необходимым требованиям по здоровью и состоянию, подписали согласие и были ознакомлены с протоколом эксперимента. Специальным образом отобранные 15 видеоклипов из 6 источников были выбраны в качестве визуальных стимулов. Критерии отбора видеофрагментов следующие: а) продолжительность всего эксперимента не должна быть слишком большой, чтобы испытуемые не утомлялись; б) видео должны быть понятны без объяснений; и с) видео должны вызывать одну определенную целевую эмоцию. Продолжительность каждого видеоклипа составляла примерно 4 минуты. Каждый видеоклип хорошо отредактирован, чтобы создать последовательные эмоции, вызывающие и максимизирующие эмоциональные значения. Всего проводилось 3 эксперимента по 15 попыток. Порядок демонстрации был устроен таким образом, что два видеоклипа, нацеленных на одну и ту же эмоцию, не показываются друг за другом. Для получения обратной связи участникам предлагалось сообщать о своих эмоциональных реакциях в анкете сразу после просмотра видео. Подробный протокол показан ниже:



EEG сигнал измерялся 62 каналами, расположенными по системе 10-20 с частотой сэмплирования 200 Hz.



**Признаки** В качестве признаков для модели использовалась дифференциальная энтропия в 5 частотных диапазонах delta (1-3Hz), theta (4-7Hz), alpha (8-13Hz), beta (14-30Hz), gamma (31-50Hz):

$$h(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \log \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \right) dx,$$

$X \in \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  - временной ряд.

**Агрегация матрицы смежности для предотвращения переобучения.**  
 TODO.

**Условия эксперимента.** TODO.

### 6.3 Результаты

NEED TO BE APDATED.

**Результаты оценки матрицы связности электродов**

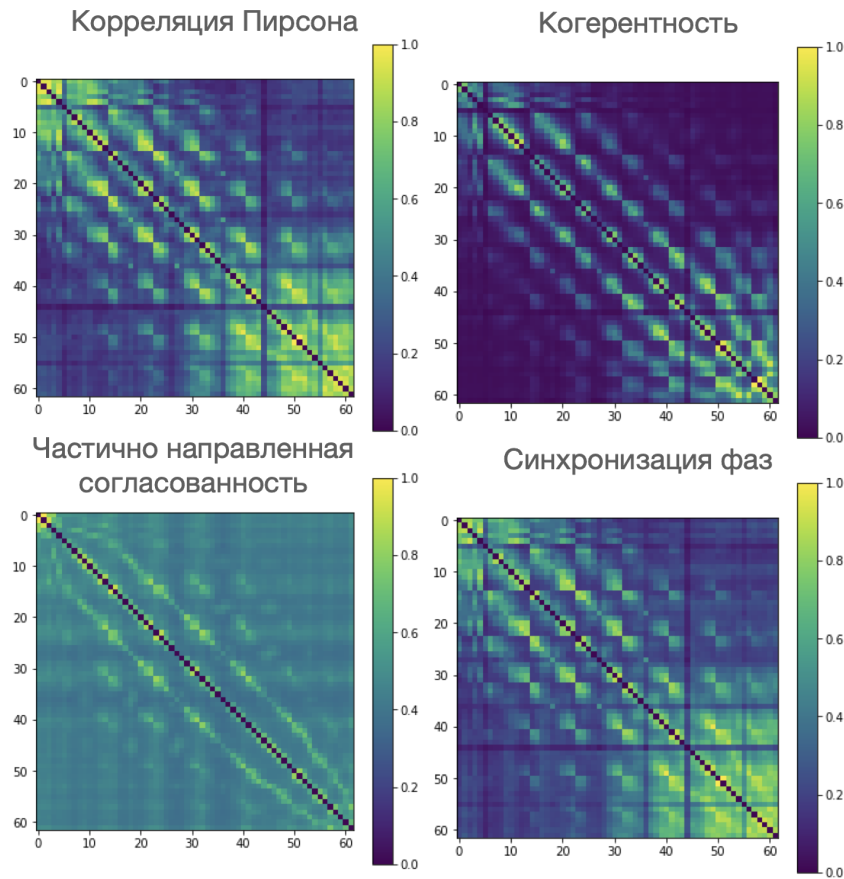


Рис. 2: Сравнение различных методов.

Видим, что полученные оценки связи электродов обладают согласованностью, просматривается общая выделенная структура. Кроме этого наблюдается схожесть

оценки методом синхронизации фаз с корреляцией Пирсона, что связано скорее всего с отсутствием значительных нелинейных зависимостей в данных.

### Результаты декодирования сигналов

| Модель         | Точность                            | Потери                              |
|----------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| LSTM           | $0.865 \pm 0.013$                   | $0.278 \pm 0.018$                   |
| GCN LSTM: dist | $0.892 \pm 0.012$                   | $0.226 \pm 0.011$                   |
| GCN LSTM: corr | $0.918 \pm 0.010$                   | $0.207 \pm 0.017$                   |
| GCN LSTM: msc  | $0.898 \pm 0.010$                   | $0.214 \pm 0.018$                   |
| GCN LSTM: pdc  | $0.900 \pm 0.007$                   | $0.213 \pm 0.012$                   |
| GCN LSTM: plv  | <b><math>0.930 \pm 0.011</math></b> | <b><math>0.185 \pm 0.012</math></b> |

Таблица 1: Сравнение LSTM и GConvLSTM.

Результаты декодирования сигнала показывают обоснованность использования пространственной структуры для более точного прогноза. Видим значимый прирост LSTM с добавлением графовой свертки, по сравнению с ее отсутствием. Среди разных оценок матриц лучше всего работают метод синхронизации фаз и корреляция Пирсона, что и ожидалось.

Ниже продемонстрирована иллюстрация разности наилучшей матрицы с базовой матрицей евклидового расстояния и отмечена группа электродов, взаимодействие которых получилось наиболее выраженным. Выделенная область соответствует зрительной коре головного мозга, что связано с использованием в эксперименте визуальных стимулов.

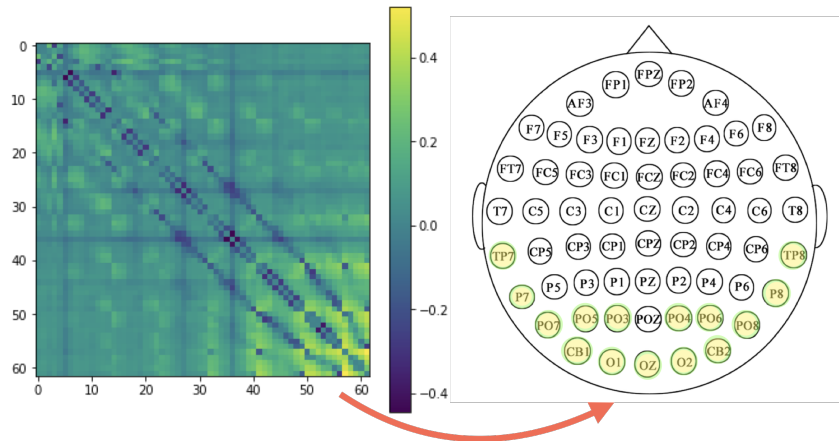


Рис. 3: Разница наилучшей матрицы смежности с базовой и соответствующие электроды.

### Нейробиологическая интерпретация.

На рис. 4 приведено различие наиболее значимых связей в матрице смежности. Видно отличие негативного класса в delta, theta и gamma диапазонах, особенно интересен gamma диапазон, так как он отвечает за повышенное внимание и выполнение

задач. Стоит отметить более заметное выделение боковых связей в гамма диапазоне для положительного и нейтрального класса, что соответствует части эмоциональной области мозга.

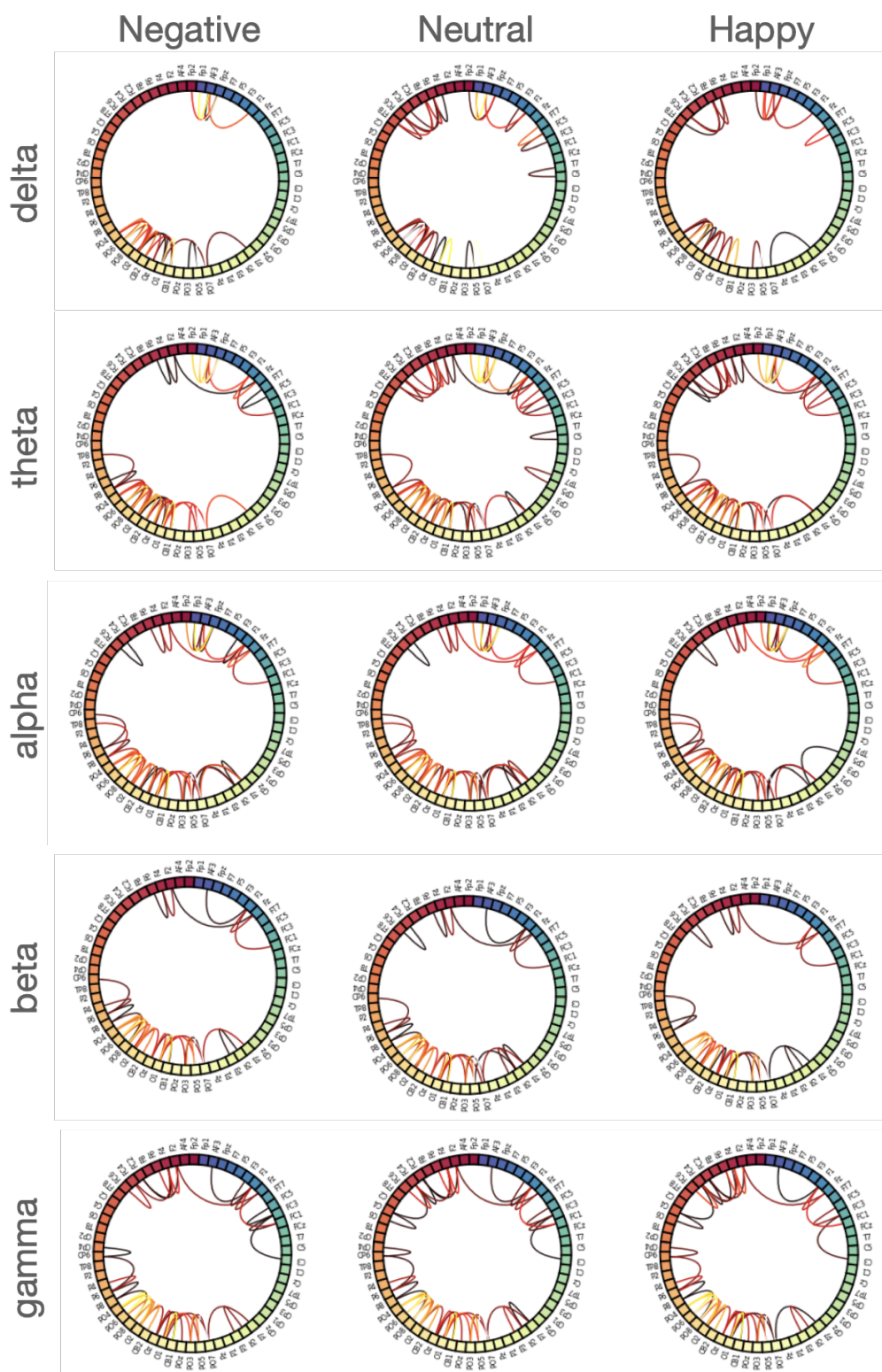


Рис. 4: Различие связей в частотно эмоционально разрезе..

### Применение к исключению электродов.

В этой части предлагается рассмотреть применение графового представления сигнала к отбору эффективного набора электродов для возможности снижения вычислительных затрат и проектирования более портативных систем считывания активности мозга. На рис. 5 продемонстрировано качество модели при занулении соответствующего числа электродов. Электроды отбрасывались по критерию наименьшей степени, которая соответствует количеству связанных электродов с рассматриваемым. Для подсчета степеней использовалась матрица, полученная методом синхронизации фаз. На рисунке видна избыточность исходного набора электродов, можно сделать вывод о возможности исключения  $\sim 25\%$  датчиков при небольшой потере в качестве декодирования.

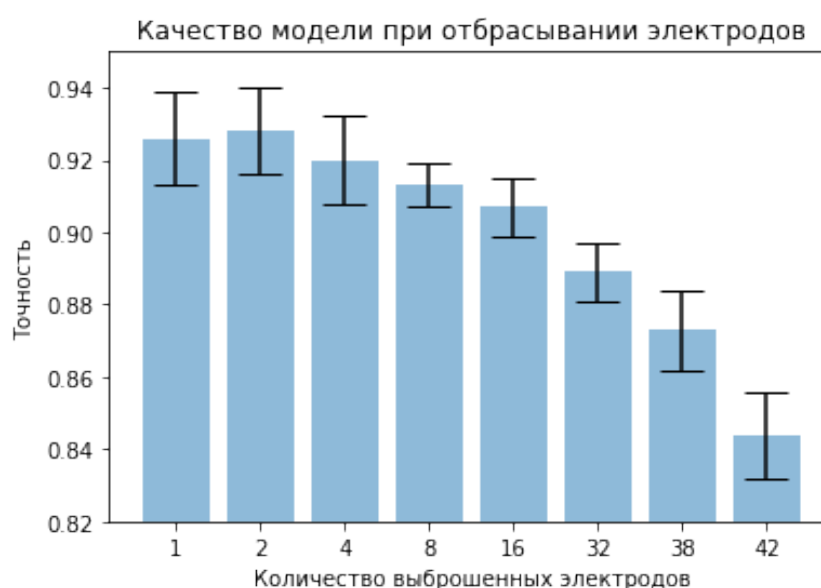


Рис. 5: Способность к декодированию при уменьшении набора электродов..

## 7 Заключение

TODO.

## Список литературы

- [1] Jonathan R Wolpaw, Niels Birbaumer, Dennis J McFarland, Gert Pfurtscheller, and Theresa M Vaughan. Brain-computer interfaces for communication and control. *Clinical Neurophysiology*, 113(6):767–791, 2002.
- [2] John P. Donoghue. Bridging the brain to the world: A perspective on neural interface systems. *Neuron*, 60(3):511–521, 2008.
- [3] Alim Louis Benabid, Thomas Costecalde, Napoleon Torres, Cecile Moro, Tetiana Aksenova, Andrey Eliseyev, Guillaume Charvet, Fabien Sauter, David Ratel, Corinne Mestais, Pierre Pollak, and Stephan Chabardes. Chapter 5 - deep brain stimulation: Bci at large, where are we going to? In Jens Schouenborg, Martin Garwicz, and Nils Danielsen, editors, *Brain Machine Interfaces: Implications for Science, Clinical Practice and Society*, volume 194 of *Progress in Brain Research*, pages 71–82. Elsevier, 2011.
- [4] Lei Cao, Jie Li, Hongfei Ji, and Changjun Jiang. A hybrid brain computer interface system based on the neurophysiological protocol and brain-actuated switch for wheelchair control. *Journal of Neuroscience Methods*, 229:33–43, 2014.
- [5] Janis J Daly and Jonathan R Wolpaw. Brain-computer interfaces in neurological rehabilitation. *The Lancet Neurology*, 7(11):1032–1043, 2008.
- [6] Stefano Silvoni, Ander Ramos-Murguialday, Marianna Cavinato, Chiara Volpato, Giulia Cisotto, Andrea Turolla, Francesco Piccione, and Niels Birbaumer. Brain-computer interface in stroke: A review of progress. *Clinical EEG and Neuroscience*, 42(4):245–252, 2011. PMID: 22208122.
- [7] Jaeseung Jeong. Eeg dynamics in patients with alzheimer’s disease. *Clinical Neurophysiology*, 115(7):1490–1505, 2004.
- [8] Zuoting Song, Tao Fang, Jing Ma, Yuan Zhang, Song Le, Gege Zhan, Xueze Zhang, Shouyan Wang, Hui Li, Yifang Lin, Jie Jia, Lihua Zhang, and Xiaoyang Kang. Evaluation and diagnosis of brain diseases based on non-invasive bci. In *2021 9th International Winter Conference on Brain-Computer Interface (BCI)*, pages 1–6, 2021.
- [9] Zachary V. Freudenburg, Mariana P. Branco, Sacha Leinders, Benny H. van der Vijgh, Elmar G. M. Pels, Timothy Denison, Leonard H. van den Berg, Kai J. Miller, Erik J. Aarnoutse, Nick F. Ramsey, and Mariska J. Vansteensel. Sensorimotor ecog

signal features for bci control: A comparison between people with locked-in syndrome and able-bodied controls. *Frontiers in Neuroscience*, 13, 2019.

- [10] Cheng Ming and Gao Shang-kai. An eeg-based cursor control system. In *Proceedings of the First Joint BMES/EMBS Conference. 1999 IEEE Engineering in Medicine and Biology 21st Annual Conference and the 1999 Annual Fall Meeting of the Biomedical Engineering Society (Cat. N*, volume 1, pages 669 vol.1–, 1999.
- [11] Noha I. Sabra and Manal Abdel Wahed. The use of meg-based brain computer interface for classification of wrist movements in four different directions. In *2011 28th National Radio Science Conference (NRSC)*, pages 1–7, 2011.
- [12] Ranganatha Sitaram, Andrea Caria, Ralf Veit, Tilman Gaber, Giuseppina Rota, Andrea Kuebler, and Niels Birbaumer. Fmri brain-computer interface: a tool for neuroscientific research and treatment. *Computational intelligence and neuroscience*, 2007, 2007.
- [13] Mouhannad Ali, Ahmad Mosa, Fadi Al Machot, and Kyandoghene Kyamakya. Eeg-based emotion recognition approach for e-healthcare applications. pages 946–950, 07 2016.
- [14] GH Klem, HO Lüders, HH Jasper, and C Elger. The ten-twenty electrode system of the international federation. the international federation of clinical neurophysiology. *Electroencephalography and clinical neurophysiology. Supplement*, 52:3–6, 1999.
- [15] Jonathan D. Power, Alexander L. Cohen, Steven M. Nelson, Gagan S. Wig, Kelly Anne Barnes, Jessica A. Church, Alecia C. Vogel, Timothy O. Laumann, Fran M. Miezin, Bradley L. Schlaggar, and Steven E. Petersen. Functional network organization of the human brain. *Neuron*, 72(4):665–678, 2011.
- [16] Zhongke Gao, Xinmin Wang, Yuxuan Yang, Chaoxu Mu, Qing Cai, Weidong Dang, and Siyang Zuo. Eeg-based spatio-temporal convolutional neural network for driver fatigue evaluation. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 30(9):2755–2763, 2019.
- [17] F Mattioli, C Porcaro, and G Baldassarre. A 1d CNN for high accuracy classification and transfer learning in motor imagery EEG-based brain-computer interface. *Journal of Neural Engineering*, 18(6):066053, dec 2021.
- [18] Benjamin Paul Chamberlain, James R. Rowbottom, Maria I. Gorinova, Stefan Webb, Emanuele Rossi, and Michael M. Bronstein. Grand: Graph neural diffusion. In *ICML*, 2021.