# 参考文献

田浦健次朗先生の『剛体の物理の基礎』．

# 定義

ある剛体は，質量を持つ*N*個の質点から構成され，各質点の位置と質量をとする．隣接する質点同士は互いに結合しその相対位置関係は変化しないものとする（剛体だから）．この剛体の運動は，以下の4項目により表現できる:

* 重心の位置 :
* 重心の速度 :
* 姿勢（元の状態からの回転）:
* 回転角速度 :

ここで，姿勢（元の状態からの回転）は，3次元ベクトルにより表現する．このベクトルは，方向が回転軸方向，長さが回転角度を表す．同様に回転角速度も3次元ベクトルにて表現する．

# 並進運動（重心の運動）

今，全質点の総質量と重心位置は，以下の通り求められる，

さらに，右式を時間について2階微分すると，

となる．ここで，である．質点*i*にかかる外力をとすると，運動方程式により次式が成り立つ，

これを全ての質点について足し合わせると，

となる．これに式(2),(3)を代入すると，

が得られる．つまり，外力の総和は重心に加速度をもたらす．

重心の並進運動 : 重心の加速度は，外力ベクトルの総和により次式の通り変化する．

# 回転運動（重心周りの運動）

質点*i*の位置をとし（姿勢回転適用済み），前述の定義を利用すると，この質点*i*の速度は，

と表せる．ただし，と置いた．質点*i*の速度をとするとについて運動方程式より，以下が成り立つ，

これを以下の通り変形する

式(7)~式(8)の変形では，関数の積の微分公式とという関係を利用した．式(8)を全ての質点に対して足し合わせ整理する;

さらに式(\*)を代入すると

この式の右辺第一項はゼロになる()ので

となる．この式の左辺は，重心周りのトルクの総量を表す．右辺は，重心周りの角速度の変化を表す（が，まだ直感的には分かりづらい）．右辺を整理すると

が得られる．ここで，

を慣性モーメントと呼ぶ．

重心周りの回転運動 : 重心を通る軸を中心とした回転の角速度は，重心周りのトルクの総量により，以下の通り変化する;

Iを慣性モーメントと呼ぶ．

t