

计算方法作业 #1

陈文轩

KFRC

更新: March 3, 2025

1 题目

1. (10pts) 对 $a > 0, n \in \mathbb{N}_+$, x 很靠近 0, 给出 $f(x)$ 的可靠数值计算方法, 使其尽量达到更好的精度: $f(x) = (a+x)^n - a^n$;
2. (4pts) 对 $a > 0$, x 很靠近 0, 给出 $f(x)$ 的可靠数值计算方法, 使其尽量达到更好的精度: $f(x) = \cos(a-x) - \cos a$;
3. (4pts) 对 $x \gg a$, 给出 $f(x)$ 的可靠数值计算方法, 使其尽量达到更好的精度: $f(x) = \sqrt{x^2 + a} - x$;
4. (4pts) 设有精确值 $x^* = 2023.0905$, 则其近似值 $x_1 = 2023.090, x_2 = 2023.0900$ 分别有几位有效数字?

截止日期: 2025.3.9 23:59

提交方式: 通过 bb 系统提交

2 解答

$$1. f(x) = (a+x)^n - a^n = \sum_{k=1}^n C_n^k x^k a^{n-k} = (\cdots ((x + C_n^1 a)x + C_n^2 a^2)x \cdots + C_n^{n-1} a^{n-1})x$$

$$\begin{aligned} 2. f(x) &= \cos(a-x) - \cos a = \cos a \cos x + \sin a \sin x - \cos a \\ &= \cos a (\cos x - 1) + \sin a \sin x \approx -\frac{1}{2}x^2 \cos a + x \sin a \end{aligned}$$

$$3. f(x) = \sqrt{x^2 + a} - x = \frac{x^2 + a - x^2}{\sqrt{x^2 + a} + x} = \frac{a}{\sqrt{x^2 + a} + x}$$

4. x_1 有 7 位有效数字, x_2 有 7 位有效数字。