

Утверждение 2

Пусть $m \gg 0, \lambda > 0, \frac{m}{\lambda} \in \mathbb{N}, \frac{m}{\lambda} \gg 0$. Тогда оптимизация функции $\mathbb{E}_q \log p(y|X, w) - \lambda D_{KL}(q(w) \| p(w|y, X, h))$ эквивалентна оптимизации вариационной оценки обоснованности для произвольной случайной подвыборки \hat{y}, \hat{X} мощности $\frac{m}{\lambda}$ из генеральной совокупности.

Указание: Воспользоваться УЗБЧ

Доказательство

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} \mathbb{E}_q \log p(y|X, w) - D_{KL}(q(w) \| p(w|y, X, h)) &\simeq \\ \frac{1}{\lambda} \mathbb{E}_q [m \cdot \mathbb{E}_{(x_i, y_i)} \log p(y_i|X_i, w)] - D_{KL}(q(w) \| p(w|y, X, h)) &\simeq \\ \frac{1}{\lambda} \mathbb{E}_q [m \frac{\lambda}{m} \sum_i \log p(y_i|X_i, w)] - D_{KL}(q(w) \| p(w|y, X, h)) &\simeq_{|УЗБЧ|} \simeq \\ \mathbb{E}_q \log p(\hat{y}|\hat{X}, w) - D_{KL}(q(w) \| p(w|y, X, h)) & \end{aligned}$$