

Optical Tweezer

고영린

자연과학대학 물리천문학부 2023-19697

k00lin@snu.ac.kr

(Dated: 4 April 2024)

크기가 작은 입자를 고정할 때 빛의 운동량 변화를 이용해 trap을 형성하는 optical tweezer를 사용할 수 있다. 본 실험에서는 silica beads가 optical tweezer에서 trapping되는 것을 확인하고 그 trapping force를 측정하는 것을 목적으로 하였다. 측정을 위해 beads의 Brownian motion을 분석해 점성을 구하고, 시료를 올려놓은 stage를 일정 속도로 움직여 trapping되는 최대 속도를 구하였다. 실험 결과 beads가 레이저의 초점에 trapping되는 것을 확인하였으며, 레이저 전류에 따른 trapping force를 구할 수 있었다.

I. INTRODUCTION

나노 입자, 세포 등 크기가 작은 입자를 다루기 위해서 빛을 이용할 수 있으며, 이를 optical tweezer라 한다. 본 실험에서는 가우시안 세기 분포를 가지는 레이저를 사용하여 silica beads가 trapping되는 것을 확인하고 분석하는 것을 목표로 한다.

I.A. Optical Tweezer

Optical tweezer는 빛의 운동량 변화를 이용하여 입자를 trap한다. Optical tweezer 속 입자의 운동은 입자의 크기에 따라 다른 방법으로 서술할 수 있다. 입자의 크기가 사용한 빛의 파장보다 매우 클 경우, 기하광학적인 근사가 가능하다. 본 실험에서 사용한 레이저와 같은 TEM₀₀ Gaussian mode beam을 사용해 구형 유전체 물체를 trap한 경우 Figure 1와 같은 접근이 가능하며, 빛의 진행 방향으로의 힘 F_s 와 빛의 진행 방향과 수직인 힘 F_g 는 Eq. 1를 따른다. 이때 P 는 빛의 power, R 과 T 는 프레넬 반사계수와 투과계수, θ 는 입사각, r 은 굴절각이다.¹

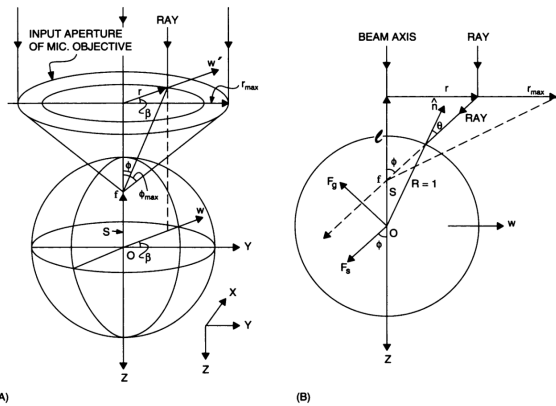


FIG. 1 기하광학 근사가 가능한 경우 빛의 경로와 힘을 나타낸 그림¹

$$F_s = \frac{n_1 P}{c} \left\{ 1 + R \cos 2\theta - \frac{T^2 [\cos(2\theta - 2r) + R \cos 2\theta]}{1 + R^2 + 2R \cos 2r} \right\}$$

$$F_g = \frac{n_1 P}{c} \left\{ R \sin 2\theta - \frac{T^2 [\sin(2\theta - 2r) + R \sin \theta]}{1 + R^2 + 2R \cos 2r} \right\}$$

(1)

입자의 크기가 사용한 빛의 파장보다 매우 작은 경우는 Rayleigh scatter을 이용할 수 있다. Homogeneous하지 않은 빛을 사용해 주변 물질보다 유전율이 큰 입자를 trap하려는 경우, 이 입자에는 빛의 세기가 강한 방향으로 작용하는 gradient force와 빛의 진행 방향으로 박용하는 scattering force가 작용하게 된다. 두 힘은 Eq. 2와 같으며, gradient force가 scattering force보다 큰 경우 입자를 trap할 수 있게 된다.²

$$\vec{F}_{grad} = (\alpha/2cn_m\epsilon_0) \nabla I$$

$$\vec{F}_{scat} = \frac{n_m(\sigma_{abs} + \sigma_{scat})}{c} \langle \vec{S}_i \rangle$$

(2)

입자의 크기가 위의 어느 경우도 속하지 않는 경우에는 더욱 복잡한 접근이 필요하다.³ 이 경우 가능한 접근법 중 하나로 Maxwell stress tensor를 이용한 generalized Lorenz-Mie theory (GLMT)가 있다.⁴

I.B. Brownian Motion

액체 위에 작은 입자들이 있을 때 입자들은 Brownian motion이라 불리는 무작위적인 움직임을 보이게 된다. 이러한 움직임의 원인은 분자의 운동과 충돌이다. Brownian motion을 입자 하나의 관점에서 서술하는 것은 어렵지만, 많은 입자들에 대해 평균을 내는 방법을 이용하면 쉽게 서술할 수 있다. 열평형 상태의 system에서 일어나는 Brownian motion을 생각해 보자. 입자간의 충돌은 매우 빈번하게 일어나기 때문에 충돌로 인한 입자의 경로 변경은 random walk로 생각될 수 있다. Random walk에서의 mean square distance는 시간에 비례한다는 것이 알려져 있으며, 그 비례상수는 몇 가지 역학적인 가정을 통해 구할 수 있다. 우선, 각 입자는 m 이라는 관성을 가진다고 생각하자. 이 m 은 effective mass로, 실제 입자의 질량과는 다를 수도 있다. 또한 입자가 움직일 때 속도에 비례하는 저항력을 받는다고 가정하며, 그 비례상수를 μ 라고 하자. 이때 x 방향 힘 F_x 를 받는 입자의 운동방정식은 Eq. 3과 같다.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} = F_x$$

(3)

Eq. 3의 양변에 x 를 곱한 뒤 평균을 내어보자. F_x 는 Brownian motion을 일으키는 무작위적인 힘이기 때문에 $x F_x$ 의 평균은 0이 되며, 가정에 의해 물체의 운동은 이전의 운동과 독립적이기 때문에 $x[(dx/dt)]/dt = 0$ 가 된다. 앞의 결과와

Eq. 4의 관계를 이용해 정리하면 Eq. 5를 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{x(dx/dt)}{dt} - \left(\frac{dx}{dt}\right)^2, \quad \frac{d(x^2)}{dt} = 2x \left(\frac{dx}{dt}\right) \quad (4)$$

$$\frac{\mu}{2} \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle = \langle mv_x^2 \rangle \quad (5)$$

이때 등분배 정리에 의해 $\langle mv_x^2 \rangle = k_B T$ 이며, 각 방향에 대해 같은 식이 성립하므로 2차원에서의 mean square distance와 시간의 관계는 Eq. 6을 따르게 된다.⁵

$$\langle r^2 \rangle = \frac{4k_B T}{\mu} t \quad (6)$$

이번 실험의 경우 beads의 반지름이 R , 점성이 η 일 때 $\mu = 6\pi\eta R$ 으로 생각할 수 있으며, 실험을 통해 η 의 값을 계산할 수 있다.

II. EXPERIMENTAL METHODS

본 실험에서는 Thorlab의 Portable Optical Tweezer Kit을 사용하여 실험하였다. 시료로는 직경이 각각 0.51 μm , 0.746 μm , 1.06 μm 인 Polybeads® Microspheres를 희석하여 사용했다. 실험을 시작하기 전 align이 잘 맞추어져 있는지, 레이저, 카메라, 모터가 정상작동하는지 확인했다. 이때 y축 모터가 변위의 크기가 충분히 크지 않으면 잘 작동하지 않는 이상이 있어 미리 5 mm로 설정하여 사용하였다.

II.A. 샘플 제작

관찰에 앞서 beads를 관찰하기 위한 샘플을 제작했다. 우선, Beads의 밀도가 지나치게 높을 경우 trapping force를 분석하기 어려워 증류수에 희석하였다. 이후 희석한 시료를 피펫을 사용하여 한두방울 가량 슬라이드에 떨어뜨린 뒤 커버글라스를 덮어 샘플을 만들었다. 이때 떨어뜨린 시료의 양이 지나치게 많거나 공기 방울이 있는 경우 Brownian motion이 아닌 흐름이 생기기 때문이 이 점에 주의하여 샘플을 제작하였다. 0.746 μm 의 경우 흐름이 멈추지 않아 커버 글라스를 살짝 누르는 방식으로 흐름을 멈추었다.

II.B. Trapping 관찰

II.A에서 제작한 샘플을 stage에 올려놓은 뒤 카메라, 조명, 레이저를 켜고 stage를 서서히 올리며 카메라 화면을 관찰했다. 이때 레이저의 전류는 레이저를 잘 볼 수 있는 만큼 큰 임의의 값으로 설정하였다. Stage를 올리며 레이저의 초점이 맞춰지는 3개의 포인트를 관찰하였고, 특히 마지막 포인트의 경우 beads들에도 초점이 맞추어져 beads의 움직임도 잘 관찰할 수 있었다. 이 마지막 포인트에 stage를 맞춘 뒤 beads의 흐름이 진정되도록 기다리고, 흐름이 멈춘 이후 모터를 이용해 stage를 움직이며 beads가 레이저에 근접했을 때 beads의 움직임을 관찰하여 trapping이 되는지 확인하였다.

II.C. Brownian Motion

Trapping을 확인한 후 레이저를 끄고 beads들의 Brownian motion을 관찰하였다. 이때 고정된 점을 찾고 모터를 움직인 뒤 고정점의 위치 변화를 기록해 Tracker로 거리를

측정하는 기준이 되도록 하였다. 이후 입자들의 Brownian motion을 동영상으로 약 2분간 녹화한 뒤 Tracker를 이용하여 입자들의 시간에 따른 위치를 기록하였다.

II.D. Trapping Force

Brownian motion을 관찰한 뒤 trapping force를 측정하기 위한 실험을 진행하였다. 이 실험에서는 레이저에 beads 1개를 trap한 뒤 stage를 일정한 속도로 움직여 trap을 유지할 수 있는 최대 속도를 측정하였다. 이때 beads에 작용하는 힘은 레이저의 trapping force와 움직이는 주변 유체로 인한 저항력이며, 이 저항력은 stage의 속도에 비례하므로 최대 속도를 측정함으로써 trapping force 또한 알 수 있게 된다. 실험을 시작하기에 앞서 trap된 beads가 다른 beads와 충돌하게 된다면 저항력과 레이저의 힘 이외의 힘이 작용하므로 실험 중 beads간의 충돌이 이루어지지 않도록 beads의 밀도가 낮은 부분을 찾았다. 이후 레이저를 일정 전류로 켜고 stage를 일정 속도로 움직여 beads가 빠져나오는 최대 속도를 측정하였다. 이때 beads가 trap되는 기준은 stage를 움직이기 시작한 뒤 약 5초간 움직일 때 beads가 빠져나오지 않으면 trap되는 것으로 하였다.

III. RESULTS

정량적인 측정을 시작하기에 앞서 레이저를 켜고 beads를 관찰해본 결과 레이저의 초점이 잘 맞추어진 경우 beads가 고정되는 것을 확인할 수 있었다. 각 시료에 대한 실험이 이루어졌을 때, 실험실의 온도는 Table I와 같았다. 데이터 분석에는 Julia⁶⁷⁸⁹를 사용하였다.

TABLE I 실험이 이루어졌을 때 멀티미터로 측정한 실험실의 온도

시료의 직경(μm)	0.51	0.746	1.06
실험실 온도($^{\circ}\text{C}$)	25.4	25.3	26.1

III.A. Brownian Motion

각각의 경우에 약 2분간 촬영한 영상을 Tracker를 이용해 분석한 결과 관찰된 Brownian motion은 각각 Figure 2, 3, 4과 같다. 이때 입자들의 mean square distance와 시간의 관계는 Figure 5, 6, 7과 같았다. 이 경우 각 데이터의 오차가 회귀오차보다 크기 때문에 Lsqfit 패키지를 이용하여 weighted linear regression을 진행하였다.

이때 $\langle r^2 \rangle$ -t 그래프를 회귀한 결과의 R^2 값이 작고, 그래프 상에서 Brownian motion이 아닌 것으로 보이는 균일한 흐름이 관찰되어 이 흐름을 보정하여 다시 분석해 보았다. 흐름을 보정한 방법과 그 타당성은 IV.B에 서술하였다. 보정 결과 Brownian motion은 Figure 8, 9, 10과 같이 나타났으며, $\langle r^2 \rangle$ -t 그래프는 Figure 11, 12, 13와 같이 나타났다.

III.B. Trapping Force

레이저의 전류에 따른 beads가 trap되는 최대 속도를 측정한 결과는 Figure 14, 15, 16와 같았다. 이 경우 측정의 오차가 회귀 오차보다 매우 작으므로 Julia의 GLM 패키지를 이용하여 least square method로 회귀하였다. 레이저의

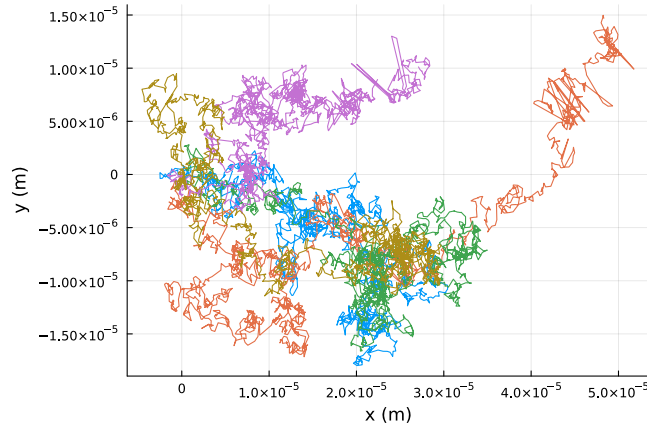


FIG. 2 직경이 0.51 μm 일 때 Brownian motion. 각 입자에 대해서 처음 위치를 원점으로 잡고 변위를 표시하였다.

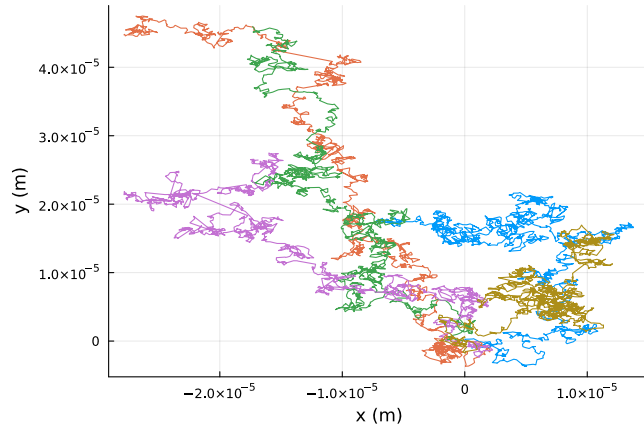


FIG. 3 직경이 0.746 μm 일 때 Brownian motion. 각 입자에 대해서 처음 위치를 원점으로 잡고 변위를 표시하였다.

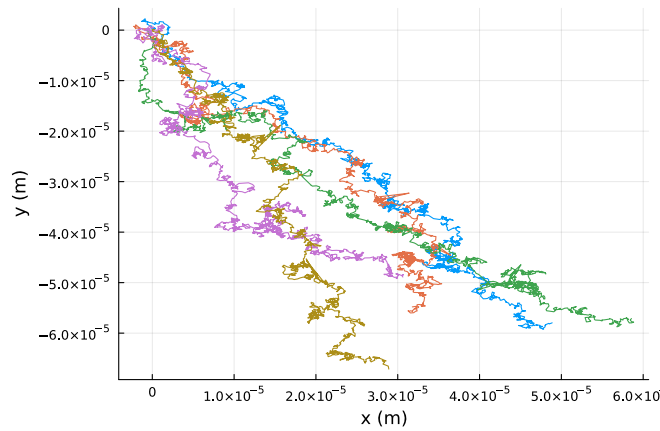


FIG. 4 직경이 1.06 μm 일 때 Brownian motion. 각 입자에 대해서 처음 위치를 원점으로 잡고 변위를 표시하였다.

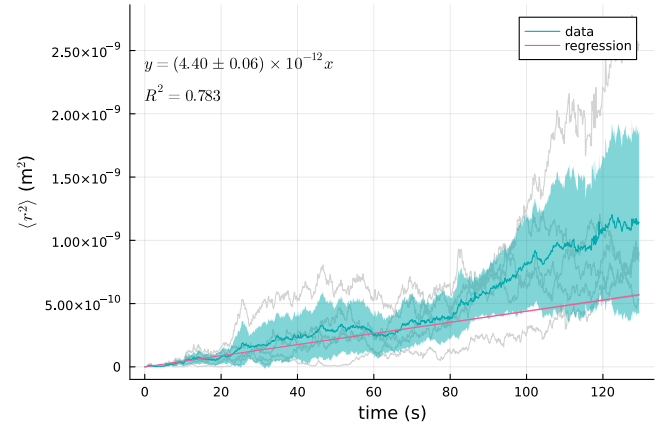


FIG. 5 직경이 0.51 μm 일 때 $\langle r^2 \rangle - t$ 그래프. 흐린 선은 개별 입자의 그래프를 나타내며, 1 σ 를 ribbon으로 나타내었다. 이때 계산된 점성은 $\eta = (7.8 \pm 0.1) \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 이다.

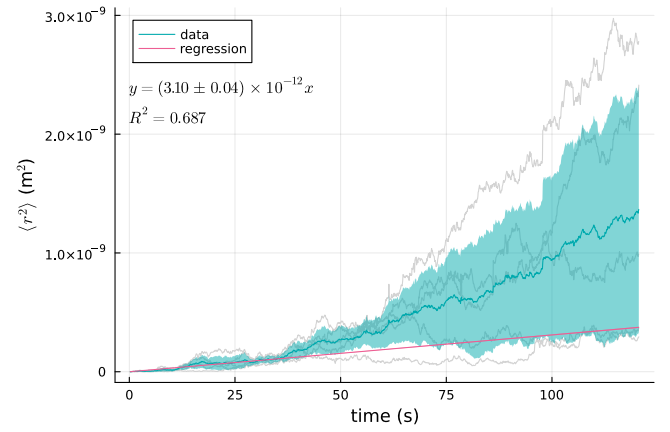


FIG. 6 직경이 0.746 μm 일 때 $\langle r^2 \rangle - t$ 그래프. 흐린 선은 개별 입자의 그래프를 나타내며, 1 σ 를 ribbon으로 나타내었다. 이때 계산된 점성은 $\eta = (7.5 \pm 0.1) \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 이다.

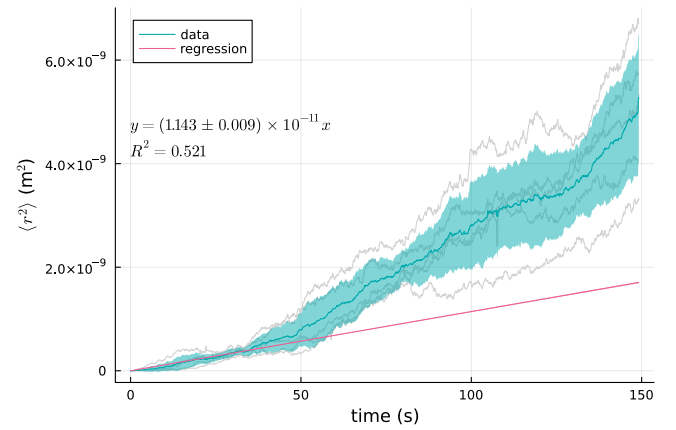


FIG. 7 직경이 1.06 μm 일 때 $\langle r^2 \rangle - t$ 그래프. 흐린 선은 개별 입자의 그래프를 나타내며, 1 σ 를 ribbon으로 나타내었다. 이때 계산된 점성은 $\eta = (1.45 \pm 0.01) \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 이다.

전류가 35 mA보다 작은 경우 레이저를 카메라로 확인할 수
 160 없어 35 mA보다 큰 경우에서만 측정하였으며, 레이저의 전
 165 류가 일정 크기보다 커질 경우 모터의 최대 속도에서도 trap
 을 빠져나오지 않아 측정할 수 없었다.

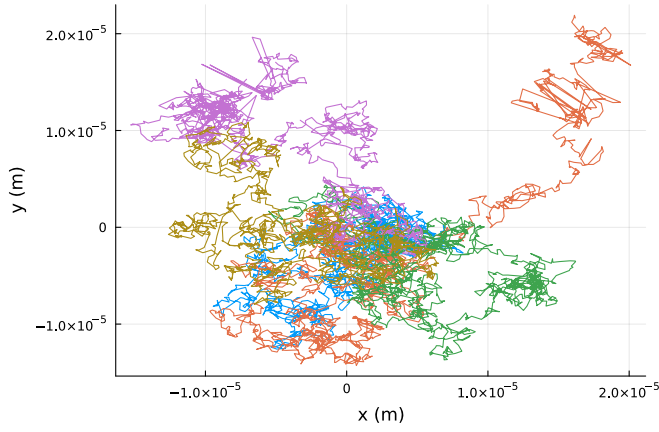


FIG. 8 직경이 0.51 μm 일 때 Brownian motion. 각 입자에 대해서 처음 위치를 원점으로 잡고 변위를 표시하였으며, 균일한 흐름에 대한 보정이 이루어졌다.

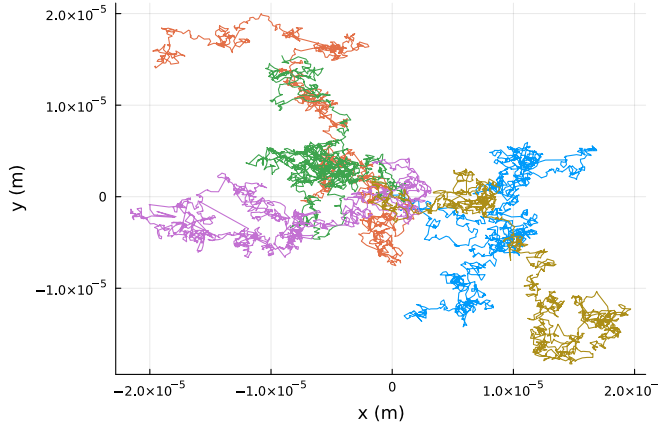


FIG. 9 직경이 0.746 μm 일 때 Brownian motion. 각 입자에 대해서 처음 위치를 원점으로 잡고 변위를 표시하였으며, 균일한 흐름에 대한 보정이 이루어졌다.

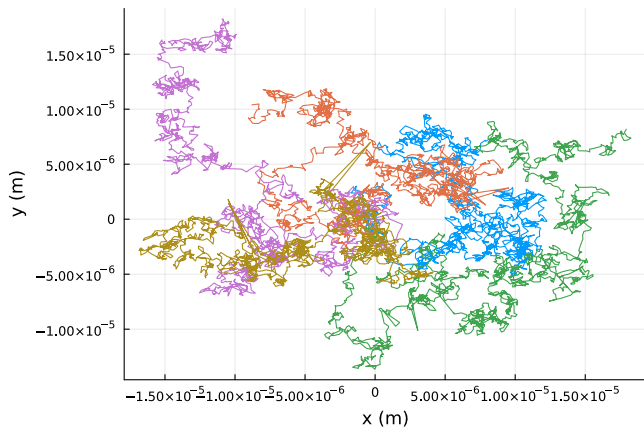


FIG. 10 직경이 1.06 μm 일 때 Brownian motion. 각 입자에 대해서 처음 위치를 원점으로 잡고 변위를 표시하였으며, 균일한 흐름에 대한 보정이 이루어졌다.

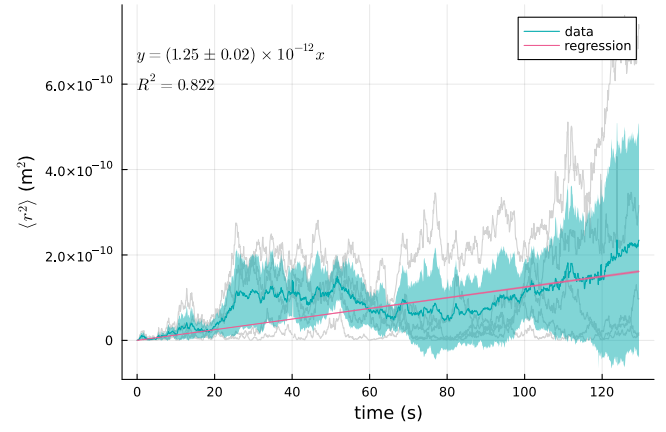


FIG. 11 직경이 0.51 μm 일 때 $\langle r^2 \rangle - t$ 그래프. 흐린 선은 개별 입자의 그래프를 나타내며, 1 σ 를 ribbon으로 나타내었다. 균일한 흐름에 대한 보정이 이루어진 데이터이다. 이때 계산된 점성은 $\eta = (2.75 \pm 0.05) \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$ 이다.

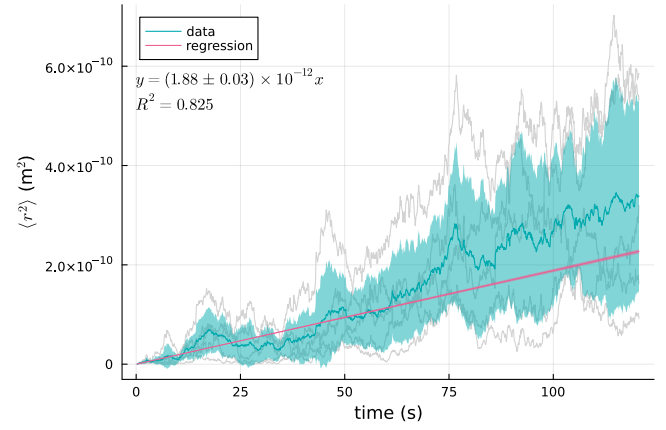


FIG. 12 직경이 0.746 μm 일 때 $\langle r^2 \rangle - t$ 그래프. 흐린 선은 개별 입자의 그래프를 나타내며, 1 σ 를 ribbon으로 나타내었다. 균일한 흐름에 대한 보정이 이루어진 데이터이다. 이때 계산된 점성은 $\eta = (1.24 \pm 0.02) \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$ 이다.

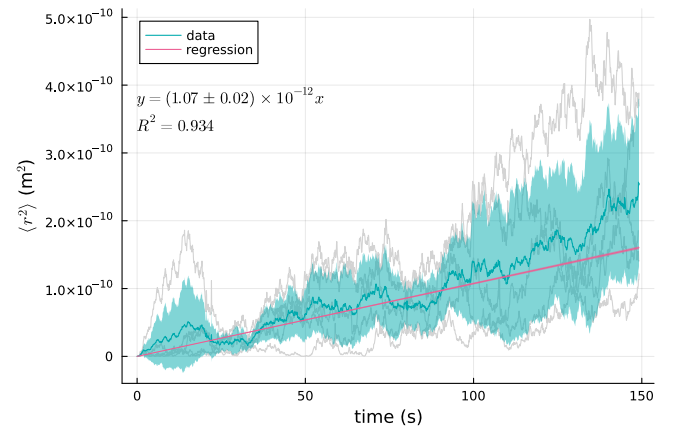


FIG. 13 직경이 1.06 μm 일 때 $\langle r^2 \rangle - t$ 그래프. 흐린 선은 개별 입자의 그래프를 나타내며, 1 σ 를 ribbon으로 나타내었다. 균일한 흐름에 대한 보정이 이루어진 데이터이다. 이때 계산된 점성은 $\eta = (1.54 \pm 0.02) \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$ 이다.

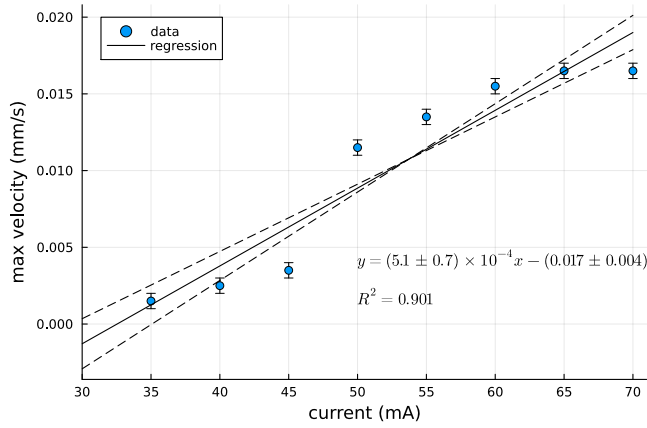


FIG. 14 시료의 직경이 0.51 μm 일 때 레이저의 전류에 따른 trap이 유지되는 최대 속도. 1 σ 를 점선으로 나타내었다.

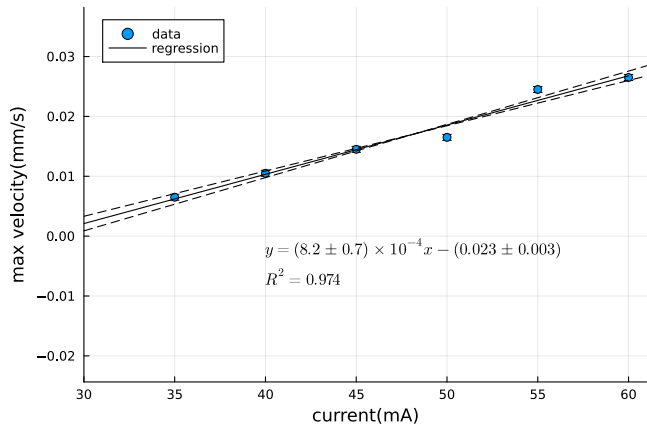


FIG. 15 시료의 직경이 0.746 μm 일 때 레이저의 전류에 따른 trap이 유지되는 최대 속도. 1 σ 를 점선으로 나타내었다.

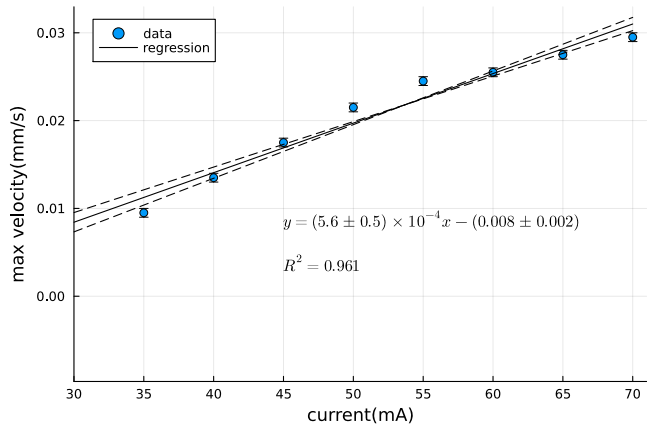


FIG. 16 시료의 직경이 1.06 μm 일 때 레이저의 전류에 따른 trap이 유지되는 최대 속도. 1 σ 를 점선으로 나타내었다.

IV. DISCUSSION

IV.A. Trapping Force 분석

Brownian motion 관찰 결과 흐름을 보정한 후의 데이터에서 $\langle r^2 \rangle(t)$ 의 선형성을 확인할 수 있었으며, 계산된 점성

또한 약 $10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 로 알려진 값과 유사했다. 구한 점성을 속도에 곱하여 trapping force를 계산한 결과는 Figure 17와 같았으며, 이를 회귀한 결과는 Table II와 같았다. Thorlab

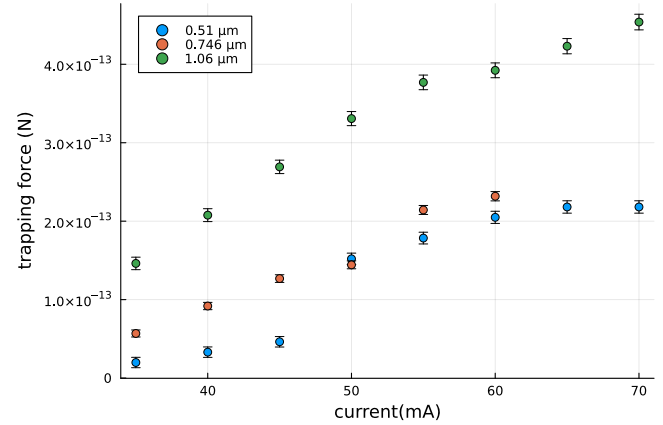


FIG. 17 레이저 전류에 따른 trapping force를 측정된 결과

TABLE II 레이저 전류에 따른 trapping force를 회귀한 결과.

시료의 직경(μm)	0.51	0.746	1.06
기울기($\times 10^{-15} \text{ N/mA}$)	6.7 ± 0.9	7.2 ± 0.6	8.7 ± 0.7
절편($\times 10^{-13} \text{ N}$)	-2.2 ± 0.5	-2.0 ± 0.3	-1.3 ± 0.4
R^2	0.901	0.974	0.961

의 매뉴얼에 의하면, 본 실험에 사용된 기구는 laser diode를 사용한다.¹⁰ Laser diode의 경우 input 전류에 따른 레이저의 power 그래프는 특정한 threshold 전류보다 큰 전류인 경우 선형이 되는 경향을 보인다.¹¹ Eq. 1와 Eq. 2를 참고하면 복원력은 빛의 power에 비례한다고 근사할 수 있다. 따라서 threshold 전류보다 큰 전류 범위에서는 전류와 trapping force는 선형이 될 것이다. 실험 결과 Table II에 나온 것과 같이 trapping force와 전류는 선형 관계를 보임을 관찰할 수 있었다. 또한 beads의 직경이 커질수록 그래프의 기울기와 trapping force도 커지는 경향을 보였다. 이를 통해 본 실험과 같은 경우에는 beads의 직경이 trapping force의 크기에 영향을 주며, 직경이 커질수록 힘 또한 커진다는 것을 알 수 있었다.

IV.B. 흐름 보정

실험 시 beads가 한쪽으로 흐르는 경향이 육안으로 보이지 않음을 확인하고 Brownian motion을 분석하기 위한 영상을 촬영하였으나, 그래프를 보았을 때 Brownian motion이 아닌 흐름이 존재하는 것으로 보였고, 선형 회귀도 잘 들어맞지 않음을 확인하였다. 따라서 beads에 일정한 흐름이 생긴 것을 확인하고 그를 보정해 다시 분석하였다.

Beads에 속도 V 의 일정한 흐름이 생겼다고 가정하자. Brownian motion으로 인한 속도를 v_{br} 로 두면 입자의 속도 $v = V + v_{br}$ 이라 할 수 있다. 이때 v_{br} 은 무작위적이므로 입자 여러개에 대해 평균을 내면 $\langle v_{br} \rangle = 0$ 가 된다. 일정한 흐름의 경우 입자와 무관하므로 속도 V 는 Eq.7를 만족하게 된다. 따라서 입자들의 x, y 좌표의 평균과 시간의 상관관계를 보면 $V \neq 0$ 라는 가설이 타당한지 확인할 수 있으며,

회귀를 통해 V 의 값을 구할 수 있다. 이 경우 각 데이터의 오차가 회귀 오차보다 크기에 weighted linear regression을 이용했다. 이러한 회귀를 실행한 결과는 Figure 18, 19, 20와 같다. 회귀 결과 R^2 값이 매우 작게 나온 Figure 18의 $\langle y \rangle$ 을 제외하면 $V \neq 0$ 가 타당하며, 따라서 이를 이용하여 각 측정 변위에 회귀를 통해 구한 V 와 시간을 곱한 값을 빼 주어 데이터를 보정하였다. 이때 V 의 오차를 제공한 것은 $\langle r^2 \rangle$ 보다 매우 작은 값이기에 V 의 회귀 오차의 전파는 무시하였다.

$$V = \left\langle \frac{dr}{dt} \right\rangle \quad (7)$$

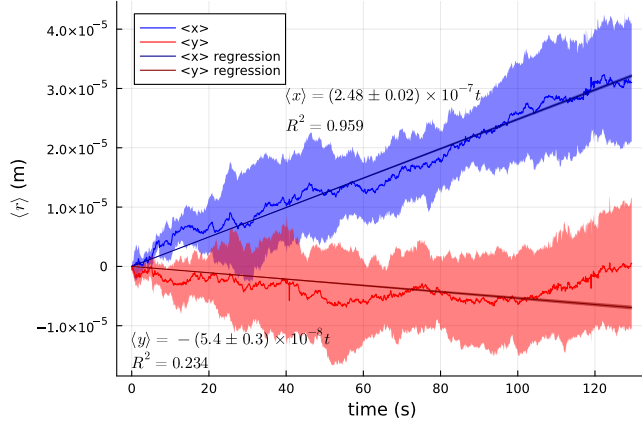


FIG. 18 직경이 0.51 μm 일 때 x, y 방향의 전체적인 흐름. 1 σ 를 ribbon으로 표시하였다.

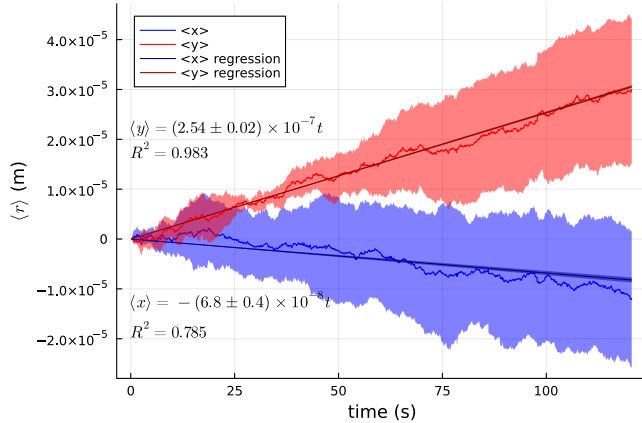


FIG. 19 직경이 0.746 μm 일 때 x, y 방향의 전체적인 흐름. 1 σ 를 ribbon으로 표시하였다.

IV.C. 오차 분석 및 실험 장비 고찰

본 실험의 경우 선형성이 잘 관찰되었으며 이론과 실험 결과도 잘 일치하였으나, 데이터의 오차가 커 정밀성이 다소 떨어졌다. 특히 beads가 trapping되는 최대 속도를 구할 때 어려움이 컸는데, beads끼리의 충돌로 예상치 못한 영향을 받거나 시료의 두께가 일정하지 않아 레이저의 초점이 흐려져 충분히 크지 않은 속도임에도 trap에서 빠져나가는

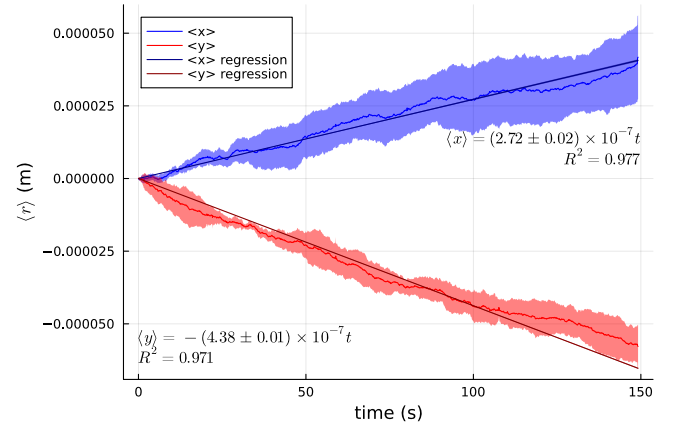


FIG. 20 직경이 1.06 μm 일 때 x, y 방향의 전체적인 흐름. 1 σ 를 ribbon으로 표시하였다.

등 오차 원인이 존재했다. 이러한 영향들을 최대한 줄이기 위해 시료를 더욱 희석하고, 슬라이드에 떨어뜨리는 시료의 양을 최소한으로 하며, 커버 글라스를 살짝 눌러주어 흐름을 잡고 두께를 맞추는 과정을 거쳤다. 그럼에도 이러한 영향을 완전히 제거할 수는 없었으며, 이로 인한 오차는 더욱 정밀한 실험 장비를 사용하거나 실험을 반복하여 많은 데이터를 얻어 통계적으로 분석하면 제거할 수 있을 것으로 기대된다.

이론적 분석의 경우 가우시안 세기 분포라는 조건 외의 조건은 없으나, 본 실험에서는 결맞는 레이저를 사용하였다. 이렇게 결맞는 빛을 사용하는 경우 실험 도중 위상 변화로 인한 영향을 줄일 수 있으며, 시료 바닥에서 반사되는 빛과 간섭 가능하기 때문에 분석의 어려움을 줄일 수 있을 것이다.

본 실험에서 사용한 레이저는 TEM₀₀ 가우시안 세기 분포를 가지며, 분석을 할 때에도 이 조건 하에서 분석하였다. 만약 레이저의 세기 분포가 더 복잡해져 세기의 극대점이 여러 군데 생길 수 있고, trap된 입자에 작용하는 힘도 달라질 것이다. 입자의 직경이 충분히 작아 하나의 극대점만 가지는 구간 내에 들어갈 수 있다면, 각각의 극대점이 trap 역할을 하여 여러 곳에 가두어질 것으로 생각된다. 다만 극댓값의 차이에 따라 어떤 상태는 metastable하게 될 것으로 생각된다. 입자의 직경이 커 하나의 극대점만 가지는 구간 내에 완전히 포함될 수 없다면 그 극대점들은 trap 역할을 하기 어려울 것이며, 이 경우 기하광학적인 분석이 필요할 것이다.

V. CONCLUSION

본 실험은 optical tweezer의 원리를 파악하는 것을 목적으로 하였으며, Brownian motion을 관찰해 점성을 구하고 입자가 trap에서 빠져나오는 최소 속도를 구함으로 trapping force를 측정하였다. 실험 결과 레이저의 전류가 증가할수록 trapping force가 선형적으로 증가함을 확인하였고, beads의 크기가 커질수록 trapping force도 커지는 것이 관찰되었다. 본 실험에는 Brownian motion이 아닌 일정한 흐름이 관찰되거나 beads끼리의 충돌, 시료의 두께 변화로 인한 레이저의 초점 변화 등의 오차 원인이 존재했다. 일정한 흐름의 경우 선형 회귀를 통해 제거할 수 있었으며, 시료로 인한 오차는 시료의 밀도를 낮추고 얇게

265 퍼주는 것으로 최소화 할 수 있었다. 다만 시료로 인한 오
차를 완전히 제거하기는 어려웠으며, 이는 더 정밀한 실험²⁸⁰
장비를 사용하거나 데이터의 양을 늘려 오차를 통계적으로
분석하여 제거할 수 있을 것으로 기대된다.

VI. REFERENCES

- ¹A. Ashkin, “Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime,” *Biophysical Journal* **61**, 569–582 (1992).
- ²C. J. Bustamante, Y. R. Chemla, S. Liu, and M. D. Wang, “Optical tweezers in single-molecule biophysics,” *Nature Reviews*²⁹⁵
Methods Primers **1**, 25 (2021).
- ³“Optical Tweezers Tutorial,” <https://www.thorlabs.com>.
- ⁴P. Zemánek, A. Jonáš, and M. Liška, “Simplified description of optical forces acting on a nanoparticle in the Gaussian standing wave,” *Journal of the Optical Society of America A* **19**, 1025 (2002).
- ⁵“The Feynman Lectures on Physics Vol. I Ch. 41: The Brownian Movement,” <https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I.41.html>.
- ⁶J. Bezanson, A. Edelman, S. Karpinski, and V. B. Shah, “Julia: A fresh approach to numerical computing,” *SIAM Review* **59**, 65–98 (2017).
- ⁷M. Bouchet-Valat and B. Kamiński, “DataFrames.jl: Flexible and fast tabular data in julia,” *Journal of Statistical Software* **107**, 1–32 (2023).
- ⁸M. Giordano, “Uncertainty propagation with functionally correlated quantities,” *ArXiv e-prints* (2016), arxiv:1610.08716 [physics.data-an].
- ⁹S. Christ, D. Schwabeneder, C. Rackauckas, M. K. Borregaard, and T. Breloff, “Plots.jl – a user extendable plotting API for the julia programming language,” (2023), 10.5334/jors.431.
- ¹⁰“Portable Optical Tweezers Educational Kit,” <https://www.thorlabs.com>.
- ¹¹K. S. Mobarhan, “Test and Characterization of Laser Diodes: Determination of Principal Parameters,” .