Corso di Intelligenza Artificiale

Prova Scritta – Simulazione 2

Tempo per la prova: 2 ore

Quesito 1

Si scriva un programma Python per risolvere il problema del lupo, della capra, e dei cavoli. Il problema consiste nel trasportare un lupo, una capra, e dei cavoli da una sponda di un fiume all'altra utilizzando una barca. Il trasporto è complicato dalle seguenti regole:

- La barca può trasportare al più un elemento alla volta (oltre al conducente).
- Il lupo non può essere lasciato incustodito con la capra, altrimenti la capra verrebbe mangiata.
- La capra non può essere lasciata incustodita con i cavoli, altrimenti i cavoli verrebbero mangiati.

Il programma dovrà restituire la più breve sequenza di stati validi che porti tutti gli elementi dalla sponda di partenza alla sponda di arrivo.

Suggerimenti: Si codifichi lo stato come un dizionario Python, in cui la chiave è il nome dell'elemento ("wolf", "goat", "cabbage", "boat") e il valore è la sponda del fiume in cui si trova l'elemento ("1" o "0"). In questo modo, lo stato iniziale è rappresentato dal dizionario

```
{'wolf': 1, 'goat': 1, 'cabbage': 1, 'boat': 1}
e lo stato goal è rappresentato dal dizionario
{'wolf': 0, 'goat': 0, 'cabbage': 0, 'boat': 0}.
```

Quesito 2

Si implementi un programma in Python che crei ed utilizzi una rete bayesiana per le previsioni meteorologiche definendo gli archi e determinando le tabelle di probabilità condizionata. Le informazioni a disposizione sono le seguenti:

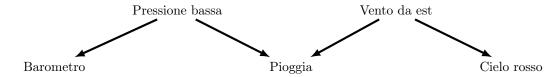
- La probabilità di pioggia dipende dalla direzione (binaria) del vento e dalla pressione atmosferica:
 - se il vento soffia da ovest verso est (10% dei casi), la probabilità di pioggia è del 30% se la pressione è alta, mentre è del 70% se la pressione è bassa;
 - se il vento soffia da est verso ovest, la probabilità di pioggia è del 20% se la pressione è alta, mentre è del 10% se la pressione è bassa.
- Per stimare il colore del cielo al tramonto (rosso o non rosso) si fa affidamento sulla direzione del vento (da est verso ovest o da ovest verso est). In particolare, si sa che se il vento soffia da est verso ovest, allora il cielo sarà rosso al tramonto con probabilità 0.8, mentre se il vento soffia da ovest verso est, allora il 60% delle volte il cielo non sarà rosso.
- Per stimare la pressione atmosferica si utilizza un vecchio barometro, che solitamente è abbastanza preciso. In particolare, sappiamo che se la pressione è alta il barometro segnalerà "alta" con probabilità 0.9. Sappiamo inoltre che: nel 40% dei casi il barometro segnala "bassa", mentre la pressione è effettivamente bassa solo nel 30% dei casi, e quando il barometro segna "bassa" la pressione è realmente bassa nel 70% dei casi.

Sulla base di queste informazioni, si definiscano correttamente gli archi della rete bayesiana e si determinino le tabelle di probabilità condizionata. Utilizzare la rete per calcolare la probabilità di pioggia, dato che il cielo è rosso al tramonto e che la pressione atmosferica è alta.



Commenti Quesito 2

Gli archi della rete sono:



Come dal primo punto, la pioggia dipende da vento e pressione atmosferica. Le probabilità condizionate sono fornite in modo esplicito:

Provenienza Vento	Pressione	Probabilità Pioggia
Est	Alta	0.2
Est	Bassa	0.1
Ovest	Alta	0.3
Ovest	Bassa	0.7

Sappiamo inoltre le probabilità a priori che la pressione sia alta dal terzo punto, che riporta l'informazione "la pressione è effettivamente bassa nel 30% dei casi", e la probabilità che il vento provenga da ovest (10%) dal primo punto.

Dal secondo punto sappiamo inoltre che la probabilità che il cielo sia rosso dato che il vento soffia da est verso ovest è 0.8, mentre la probabilità che il cielo sia rosso dato che il vento soffia da ovest verso est è 0.4 (complemento di 0.6).

Provenienza Vento	Probabilità Cielo Rosso
Est	0.8
Ovest	0.4

Infine, dal terzo punto, sappiamo che la probabilità che il barometro segni "alta" dato che la pressione è alta è 0.9. Per ottenere la probabilità che il barometro segni pressione bassa quando effettivamente la pressione è bassa occorre utilizzare la regola di bayes. Infatti, il punto tre ci da la probabilità che la pressione sia bassa condizionata dalla lettura del barometro, mentre nella tabella occorre l'informazione nella direzione opposta. Visto che ci vengono date le probabilità a priori sia della pressione che del barometro, possiamo calcolare la probabilità che il barometro segni "bassa" dato che la pressione è bassa utilizzando la regola di Bayes:

$$P(\text{Barometro} = \text{Bassa} \mid \text{Pressione} = \text{Bassa}) = \frac{P(\text{Pressione} = \text{Bassa} \mid \text{Barometro} = \text{Bassa}) \cdot P(\text{Barometro} = \text{Bassa})}{P(\text{Pressione} = \text{Bassa})}$$

Dove:

- $P(Pressione = Bassa \mid Barometro = Bassa) = 0.7$
- P(Barometro = Bassa) = 0.4
- P(Pressione = Bassa) = 0.3

Quindi:

$$P(\text{Barometro} = \text{Bassa} \mid \text{Pressione} = \text{Bassa}) = \frac{0.7 \cdot 0.4}{0.3} = \frac{0.28}{0.3} \approx 0.933$$

Pertanto, la probabilità che il barometro segni "bassa" quando la pressione è bassa è approssimativamente 0.933.

Pressione	Probabilità Barometro
Alta	0.9
Bassa	0.7