

2025 春计算方法—实验报告 #1

姓名: _____ 学号: _____

2025 年 2 月 28 日

运行环境: [自己给出。。。]

实验内容与要求

- 问题 1: 给定两个函数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 49} - 7$ 和 $g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 49} + 7}$, 采用单精度(即 float 型) 进行编程 (注意: 开方 sqrt(x) 等内置函数的输出结果默认是双精度, 需要强制转成单精度), 分别取 $x = 4^{-1}, 4^{-2}, 4^{-3}, \dots, 4^{-11}$, 输出相应的函数值 $f(x)$ 和 $g(x)$, 计算结果保留 12 位尾数 (用科学计数形式, 参见表 1 中的数据格式), 比较并分析两种方法得到的计算结果。你认为哪种方法得到的计算结果更可靠? 请给出你的理由或分析。

- 问题 2: 给定如下数据

4042.045051380452, 0.000531415926535, -2759471.276702747, 0.0000557052996742895,
2755463.874010974, -34.64291531256604, -0.000031415926535.

分别采取以下 4 种方式求和:

- (a) 顺序求和; (b) 逆序 (从后往前) 求和;
- (c) 按绝对值从大到小的顺序, 依次求和;
- (d) 按绝对值从小到大的顺序, 依次求和。

采用双精度进行计算, 计算结果中的尾数至少保留 9 位小数 (用科学计数形式, 比如 1.234567899E-11). 比较 4 种方法得到的计算结果; 你认为哪种方法得到的计算结果更精确 (即误差最小; 提示: 想办法算出精确值)? 试给出你的理由或分析。

- 问题 3: (计算结果保留 10 位有效数字) Let $\pi \approx 3.1415926535897932$.

Write a routine to compute $\sin x$ for x in radians as follows. First, using properties of the sine function, reduce the range so that $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$. Then if $|x| < 10^{-8}$, set $\sin x \approx x$; if $|x| > \pi/6$, set $u = x/3$, compute $\sin u$ by the formula below, and then set $\sin x \approx [3 - 4 \sin^2 u] \sin u$; if $|x| \leq \pi/6$, set $u = x$ and compute $\sin u$ as follows:

$$\sin u \approx u \left[\frac{1 - \left(\frac{29593}{207636} \right) u^2 + \left(\frac{34911}{7613320} \right) u^4 - \left(\frac{479249}{11511339840} \right) u^6}{1 + \left(\frac{1671}{69212} \right) u^2 + \left(\frac{97}{351384} \right) u^4 + \left(\frac{2623}{1644477120} \right) u^6} \right]$$

Use this routine to compute $\sin x$ for $x = \frac{\pi}{2024}, \frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$, respectively.

Compare those results with results obtained by the Taylor formula, i.e., $\sin(x) \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$.

1 数值结果（请尽量列表或作图）

• 问题 1

x	$\sqrt{x^2 + 49} - 7$	$x^2 / (\sqrt{x^2 + 49} + 7)$
$4^{-1}=0.250000000000E-000$	$0.#####E-002$	$0.#####E-002$
$4^{-2}=6.250000000000E-002$		
4^{-3}		
4^{-4}		

表 1: 题 1 计算结果

• 问题 2 (用科学计数形式, 尾数至少保留 9 位小数)

	方法 (a)	方法 (b)	方法 (c)	方法 (d)	精确值
Sum					

表 2: 题 2 计算结果

• 问题 3 (保留 10 位有效数字, $\pi \approx 3.1415926535897932$)

x	Special Routine for $\sin(x)$	Taylor Approximation for $\sin(x)$
$\frac{\pi}{2024}$		
$\frac{\pi}{10}$		
$\frac{\pi}{6}$		
$\frac{\pi}{4}$		
$\frac{\pi}{3}$		

表 3: 题 3 计算结果

2 算法分析

3 实验小结