

# 计算方法作业 #13

陈文轩

KFRC

更新: May 22, 2025

## 1 题目

1. (6pts) 用图解法求解下列线性规划问题，并指出问题是否有唯一最优解、无穷多最优解、无界解还是无可行解？

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s. t.} \quad & x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

2. (6pts) 将下列线性规划问题化为标准形式，并列出初始单纯形表。

$$\begin{aligned} \min \quad & z = -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 \\ \text{s. t.} \quad & 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ & x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 \leq 14 \\ & -2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 \geq 2 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0, x_4 \text{ 无约束} \end{aligned}$$

3. (6pts) 求下列线性规划问题中满足约束条件的所有基解，并指出哪些是基可行解，并代入目标函数，确定哪一个是最优解。

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 \\ \text{s. t.} \quad & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 4x_4 = 8 \\ & x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 7x_4 = -3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

4. (6pts) 用单纯形方法求解以下线性规划问题:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 \\ \text{s. t.} \quad & 3x_1 + 2x_3 \leq 13 \\ & x_2 + 3x_3 \leq 17 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 13 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

5. (6pts) 用大 M 法求解下列线性规划问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 3x_1 - x_2 \\ \text{s. t.} \quad & 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ & 2x_1 - 3x_2 \geq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

6. (6pts) 分别用最速下降法与牛顿法求函数  $f(x) = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 + x_1x_3 + x_3^2 - 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2$ ,  $x = (x_1, x_2, x_3)^\top \in \mathbb{R}^3$  的极小点, 初始点  $x_0 = (0, 0, 0)^\top$ , 要求:

- (a). 最速下降法进行 2 次迭代, 并验证相邻两步的搜索方向正交;
- (b). 牛顿法进行 1 次迭代。

Deadline: 2025.6.22