2025 春计算方法–实验报告 #4

姓名：________ 学号：____________

2025 年 5 月 12 日

运行环境：________

实验内容与要求

线性方程组的迭代法

实验内容: 考虑线性方程组 $(H+2.25I)x=b$, 其中 I 为单位阵,H 为 n 阶Hilbert 矩阵,

$$H=(h_{ij})_{n\times n},\qquad h_{ij}=\frac{1}{i+j-1},\quad i,j=1,2,\cdots,n$$

通过先给定解, 比如**取 x 的各个分量为 1**, 再计算出右端向量 b的办法给出一个精确解已知的问题.

实验要求：

(1) 分别编写 Jacobi 迭代法, Gauss-Seidel 迭代法的一般程序 (不得使用符号运算)；

(2) 所有迭代的初始向量均取为 0 向量, 停止条件为 $\|x^{(k+1)}-x^{(k)}\|_1<\epsilon:=1\times10^{-5}$ 或迭代步数超过 50 万 (可视为迭代失败);

(3) 用以上二种迭代去求解前述的方程组, 分别取阶数 n=10,30,100,500,1500,5000(optional);

(4) 列表给出**各自**数值解的计算误差 (**1-范数下**) 以及迭代步数; 报告数值实验过程中可能出现的计算问题;

(5) **分析并比较以上二种迭代方法, 你能得出什么结论或经验教训.**

1 数值结果

数值解误差及迭代步数

n	迭代法	迭代步数	绝对误差 $\|x^{(k)} - x\|_1$
$n = 10$	Jacobi	21	2.78×10^{-6}
	Gauss-Seidel	8	1.32×10^{-7}
$n = 30$	Jacobi	37	2.79×10^{-6}
	Gauss-Seidel	9	5.78×10^{-7}
$n = 100$	Jacobi	69	3.86×10^{-6}
	Gauss-Seidel	10	1.56×10^{-6}
$n = 500$	Jacobi	214	4.50×10^{-6}
	Gauss-Seidel	12	9.51×10^{-7}
$n = 1500$	Jacobi	1734	4.96×10^{-6}
	Gauss-Seidel	13	1.11×10^{-6}
$n = 5000$	Jacobi	500000	∞ (发散)
	Gauss-Seidel	14	1.32×10^{-6}

表 1: Jacobi 与 Gauss-Seidel 迭代法的比较

2 算法分析

- Blah blah blah
- Blah blah blah
- Blah blah blah

3 实验小结

计算过程中可能出现的问题 (包括这次实验中的体会，收获或经验教训)：

- Blah blah blah,
- Blah blah blah,

比较三种算法的各自优缺点：

- Blah blah blah,
- Blah blah blah,
- Blah blah blah,