

1. 证明几何平均函数 $f(x) = (x_1 \cdot x_2 \cdots x_n)^{\frac{1}{n}}$, $x \in \mathbb{R}^n$ 在定义域 $\text{dom}(f) = \mathbb{R}_{++}^n$ 上是凹的。

2. 证明几何平均函数 $f(x) = (x_1 \cdot x_2 \cdots x_n)^{\frac{1}{n}}$, $x \in \mathbb{R}^n$ 在定义域 $\text{dom}(f) = \mathbb{R}_{++}^n \cap \{x \mid \|x\|_2 \leq 2\}$ 上是凹的。

3. 证明 $f(x) = |x|^p$, $x \in \mathbb{R}$, $p \geq 1$ 是凸函数。