

Single Photon Interference

고영린

자연과학대학 물리천문학부 2023-19697

k00lin@snu.ac.kr

(Dated: 26 April 2024)

빛은 입자성과 파동성을 모두 지니며, 슬릿의 크기에 비해 검출기까지의 거리가 매우 클 경우 프라운호퍼 회절을 이용하여 빛의 간섭 무늬를 나타낼 수 있다. 본 실험은 레이저와 포토다이오드를 이용한 경우와 bulb와 PMT를 이용한 경우에 대해 여러 가지 슬릿의 간섭 무늬를 관찰하여 빛의 파동성을 확인하고자 하였다. 레이저를 사용한 경우 이론식으로의 fitting을 검정한 결과 이중 슬릿, 단일 슬릿, 비대칭 이중 슬릿 모두에서 실험 결과가 이론에 잘 들어맞음을 확인했다. Bulb를 사용한 경우 광자의 수가 충분히 적게 나와 single photon limit을 만족한다고 보았으며, 단일 슬릿을 이용한 결과 fitting이 유의함을 볼 수 있어 1개의 광자도 회절 현상을 나타낸다고 결론지었다. 그러나 이중 슬릿의 경우 데이터의 오차가 지나치게 커 유의미한 결과를 도출하지 못하였다. 이러한 오차는 실험 장비의 이상으로 인해 정밀한 align을 하지 못해 검출되는 광자의 개수가 지나치게 적어 PMT의 측정 오차의 영향이 매우 크기 때문에 나타난 것으로 보이며, 이를 개선하기 위해서는 align을 다시 하거나, PMT의 시간 간격을 재설정하는 등의 조치가 필요해 보인다.

I. INTRODUCTION

본 실험은 슬릿을 통과한 빛의 간섭 무늬를 관찰하여 빛의 파동성을 확인하는 것을 목적으로 하였다. 특히 single photon limit에서 검출되는 광자의 분포를 파악하여 광자가 1개만 있어도 회절 · 간섭 현상이 나타남을 확인해 빛의 이중성을 관찰하고자 하였다.

사용하여 빛을 검출한다. U-channel에는 광원과 가까운 순서대로 source slit, double slit, detector slit을 설치할 수 있으며, source slit은 광원의 빛의 모양을 잡아줄 단일 슬릿, detector slit은 검출기가 검출하는 위치를 조절하기 위한 단일 슬릿, double slit은 간섭 무늬를 관찰하기 위한 이중 슬릿이다. Double slit에는 14, 15, 16호의 세 가지 슬릿이 있으며, 슬릿을 부분적으로 막을 수 있는 blocker 또한 설치 가능하다.

I.A. 빛의 회절과 간섭

슬릿의 크기에 비해 슬릿에서 검출기까지의 거리가 매우 크면 빛을 평면파로 근사할 수 있으며, 이때 나타나는 회절을 프라운호퍼 회절이라 한다. 프라운호퍼 회절을 적용 가능한 범위에서 슬릿의 크기가 d , 빛의 파장이 λ 일 때 단일 슬릿을 통과한 빛의 간섭 무늬는 Eq. 1과 같다. 이때 θ 는 검출기가 슬릿으로부터 떨어진 각도이며, 슬릿에서 검출기까지의 거리가 매우 크기 때문에 이 값은 무늬의 중앙 극대로부터 떨어진 거리에 비례한다고 볼 수 있다.¹

$$I(\theta) = I(0)\text{sinc}^2(\beta), \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad (1)$$

슬릿이 여러 개인 경우 각각의 슬릿에서 회절된 빛의 위상차를 고려하여 회절 무늬를 계산해야 한다. 이 경우 위상차를 사용하여 계산할 수 있으며, 슬릿의 크기가 각각 a , b , 슬릿 사이의 거리가 h 일 때 간섭 무늬는 Eq. 2과 같이 나타난다. 이때 $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$, $\beta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta$, $\gamma = \frac{\pi h}{\lambda} \sin \theta$ 이다.

$$I(\theta) = A^2\text{sinc}^2(\alpha) + B^2\text{sinc}^2(\beta) + 2AB\text{sinc}(\alpha)\text{sinc}(\beta)\cos(\gamma + \phi) \quad (2)$$

이때 두 슬릿의 폭이 동일한 경우 Eq. 3과 같이 나타낼 수 있다.

$$I(\theta) = I_0\text{sinc}^2(\beta)\cos^2\gamma \quad (3)$$

II. EXPERIMENTAL METHODS

본 실험에서는 레이저와 bulb가 있는 U-channel을 사용하며, 레이저의 경우 포토다이오드, bulb의 경우 PMT를

II.A. align

관찰에 앞서 슬릿들과 레이저, 검출기를 정렬하는 과정이 필요하여 레이저 빛의 모양을 관찰하며 align하였다. 레이저 빛이 슬릿의 중앙을 통과할 수 있도록 레이저의 방향을 맞추고 source slit과 detector slit만 끼운 상태에서 중앙 극대가 날카롭게 나오는지 확인하였다. 다만, 레이저의 위치를 세밀하게 조절할 수 있는 나사가 고장난 상태였으며, 포토다이오드의 전압 결과가 일정 크기를 넘어서면 측정이 제대로 되지 않아 레이저의 중앙 극대를 찾을 수 없었다. 이로 인해 정밀한 align을 하지 못했으며, 육안으로 레이저 빛이 중앙에 오는 것을 확인하는 것으로 대체하였다.

II.B. 레이저의 간섭

준비를 마친 후 14호 이중슬릿을 삽입하고 detector slit을 움직여가며 포토다이오드로 빛의 세기를 측정했다. 이후 blocker를 이용하여 슬릿의 왼쪽을 막아 단일 슬릿으로 만든 뒤 같은 방법으로 간섭 무늬를 측정했다. 또한 blocker를 살짝 움직여 슬릿의 왼쪽이 일부만 가려지게 하여 비대칭 이중 슬릿에서의 간섭 무늬도 관찰하였다. 이때 II.A에서 정밀한 align이 불가능하여 중앙 극대가 한쪽으로 치우쳐진 관계로 오른쪽을 막는 실험은 수행하지 못하였다. 이후 15호, 16호 슬릿에 대해서도 같은 방법으로 이중 슬릿 간섭 무늬를 관찰하였다.

II.C. PMT를 사용하기 위한 장비 calibration

PMT를 이용한 실험을 위해 레이저를 켜고 bulb를 가리지 않도록 치운 뒤 셔터를 열고 실험에 이용할 PMT와 detector slit, bulb의 특성을 측정하였다. 우선 빛을 차단한 상태에서 PMT의 구동 전압을 바꾸어 광자 카운트가 찍히지 않는 상한 전압을 구하고, bulb를 약하게 켜 후 광자 신호가 찍히는 하한 전압을 구하였다. 이후 detector의 중앙 극대의 위치를 구하기 위해 bulb 세기를 5로 맞춘 뒤 detector slit을 움직여 위치에 따른 광자 개수를 구하였다. 이때 구한 중앙 극대의 위치에 detector slit을 놓고 전구의 세기를 바꾸어 가며 표기된 전구의 세기 단계와 검출되는 광자 개수 사이의 관계를 찾았다. 이때 광자 개수를 측정하는 시간 간격은 1초였으며, 각 지점에 대해 5번씩 측정된 뒤 개수를 평균내어 사용하였다.

II.D. Single Photon Limit에서의 간섭

준비를 마친 후 bulb의 세기를 5로 두고 14호 이중슬릿과 blocker를 설치해 단일 슬릿 무늬를 관찰하였다. 이후 blocker를 치우고 이중 슬릿 무늬를 관찰하였다. 이때 광자를 측정하는 시간 간격은 1초였으며, 각 detector slit 위치마다 5번씩 측정하여 평균내어 분석하였다. 같은 방법으로 bulb의 세기가 4, 3일때에도 이중 슬릿 간섭 무늬를 분석하였다.

III. RESULTS

실험을 시작하기에 앞서 레이저와 슬릿들을 align하는 것을 시도하였으나, 장비의 한계로 인해 레이저의 중앙 극대를 찾을 수 없었고, 이로 인해 정밀한 align을 하지 못하였다. 이하 모든 fitting은 Julia²³⁴의 LsqFit 패키지를 사용하였다.

III.A. 레이저의 간섭

이중 슬릿으로 인한 간섭 무늬는 각 슬릿에 대해 Figure 1, 2, 3과 같이 나타났다. Fitting은 Eq. 3을 이용했다.

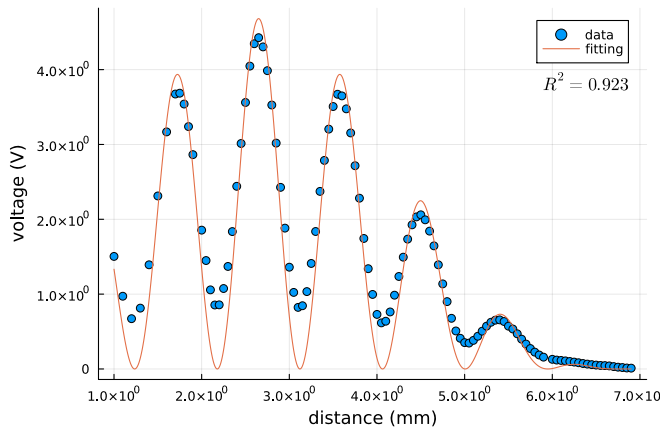


FIG. 1 14호 슬릿을 사용했을 때 이중 슬릿 간섭 무늬. 계산된 $\chi^2 = 13.368$, 기각역은 $\chi^2 > 131.031$ 로, fitting이 유의하다고 볼 수 있다.

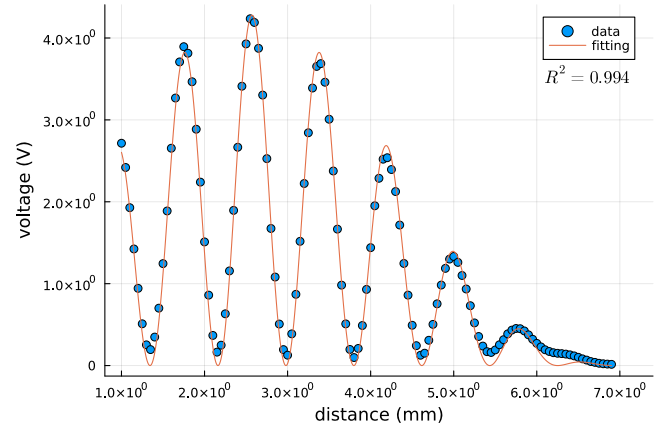


FIG. 2 15호 슬릿을 사용했을 때 이중 슬릿 간섭 무늬. 계산된 $\chi^2 = 1.026$, 기각역은 $\chi^2 > 141.03$ 로, fitting이 유의하다고 볼 수 있다.

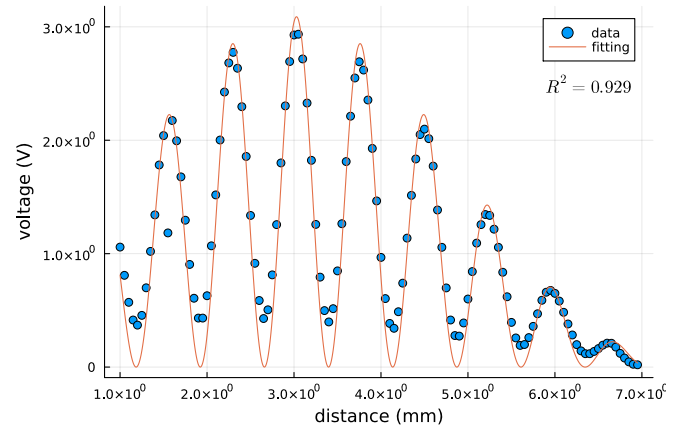


FIG. 3 16호 슬릿을 사용했을 때 이중 슬릿 간섭 무늬. 계산된 $\chi^2 = 5.645$, 기각역은 $\chi^2 > 142.138$ 로, fitting이 유의하다고 볼 수 있다.

14호 슬릿의 왼쪽을 blocker로 막았을 때 나타난 단일 슬릿 간섭 무늬는 Figure 4와 같으며, 이때 fitting은 Eq. 1을 이용했다. Blocker가 14호 슬릿의 왼쪽을 완전히 가리

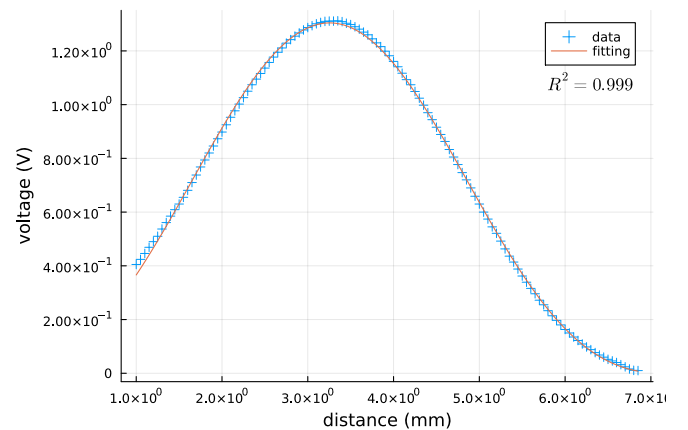


FIG. 4 14호 슬릿의 왼쪽을 blocker로 막았을 때 단일 슬릿 간섭 무늬. 계산된 $\chi^2 = 0.012$, 기각역은 $\chi^2 > 141.03$ 로, fitting이 유의하다고 볼 수 있다.

지 못하게 했을 때 나타난 비대칭 이중 슬릿 간섭 무늬는 Figure 5와 같으며, 이 경우 fitting은 Eq. 2을 이용하였다. 14호 슬릿에서 세 가지 경우를 비교하면 Figure 6와 같았다.

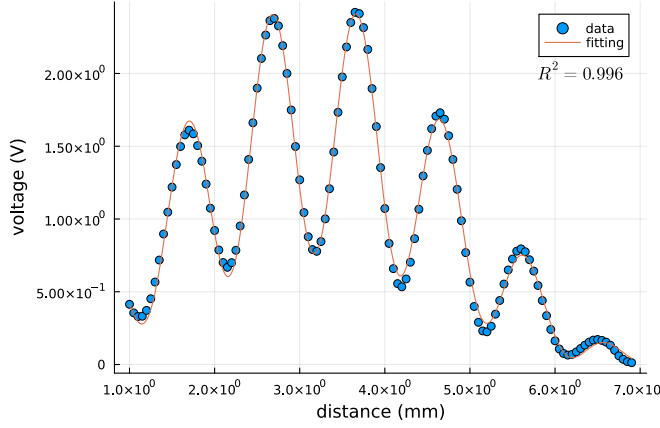


FIG. 5 14호 슬릿의 왼쪽을 불완전하게 막았을 때 나타난 비대칭 이중 슬릿 간섭 무늬. 계산된 $\chi^2 = 0.206$, 기각역은 $\chi^2 > 137.701$ 로, fitting이 유의하다고 볼 수 있다.

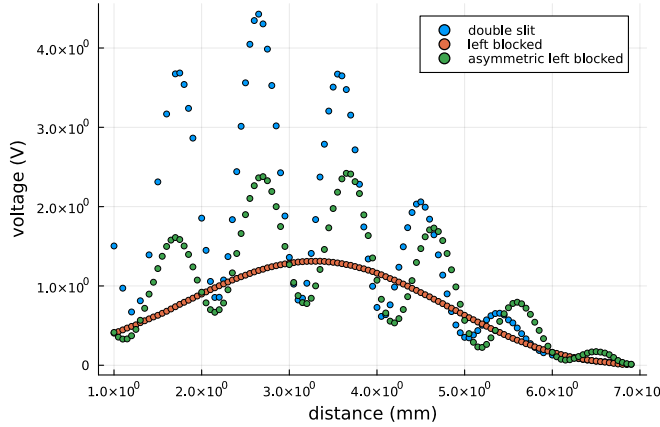


FIG. 6 14호 슬릿을 사용했을 때 이중 슬릿, 단일 슬릿, 비대칭 이중 슬릿 간섭 무늬

III.B. 장비 calibration

Double slit과 blocker을 넣지 않고 bulb의 세기를 5로 맞춘 뒤 측정한 detector slit의 위치에 따른 광자 개수는 Figure 7과 같았다. 이때 detector slit의 위치가 너무 멀어지는 경우 photon count가 급격히 커지는 현상이 나타나 관측 장비의 한계로 판단하여 이러한 데이터는 제거하고 분석하였다. Source slit은 단일 슬릿이므로 fitting에는 Eq. 1을 이용하였다. 이를 통해 찾은 중앙 극대의 위치는 2.47 ± 0.07 mm였다. 위에서 찾은 중앙 극대에 detector slit을 놓고 표기된 bulb 세기에 따른 검출되는 광자의 개수를 측정된 결과는 Figure 8와 같았다.

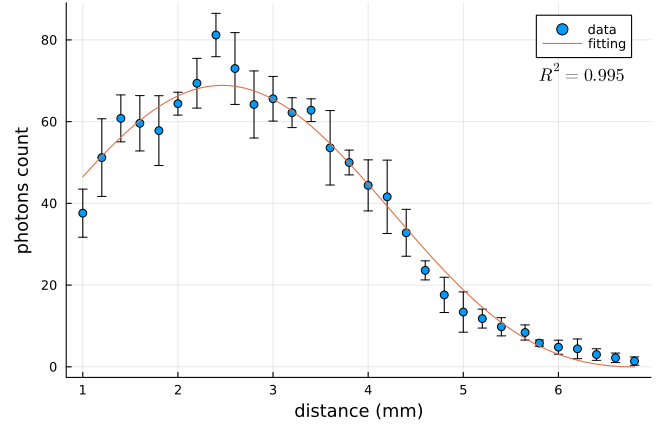


FIG. 7 Sources slit과 detector slit만 삽입했을 경우 detector slit의 위치에 따른 1초당 검출되는 광자 개수. 계산된 $\chi^2 = 9.7778$, 기각역은 $\chi^2 > 40.1133$ 으로, fitting이 유의하다고 볼 수 있다.

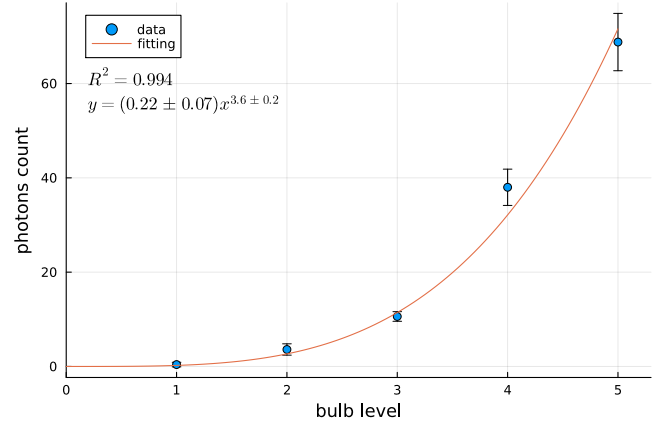


FIG. 8 Bulb 세기에 중앙 극대에서 검출되는 광자의 개수. 계산된 $\chi^2 = 1.78406$, 기각역은 $\chi^2 > 7.81473$ 으로, fitting이 유의하다고 볼 수 있다.

III.C. Single Photon Limit에서의 간섭

이하 실험은 모두 14호 이중 슬릿을 사용하여 진행하였으며, 각 데이터의 오차를 반영하기 위해 weighted fitting을 이용하였다. Blocker를 이용해 14호 슬릿의 왼쪽을 막았을 때 관찰된 단일 슬릿 무늬는 Figure 9와 같았다. 이때 fitting은 Eq. 1로 진행하였다. Blocker를 제거하고 관찰한 이중 슬릿 무늬는 bulb의 세기가 5, 4, 3일때 각각 Figure 10, 11, 12와 같았다. Fitting은 Eq. 3로 진행하였다.

IV. DISCUSSION

IV.A. 레이저의 간섭

레이저를 이용한 간섭 무늬 관찰 실험 결과 curve fitting과 chi-squared test를 통해 이론적으로 계산된 무늬와 잘 들어맞는 것을 확인할 수 있었다. 다만 레이저를 사용한 경우는 single photon limit이라고 확신할 수 없으며, 광자가 하나만 있어도 간섭 무늬가 나타나는 것이 가능하다는 것을 보이기 위해서는 bulb를 이용한 실험을 분석해야 한다.

LA의 분석은 빛이 단일 파장이라 가정한 것으로, 실제로는 파장의 linewidth를 고려해 주어야 한다. 빛의 spec-

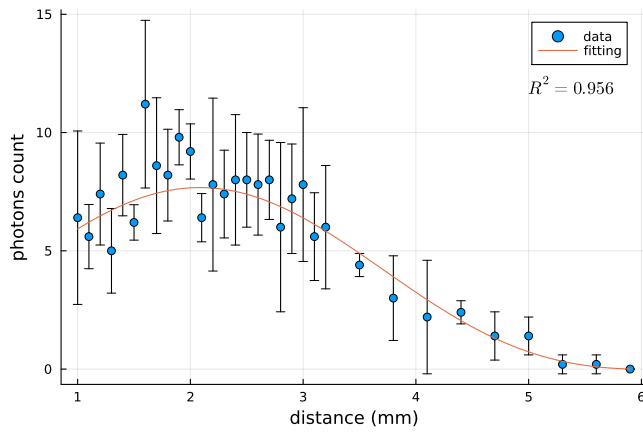


FIG. 9 단일 슬릿인 경우 나타나는 detector slit의 위치에 따른 1초당 검출되는 광자 개수. 계산된 $\chi^2 = 17.761$, 기각역은 $\chi^2 > 42.557$ 으로, fitting이 유의하다고 볼 수 있다.

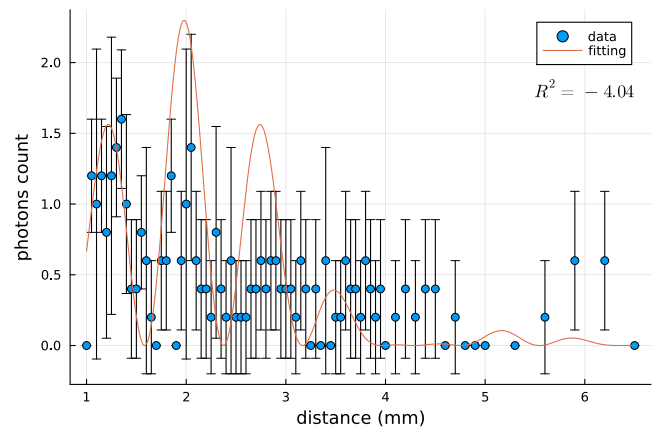


FIG. 12 이중 슬릿인 경우 bulb의 세기가 3일 때 나타나는 detector slit의 위치에 따른 1초당 검출되는 광자 개수. 계산된 $\chi^2 = 366.134$, 기각역은 $\chi^2 > 92.808$ 로, fitting이 유의하다고 볼 수 없다.

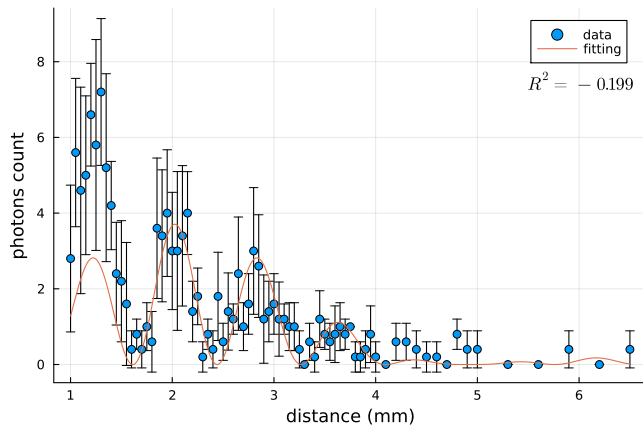


FIG. 10 이중 슬릿인 경우 bulb의 세기가 5일 때 나타나는 detector slit의 위치에 따른 1초당 검출되는 광자 개수. 계산된 $\chi^2 = 208.885$, 기각역은 $\chi^2 > 92.808$ 로, fitting이 유의하다고 볼 수 없다.

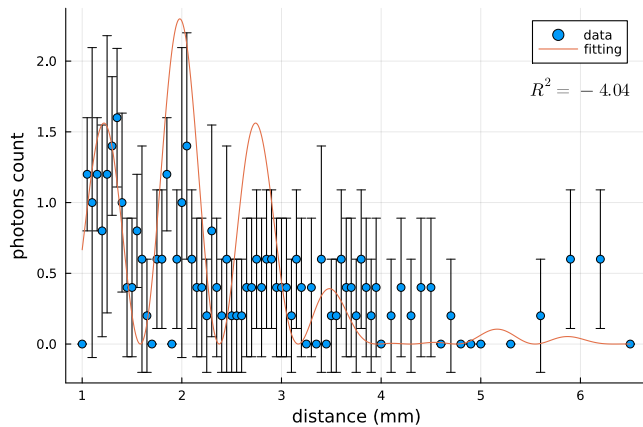


FIG. 11 이중 슬릿인 경우 bulb의 세기가 4일 때 나타나는 detector slit의 위치에 따른 1초당 검출되는 광자 개수. 계산된 $\chi^2 = 241.808$, 기각역은 $\chi^2 > 92.808$ 로, fitting이 유의하다고 볼 수 없다.

tral density가 파장에 따른 함수 $g(\lambda)$ 를 따른다면 I.A에서 계산된 빛의 세기에 $\int_0^\infty g(\lambda)d\lambda$ 를 취해 계산해야 한다. Linewidth가 충분히 작다고 가정할 수 있는 경우 $g(\lambda)$ 는 Lorentz distribution을 따른다고 가정할 수 있다. 이 경우 numerical integral을 이용해 fitting할 수 있으며, fitting에 사용한 코드는 VII.A에 명시되어 있다.

14호 이중슬릿을 사용한 경우 fitting의 residuals를 분석하면 Figure 13과 같으며, residuals가 경향성을 보이는 것으로 보아 우연오차가 아닌 오차 요인이 존재함을 알 수 있다. 특히 간섭 무늬의 극점에 가까워질수록 잔차의 크기가 커짐을 관찰할 수 있었고, 이는 단일 파장임을 가정했을 때 생길 수 있는 변화이기에 spectral density를 고려한 fitting을 해 보았다. 이 경우 결과는 Figure 14와 같았으며, 잔차는 Figure 15와 같았다. 이때 linewidth를 고려한 경우가 데이터와 잘 일치하였으나, 수치적 회귀를 한 결과의 오차 범위가 매우 컸으며, linewidth를 고려해도 residuals가 등분산성, 독립성을 만족하지 않았다. 이는 numerical한 non-linear fitting의 한계로 인한 것으로 보이며, 더욱 정확한 분석을 위해 여러 가지 fitting 방법을 시도할 수 있을 것이다.

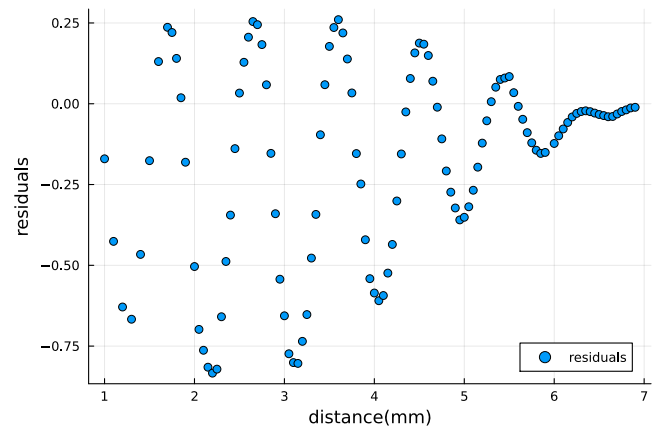


FIG. 13 Eq. 3을 이용해 fitting 한 경우의 residulas

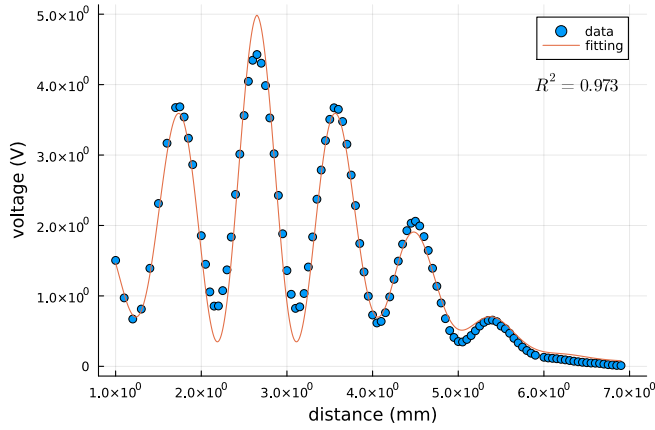


FIG. 14 Linewidth를 고려하여 fitting한 결과. 계산된 $\chi^2 = 4.640$, 기각역은 $\chi^2 > 128.804$ 로, fitting이 유의하다고 볼 수 있다.

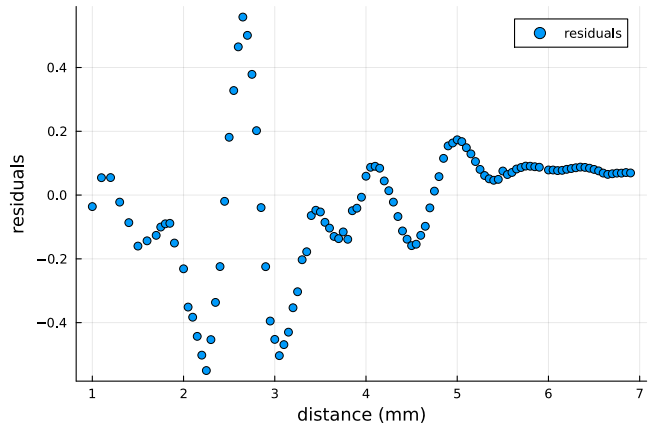


FIG. 15 Linewidth를 고려하여 fitting한 경우의 residuals.

IV.B. Bulb에서의 간섭

이중 슬릿을 삽입하지 않고 광자 개수를 관찰한 결과 중앙 극대의 위치가 2.47 ± 0.07 mm로 구해졌으며, 단일 슬릿 회절 모형을 잘 따르는 것을 관찰할 수 있었다. 또한 bulb 세기에 따른 광자 개수가 지수적으로 증가함을 관찰할 수 있었으며, bulb의 세기가 5일 때 중앙 극대에서도 1초당 검출되는 광자 개수가 100개를 넘지 않았다. 빛의 속도와 U-channel의 길이를 고려해 보았을 때 광자 개수가 매우 적기 때문에 bulb를 이용한 실험은 single photon limit을 만족한다고 볼 수 있을 것이다.

14호 슬릿을 blocker로 막아 단일 슬릿 실험을 했을 때 Figure 9에 나타난 바와 같이 단일 슬릿 회절 무늬를 보임을 관찰할 수 있었으며, R^2 값과 chi-squared test 결과 단일 슬릿 모형을 잘 따르는 것을 확인하였다. 따라서 single photon limit에서도 단일 슬릿에서의 회절이 나타난다고 결론내릴 수 있을 것이다.

Blocker를 사용하지 않은 14호 슬릿에서의 이중 슬릿 간섭을 관찰한 결과는 Figure 10, 11, 12과 같이 각 데이터의 오차가 매우 크게 나타났다. 이때 이중 슬릿 간섭 무늬로 fitting했을 때 오차 막대를 고려한 대략적인 경향성은 잘

나타냈으나 R^2 값이 매우 작으며, chi-squared test에서도 fitting이 유의하다는 가설이 기각되었다. 또한 오차는 bulb의 세기가 약해질수록 커지는 경향을 보였다. 데이터가 부정확한 가장 큰 이유는 장비 고장으로 align이 잘 이루어지지 않아 빛이 source slit을 잘 통과하지 못하여 count되는 광자 개수가 매우 적어졌고, 이로 인해 PMT 측정의 오차로 인한 영향이 매우 커진 것으로 보인다. 따라서 데이터 퀄리티를 높이기 위해서는 align을 잘 맞추거나, PMT가 광자를 검출하는 시간 간격을 늘리거나, bulb의 세기를 키워야 할 것이다. 다만 bulb의 세기를 키우면 single photon limit을 만족하지 않을 수 있기에 주의해야 한다.

V. CONCLUSION

본 실험 빛의 파동성을 관찰하는 것을 목적으로 하였으며, 레이저와 포토다이오드를 사용한 실험과 bulb와 PMT를 사용한 실험을 실행하였다. 다만 실험 중 align을 위한 실험 장비의 이상으로 정밀한 align을 진행하지 못하였고, 육안으로 광원과 슬릿의 위치를 맞춘 뒤 실험하였다. 실험 결과 레이저를 사용한 경우 이론적인 단일 슬릿, 이중 슬릿, 비대칭 이중 슬릿과 잘 맞는 개형을 관찰했으며, fitting을 검정한 결과 데이터가 이론적인 식을 잘 따름을 알 수 있었다. 그러나 레이저를 사용한 경우는 single photon limit을 만족한다고 확신할 수 없었다. Bulb를 사용한 경우 single photon limit을 만족한다고 볼 수 있었으나 각 데이터의 오차가 매우 크게 나타났다. 단일 슬릿 실험 결과 fitting을 검정했을 때 이론식이 유의하다고 볼 수 있었다. 이중 슬릿 실험 결과 error bar를 고려하여 육안으로 보았을 때는 fitting된 식과 유사하였으나, 검정 결과 fitting된 식이 유의하다고 볼 수 없었다. 이는 각 지점에서 count되는 광자 개수의 수가 매우 적어 PMT의 측정 오차가 큰 영향을 주었기 때문으로 보이며, align을 조절하거나 PMT가 광자를 검출하는 시간 간격을 늘리는 등을 통해 오차의 영향을 줄이는 것이 필요해 보인다.

VI. REFERENCES

- ¹E. Hecht, *Optics*, 5th ed. (Pearson Education, Inc, Boston, 2017).
- ²J. Bezanon, A. Edelman, S. Karpinski, and V. B. Shah, "Julia: A fresh approach to numerical computing," *SIAM Review* **59**, 65–98 (2017).
- ³S. Christ, D. Schwabeneder, C. Rackauckas, M. K. Borregaard, and T. Breloff, "Plots.jl – a user extendable plotting API for the julia programming language," (2023), 10.5334/jors.431.
- ⁴M. Bouchet-Valat and B. Kamiński, "DataFrames.jl: Flexible and fast tabular data in julia," *Journal of Statistical Software* **107**, 1–32 (2023).
- ⁵D. Lin, J. M. White, S. Byrne, D. Bates, A. Noack, J. Pearson, A. Arslan, K. Squire, D. Anthoff, T. Papamarkou, M. Besançon, J. Drugowitsch, M. Schauer, and o. contributors, "JuliaStats/Distributions.jl: A Julia package for probability distributions and associated functions," (2019).
- ⁶C. Rackauckas and Q. Nie, "DifferentialEquations.jl – a performant and feature-rich ecosystem for solving differential equations in julia," *The Journal of Open Research Software* **5** (2017), 10.5334/jors.151.

VII. APPENDIX

VII.A. Linewidth를 고려한 경우의 fitting⁵⁶

```

using Integrals, LsqFit, Distributions
model_double(x,p)= @. p[1]*((sinc((x-p
[4])*p[2]))^2)*(cos((x-p[4])*p[3]))^2
model_lorentz(x,p)= pdf(Cauchy(p[1], p
[2]), x)
function model_doubleint(x, p)
    f(u, pp) = model_double(x, [p
[1], p[2]/u, p[3]/u, p[4]]) .*
model_lorentz(u, p[5:6])
    domain = (0, Inf)
    prob=IntegralProblem(f, domain)
    return solve(prob, QuadGKJL()).
u
end
fit_14=curve_fit(model_doubleint,
distance_data, voltage_data,
initial_values)

```