

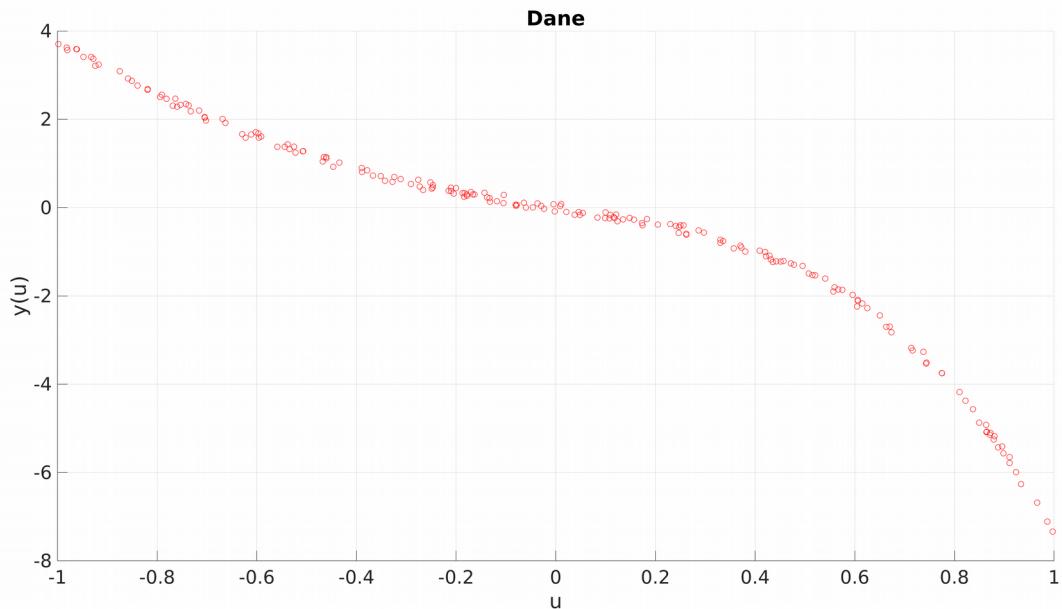
MODI – projekt II, zadanie 41

Michał Stolarz

Zad nr 1

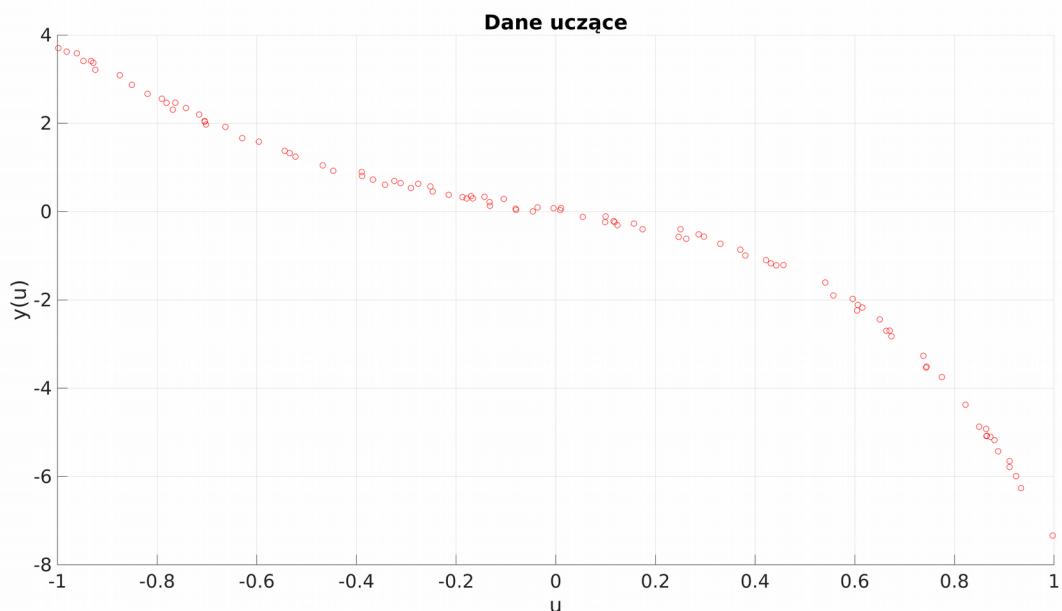
W zadaniu tym zidentyfikowano model statyczne na podstawie danych statycznych procesu podanych w pliku danestat41.zip . Zadanie to zrealizowano w 4 kolejnych podpunktach.

a) Początkowo narysowano dane statyczne (Ilustracja 1).

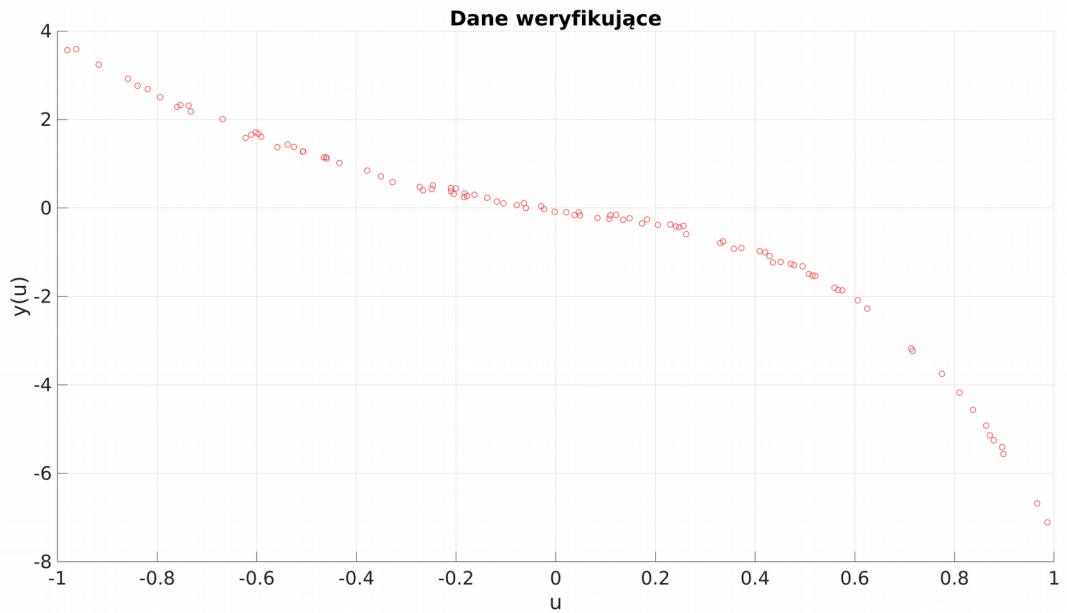


Ilustracja 1: Dane statyczne

b) Podzielono dane statyczne na zbiór uczący i weryfikujący (co druga próbka była kwalifikowana do zbioru weryfikacyjnego), a następnie narysowano te zbiory na oddzielnym rysunku.



Ilustracja 2: Zbiór uczący danych statycznych

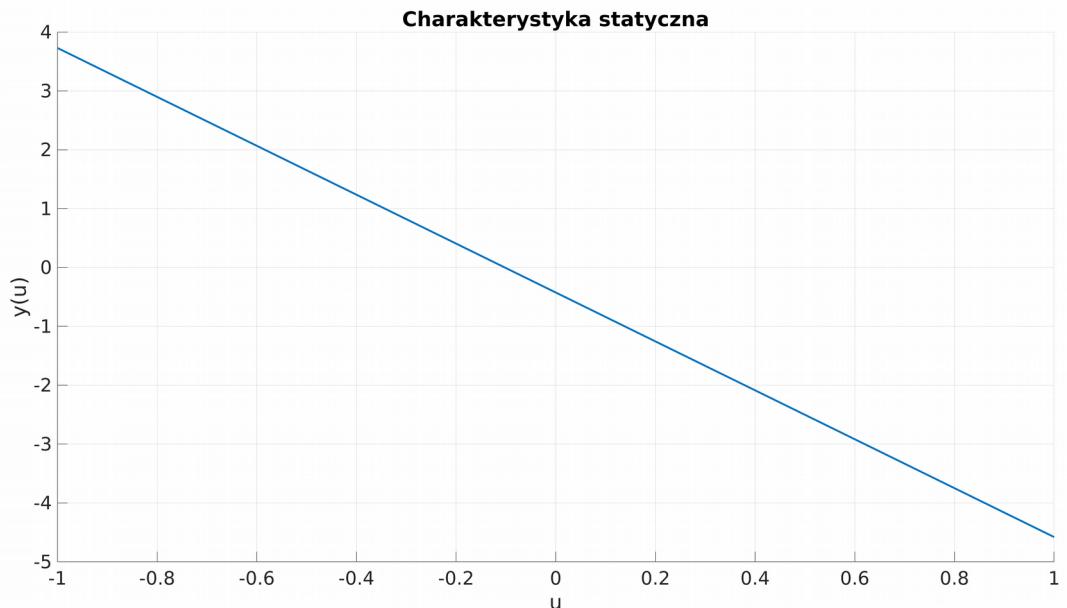


Ilustracja 3: Zbiór weryfikujący danych statycznych

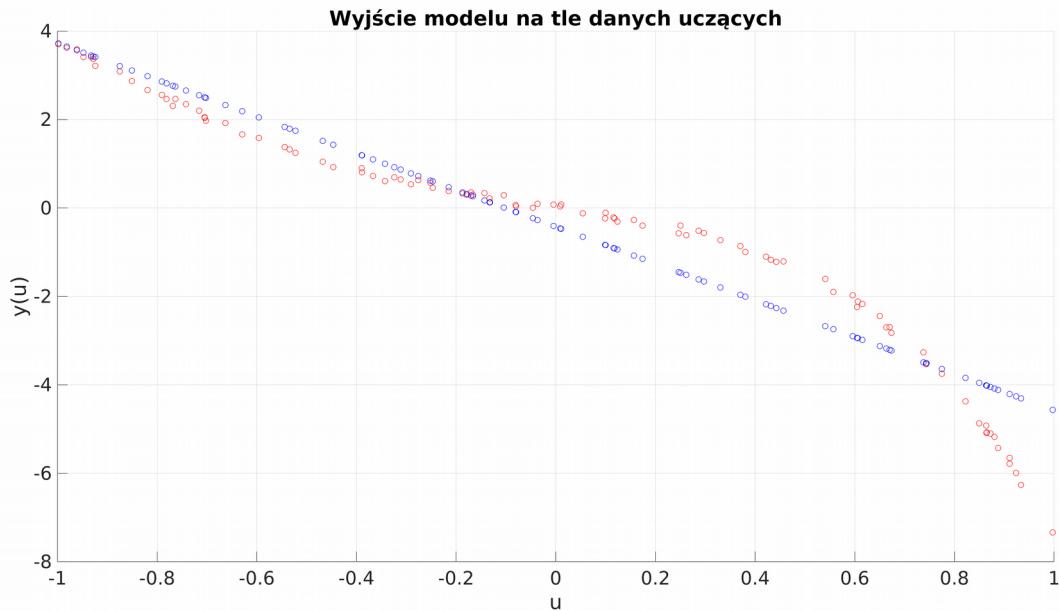
c) Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczono statyczny model liniowy postaci:

$$y(u) = a_0 + a_1 u$$

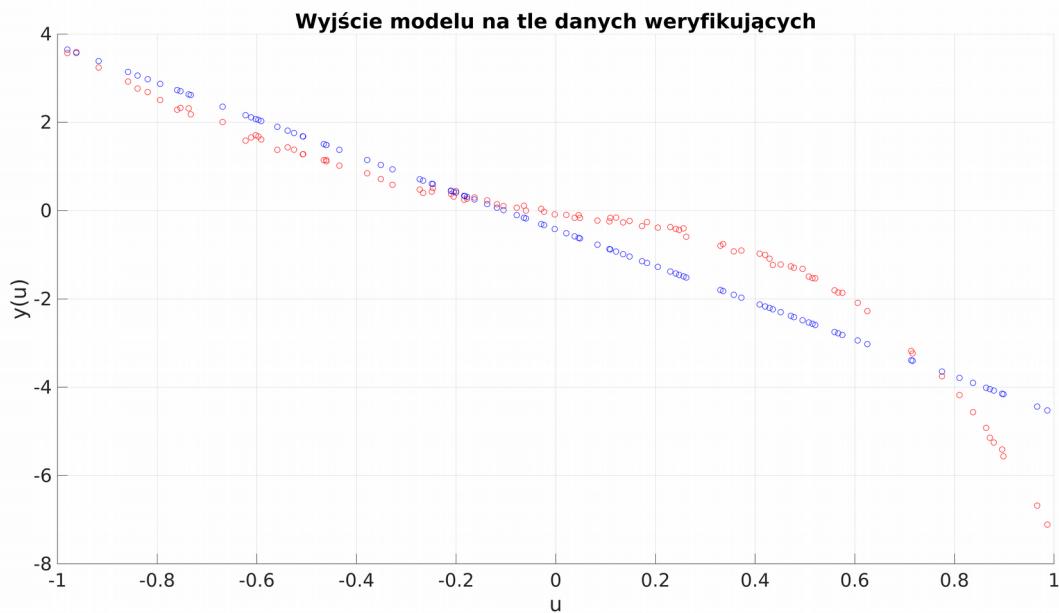
Gdzie $y(u)$ – statyczny model liniowy, u – sygnał wejściowy procesu, a_1, a_0 – parametry modelu liniowego. Narysowano charakterystykę $y(u)$ (Ilustracja 4), obliczono błędy modelu dla zbioru uczącego i weryfikującego. Na Ilustracjach 5 i 6 pokazano wyjście modelu na tle dwóch zbiorów danych. Czerwonym kolorem zaznaczono tam zbiór danych wyjściowych procesu, a niebieskim wyjście modelu.



Ilustracja 4: Charakterystyka $y(u)$



Ilustracja 5: Wyjście modelu na tle danych uczących



Ilustracja 6: Wyjście modelu na tle danych weryfikujących

Jak widać na powyższych ilustracjach wyjście statycznego modelu liniowego w znaczący sposób odbiega od wartości w zbiorze zarówno uczącym jak i weryfikującym. Wynika to oczywiście z faktu że używany jest model liniowy, który słabo dopasowuje się do posiadanych danych. O złej jakości otrzymanego modelu zaświadczają także wyliczone błędy. Dla zbioru uczącego błąd wynosi 55.2073 , natomiast dla weryfikującego 56.5049 . Błędy te można zmniejszyć przy zastosowaniu modeli wielomianowych, lepiej dopasowujących się do posiadanych danych. Błąd modelu wyliczono ze wzoru:

$$E = \sum_{i=1}^P (y_i - a_1 u_i - a_0)^2$$

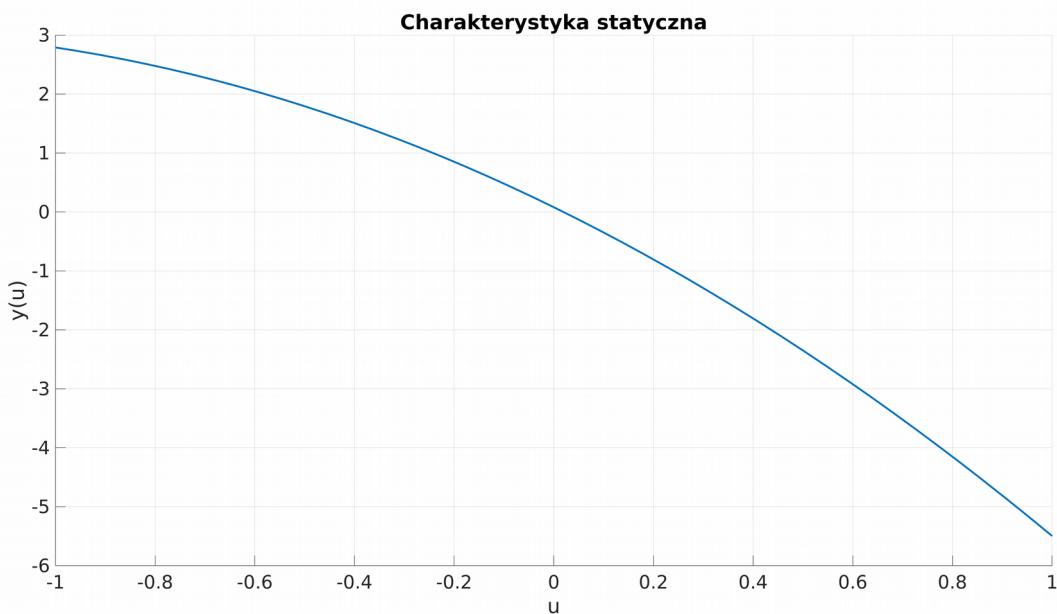
Gdzie E – błąd modelu, P – ilość próbek, y_i – kolejne próbki wyjścia procesu, u_i – kolejne próbki sygnału wejściowego procesu, a_1, a_0 – parametry wyznaczonego modelu liniowego.

d) Następnie metodą najmniejszych kwadratów wyznaczono statyczne modele nieliniowe postaci:

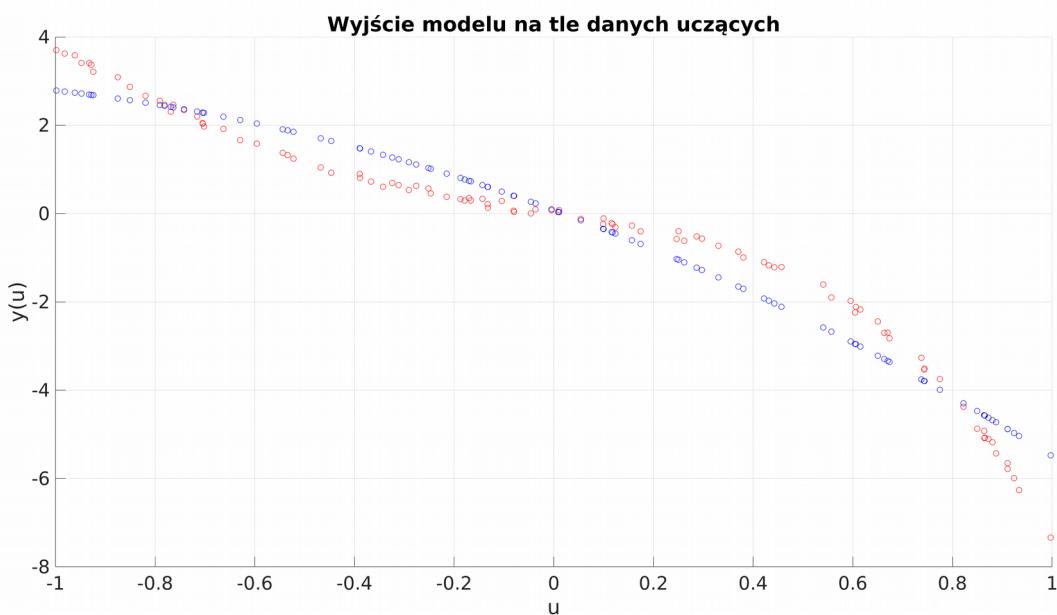
$$y(u) = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i u^i$$

Gdzie $y(u)$ – statyczny model nieliniowy , N – stopień wielomianu, u – sygnał wejściowy procesu, a_i, a_0 – parametry modelu nieliniowego.

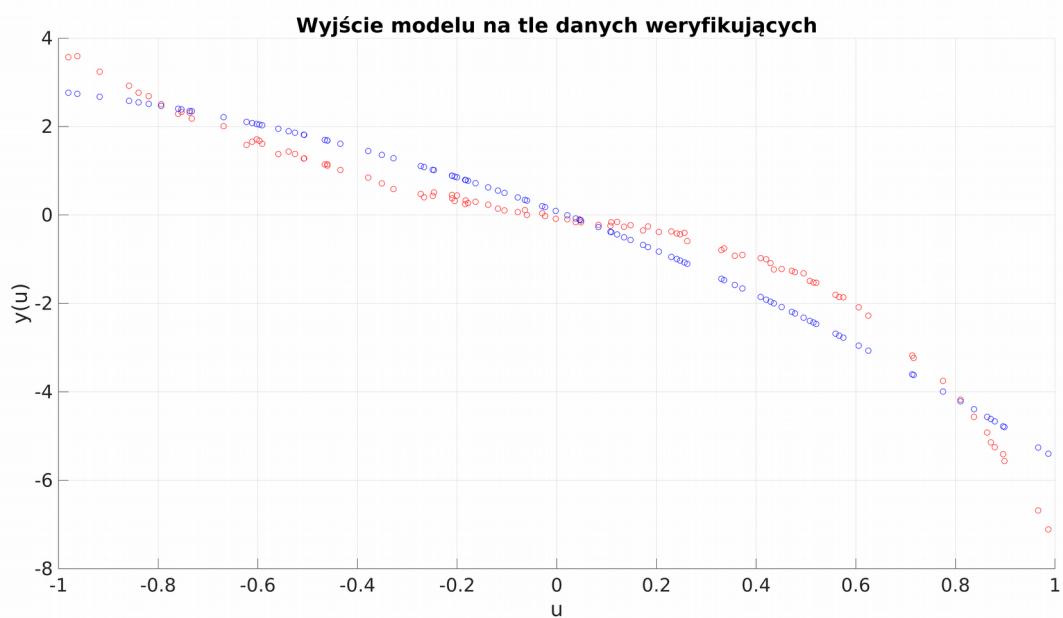
Wyznaczono statyczne modele nieliniowe dla różnych stopni wielomianu N . W każdym przypadku narysowano charakterystykę $y(u)$, obliczono błędy modelu dla zbioru uczącego i weryfikującego (podano je w Tabeli 1) oraz pokazano na rysunkach wyjście modelu na tle dwóch zbiorów danych (czerwonym kolorem zaznaczono zbiór danych wyjściowych procesu, a niebieskim wyjście modelu).



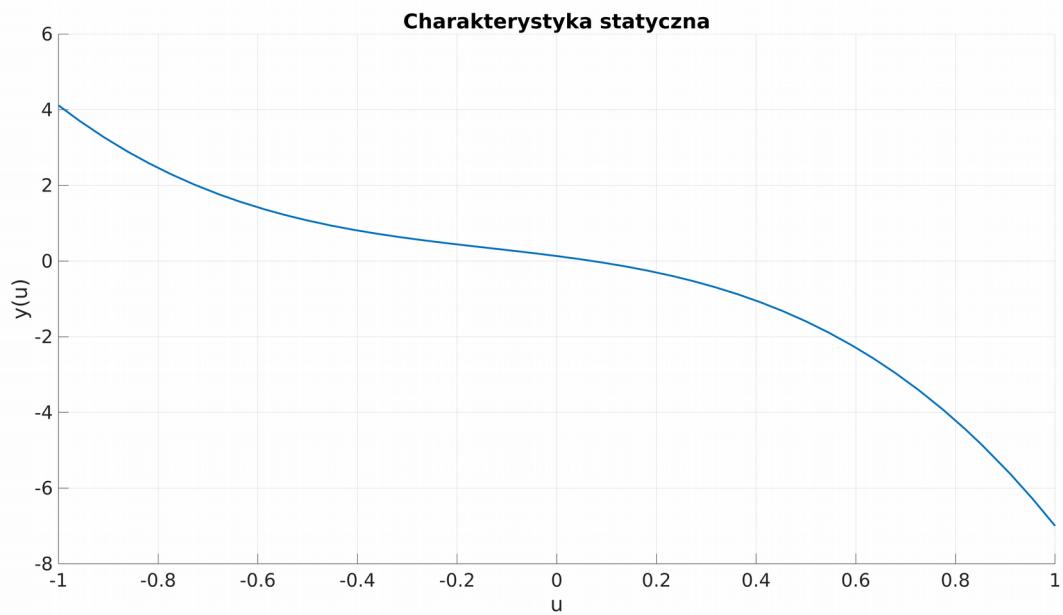
Ilustracja 7: Charakterystyka statyczna nieliniowego modelu drugiego stopnia



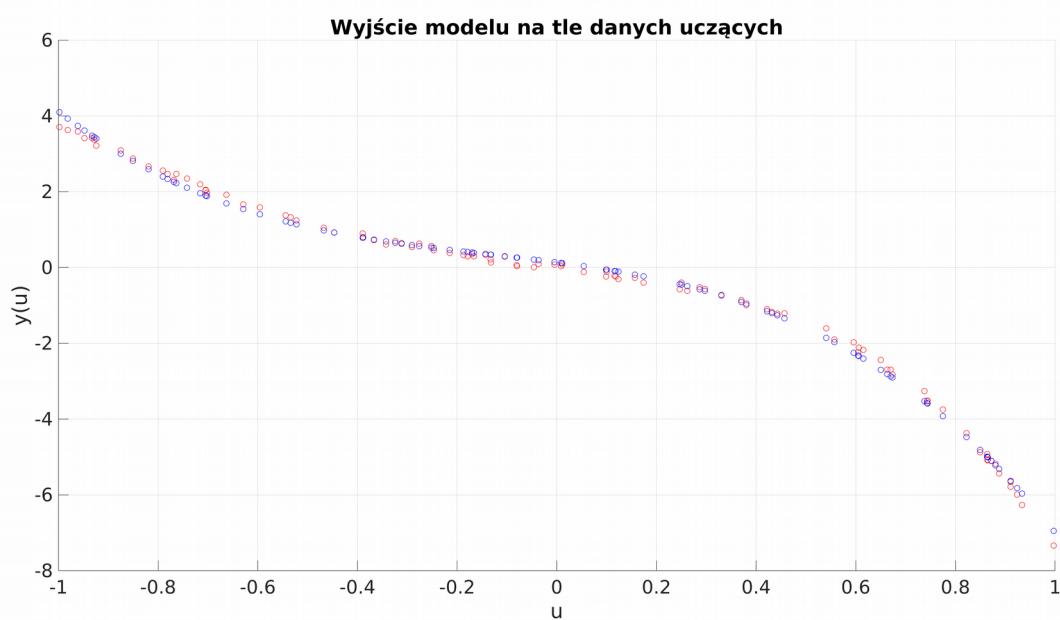
Ilustracja 8: Wyjście nieliniowego modelu drugiego stopnia na tle danych uczących



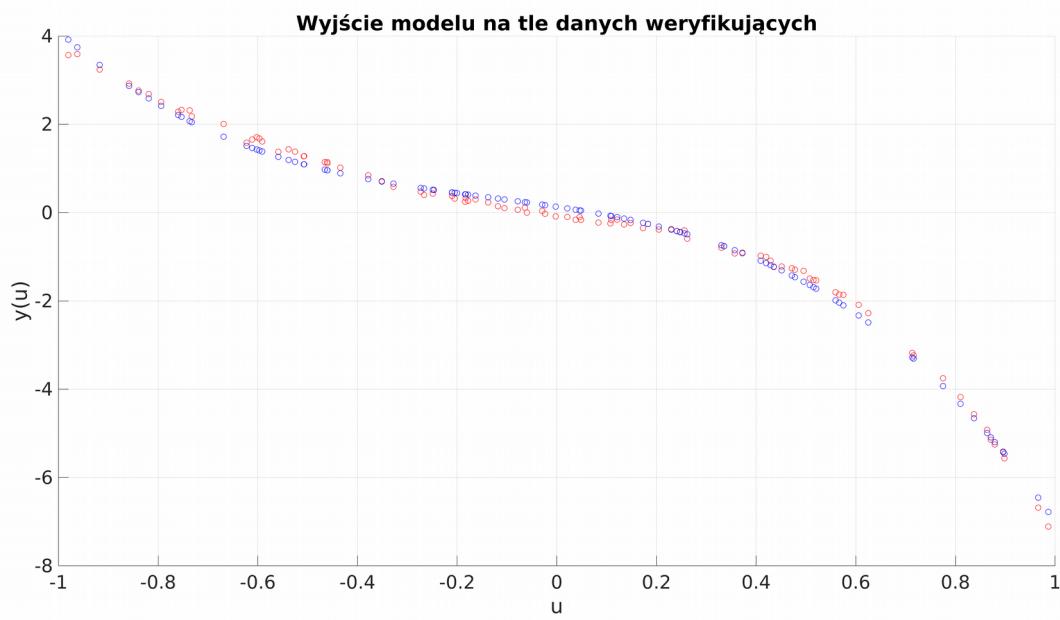
Ilustracja 9: Wyjście nieliniowego modelu drugiego stopnia na tle danych weryfikujących



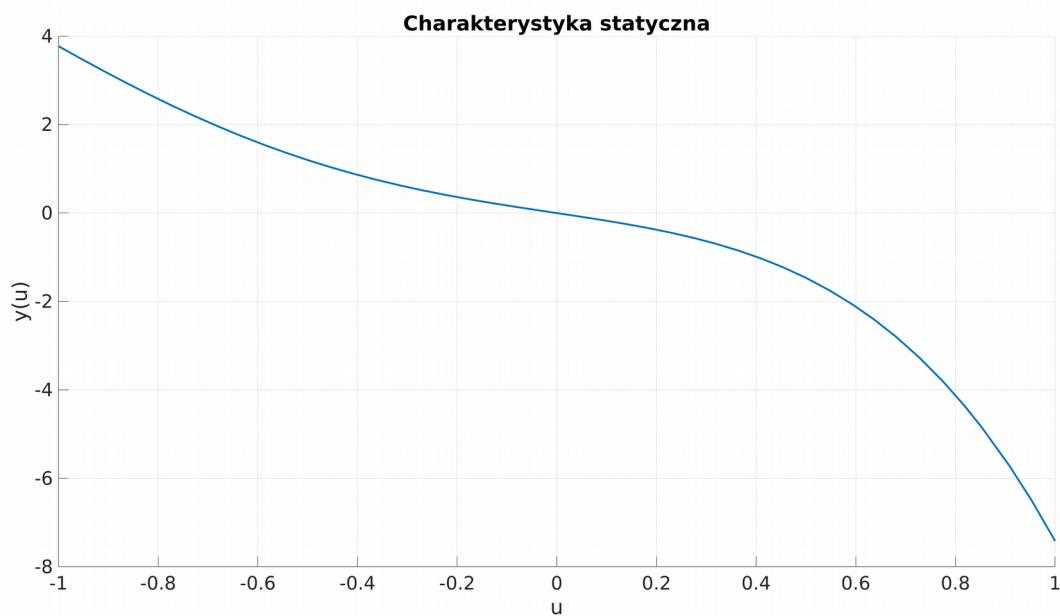
Ilustracja 10: Charakterystyka statyczna nieliniowego modelu trzeciego stopnia



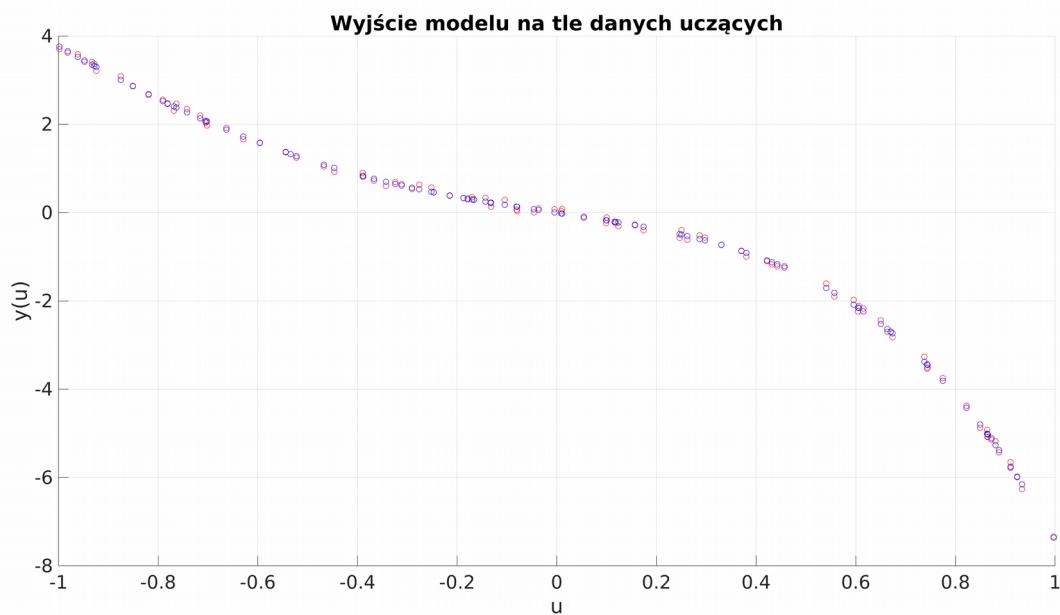
Ilustracja 11: Wyjście nieliniowego modelu trzeciego stopnia na tle danych uczących



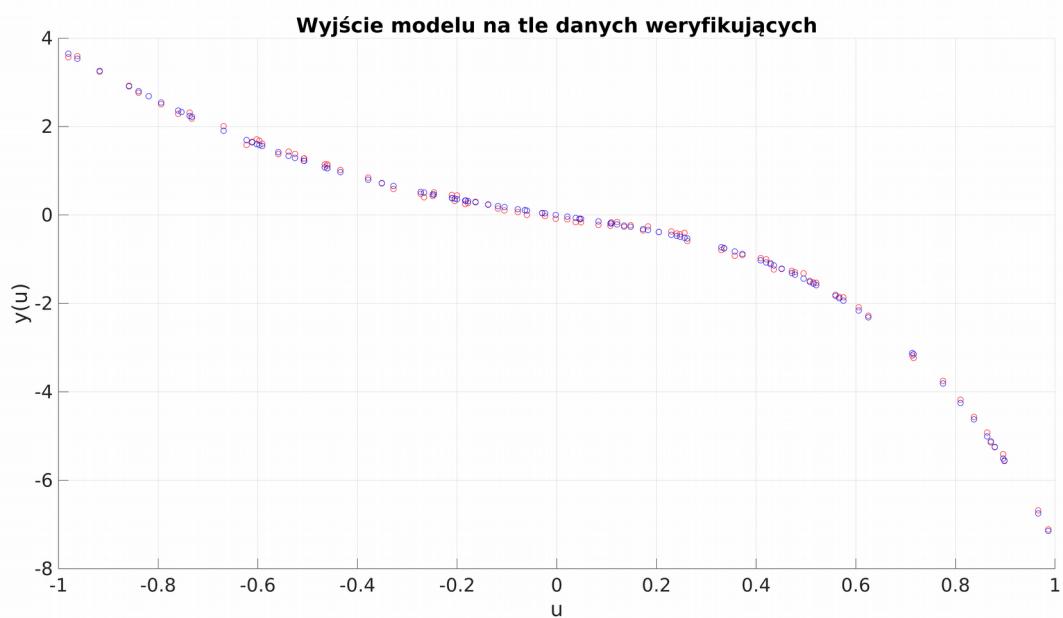
Ilustracja 12: Wyjście nieliniowego modelu trzeciego stopnia na tle danych weryfikujących



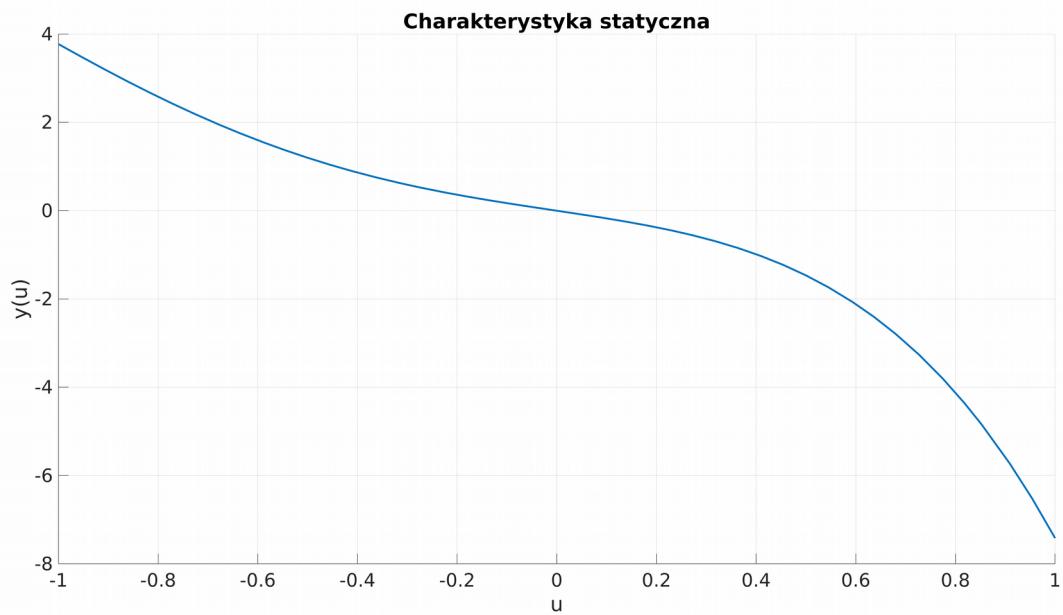
Ilustracja 13: Charakterystyka statyczna nieliniowego modelu czwartego stopnia



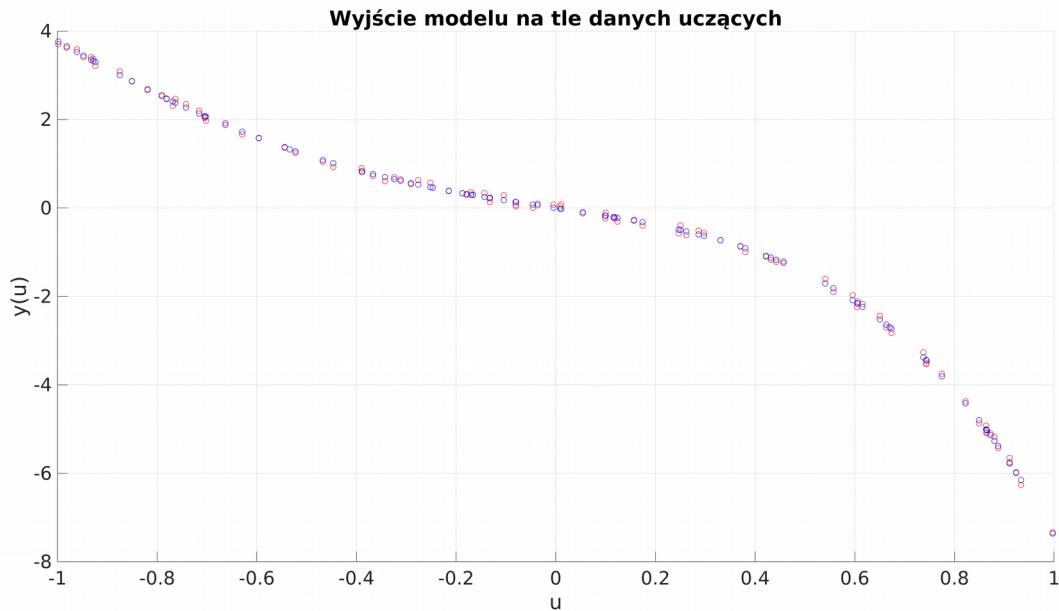
Ilustracja 14: Wyjście nieliniowego modelu czwartego stopnia na tle danych uczących



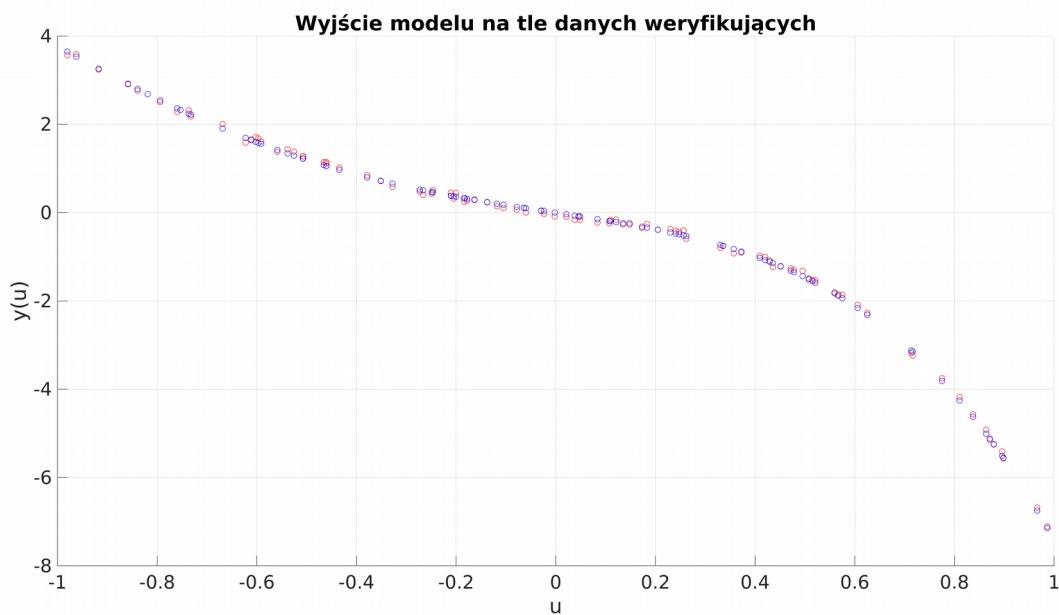
Ilustracja 15: Wyjście nieliniowego modelu czwartego stopnia na tle danych weryfikujących



Ilustracja 16: Charakterystyka statyczna nieliniowego modelu piątego stopnia



Ilustracja 17: Wyjście nieliniowego modelu piątego stopnia na tle danych uczących



Ilustracja 18: Wyjście nieliniowego modelu piątego stopnia na tle danych weryfikujących

Rząd modelu	Błąd dla zbioru uczącego	Błąd dla zbioru weryfikującego
2	34,8967	35,202
3	2,1422	2,3841
4	0,4159	0,3826
5	0,4158	0,3836

Tabela 1: Błędy modeli dla zbioru uczącego i weryfikującego

Błędy poszczególnych modeli wyznaczono ze wzoru:

$$E = \|Mw - y\|^2$$

Gdzie E – błąd modelu, y – wektor z próbami wyjścia procesu, M – macierz zawierająca wektor jedynek oraz wektory (podnoszone do kolejnych potęg w zależności od stopnia wielomianu) z kolejnymi próbami sygnału wejściowego procesu, w – wektor zawierający parametry wyznaczonego modelu.

Jak widać na Ilustracjach 7-18 im wyższy stopień wielomianu będącego modelem badanego obiektu, tym lepiej odzwierciedla on rzeczywiste dane. Dzięki temu że model lepiej się dopasowuje to jego błąd względem rzeczywistych danych staje się mniejszy (należy tu zwracać szczególną uwagę na dane weryfikujące, a nie uczące). Jednak zależność ta trwa do pewnego momentu, ponieważ dla wielomianu stopnia 5 błąd wzrósł (błąd dla danych weryfikujących). Jest to spowodowane tym, że uzyskany model zbyt dokładnie dopasowuje się do poszczególnych próbek zamiast uśredniać całość danych.

e) Jako najlepszy model statyczny wybrano wielomian stopnia czwartego. Błąd dla danych weryfikujących jest dla niego najmniejszy (dla wyższych stopni błąd zaczyna rosnąć), a także jest znacznie mniejszy od błędu modelu stopnia trzeciego (dlatego też nie wybrano modelu stopnia trzeciego).