

Построение карты связности функциональных групп в задаче декодирования сигналов головного мозга

Вареник Наталия

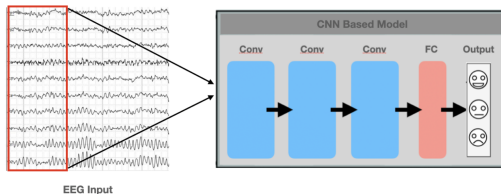
Московский физико-технический институт
Физтех-школа прикладной математики и информатики
Кафедра интеллектуальных систем

Научный руководитель: д.ф.-м.н. В.В. Стрижов

Москва, 2021

Задача: Построить модель анализа активности головного мозга, учитывающую пространственную структуру сигналов.

Проблема: Основные решения с использованием сверточных моделей определены в канально-временном домене, не содержащем информацию о пространственном расположении и связи электродов.



Обработка сигналов сверточной моделью.

Решение: Предлагается рассмотреть графовое представление сигналов для учета функциональных взаимосвязей различных частей мозга в пространстве.

Исследуются методы построения карты связности электродов для ее последующего использования графовой моделью.

Детерминированные методы оценки связи сигналов

- *Sakkalis V., Tsiaras V., Tollis I.* Graph Analysis and Visualization for Brain Function Characterization Using EEG Data. // Journal of Healthcare Engineering, 2010

Моделирование последовательностей с пространственной структурой

- *Seo Y., Defferrard M., Vandergheynst P., Bresson X.* Structured Sequence Modeling with Graph Convolutional Recurrent Networks. // Neural Information Processing, 2018
- *Ruiz, L., Gama, F., & Ribeiro, A.* Gated Graph Recurrent Neural Networks. // IEEE Transactions on Signal Processing, 2020

Оптимизационный метод оценки связи сигналов

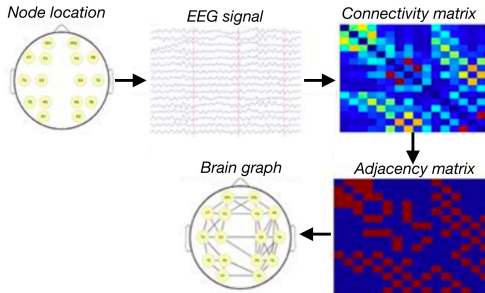
- *Gao, X., Hu, W., Guo, Z.* Exploring Structure-Adaptive Graph Learning for Robust Semi-Supervised Classification. // IEEE International Conference on Multimedia and Expo, 2020

Построение карты связности

$\mathbf{X}_m \in \mathbb{R}^{N \times E}$, $m \in \overline{1, M}$ - исходный сигнал, N - количество отсчетов времени, E - количество электродов, M - количество примеров в выборке \mathbf{X} .
Дополнительно известна матрица координат электродов $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{E \times 3}$.

Рассмотрим граф $\mathcal{G}_m = (\mathcal{V}_m, \mathcal{E}_m)$, в котором \mathcal{V}_m есть множество электродов, а множество ребер \mathcal{E}_m и их веса определяются из матрицы смежности $\mathbf{A}_{\mathbf{X}_m, \mathbf{Z}}$. Требуется построить функцию:

$$\mathbf{f}_A : (\mathbf{X}_m, \mathbf{Z}) \rightarrow \mathbf{A}_{\mathbf{X}_m, \mathbf{Z}}$$



Построение графовой структуры сигнала.

Классификация сигнала

Данные сигналов: $\mathbf{X} = \{\mathbf{X}_m\}_{m=1}^M$, $\mathbf{X}_m = \{\mathbf{x}_t\}_{t \in T}$, $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^E$, $T = \{t_n\}_{n=1}^N$, $t_n \in \mathbb{R}$, где N - количество отсчетов времени, E - количество электродов, M - количество объектов.

Координаты электродов: $\mathbf{Z} = \{\mathbf{z}_j\}_{j=1}^E$, $\mathbf{z}_j \in \mathbb{R}^3$.

Целевая переменная: $\mathbf{y} = \{y_m\}_{m=1}^M$, $y_m \in \{1, \dots, C\}$, C - количество классов.

Рассматривается класс графовых рекуррентных нейронных сетей:

$$g_\theta : (\mathbf{X}, \mathbf{A}_{\mathbf{X}, \mathbf{Z}}) \rightarrow \mathbf{y}.$$

Функция ошибки - кросс-энтропия:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[\sum_{c=0}^C y_m^c \log(p_m^c) \right]$$

$p_m^c = g_\theta(\mathbf{X}_m, \mathbf{A}_{\mathbf{X}_m, \mathbf{Z}})$ - вероятность класса c для \mathbf{X}_m с матрицей смежности $\mathbf{A}_{\mathbf{X}_m, \mathbf{Z}}$.

Оптимизационная задача:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \mathcal{L}(\theta, \mathbf{X}, \mathbf{A}_{\mathbf{X}, \mathbf{Z}}).$$

Внешние критерии качества: точность.

Оценка матрицы смежности: базовые методы

Рассмотрим произвольную пару электродов $\mathbf{z}_i, \mathbf{z}_j$ с сигналами $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$.

- Евклидово расстояние:

$$d_{ij} = \exp\left(\frac{-\|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\|_2^2}{2\sigma^2}\right), a_{ij} = \begin{cases} d_{ij}, & \text{если } d_{ij} \geq \rho_d \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- Корреляция Пирсона:

$$r_{ij} = \frac{\sum_{n=1}^N (x_i(t_n) - \bar{x}_i)(x_j(t_n) - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (x_i(t_n) - \bar{x}_i)^2 \sum_{n=1}^N (x_j(t_n) - \bar{x}_j)^2}}, a_{ij} = \begin{cases} r_{ij}, & \text{если } r_{ij} \geq \rho_r \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

- Когерентность:

$$\gamma_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(f) = \frac{|S_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(f)|^2}{S_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i}(f) S_{\mathbf{x}_j \mathbf{x}_j}(f)}, a_{ij} = \begin{cases} \gamma_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}, & \text{если } \gamma_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j} \geq \rho_\gamma, \text{ где} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

$$S_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i}(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau, S_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau$$

- авто и кросс-спектральные функции плотности, $R_{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j}(\tau)$ - функция корреляции.

Частично направленная когерентность

Пусть набор временных рядов $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_E(t)]^T$ адекватно описывается векторной регрессионной моделью порядка p :

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^p \mathbf{W}_k \mathbf{x}(t-k) + \mathbf{b}(t), \text{ где}$$

$$\mathbf{W}_k = \begin{bmatrix} w_{11}(k) & \dots & w_{1E}(k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{E1}(k) & \dots & w_{EE}(k) \end{bmatrix} - \text{матрица авторегрессионных коэффициентов,}$$

$$\mathbf{b}(t) = [b_1(t) \quad \dots \quad b_E(t)]^T \sim N(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{b}}).$$

Коэффициенты $w_{ij}(k)$ отображают влияние $x_j(t-k)$ на $x_i(t)$.

$$\mathbf{W}(\lambda) = \sum_{k=1}^p \mathbf{W}_k e^{-i2\pi\lambda k} - \text{преобразование Фурье матрицы коэффициентов.}$$

Интенсивность информационного потока из канала j в канал i :

$$\pi_{i \leftarrow j}(\lambda) = \frac{\frac{1}{\sigma_i^2} |\overline{\mathbf{W}}_{ij}(\lambda)|}{\sqrt{\sum_{m=1}^p \frac{1}{\sigma_m^2} \overline{\mathbf{W}}_{mj}(\lambda) \overline{\mathbf{W}}_{mj}^H(\lambda)}}, \pi_{ij} = \frac{1}{2}(\pi_{i \leftarrow j} + \pi_{j \leftarrow i}),$$

$$\overline{\mathbf{W}}(\lambda) = \mathbf{I} - \mathbf{W}(\lambda), \sigma_i^2 - \text{дисперсия } b_i(t).$$

Мера синхронизации фаз (Phase Locking Value)

Две динамические системы могут иметь синхронизацию фаз, даже если их амплитуды независимы. Синхронизация фаз понимается как:

$$|\phi_{xi}(t) - \phi_{xj}(t)| = \text{const.}$$

Аналитическое представление сигнала:

$$H(t) = x(t) + i\tilde{x}(t), \text{ где}$$

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi} \text{v.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t - t'} dt' - \text{преобразование Гильберта сигнала } x(t).$$

Фаза аналитического сигнала определяется как:

$$\phi(t) = \arctan \left(\frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} \right).$$

Таким образом, для двух сигналов $x_i(t)$, $x_j(t)$ равной продолжительности с фазами $\phi_{xi}(t)$, $\phi_{xj}(t)$ мера PLV задается уравнением:

$$PLV_{x_i x_j} = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp(i(\phi_{xi}(n\Delta t) - \phi_{xj}(n\Delta t))) \right|$$

где Δt - шаг по времени, а N - количество наблюдений сигнала.

Спектральная свертка ChebConv

Графовый сигнал $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times d}$ сворачивается с ядром $g_\theta(\Lambda) = \text{diag}(\theta)$, $\theta \in \mathbb{R}^n$ - вектор Фурье коэффициентов:

$$\mathbf{y} = g_\theta *_G \mathbf{x} = g_\theta(\mathbf{L})\mathbf{x} = g_\theta(\mathbf{U}\Lambda\mathbf{U}^T)\mathbf{x} = \mathbf{U}g_\theta(\Lambda)\mathbf{U}^T\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times d},$$

$\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Lambda \in \mathbb{R}^{n \times n}$ - матрицы собственных векторов и значений Лапласиана

$$\mathbf{L} = \mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{A}\mathbf{D}^{-1/2}, \quad \mathbf{D} = \text{diag}(d_{ii}), \quad \text{где } d_{ii} = \sum_j \mathbf{A}_{ij}$$

Параметризация полиномами Чебышева степени $K - 1$:

$$g_\theta(\Lambda) = \sum_{k=0}^{K-1} \theta_k T_k(\tilde{\Lambda}), \quad \tilde{\Lambda} = 2\Lambda/\lambda_{\max} - \mathbf{I}$$

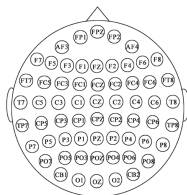
Модель GConvLSTM

- $\mathbf{x}_t^{GCN} = \text{ChebConv}(\mathbf{x}_t)$,
- $\mathbf{i}_t = \sigma(\mathbf{W}_{xi}\mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{hi}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{ci} \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_i)$,
- $\mathbf{f}_t = \sigma(\mathbf{W}_{xf}\mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{hf}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{cf} \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{b}_f)$,
- $\mathbf{c}_t = \mathbf{f}_t \odot \mathbf{c}_{t-1} + \mathbf{i}_t \odot \tanh(\mathbf{W}_{xc}\mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{hc}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{b}_c)$,
- $\mathbf{o}_t = \sigma(\mathbf{W}_{xo}\mathbf{x}_t^{CNN} + \mathbf{W}_{ho}\mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{w}_{co} \odot \mathbf{c}_t + \mathbf{b}_o)$,
- $\mathbf{h}_t = \mathbf{o}_t \odot \tanh(\mathbf{c}_t)$.

Цели:

- 1 Построить матрицы связей электродов предложенными методами,
- 2 Оценить качество работы пространственно-временной модели на основе полученных оценок матрицы.

Данные: Выборка SEED по распознаванию эмоций. Эксперимент проводился в 3 сессии на группе из 15 человек. В качестве стимулов использовались отрывки видеоклипов, вызывающие определенные эмоциональные отклики (позитивный, негативный или нейтральный). EEG сигнал измерялся 62 каналами, расположенными по системе 10-20 с частотой сэмплирования 200 Hz.



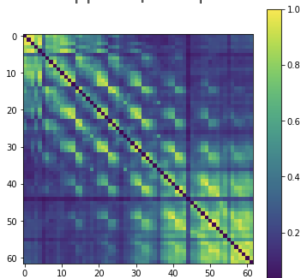
No.	Emotion label	Film clips sources
1	negative	Tangshan Earthquake
2	negative	Back to 1942
3	positive	Lost in Thailand
4	positive	Flirting Scholar
5	positive	Just Another Pandora's Box
6	neutral	World Heritage in China

Признаки: дифференциальная энтропия в 5 частотных диапазонах delta (1-3Hz), theta (4-7Hz), alpha (8-13Hz), beta (14-30Hz), gamma (31-50Hz):

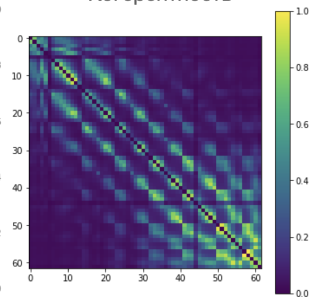
$$h(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \log \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \right) dx,$$

$X \in \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ - временной ряд.

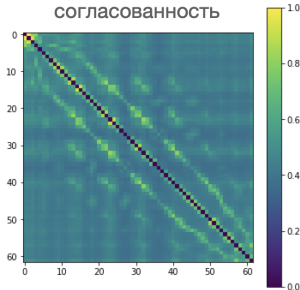
Корреляция Пирсона



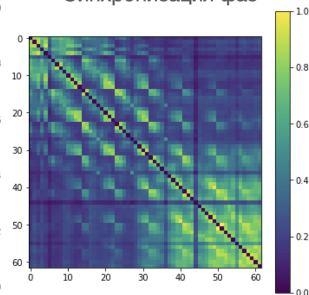
Когерентность



Частично направленная
согласованность

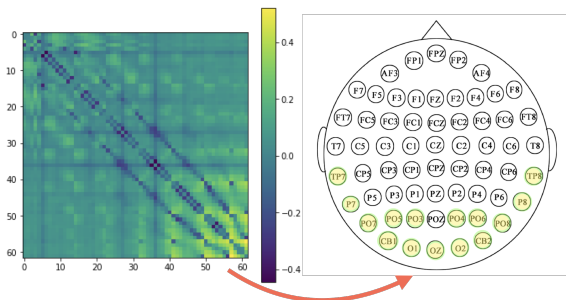


Синхронизация фаз



Модель	Точность	Потери
LSTM	0.865 ± 0.013	0.278 ± 0.018
GConvLSTM (dist)	0.892 ± 0.012	0.226 ± 0.011
GConvLSTM (pcor)	0.918 ± 0.010	0.207 ± 0.017
GConvLSTM (coh)	0.898 ± 0.010	0.214 ± 0.018
GConvLSTM (pdc)	0.900 ± 0.007	0.213 ± 0.012
GConvLSTM (plv)	0.930 ± 0.011	0.185 ± 0.012

Сравнение LSTM и GConvLSTM



Разница наилучшей матрицы смежности с базовой и соответствующие электроды

МАР оценка матрицы смежности.

Имея графовый сигнал \mathbf{x} требуется найти оптимальную матрицу смежности:

$$\tilde{\mathbf{A}}_{\text{МАР}}(\mathbf{x}) = \arg \max_{\hat{\mathbf{A}}} f(\mathbf{x}|\hat{\mathbf{A}})g(\hat{\mathbf{A}}),$$

$f(\mathbf{X}|\hat{\mathbf{A}})$ - функция правдоподобия, $g(\hat{\mathbf{A}})$ - априорное распределение.

Априорное распределение.

- Симметричность $\hat{\mathbf{A}}^T = \hat{\mathbf{A}}$;
- Нормализованность $\hat{\mathbf{A}}\mathbf{1} = \mathbf{1}$;
- Отсутствие петель $\text{tr}(\hat{\mathbf{A}}) = 0$;
- Разреженность.

$$g(\hat{\mathbf{A}}) = \exp(-\lambda_1 \|\hat{\mathbf{A}}\|_1 - \lambda_2 \|\hat{\mathbf{A}}^T - \hat{\mathbf{A}}\|_F^2 - \lambda_3 \|\hat{\mathbf{A}}\mathbf{1} - \mathbf{1}\|_F^2 - \lambda_4 |\text{tr}(\text{tr}(\hat{\mathbf{A}}))|^2).$$

Функция правдоподобия.

Свойство гладкости сигнала по отношению к графу. Минимизация такой функции способствует построению подходящей топологии графа к структурным предположениям о данных:

$$f(\mathbf{x}|\hat{\mathbf{A}}) = \exp(-\lambda_0 \text{tr}(\mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x})) = \exp(-\lambda_0 \text{tr}(\mathbf{x}^T (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{A}}) \mathbf{x}))$$