

## Sterowanie procesami – projekt I, zadanie 8

Michał Stolarz

Proces dynamiczny opisany jest transmitancją ciągłą:

$$G(s) = \frac{(s+1)(s+8)}{(s-9)(s+10)(s+11)}$$

### Zad nr 1

Wyznaczona (za pomocą ekstrapolatora zerowego rzędu) transmitancja dyskretna o okresie próbkowania 0,25s o ma postać:

$$G(z) = \frac{0.4626z^2 - 0.4525z + 0.04888}{z^3 - 9.634z^2 + 1.391z - 0.04979}$$

Biegunki transmitancji ciągłej znajdują się w punktach: 9, -10, -11. Natomiast zera w: -1, -8 .

Biegunki transmitancji dyskretnej znajdują się w punktach: 9,4877 , 0,0821 , 0,0639. Natomiast zera: 0,8546 , 0,1236. Transmitancje dyskretną oraz jej biegunki i zera wyznaczono przy pomocy poniższych komend:

```
Numerator = [0 1 9 8];
Denominator = [1 12 -79 -990];
sys = tf(Numerator,Denominator) % transmitancja ciągła
Ts = 0.25; % czas próbkowania
sysd = c2d(sys,Ts,'zoh') % zastosowanie ekstrapolatora zerowego rzędu
a = pole(sysd) % biegunki transmitancji dyskretnej
b = zero(sysd) % zera transmitancji dyskretnej
```

### Zad nr 2

Modele w przestrzeni stanu przedstawiające się następującym wzorem:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\y(k) &= Cx(k) + Du(k)\end{aligned}$$

wyznaczono za pomocą poniższych komend w matlabie:

```
[num,den] = tfdata(sysd)
[A,B,C,D] = tf2ss(num{1},den{1})
A2 = A.'
B2 = C.'
C2 = B.'
```

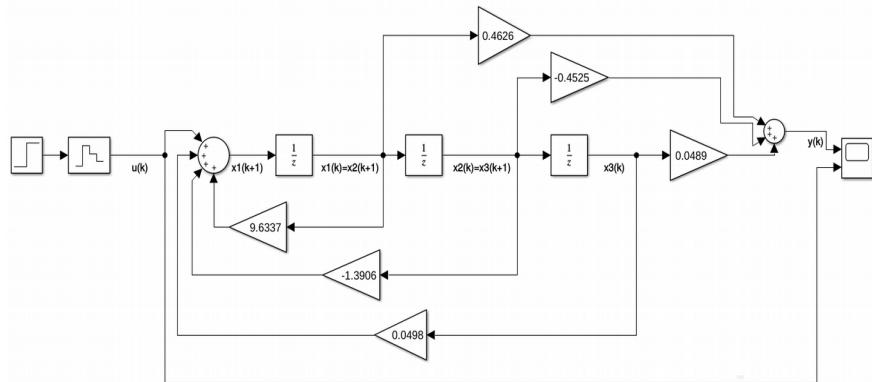
Gdzie num i den zawierają współczynniki w liczniku i mianowniku transmitancji dyskretnej. A, B, C, D to macierze współczynników w przestrzeni stanów (pierwsza metoda). A2, B2, C2 to pierwsze trzy macierze współczynników w przestrzeni stanów wyznaczonej drugą metodą (D pozostaje takie samo czyli 0). sysd to transmitancja dyskretna wyznaczona w poprzednim zadaniu. Dla pierwszej metody uzyskano następujące wyniki:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1)\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}9,6337 & -1,3906 & 0,0498 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1 \\ 0 \\ 0\end{bmatrix} u(k) \\y(k) &= [0,4626 \quad -0,4525 \quad 0,0489] \begin{bmatrix}x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k)\end{bmatrix}\end{aligned}$$

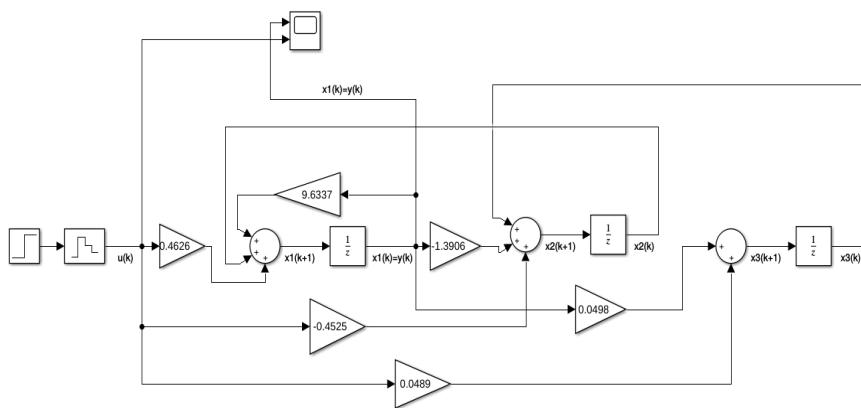
Dla drugiej metody:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1)\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}9,6337 & 1 & 0 \\ -1,3906 & 0 & 1 \\ 0,0498 & 0 & 0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0,4626 \\ -0,4525 \\ 0,0489\end{bmatrix} u(k) \\y(k) &= [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix}x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k)\end{bmatrix}\end{aligned}$$

Modele graficzne przedstawiono poniżej:



Ilustracja 1: Struktura modelu dyskretnego w przestrzeni stanu (wariant pierwszy metody bezpośredniej)



Ilustracja 2: Struktura modelu dyskretnego w przestrzeni stanu (wariant drugi metody bezpośredniej)

### Zad nr 3

Poniżej wykazano symbolicznie, że obie reprezentacje modelu dyskretnego w przestrzeni stanu można sprowadzić do tej samej transmitancji. Na początku przedstawiono ogólne własności macierzy, z których skorzystano w dalszej części do wyprowadzenia dowodu. Gdzie  $I$  – macierz jednostkowa,  $G(z)$  – transmitancja,  $A, B, C, D$  z indeksami dolnymi to macierze przestrzeni stanu dla jednego i drugiego wariantu metody bezpośredniej ( $D$  jest macierzą  $1 \times 1$  czyli skalarem).

$$\begin{aligned}(A^T)^{-1} &= (A^{-1})^T \\ (A - B)^T &= A^T - B^T \\ (AB)^T &= A^T B^T \\ I^T &= I\end{aligned}$$

$$G(z)_1 = C_1(zI - A_1)^{-1}B_1 + D_1$$

$$G(z)_2 = C_2(zI - A_2)^{-1}B_2 + D_2$$

$$A_1^T = A_2$$

$$B_1^T = C_2$$

$$C_1^T = B_2$$

$$D_1 = D_2$$

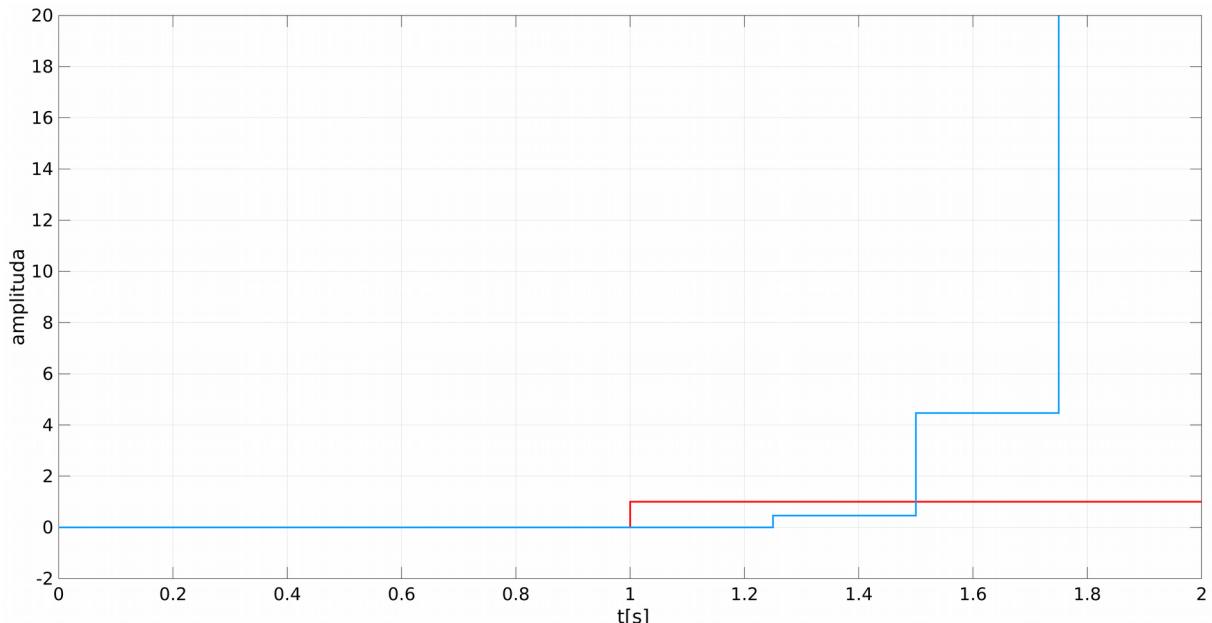
$$G(z)_2 = C_1^T(zI^T - A_1^T)^{-1}B_1^T + D_1$$

$$G(z)_2 = (C_1(zI - A_1)^{-1}B_1 + D_1)^T$$

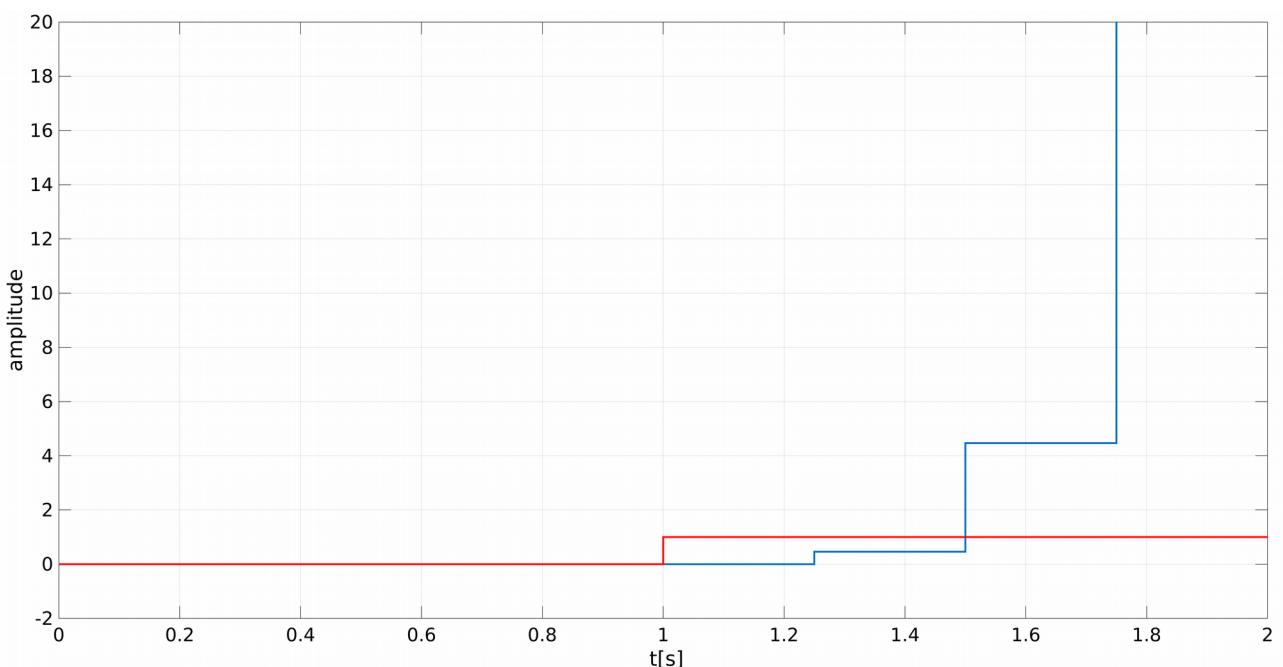
$$G(z)_2 = (G(z)_1)^T = G(z)_1$$

#### Zad nr 4

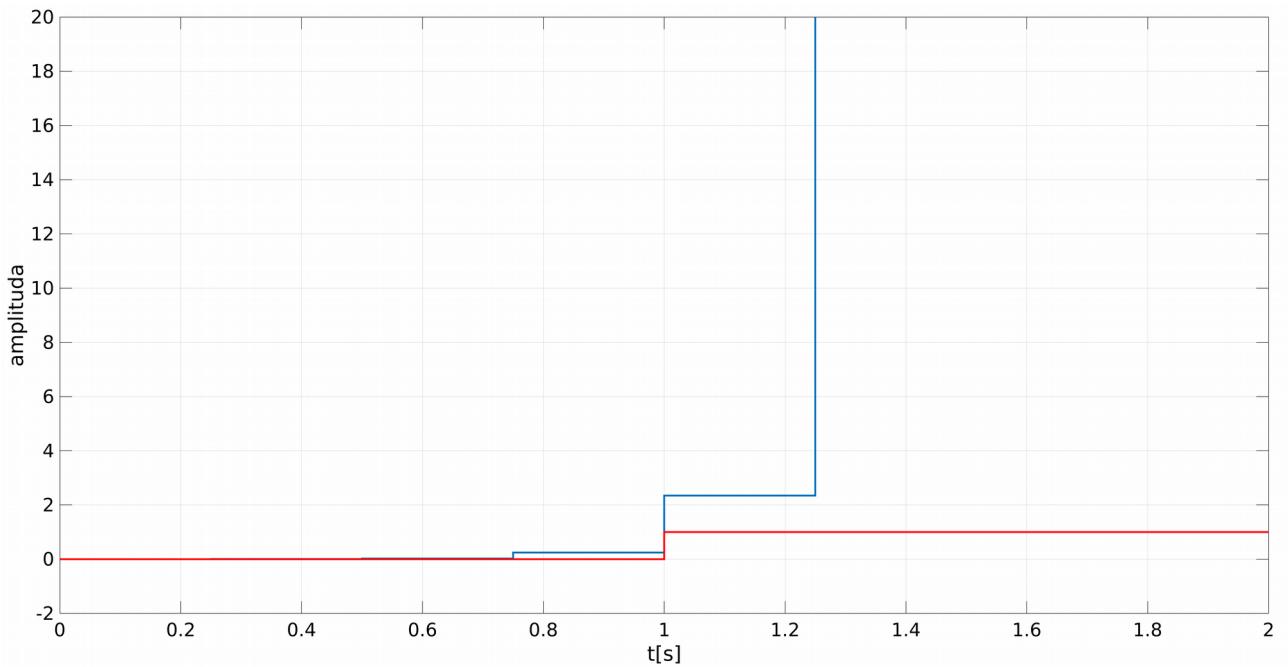
Porównano odpowiedzi skokowe transmitancji dyskretnej i obu modeli w przestrzeni stanu przy zmianie sygnału wejściowego z wartości 0 na 1 w chwili 1s. Symulacje przeprowadzono przy zerowych i niezerowych warunkach początkowych modeli w przestrzeni stanu. Z wyników jednoznacznie wynika, że modele są niestabilne, zarówno dla zerowych jak i niezerowych warunków początkowych (modele przestrzeni stanów). Fakt ten nie zaskakuje, jako że transmitancja ciągła (dana w zadaniu) także jest niestabilna, jako że ma biegum o dodatniej części rzeczywistej. Na poniższych wykresach kolorem czerwonym oznaczono skok jednostkowy, a niebieskim odpowiedź danego układu.



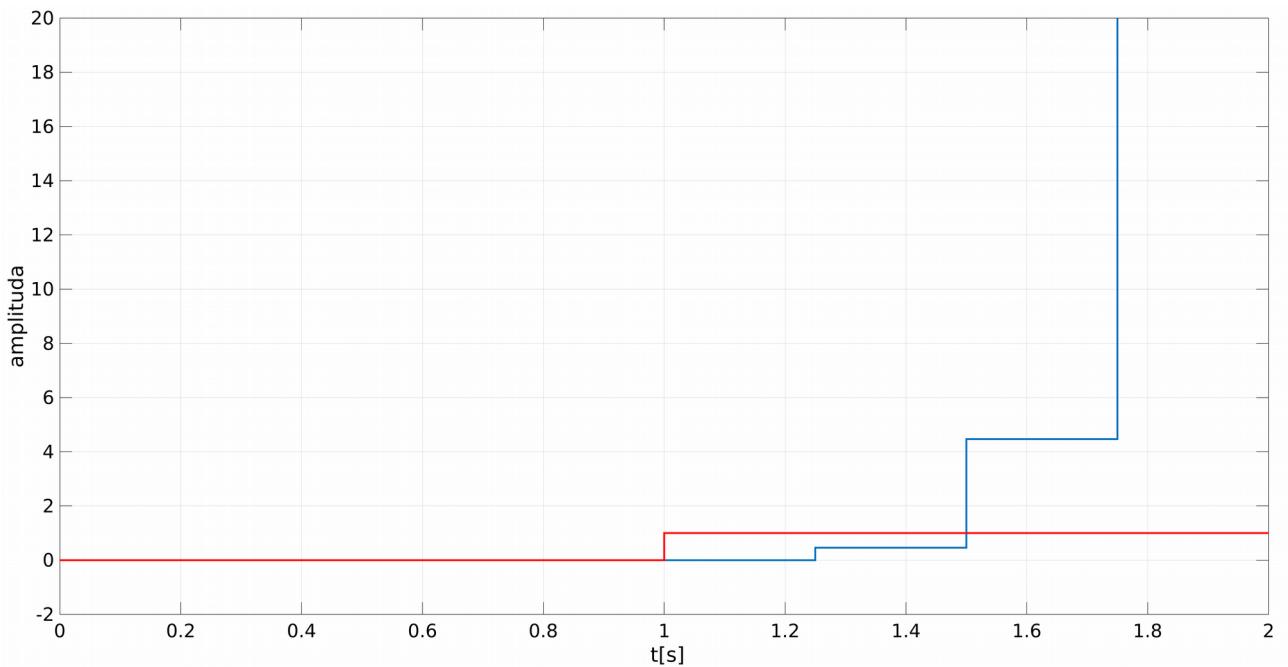
Ilustracja 3: Odpowiedź skokowa transmitancji dyskretnej



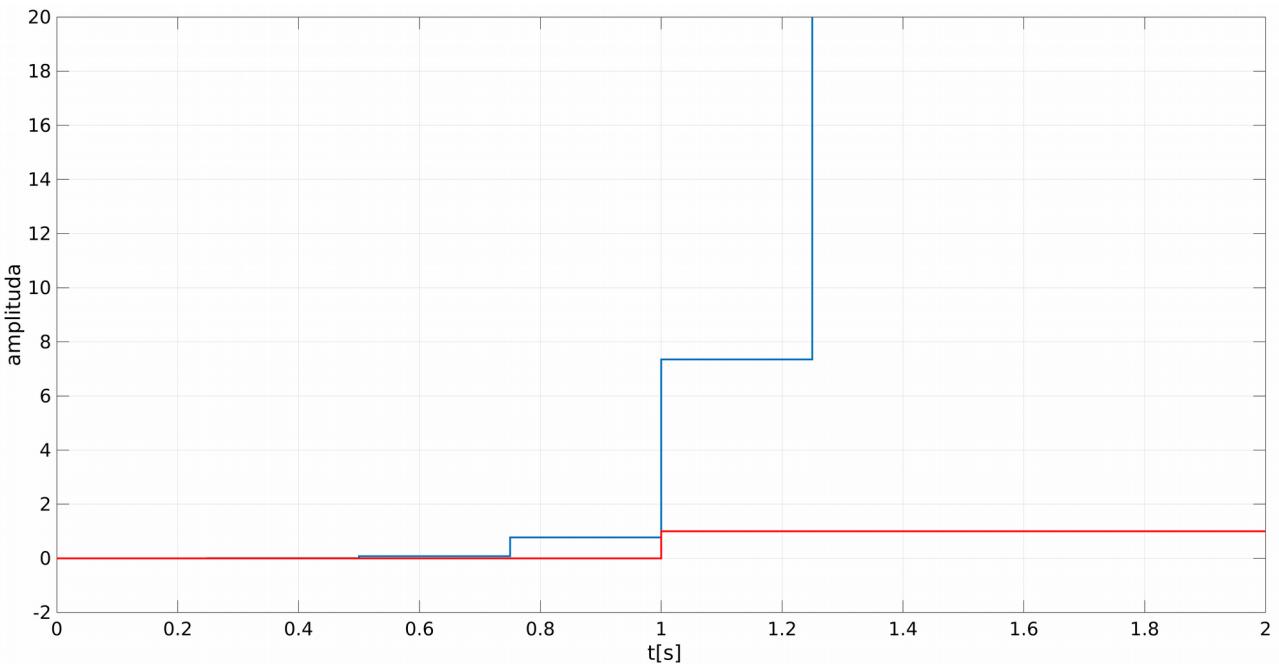
Ilustracja 4: Odpowiedź skokowa modelu w przestrzeni stanów dla zerowych warunków początkowych (1 wariant)



Ilustracja 5: Odpowiedź skokowa modelu w przestrzeni stanów dla niezerowych warunków początkowych (1 wariant,  
warunek początkowy = 0,0008)



Ilustracja 6: Odpowiedź skokowa modelu w przestrzeni stanów dla zerowych warunków początkowych (2 wariant)



Ilustracja 7: Odpowiedź skokowa modelu w przestrzeni stanów dla niezerowych warunków początkowych (2 wariant, warunek początkowy = 0,0008)

Na powyższych wykresach widać także, że odpowiedzi skokowe obu modeli w przestrzeni stanu (zarówno dla warunków początkowych zerowych jak i niezerowych) są identyczne co jest dodatkowym dowodem na to, że są sobie równoważne. Wyjście transmitancji jest bardzo podobne do odpowiedzi skokowych modeli w przestrzeni stanu dla zerowych warunków początkowych. Zgadza się to z teorią, ponieważ transmitancja nie uwzględnia warunków początkowych.

### Dalsze rozważania są przeprowadzane dla drugiej wersji modelu w przestrzeni stanu

#### Zad nr 5

Sprawdzono sterowalność i obserwonalność dla drugiej wersji modelu w przestrzeni stanu. Zastosowano tutaj komendy:

```
Co = ctrb(A2, B2)
Ob = obsv(A2, C2)
```

```
d_co = det(Co)
d_ob = det(Ob)
```

Gdzie : Co – macierz sterowalności, Ob – macierz obserwonalności, A2,C2,B2 – macierze przestrzeni stanu, d\_co – wyznacznik macierzy sterowalności, d\_ob – wyznacznik macierzy obserwonalności

Z obliczeń wynikło, że badany układ jest sterowalny i obserwonalny, ponieważ  $d_{co} = -0.0121$ , a  $d_{ob} = 1$ .

#### Zad nr 6

Wyznaczono regulator ze sprzężeniem od stanu o równaniu:

$$u(k) = -Kx(k)$$

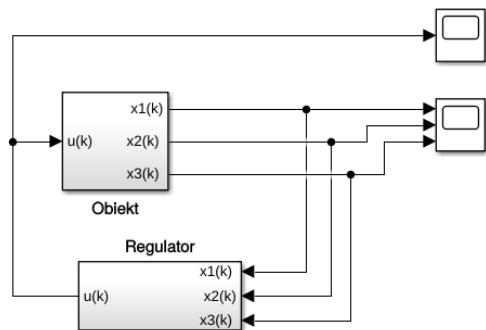
$$u(k) = -[k_1 \quad k_2 \quad k_3] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$$

Gdzie: K – wektor z parametrami regulatora, u(k) – sygnał sterujący, x(k) – wektor zmiennych stanu.

Równanie charakterystyczne układu zamkniętego:

$$x(k+1) = (A - BK)x(k)$$

Ogólna struktura układu regulacji została przedstawiona poniżej:

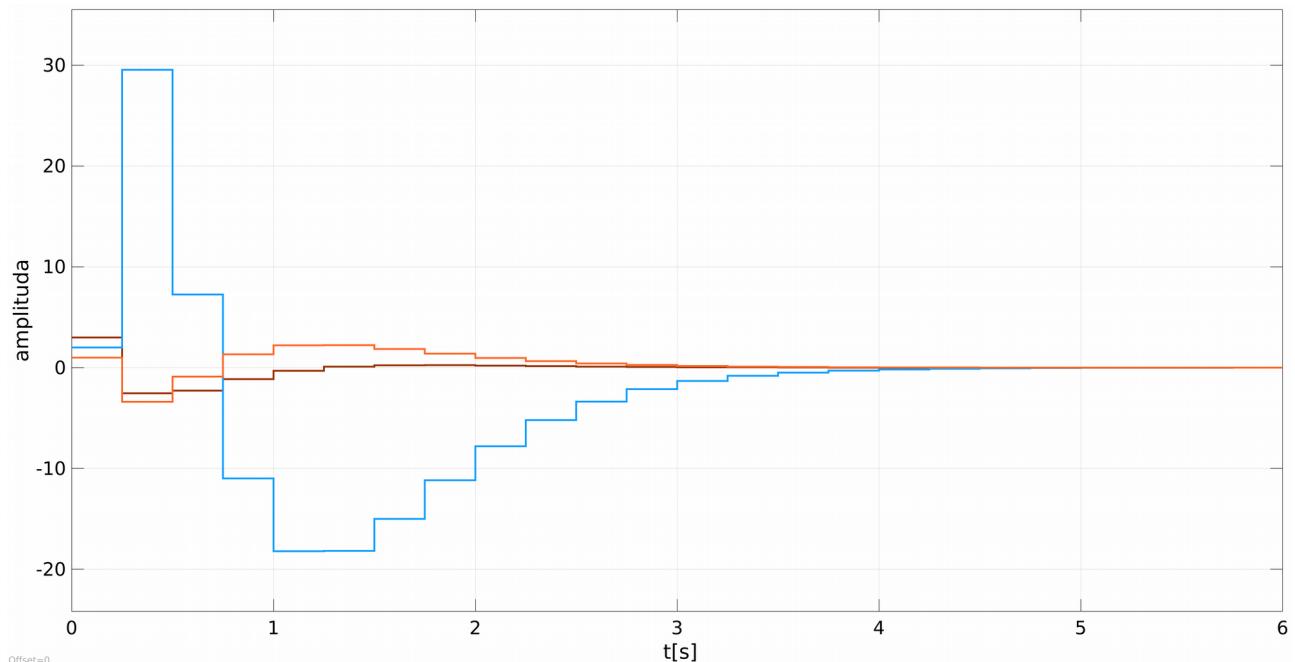


Ilustracja 8: Ogólna struktura układu regulacji

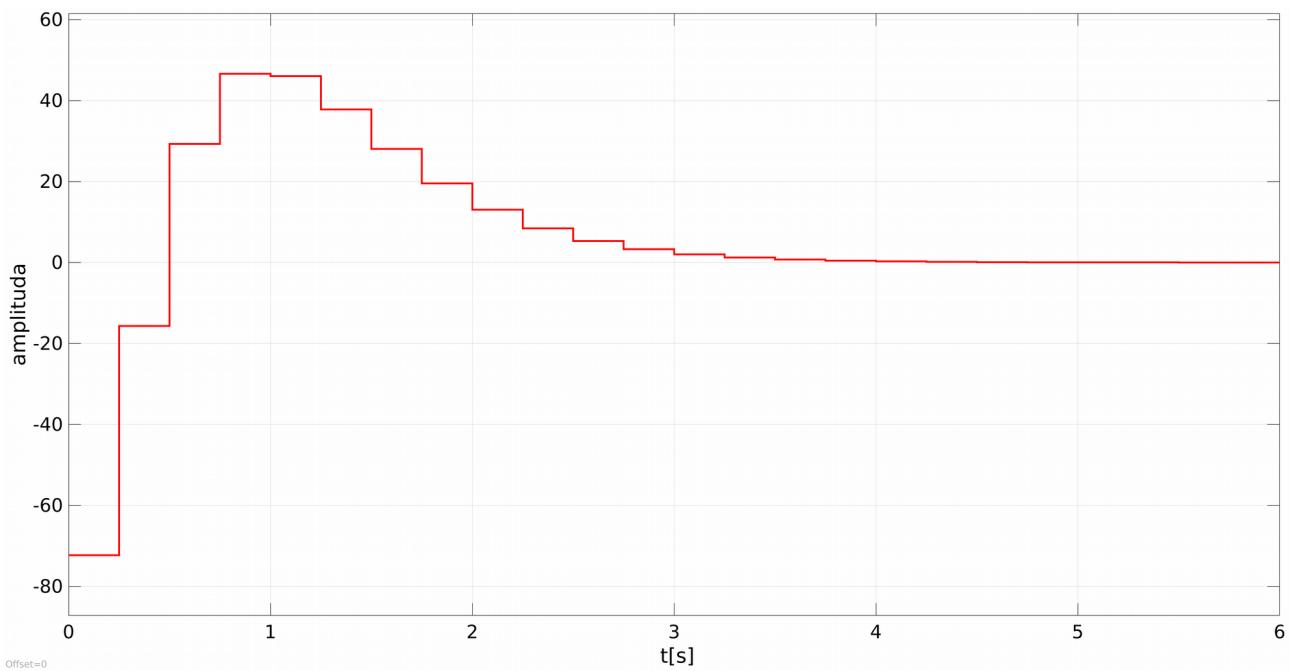
W kolejnej części zadania dobierano biegunki dla układu zamkniętego przy założonym warunku początkowym:  $x_1(0) = 3, x_2(0) = 2, x_3(0) = 1$  oraz końcowym:  $x_1(t)=x_2(t)=x_3(t)=0$  ( $t$  – czas po którym spełniony jest warunek końcowy). Biegunki dobierano przy pomocy funkcji:  $K = \text{acker}(A2, B2, p)$ , gdzie  $K$  – wektor parametrów regulatora,  $A2, B2$  – macierze przestrzeni stanu obiektu,  $p$  – wektor z testowanymi biegunkami.

### I:

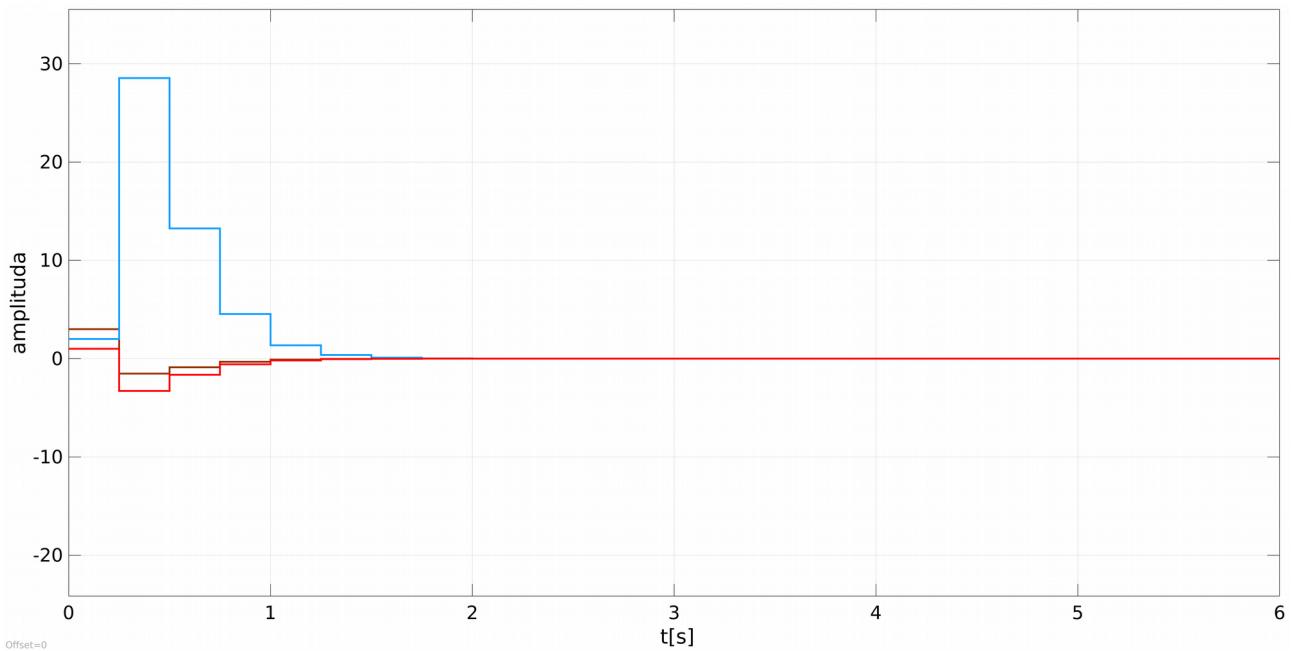
Przyjęto, że układ zamknięty ma trzy takie same biegunki rzeczywiste. Symulacji dokonano dla czasu 6s (po tym czasie osiągany zostaje warunek końcowy). Jej wyniki przedstawiono na poniższych wykresach. W przebiegach trajektorii stanu układu zamkniętego czerwonym kolorem oznaczono  $x_3(k)$ , niebieskim –  $x_2(k)$ , brązowym –  $x_1(k)$ . Testy przeprowadzono tylko dla dodatnich biegunków, ponieważ ujemne wprowadzają układ w oscylacje.



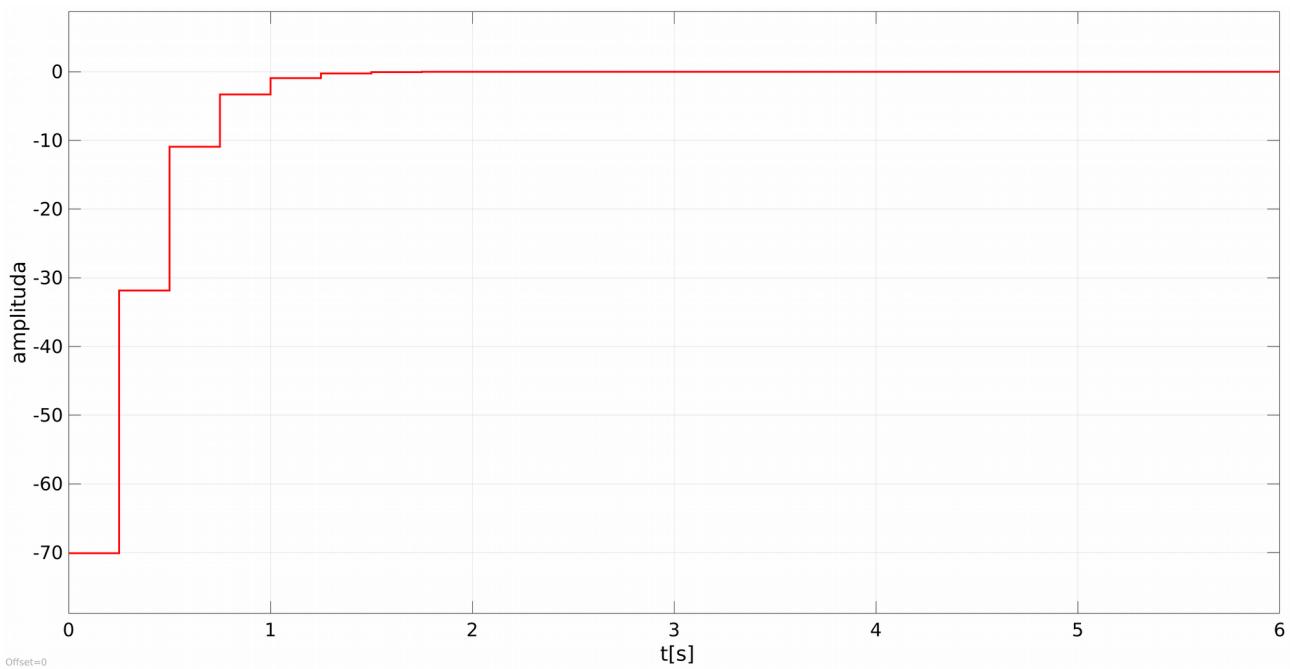
Ilustracja 9: Trajektorie stanu układu zamkniętego przy biegunkach równych 0,5



Ilustracja 10: Sygnał sterujący przy biegunach równych 0,5



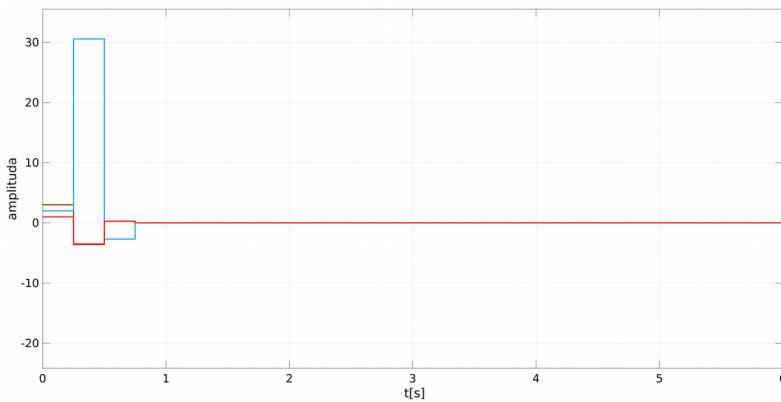
Ilustracja 11: Trajektorie stanu układu zamkniętego przy biegunach równych 0,2



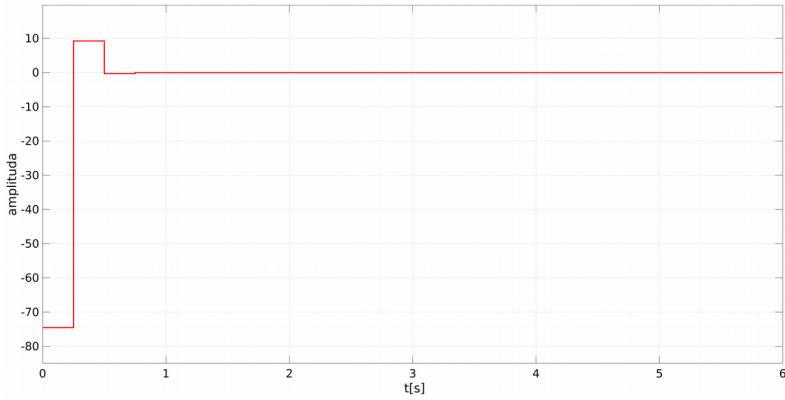
Ilustracja 12: Sygnał sterujący przy biegunach równych 0,2

Jak widać na powyższych wykresach wybór biegunów w znaczący sposób pływa na postać przebiegu sygnału sterującego i trajektorii stanu układu zamkniętego. Widać, że im mniejszy moduł biegunów tym otrzymane przebiegi są szybsze. Na ilustracji nr 9 stany układu dużo wolniej osiągają warunek końcowy, niż na ilustracji nr 11. Natomiast sygnał sterujący dla biegunów 0,5 dużo wolniej osiąga wartość 0 niż dla biegunów 0,2 , a na dodatek powoduje przeregulowanie.

W regulatorze można przyjąć zerowe bieguny. Wówczas układ stabilizuje się bardzo szybko, bo już po 3 okresach próbkowania i to mieszcząc się w wartościach osiąganych w poprzednich symulacjach (dla biegunów 0,2 i 0,5). Warto podkreślić, że sygnał sterujący zmienia się wówczas bardzo szybko. W jednej chwili zmiana taka wynosi ok.85 jednostek.



Ilustracja 13: Trajektorie stanu układu zamkniętego przy biegunach równych 0



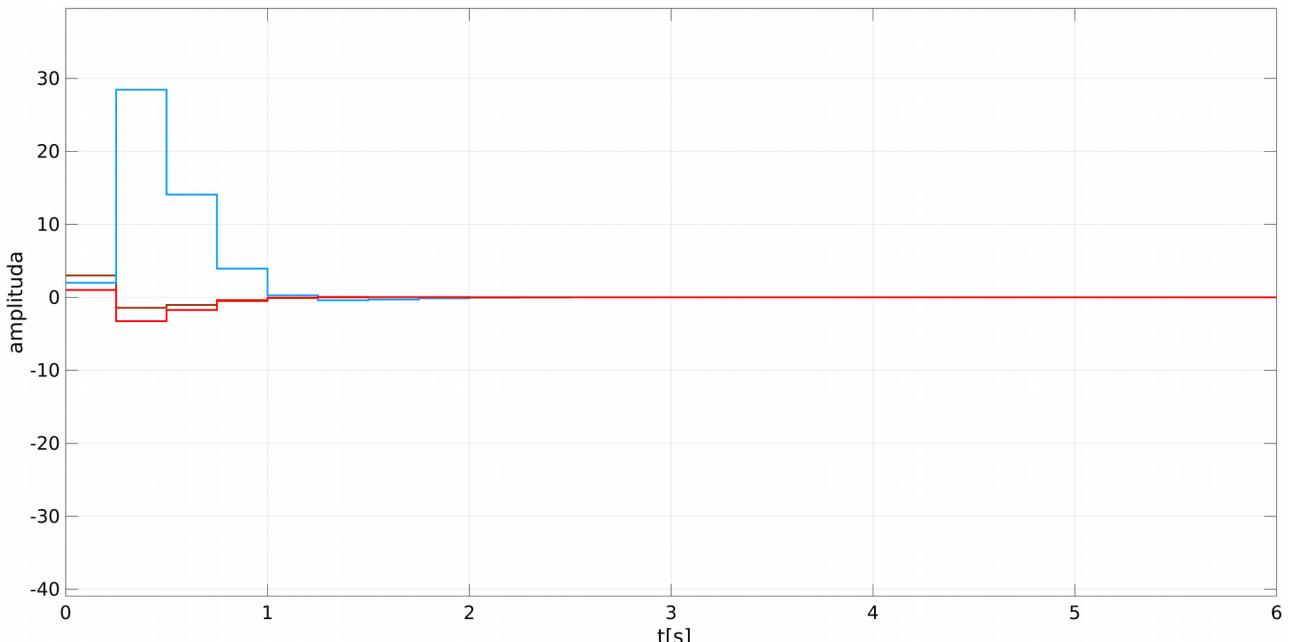
Ilustracja 14: Sygnał sterujący przy biegunach równych 0

## II:

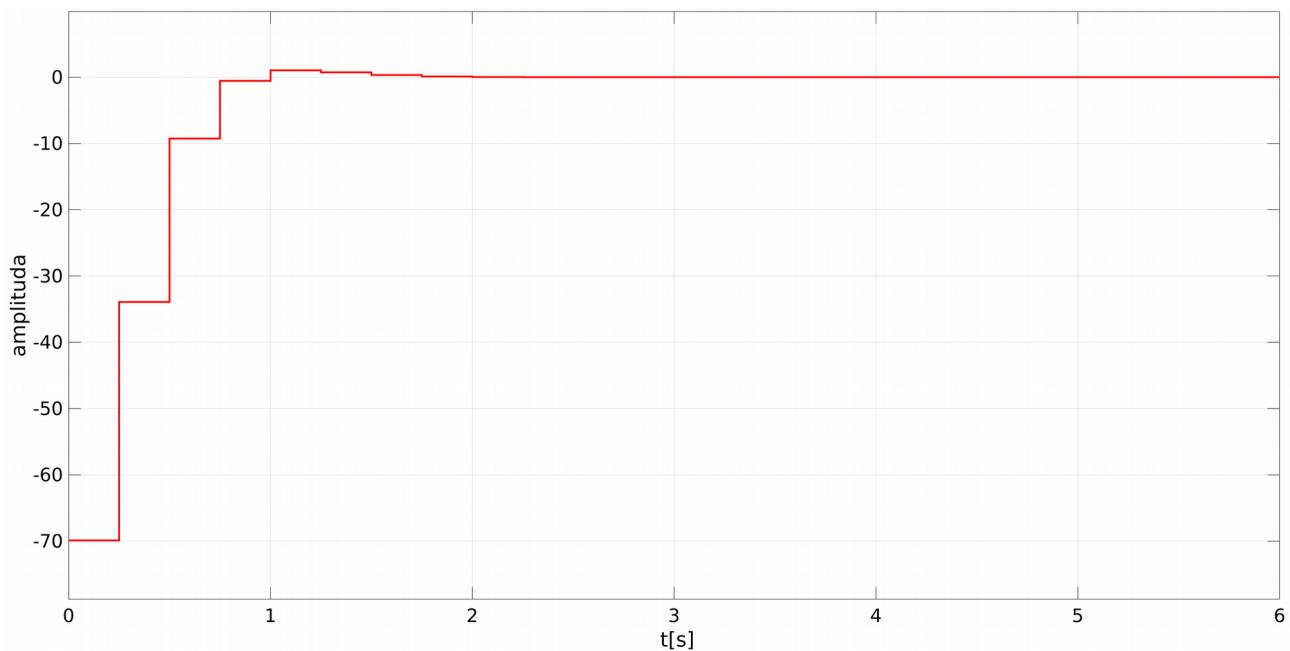
Następnie przyjęto, że układ zamknięty ma jeden biegum rzeczywisty i parę biegunów zespolonych sprzężonych ze sobą  $z_{b2}=a+bj$ ,  $z_{b3}=a-bj$ . Poniższe wykresy ilustrują zachowanie sygnału sterującego i trajektorii poszczególnych zmiennych stanu dla niezmiennego bieguna rzeczywistego równego 0,3. Oznaczenia kolorami przyjęto jak poprzednio.

Biegumy także w tym przypadku dla małego modułu sprawiają, że układ działa szybciej. Jednak można zauważać, że biegumy zespolone sprzężone są tutaj dominujące (mają zazwyczaj większy moduł niż biegum rzeczywisty). Skutkiem tego jest, że nawet niewielka zmiana parametrów a i b znaczco wpływa na zachowanie układu, natomiast zmiana bieguna rzeczywistego nie aż tak bardzo (o ile para zespolonych biegunów sprzężonych nadal jest dominującą). Z wykresów widać, że im biegumy zespolone mają mniejszy moduł tym układ jest szybszy. W sygnale sterującym występuje mniejsze przeregulowanie, a w zmiennej stanu przyjmują mniejsze wartości i oczywiście szybciej dążą do zera.

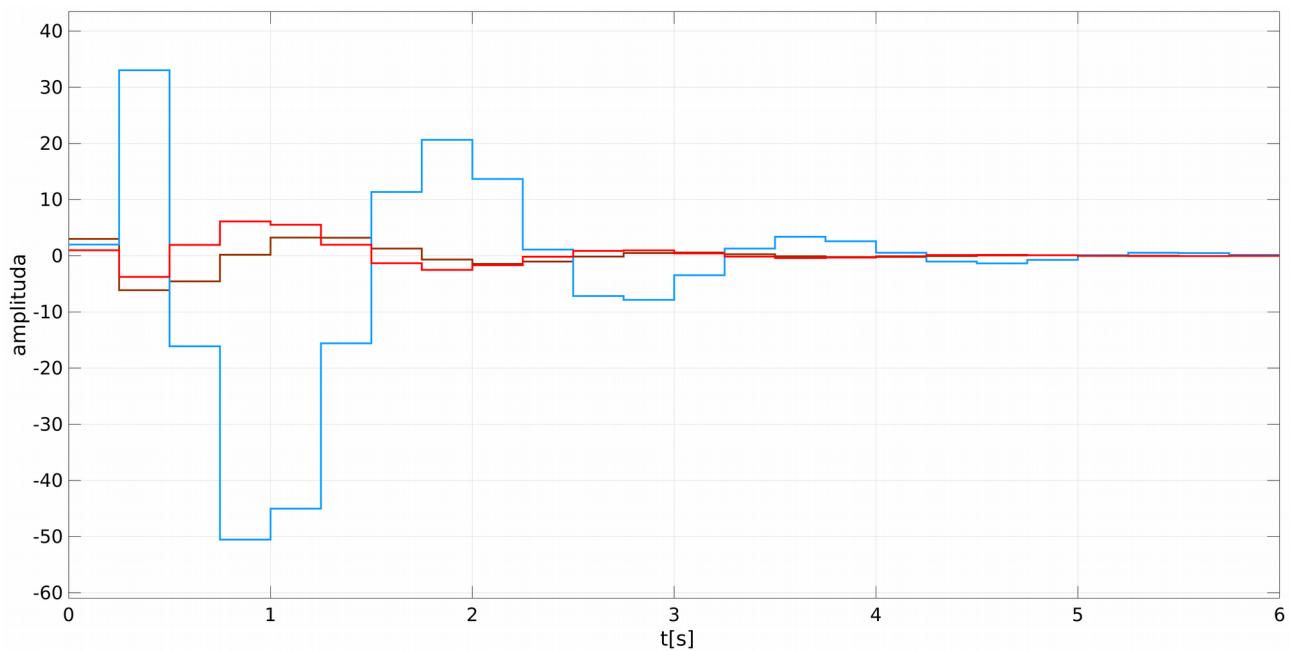
Warto też zauważać, że sprzężone biegumy zespolone o mniejszych częściach urojonych znacznie polepszają zachowanie układu (szybcie zbiega do zera), w porównaniu do przypadku gdy te same biegumy mają taki sam moduł ale większą część urojoną. Wynika stąd, że parametr b znaczco wpływa na to, czy układ oscyluje(im jest on większy tym układ bardziej oscyluje).



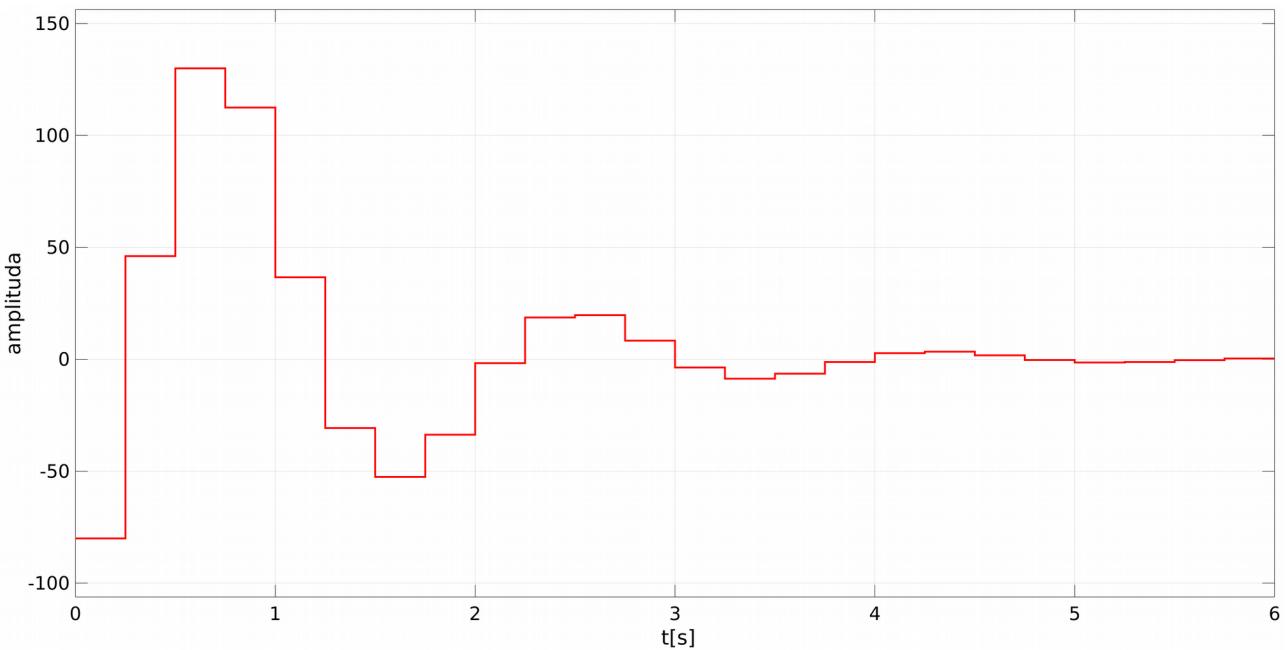
Ilustracja 15: Trajektorie stanu zamkniętego przy  $a=0,3$   $b=0,2$



Ilustracja 16: Sygnał sterujący przy  $a=0,3$   $b=0,2$



Ilustracja 17: Trajektorie stanu układu zamkniętego przy  $a=0,5$   $b=0,6$

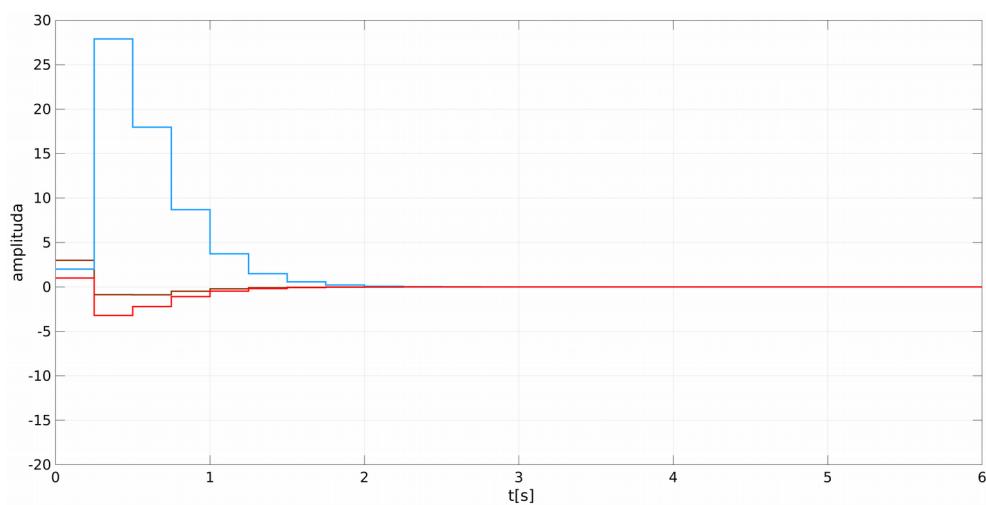


Ilustracja 18: Sygnał sterujący przy  $a=0,5$   $b=0,6$

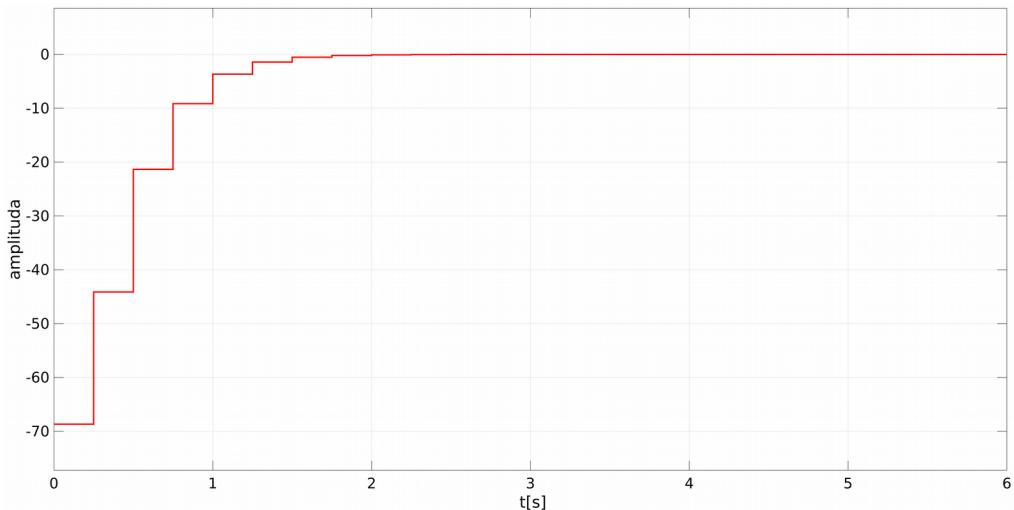
### Zad nr 7

Najlepszy regulator został wybrany wedle takich kryteriów jak: szybki czas regulacji, niezbyt gwałtowne zmiany sygnału sterowania oraz mieszącą się w przyzwoitych granicach amplituda sygnału sterowania.

Najlepszy regulator z trzema rzeczywistymi biegunami został wybrany dla biegunów o wartościach 0,3 . Regulator ten jest nieco wolniejszy od regulatora o biegunach 0,2 , ale za to sygnał sterujący nie jest aż tak zmienny w czasie. W porównaniu do regulatora o biegunach 0,5 jest dużo szybszy (w przeciągu 2s trajektorie zmiennych stanu spadają do zera), a sygnał sterujący nie powoduje przeregulowania (powodował dla biegunów 0,5). Przebiegi tego regulatora przedstawiono poniżej (oznaczenia kolorami jak poprzednio).

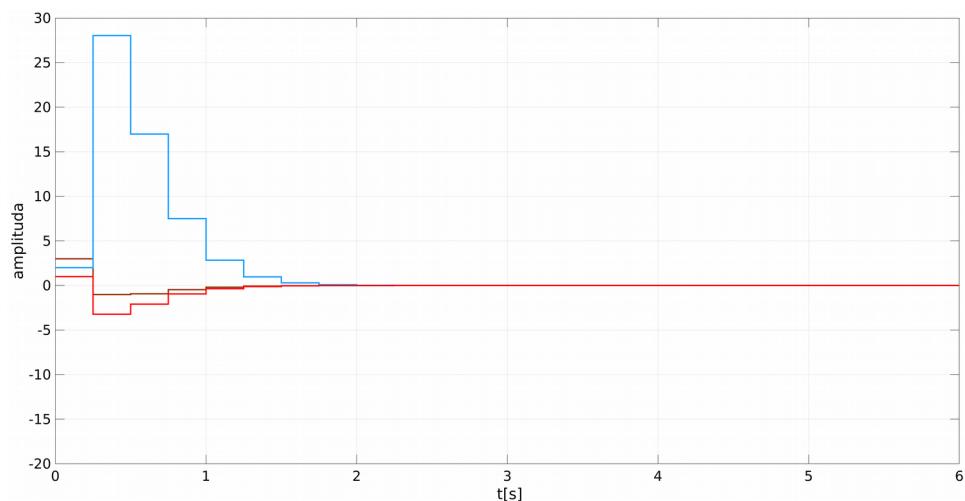


Ilustracja 19: Trajektorie stanu układu zamkniętego przy biegunach równych 0,3

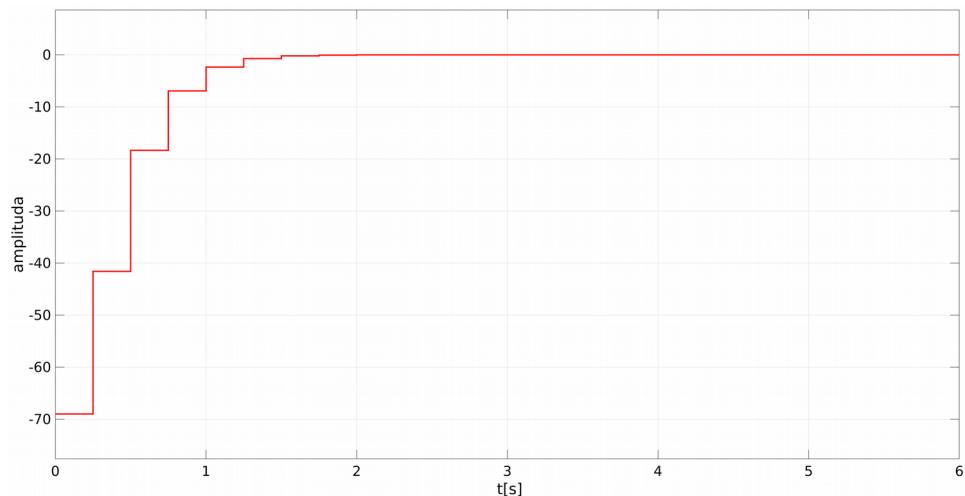


Ilustracja 20: Sygnał sterujący przy biegunach równych 0,3

Najlepszy regulator z biegunem rzeczywistym i dwoma biegunami zespolonymi został wybrany dla  $z_{b1}=0,3$ ,  $z_{b2}=0,3+0,1j$ ,  $z_{b3}=0,3-0,1j$ . Regulator ten jest nieco wolniejszy od regulatora o biegunach  $z_{b1}=0,3$ ,  $z_{b2}=0,3+0,2j$ ,  $z_{b3}=0,3-0,2j$ , ale za to sygnał sterujący nie narasta aż tak gwałtownie. W porównaniu do regulatora o biegunach  $z_{b1}=0,3$ ,  $z_{b2}=0,5+0,6j$ ,  $z_{b3}=0,5-0,6j$  jest dużo szybszy (w przeciągu 2s trajektorie zmiennych stanu spadają do zera), a sygnał sterujący nie powoduje przeregulowania. Przebiegi tego regulatora przedstawiono poniżej (oznaczenia kolorami jak poprzednio).



Ilustracja 21: Trajektorie stanu układu zamkniętego przy biegunach równych  $z_{b1}=0,3$ ,  $z_{b2}=0,3+0,1j$ ,  $z_{b3}=0,3-0,1j$



Ilustracja 22: Sygnał sterujący przy biegunach równych  $z_{b1}=0,3$ ,  $z_{b2}=0,3+0,1j$ ,  $z_{b3}=0,3-0,1j$

### Zad nr 8

Zaprojektowano obserwator zredukowanego rzędu o biegunach rzeczywistych  $z_{o2}, z_{o3}$ . Równanie obiektu jest postaci:

$$\begin{bmatrix} y(k+1) \\ \omega(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k) \\ \omega(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u(k)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} y(k) &= x_1(k) \\ \omega(k) &= \begin{bmatrix} x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} \\ A_{11} &= 9,6337 \\ A_{12} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \\ A_{22} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} -1.3906 \\ 0.0498 \end{bmatrix} \\ B_1 &= 0.4626 \\ B_2 &= \begin{bmatrix} -0.4525 \\ 0.0489 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

W równaniu obserwatora użyto zmiennej  $z(k)$  by nie było potrzeby korzystania ze zmiennej  $\omega(k)$ . Zmienna  $z(k)$  ma postać:

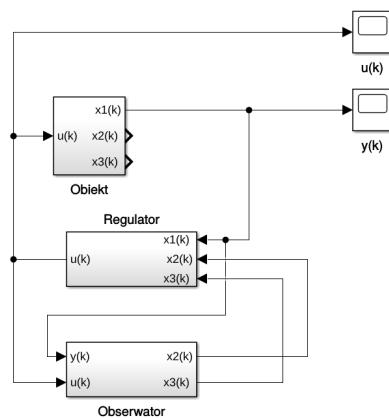
$$z(k) = \omega(k) - Ly(k)$$

Równanie obserwatora ma postać:

$$z(k+1) = (A_{22} - LA_{12})(z(k) - Ly(k)) + (A_{21} - LA_{11})y(k) + (B_2 - LB_1)u(k)$$

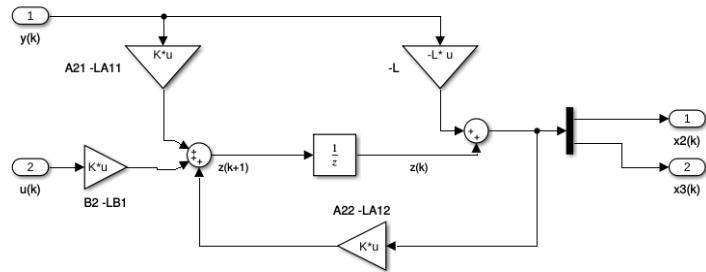
gdzie:  $L$  – wektor z parametrami obserwatora, wyznaczany poprzez dobór biegunów. Parametry te wyznaczano za pomocą funkcji:  $L = \text{acker}(A2\_22', A2\_12', [z1\ z3])$ . Gdzie:  $L$  – wektor z parametrami obserwatora,  $A2\_22$  – macierz  $A_{22}$ ,  $A2\_12$  – macierz  $A_{12}$ ,  $z1, z3$  – dobierane bieguny  $z_{o2}, z_{o3}$ .

Ogólna struktura układu regulacji z obserwatorem:



Ilustracja 23: Ogólna struktura układu regulacji z obserwatorem

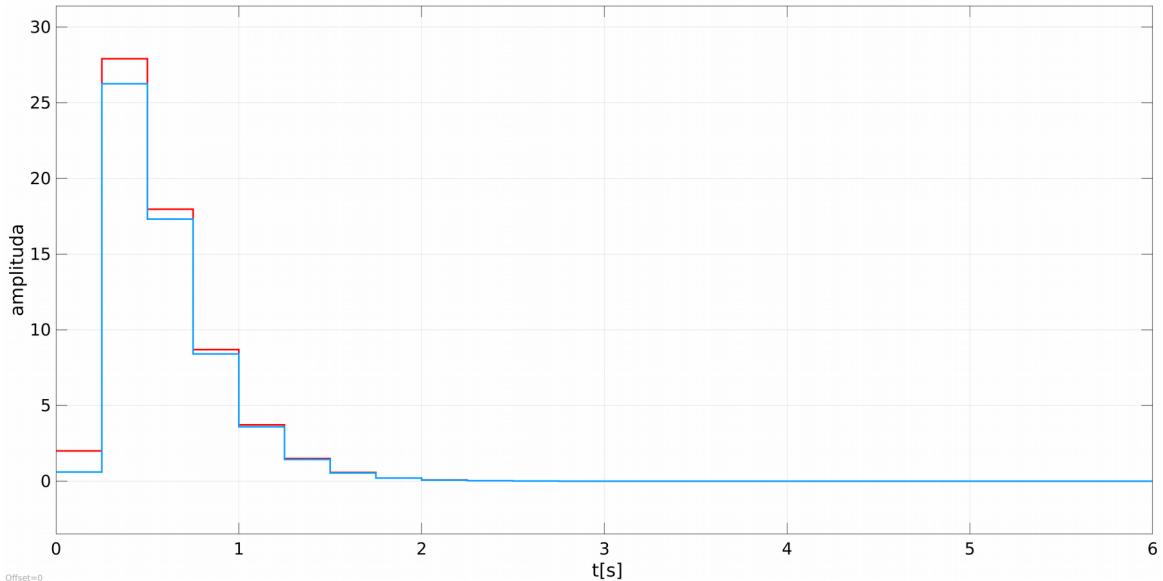
Szczegółowa struktura obserwatora:



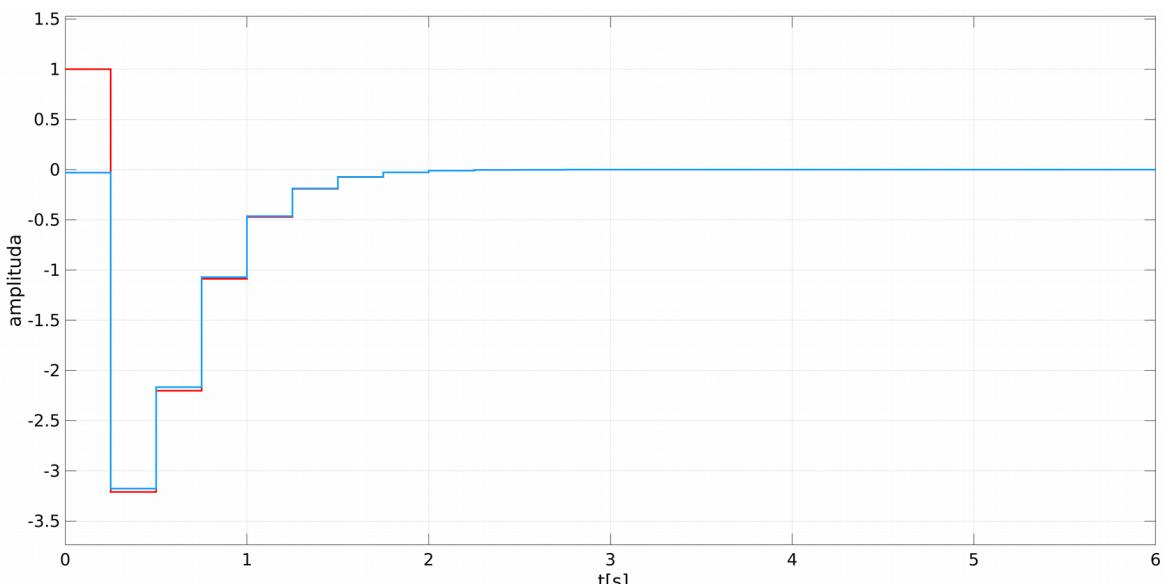
Ilustracja 24: Szczegółowa struktura obserwatora zredukowanego rzędu

### Zad nr 9

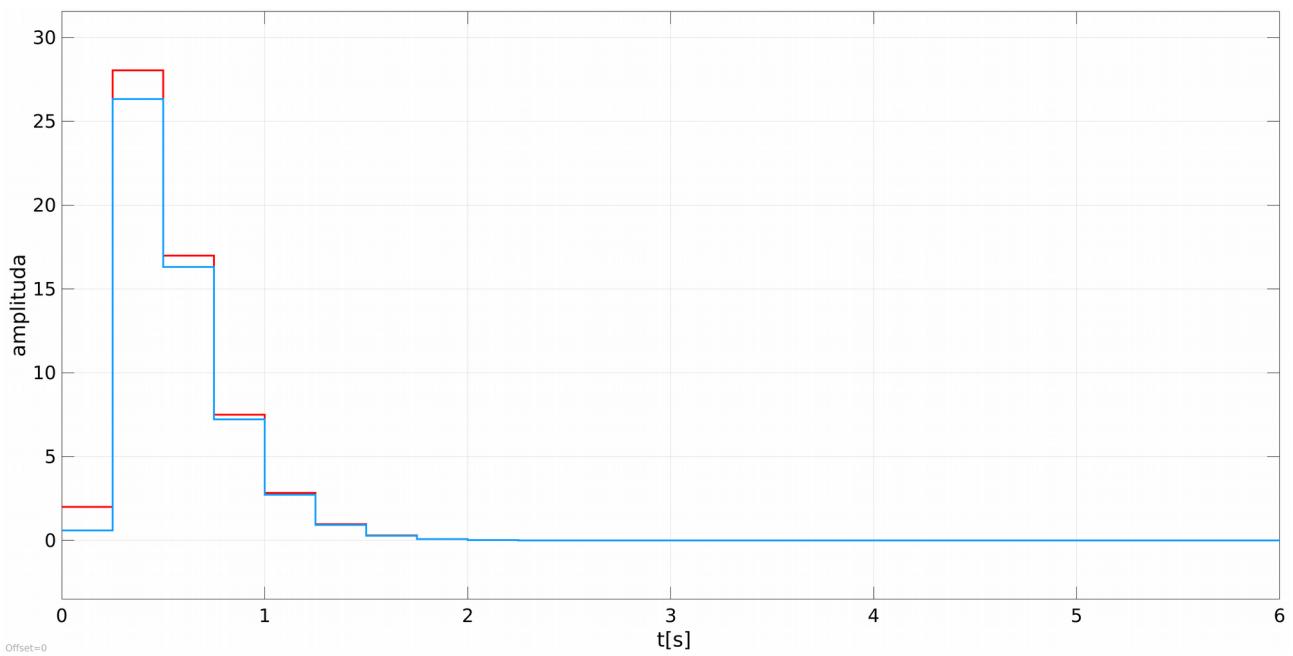
Przetestowano działanie obserwatora (o zerowych warunkach początkowych) przy regulatorze korzystającym z mierzonego stanu. Poniżej przedstawiono trajektorie rzeczywistych zmiennych stanu do obserwowanego. Najpierw zostały przeprowadzone testy obserwatora dla najlepszego regulatora o wszystkich biegunach rzeczywistych. Potem sprawdzono przebiegi dla najlepszego regulatora z biegunami zespolonymi. Czerwonym kolorem oznaczono stan rzeczywisty, a niebieskim estymowany.



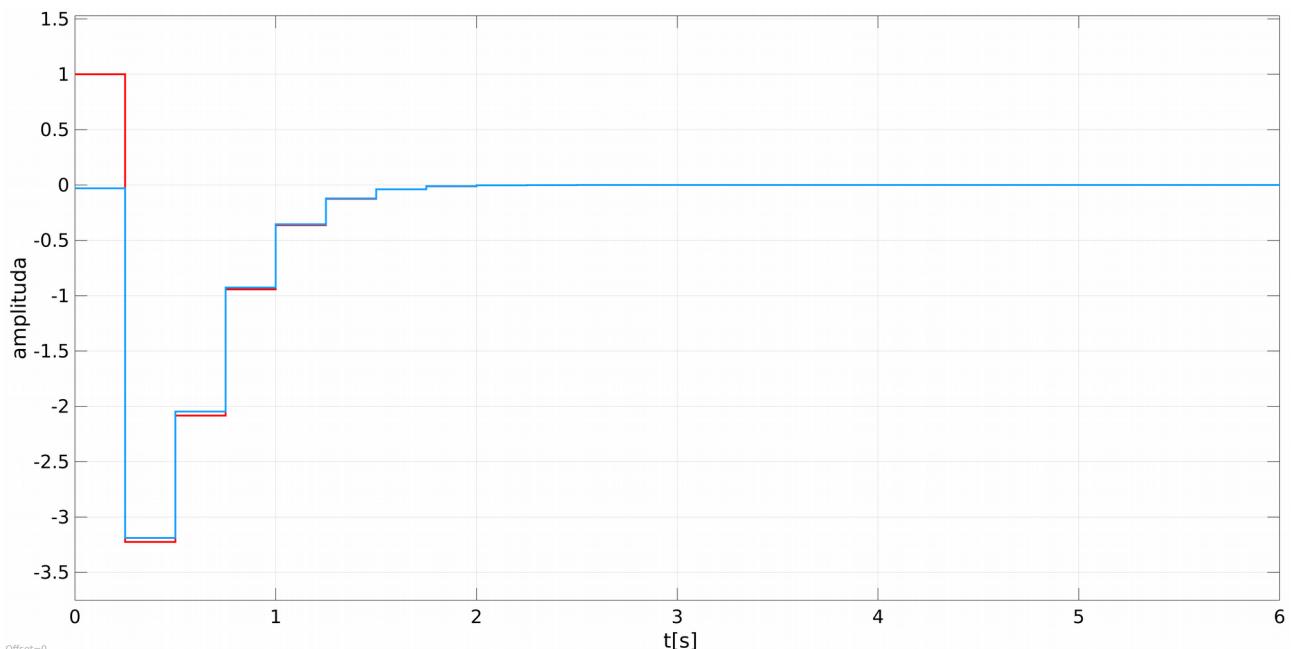
Ilustracja 25: Zmienna stanu  $x_2(k)$ , w porównaniu ze zmienną estymowaną przez obserwator o biegunach  $z_{02}=z_{03}=0,1$ , dla regulatora o biegunach  $z_{b1}=z_{b2}=z_{b3}=0,3$



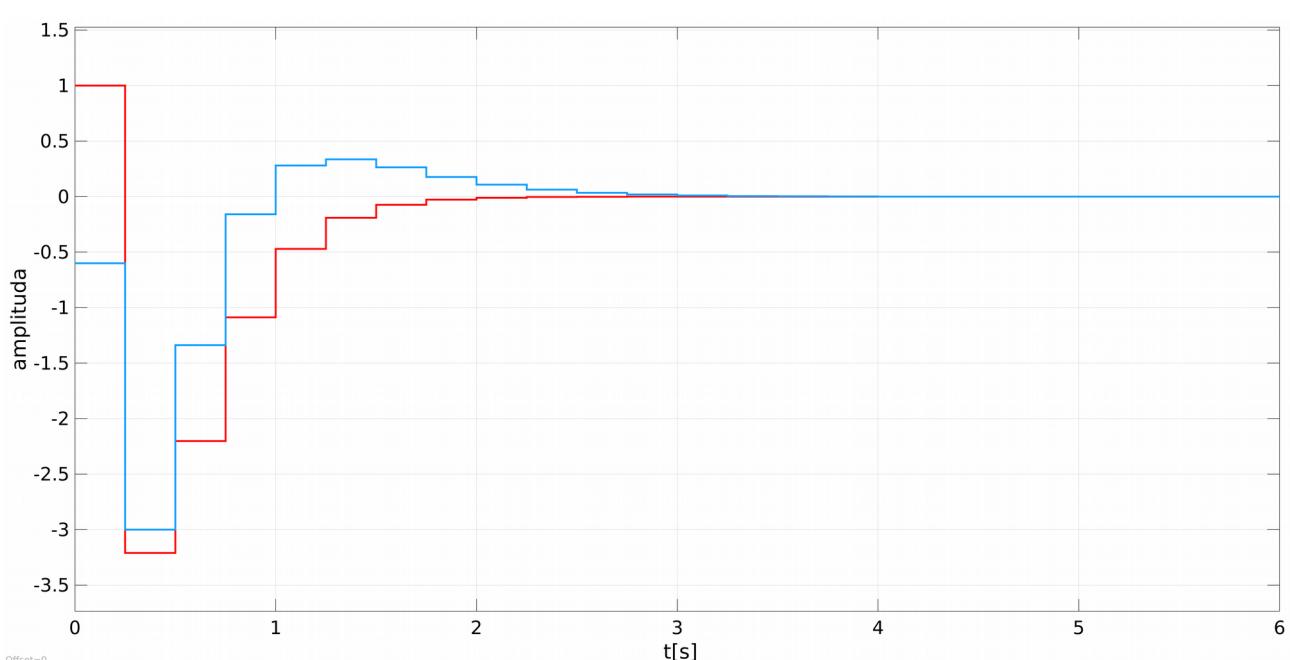
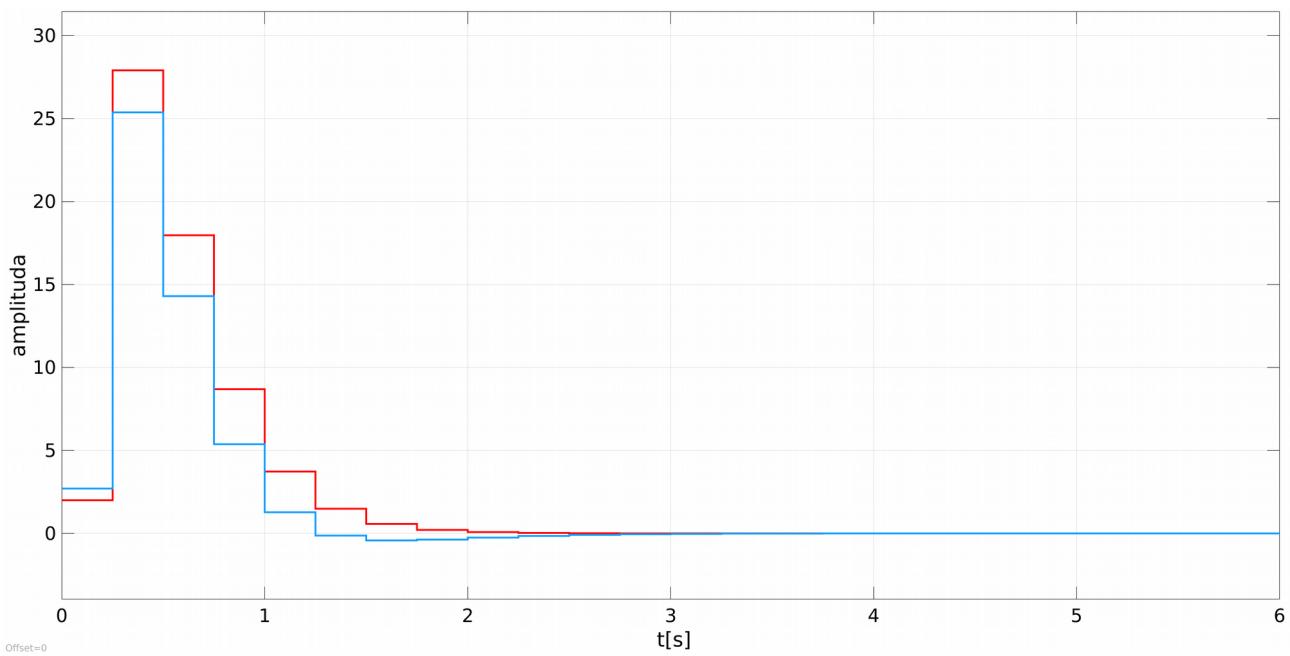
Ilustracja 26: Zmienna stanu  $x_3(k)$ , w porównaniu ze zmienną estymowaną przez obserwator o biegunach  $z_{02}=z_{03}=0,1$ , dla regulatora o biegunach  $z_{b1}=z_{b2}=z_{b3}=0,3$

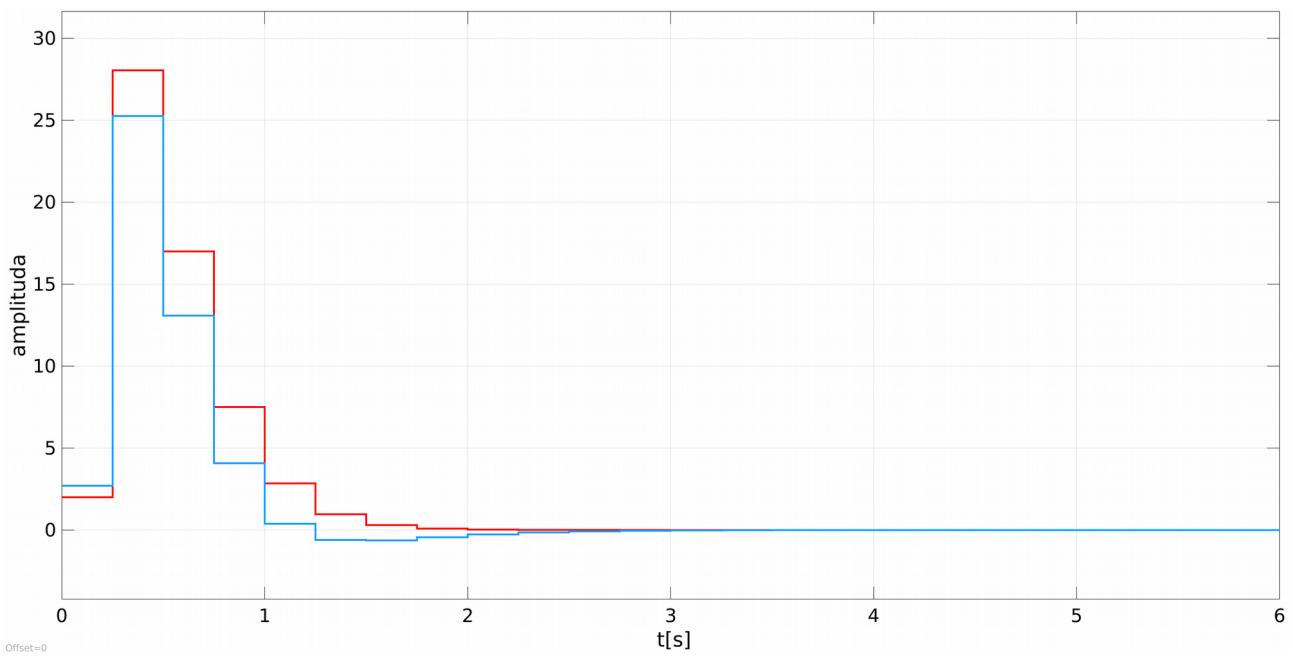


Ilustracja 27: Zmienna stanu  $x_2(k)$ , w porównaniu ze zmienną estymowaną przez obserwator o biegunach  $z_{o2} = z_{o3} = 0,1$ , dla regulatora o biegunach  $z_{b1} = 0,3$ ,  $z_{b2} = 0,3 + 0,1j$ ,  $z_{b3} = 0,3 - 0,1j$

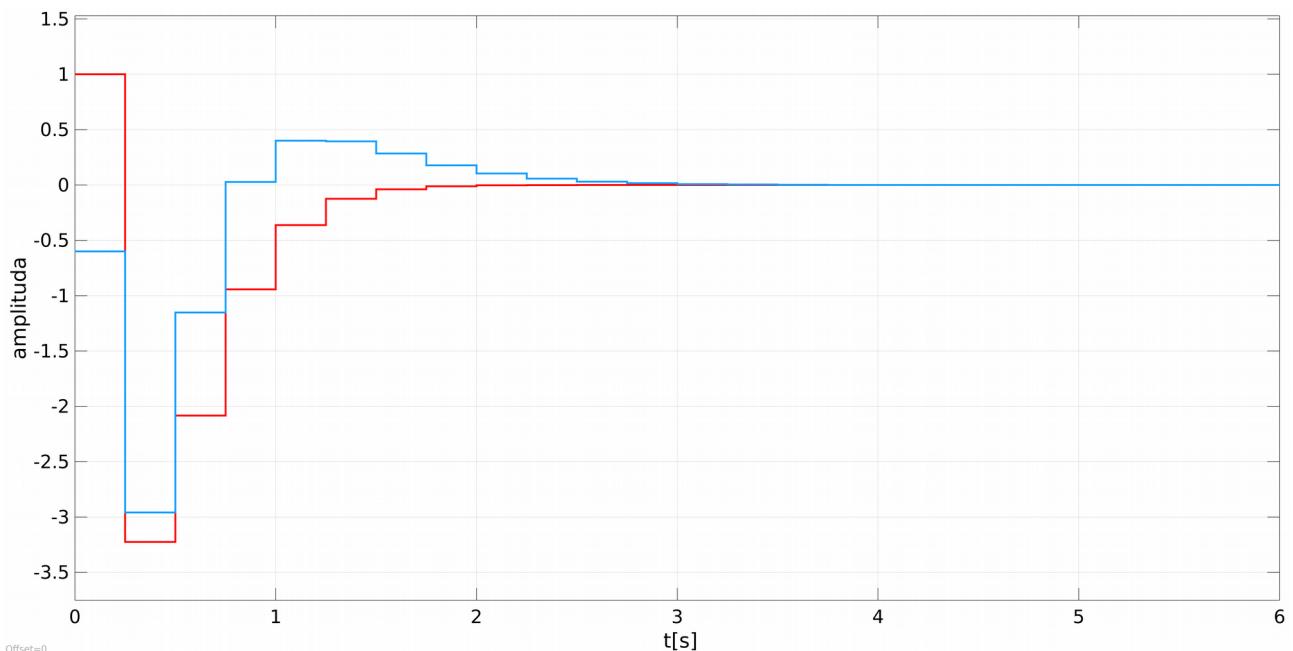


Ilustracja 28: Zmienna stanu  $x_3(k)$ , w porównaniu ze zmienną estymowaną przez obserwator o biegunach  $z_{o2} = z_{o3} = 0,1$ , dla regulatora o biegunach  $z_{b1} = 0,3$ ,  $z_{b2} = 0,3 + 0,1j$ ,  $z_{b3} = 0,3 - 0,1j$

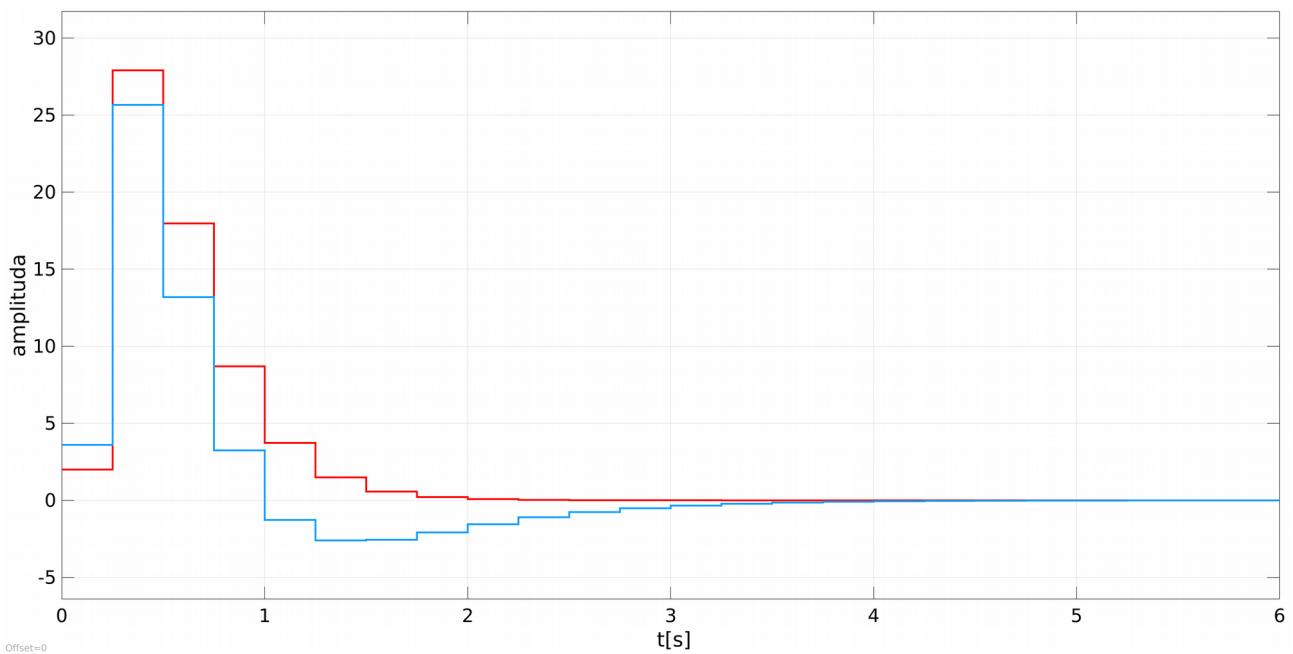




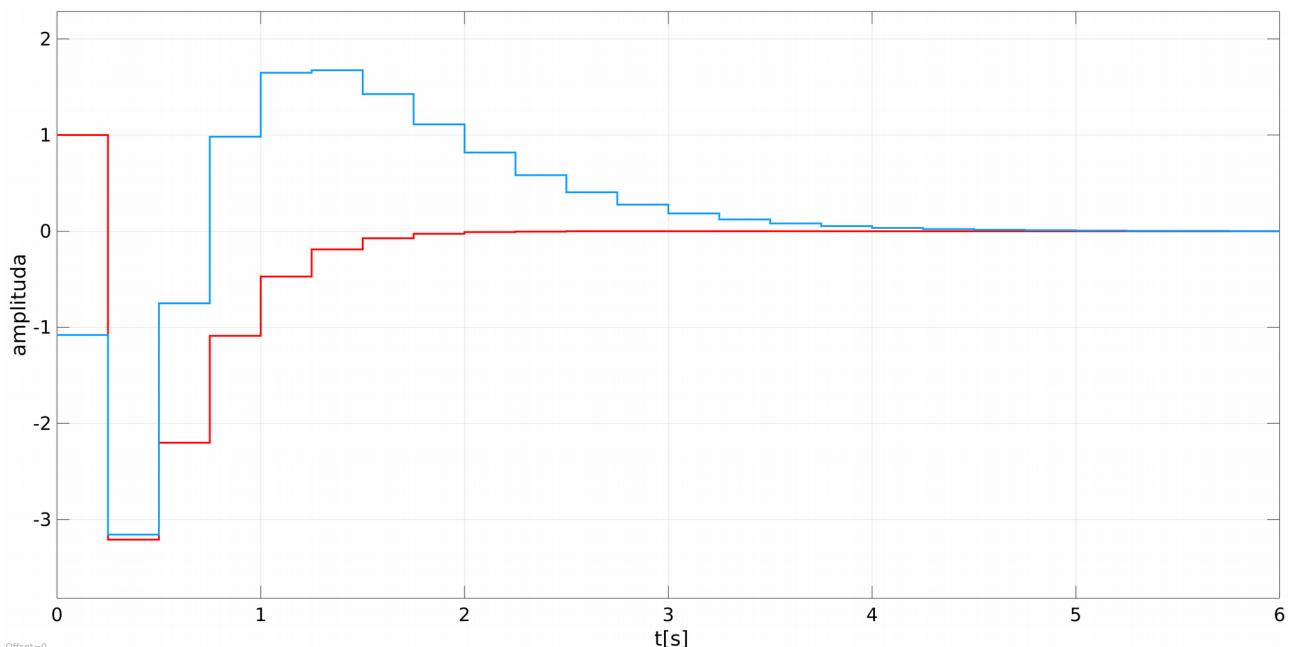
Ilustracja 31: Zmienna stanu  $x_2(k)$ , w porównaniu ze zmienną estymowaną przez obserwator o biegunach  $z_{o2}=0,4$ ,  $z_{o3}=0,5$ , dla regulatora o biegunach  $z_{b1}=0,3$ ,  $z_{b2}=0,3+0,1j$ ,  $z_{b3}=0,3-0,1j$



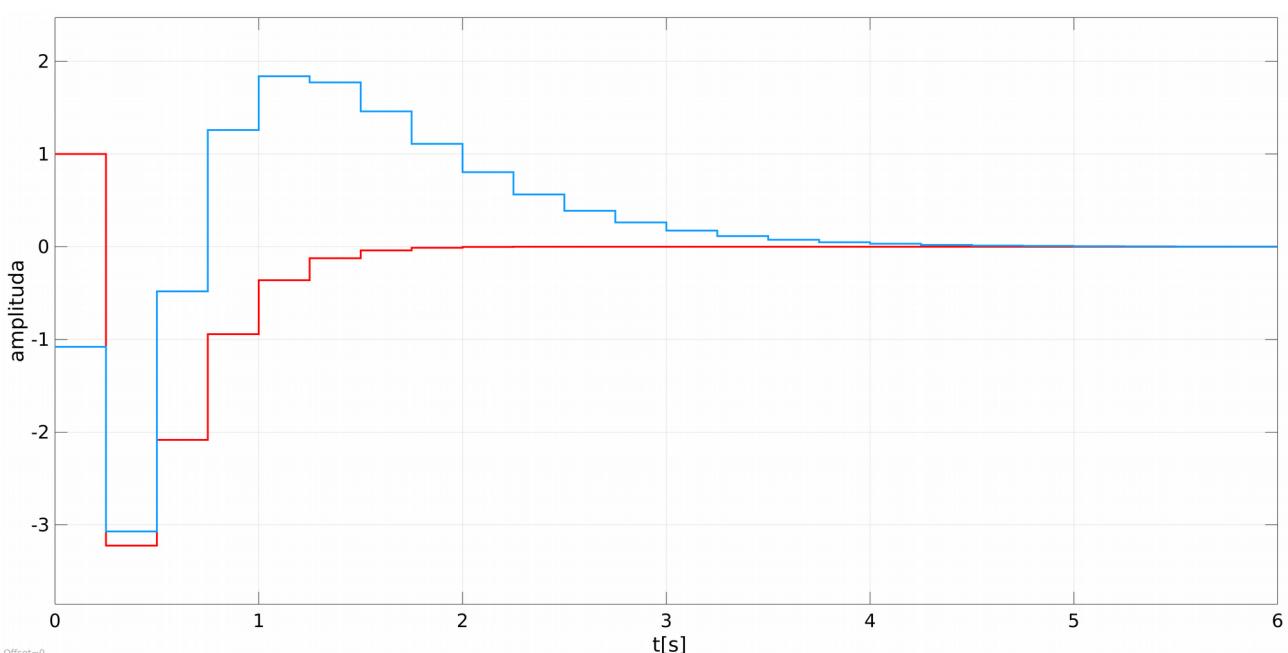
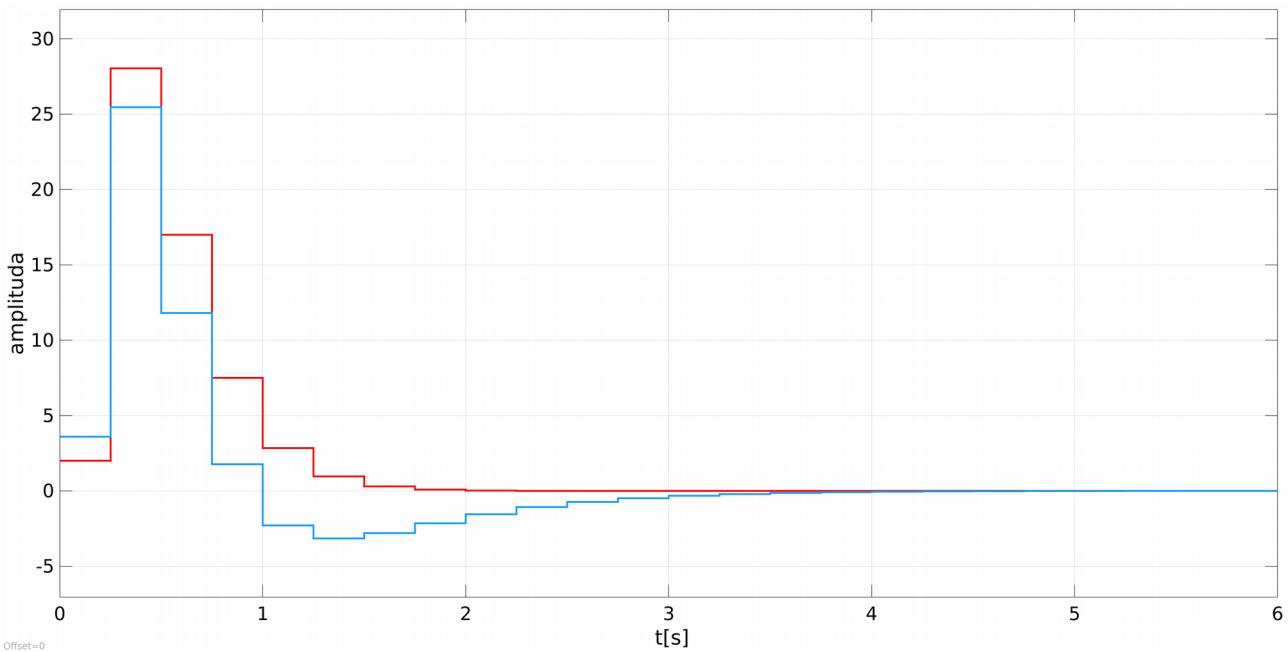
Ilustracja 32: Zmienna stanu  $x_3(k)$ , w porównaniu ze zmienną estymowaną przez obserwator o biegunach  $z_{o2}=0,4$ ,  $z_{o3}=0,5$ , dla regulatora o biegunach  $z_{b1}=0,3$ ,  $z_{b2}=0,3+0,1j$ ,  $z_{b3}=0,3-0,1j$



Ilustracja 33: Zmienna stanu  $x_2(k)$ , w porównaniu ze zmienną estymowaną przez obserwator o biegunach  $z_{o2}=z_{o3}=0,6$ , dla regulatora o biegunach  $z_{b1}=z_{b2}=z_{b3}=0,3$



Ilustracja 34: Zmienna stanu  $x_3(k)$ , w porównaniu ze zmienną estymowaną przez obserwator o biegunach  $z_{o2}=z_{o3}=0,6$ , dla regulatora o biegunach  $z_{b1}=z_{b2}=z_{b3}=0,3$

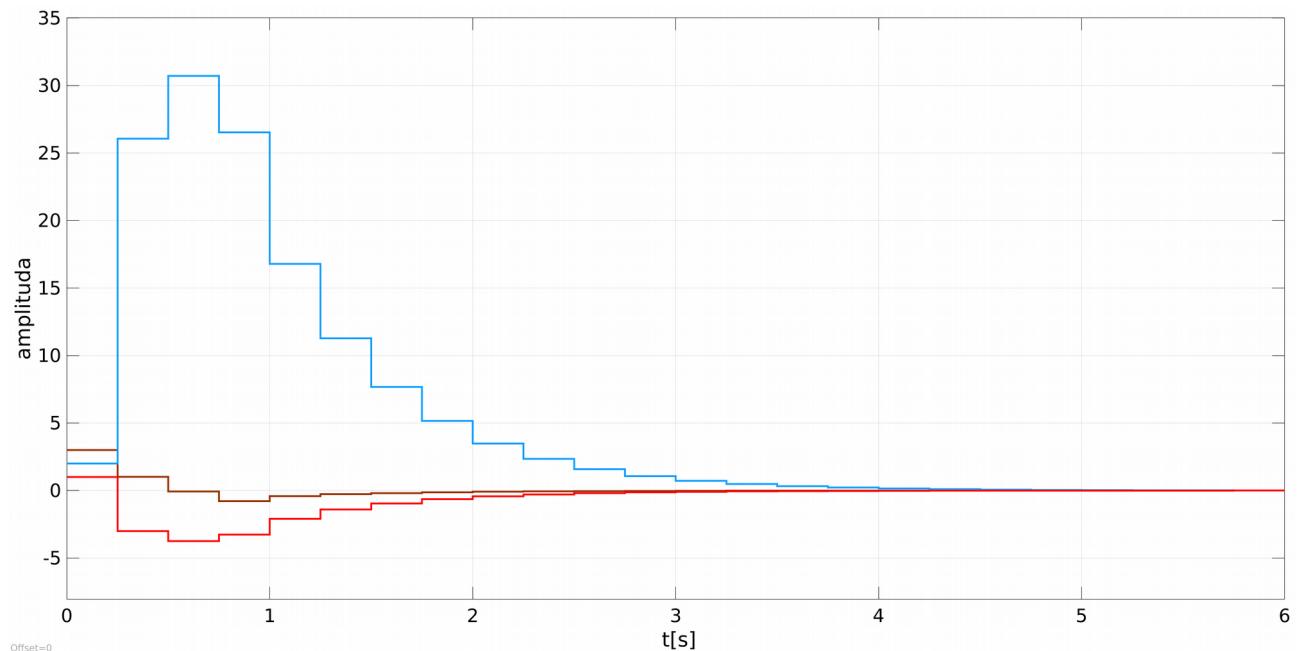


Na powyższych wykresach widać, że zmienne stanu obserwowane lepiej odzwierciedlają rzeczywiste zmienne stanu (dla obu regulatorów), gdy moduły biegunów obserwatora są małe. Widać to bardzo wyraźnie chociażby na ilustracjach 25–28. Oba bieguny obserwatora wynoszą 0,1. Oba przebiegi są prawie identyczne (już po jednym okresie próbkowania) z rzadko występującymi niewielkimi odchyleniami. Dużo gorzej przedstawia się sytuacja dla biegunów 0,4 i 0,5. Sytuacja wygląda wówczas trochę gorzej, ponieważ zmienne pochodzące od obserwatora zbiegają do rzeczywistych dopiero po 2,5 sekundach. Najgorzej obserwator zachowuje się dla biegunów 0,6. Wówczas zmienne stanu od obserwatora zbliżają się do rzeczywistych po 4 sekundach. Na dodatek widać, że przebieg  $x_3(k)$  (od obserwatora) znacznie odbiega od rzeczywistego pierwowzoru, począwszy od chwili 0,75 sek. Na szczęście potem także zbiega do zera.

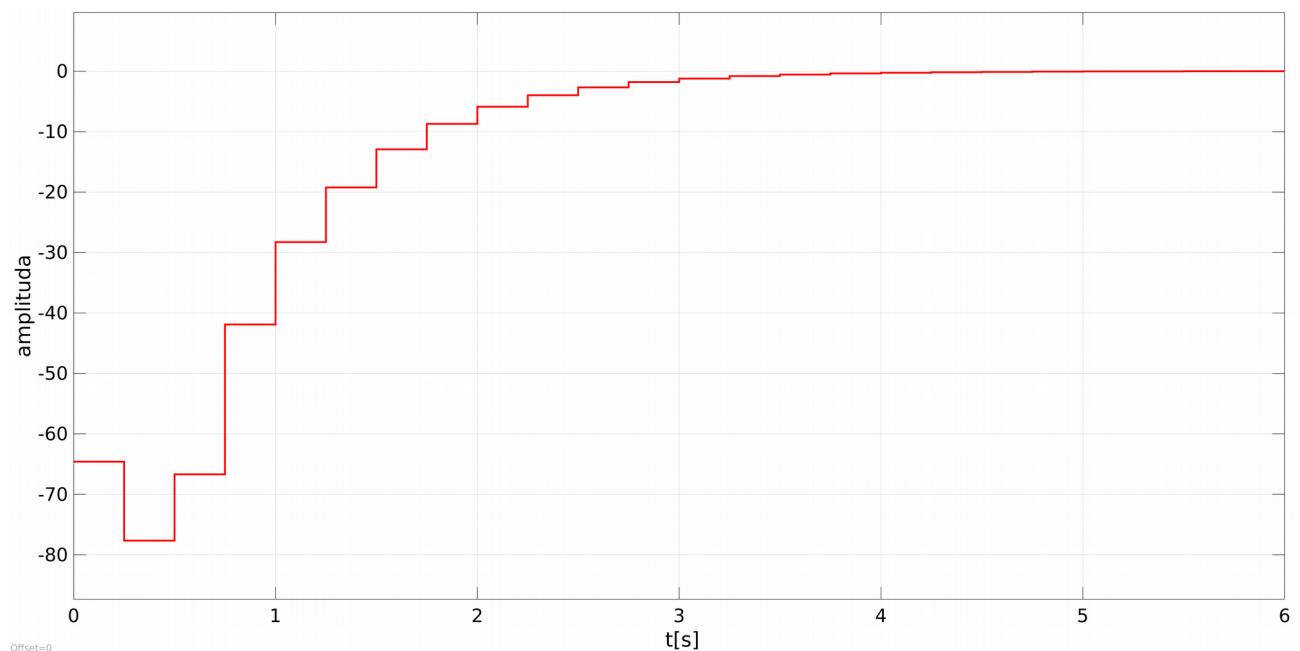
W związku z przeprowadzonymi tu rozważaniami za obserwatora wolnego można uznać tego o biegunach 0,6 , a za szybkiego o biegunach 0,1. W obserwatorze można ustawić zerowe bieguny. Wówczas zmienne stanu generowane przez obserwator prawie w ogóle nie odbiegają od zmiennych rzeczywistych.

### Zad nr 10

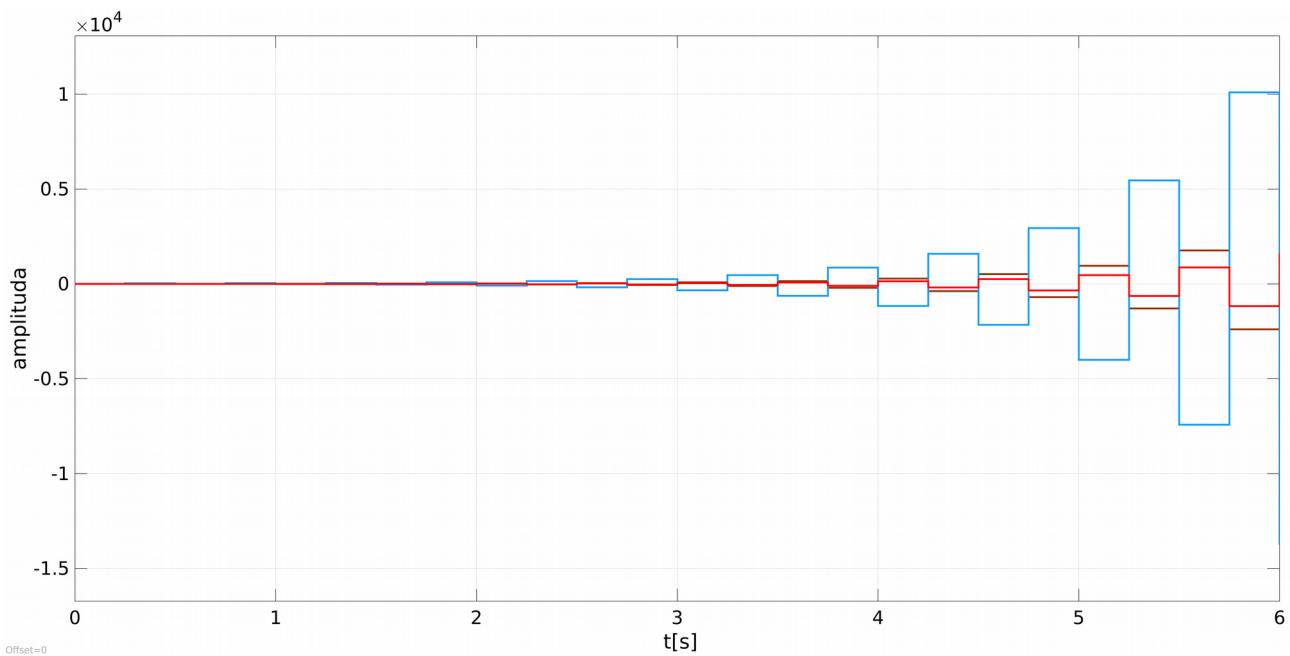
Przetestowano działanie regulatorów (obu wersji) gdy brak jest pomiaru zmiennych stanu  $x_2(k)$  i  $x_3(k)$  (w regulatorze wykorzystuje się obserwowany). Poniżej zamieszczono przebiegi zmiennych stanu i sygnału sterującego dla najlepszych regulatorów (z zadania nr 7) i przy obu wersjach obserwatora (zad nr 9). Dla wykresów ze zmiennymi stanu oznaczenia są następujące: czerwonym kolorem oznaczono  $x_3(k)$ , niebieskim –  $x_2(k)$ , brązowym –  $x_1(k)$



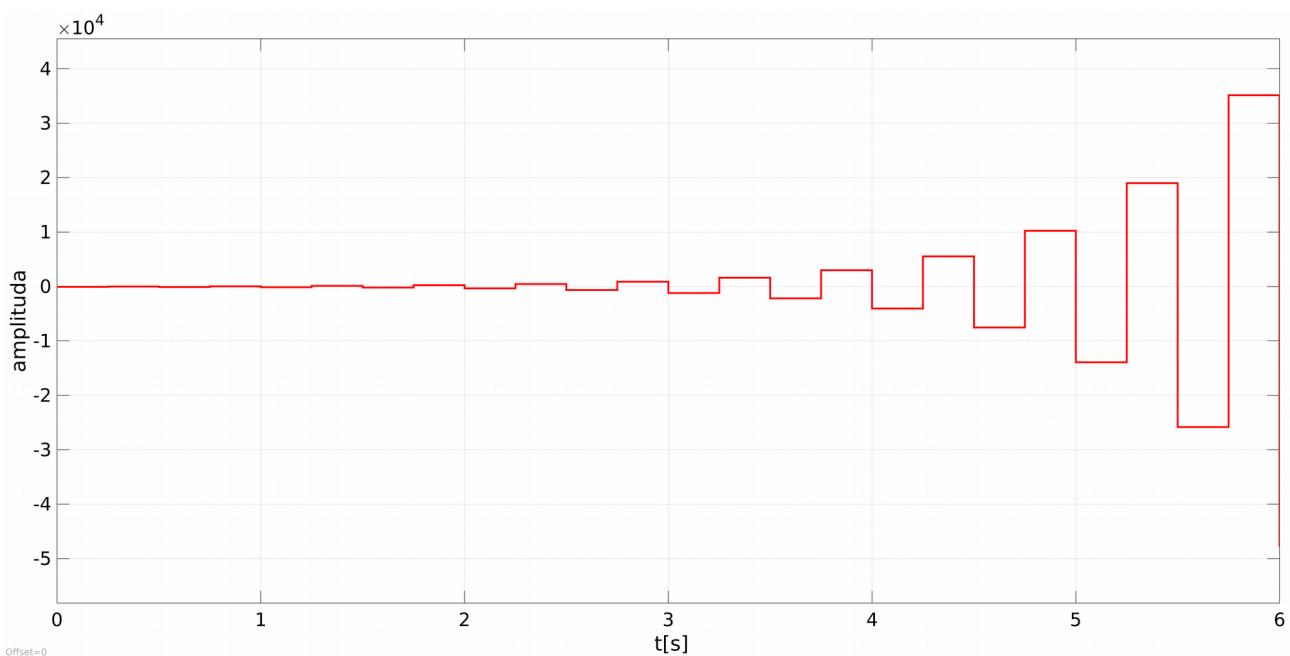
Ilustracja 37: Trajektorie zmiennych stanu przy biegunach regulatora równych 0,3 i szybkim obserwatorze



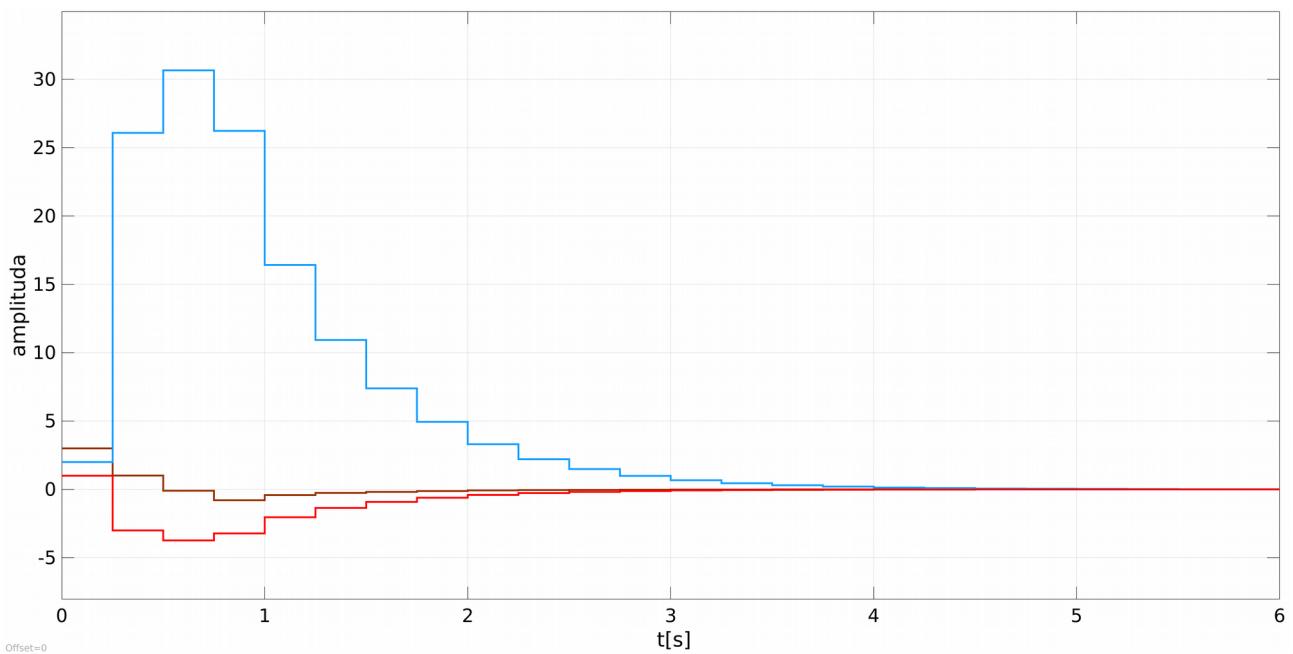
Ilustracja 38: Sygnał sterujący przy biegunach regulatora równych 0,3 i szybkim obserwatorze



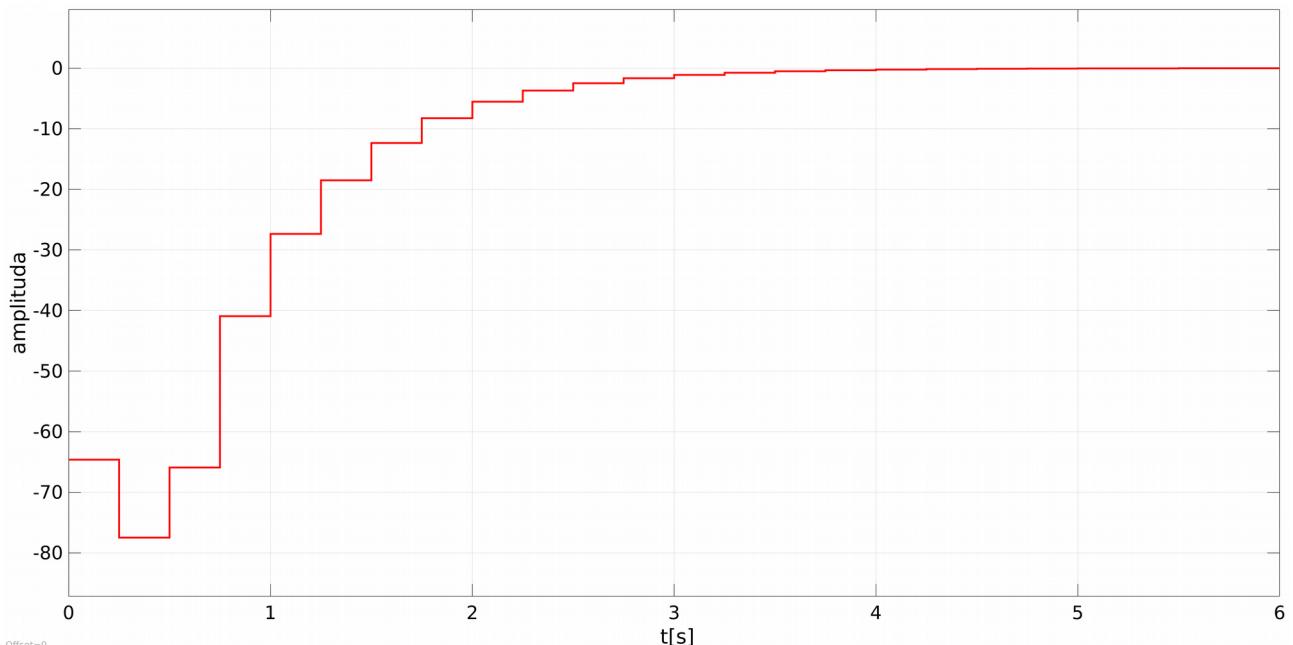
Ilustracja 39: Trajektorie zmiennych stanu przy biegunkach regulatora równych 0,3 i wolnym obserwatorze



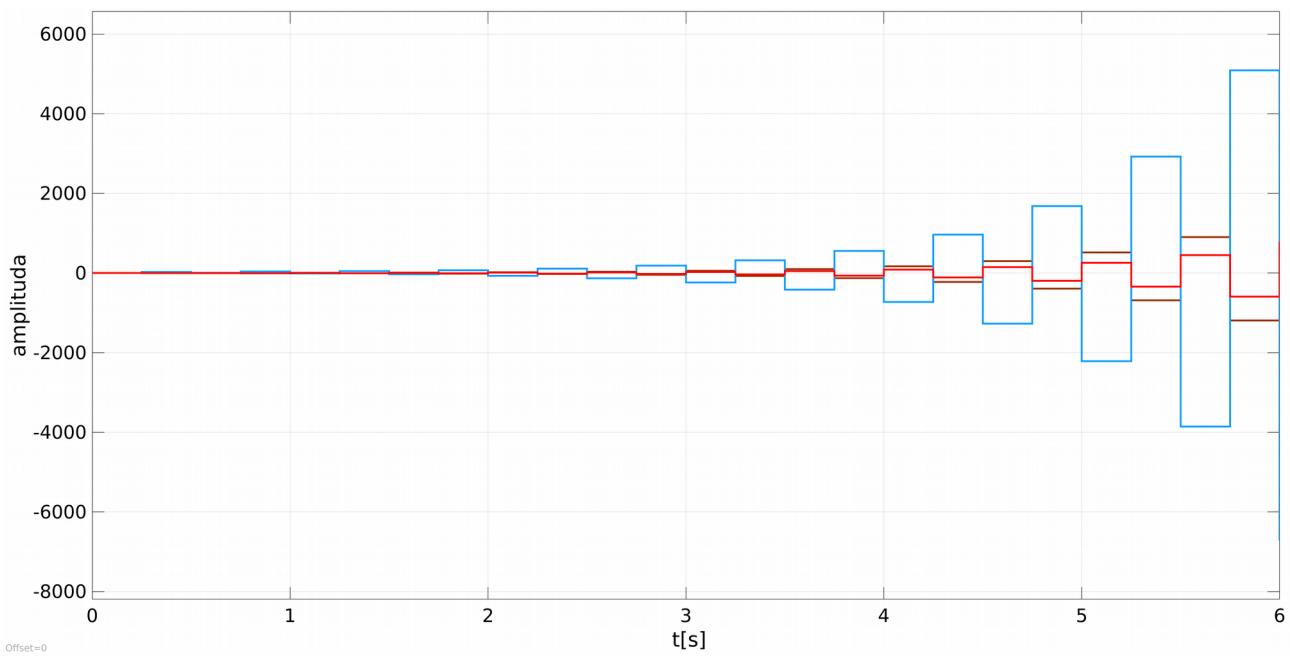
Ilustracja 40: Sygnał sterujący przy biegunkach regulatora równych 0,3 i wolnym obserwatorze



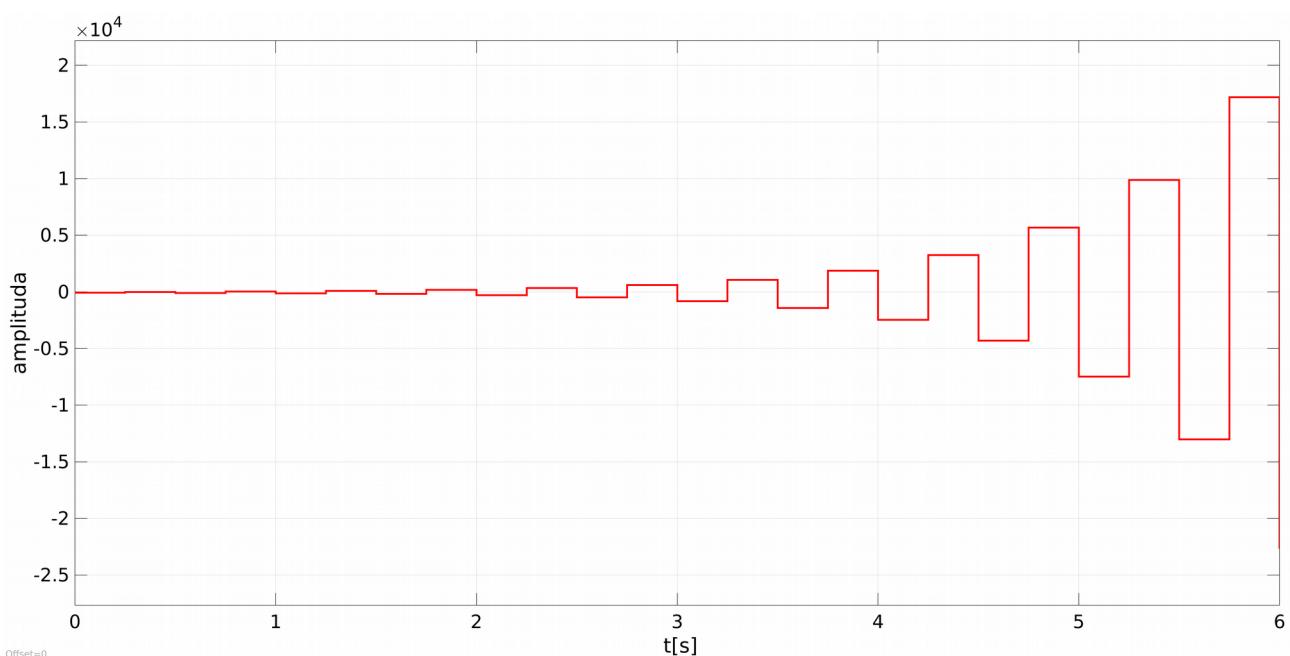
Ilustracja 41: Trajektorie zmiennych stanu przy biegunach regulatora równych  $z_{b1} = 0,3$ ,  $z_{b2} = 0,3 + 0,1j$ ,  $z_{b3} = 0,3 - 0,1j$  i szybkim obserwatorze



Ilustracja 42: Sygnał sterujący przy biegunach regulatora równych  $z_{b1} = 0,3$ ,  $z_{b2} = 0,3 + 0,1j$ ,  $z_{b3} = 0,3 - 0,1j$  i szybkim obserwatorze



Ilustracja 43: Trajektorie zmiennych stanu przy biegunach regulatora równych  $z_{b1} = 0,3$ ,  $z_{b2} = 0,3 + 0,1j$ ,  $z_{b3} = 0,3 - 0,1j$  i wolnym obserwatorze



Ilustracja 44: Sygnał sterujący przy biegunach regulatora równych  $z_{b1} = 0,3$ ,  $z_{b2} = 0,3 + 0,1j$ ,  $z_{b3} = 0,3 - 0,1j$  i wolnym obserwatorze

Jak widać na ilustracjach powyżej oba regulatory zachowują się podobnie. Dla szybkiego obserwatora czas regulacji zwiększył się w porównaniu do regulacji z bezpośrednim pomiarem zmiennych stanu. Czas ten wydłużył się z dwóch sekund do czterech. Może to wynikać z niedokładności estymowanych zmiennych, które zauważalne były w zadaniu nr 9. Odnośnie zmiennych stanu to przyjmują wartości z zakresów osiąganych przed użyciem obserwatora. Różnica w ich zachowaniu opiera się raczej na bardziej „łagodnym” zbieganiu do zera, wynikającą z mniej gwałtownego sygnału sterującego (również „łagodniej” zbiega do zera).

Znaczącą zmianę zachowania układu można zaobserwować przy zastosowaniu obserwatora wolnego. Wówczas przy zastosowaniu zarówno jednego jak i drugiego regulatora z zadania nr 7 układy są niestabilne. Wchodzą one w narastające oscylacje. Już po kilku sekundach sygnał sterujący przyjmuje bardzo duże wartości rzędu  $10^4$ , a zmienne stanu rzędu  $10^3$  (zwłaszcza  $x_2(k)$ ). Spowodowane to może być zbyt niedokładną estymacją rzeczywistych zmiennych stanu przez obserwatora wolnego. Przyczynić się do tego mogła zwłaszcza estymata zmiennej stanu  $x_3(k)$ , która w pewnym momencie potrafiła odbiegać wartością od swojego rzeczywistego odpowiednika rzędem jedności. Być może przy zastosowaniu szybszego obserwatora można by wyregulować obiekt tak by był stabilny.