

**Теорема 1.** При устремлении параметра температуры  $\tau \rightarrow +\infty$  плотность **Gumbel-Softmax** концентрируется в центре симплекса.

*Доказательство.* Для доказательства рассмотрим то, как сэмплируется вектор из распределения **Gumbel-Softmax** ( $\mathbf{s}, \tau$ ):

$$y_i = \frac{\exp((s_i + g_i) / \tau)}{\sum_j^K \exp((s_j + g_j) / \tau)},$$

где  $g_j$  сэмпл из **Gumbel** ( $0, 1$ ). Тогда устремляя  $\tau \rightarrow \infty$  получаем:

$$y_i \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{K},$$

откуда получаем, что все вершины распределены равномерно, следовательно плотность концентрируется в центре симплекса.  $\square$

---

<sup>1</sup><https://arxiv.org/pdf/1611.01144.pdf>