

## Утверждение 1

Доказать, что при устремлении параметра температуры к бесконечности, плотность Gumbel-Softmax концентрируется в центре симплекса. (формулы Gumbel-Softmax взяты из статьи Categorical Reparameterization with Gumbel-Softmax E.Jang et al.)

### Доказательство

Рассмотрим компоненты  $k$ -мерного случайного вектора

$$y_i = \frac{\exp((\log(\pi_i) + g_i)/\tau)}{\sum_{j=1}^k \exp((\log(\pi_j) + g_j)/\tau)}$$

в которых  $g_1 \dots g_k$  i.i.d. и  $g_j \in \text{Gumbel}(0, 1) \forall j = \overline{1, k}$

Устремляя  $\tau \rightarrow \inf$  имеем:

$$\lim_{\tau \rightarrow \inf} y_i = \frac{1}{k}$$

$\implies$  все компоненты рассматриваемого вектора распределены равномерно

$\implies$  плотность концентрируется в центре симплекса