1. Verifique usando `SymPy` las siguientes identidades

   (a)
   $$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e = 2.71828182845905\cdots \tag{1}$$

   (b)
   $$e^{i\vec{x}\cdot\vec{\sigma}} \equiv I\cos(r) + i(\hat{r}\cdot\sigma)\sin(r), \tag{2}$$

   donde $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ son las matrices de Pauli, y $\vec{x} = r\hat{r}$ es un vector, con módulo $r = \sqrt{\vec{x}\cdot\vec{x}}$, y vector unitario correspondiente $\hat{r}$. Las matrices de Pauli están predefidas en el submódulo `physics.matrices` con el nombre `msigma(i)`, $i = 1, 2, 3$. Ver la documentación correspondiente aquí.

   (c)
   $$\sum_{n=0}^{N} n = 1 + 2 + \cdots + (N-1) + N = \frac{N(N+1)}{2} \tag{3}$$

   Sugerencia: Use la función `Sum` de Sympy. Ver el notebook de SymPy de nuestro curso.

2. Usando `Sympy` implemente una función que calcule los polinomios de Hermite $H_n(x)$, calculándolos con la siguiente relación de recurrencia:

   $$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - H_n'(x), \tag{4}$$

   con $H_0(x) = 1$ Compare su resultado con las funciones que ya vienen incorporadas en SymPy: `hermite(n,x)`.

3. Resuelva la siguiente EDO usando SymPy:

   $$y''(x) + y(x) = (1 + a\cos(x))^2 \tag{5}$$

   y determine las constantes de integración que satisfacen las condiciones

   $$y(0) = y'(0) = 0. \tag{6}$$