

# Single Photon Interference

Seunghyun Moon

shmoon232@snu.ac.kr

Department of Physics and Astronomy, Seoul National University,  
Seoul, 08826 South Korea

(Dated: April 11, 2024)

서론 열심히 쓰길

**Keywords:**

## I. INTRODUCTION

### A. Single Photon Interference

1807년 T. Young은 자신의 강의에서 이중 슬릿 실험을 설명하였다 [1]. 이 이중 슬릿 실험 실험 결과는 빛이 파동임을 입증하였고, 이후 1864년 J. Maxwell이 전자기파에 관한 이론을 정립하며 빛이 전자기파라는 파동임이 널리 알려졌다 [2]. 그러나 1905년 A. Einstein은 광전효과에 관한 논문에서 광양자 가설을 제시하였고 [3], 이후 1916년 R. Millikan에 의해 실험적으로 검증되었으며 [4,5], A. Compton이 1923년 콤프턴 산란을 발표하며 빛의 입자성이 입증되었다 [6]. 그러나 여전히 T. Young의 실험 결과는 유효하므로 광자라는 입자는 파동성을 가지며, 스스로 간섭을 일으킬 수 있다는 것을 유추할 수 있다. 실제로 1987년 P. Grangier 등 단일 광자 간섭 실험을 통해 이를 입증하였으며, 많은 연구자들이 이 실험을 재현하였다 [7–9].

### B. Huygens–Fresnel Principle

1690년 C. Huygens는 파동의 진행을 설명하기 위해 Huygens–Fresnel 원리를 제시하였다 [10]. 이 원리는 각 점에서 파동이 진행할 때, 그 점을 중심으로 작은 구를 생각하고, 그 구면에서 파동이 진행하는 것으로 가정한다. A. Fresnel은 이 원리를 발전시켜 파동의 간섭을 설명하였다 [11,12]. 이 원리를 맥스웰의 전자기학과 함께 적용하면 각 위치의 전기장 값을 통해서 이중 슬릿 실험의 결과를 설명할 수 있다 [13].

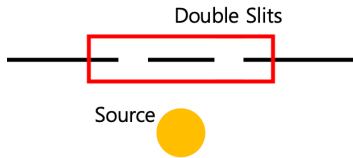


Figure 1. Figure of Double Slit and Source

위 Figure 1 과 같이 Source와 Slit이 배열되어 있다고 생각했을 때, 각 Slit에 도달하지 않은 지점의 전기장은 원점이 Source일때  $|E(\vec{r})| = \exp(ikr)/r$  으로 주어진다. 여기서  $\vec{k}$ 는 파수 벡터이다. 또, Slit 위의 점 P에서의 위치 벡터가  $\vec{r}_p$ 이고 전기장이  $E_1$ 이면 Slit을 지난 위치에서 P가 만든 전기장은  $|E(\vec{r})| = \exp(ik|\vec{r} - \vec{r}_p|)/|\vec{r} - \vec{r}_p|$  으로 주어진다. 이러한 전기장을 모두 더하면 슬릿을 지난 위치에서의 전기장을 계산할 수 있을 것이다. 이 과정을 R. Hogan은 시뮬레이

션을 통해서 아래 Figure 2 와 같이 시각화 해 내는데에 성공하였다 [14].

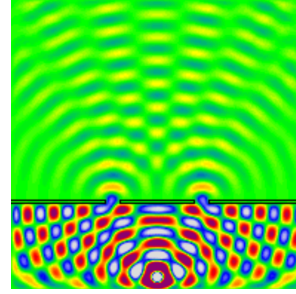


Figure 2. Figure of Electric Field on Double Slit Experiment [14]

위 Figure 2 과 같이 각 위치에서의 전기장을 나타낼 수 있으며, 시간을 바꾸어 가면서 어떻게 전달되는지를 계산할 수 있다. 그리고 이 과정에서 실제로 에너지가 어떻게 전달되는지는 포인팅 벡터의 계산을 통해서 알 수 있는데 [13,2], 이를 위한 시뮬레이션 또한 R. Hogan은 성공적으로 시각화하였다 [14]. 아래 Figure 3 를 통하여 실제로 에너지가 이중 슬릿을 통해서 어떻게 전달되는지를 파악하고, 영의 이중 슬릿 실험의 결과 [1] 를 설명할 수 있다.

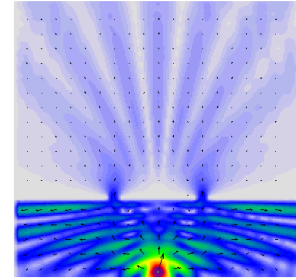


Figure 3. Figure of Poynting Vector on Double Slit Experiment [14]

이중 슬릿 실험의 실험 결과를 Huygens–Fresnel Principle을 이용하여 이론적으로 유도해 보도록 하자. 우선 아래 Figure 4 과 같이 이중 슬릿 실험 위에서 각 변수를 정의하도록 한다.

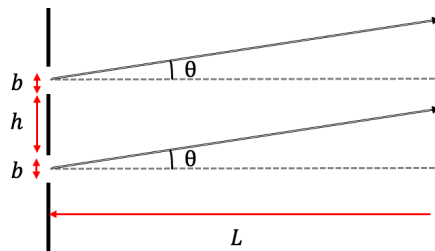


Figure 4. Figure of Double Slit with Parameters

위 Figure 4 과 같은 세팅에서 Detector의 위치가  $x$  라면  $x \ll L$  이므로 두 슬릿에서의  $\theta$  는  $x/L$  로 같다고 가정한다. 여기서 Detector에 도달하는 빛의 세기는 단일 슬릿과 이중 슬릿의 곱으로 나타낼 수 있다. 단일 슬릿의 세기 그래프는  $\beta = \frac{1}{2}kb \sin \theta$  일때  $\left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2$  에 비례하는 형태로 주어지며, 이중 슬릿의 세기 그래프는  $\gamma = \frac{1}{2}kh \sin \theta$  일때  $\cos^2 \gamma$  에 비례하는 형태로 주어진다. 이를 이용하여 이중 슬릿의 세기를 유도하면 아래와 같이 주어진다. [15,16]

$$I(x) = I_0 \left( \frac{\sin \beta(x)}{\beta(x)} \right)^2 \cos^2 \gamma(x) \quad (1)$$

### C. Line Width of LASER

본 실험에서 사용하는 광원 중 LASER는 특정 파장의 빛만을 방출하는 광원으로 생각된다. 즉, LASER의 spectral line이 delta function이라는 것이다. 그러나 이는 사실이 아니다. 레이저의 spectral line은 아래 Figure 5 과 같이 일정한 폭을 가지며, 이를 line width라고 한다. 또, 여기서 진동수나 파수 그래프의 개형은 Lorentzian 형태를 띤다는 것이 알려져 있다 [17,18]. 이러한 점을 고려하기 위해서 LASER의 선폭을 측정하는 방법론들이 알려져 있지만 본 실험에서는 이중 슬릿 실험에서의 피팅을 통해 알아내도록 한다 [19].

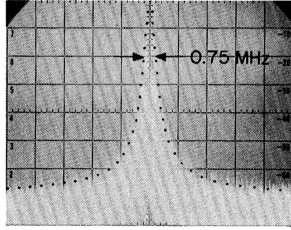


Figure 5. Figure of Laser Line Width from Experiment [20]

위 Figure 5 와 같은 개형을 띤 Lorentzian은 중앙이  $x_0$  일 때 확률 분포가 (2) 와 같이 주어지는 함수이다.

$$p(x) = \frac{1}{\pi \gamma \left( 1 + \left( \frac{x-x_0}{\gamma} \right)^2 \right)} \quad (2)$$

파수가 Lorentzian을 따르는 것이 알려져 있으므로 이를 이용하여 (1) 에서 계산한 결과를 대입하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$I(x) = I_0 \int_0^\infty p(k) \left( \frac{\sin \beta(k, x)}{\beta(k, x)} \right)^2 \cos^2 \gamma(k, x) dk \quad (3)$$

## II. EXPERIMENTAL METHODS

본 실험을 위해서 Techspin 사의 “Two-Slit Interference, One Photon at a Time”을 사용하였다 [21]. 이 실험 장치는 아래 Figure 6 와 같은 구성으로 이루어져 있다.

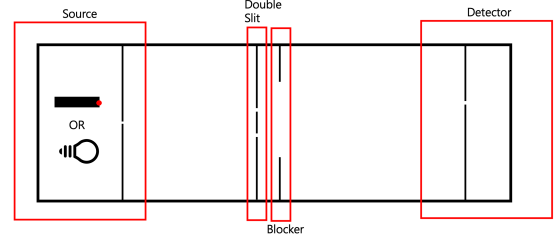


Figure 6. Figure of the materials for the Experiment [21]

기본적으로 실험은 Source에서 나온 광자를 Double Slit을 통과시키며 간섭을 일으키고, 여기서의 간섭 결과를 Detector Slit을 통과시키며 빛의 세기(광자의 수)를 측정한다. 이때 Detector Slit의 위치를 이동해 가며 빛의 세기를 측정하면 각 위치에서의 세기를 얻어 간섭 결과를 얻을 수 있다.

### A. LASER

### B. BULB

## III. THEORETICAL CALCULATION

위에서 언급했다시피, 본 실험에서의 장비는 이중 슬릿만을 이용한 실험과 유의미한 차이점을 가지기에 [14] 의 시뮬레이션을 이용할 수 없다. 따라서 새로운 이론적인 계산을 Huygens-Fresnel 원리와 맥스웰의 방정식을 이용하여 진행한다. 우선 Figure 6 에서 설명한 실험장치에서 변수를 아래 Figure 7 와 같이 설정하도록 한다.

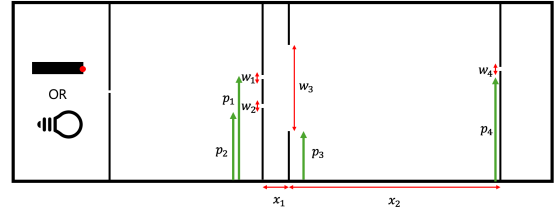


Figure 7. Figure of the materials with parameters

우선 위 실험장치에서 Source 부분은 잘 Align되어 있다고 가정한다. 이때 Double Slit 부분에서 각 Slit 위치에서의 위치는 Source Slit 기준으로 거의 동일하다고 볼 수 있다. 이에 각 Slit 위치에서의 전기장이 모두  $E_0$ 로 동일하다고 가정한다. 그러면 Blocker Slit 위치에서의 전기장은 아래와 같이 주어진다.

$$E_{\text{Blocker}}(y) = E_0 \int_{p_1}^{p_1+w_1} \frac{\exp\left(ik\sqrt{x_1^2 + (y-y_1)^2}\right)}{\sqrt{x_1^2 + (y-y_1)^2}} dy_1 + E_0 \int_{p_2}^{p_2+w_2} \frac{\exp\left(ik\sqrt{x_1^2 + (y-y_2)^2}\right)}{\sqrt{x_1^2 + (y-y_2)^2}} dy_2 \quad (4)$$

여기서  $p_1, p_2$ 는 이중 슬릿에서 각 슬릿 구멍의 시작 위치이고,  $w_1, w_2$ 는 각 슬릿의 너비이다. 모든  $y$ 는 장비 평면에서

의 위치를 의미한다. 같은 방식으로 Detector Slit 위에서의 전기장은 아래와 같이 계산될 수 있다.

$$E_{\text{Detector}}(y) = \int_{p_3}^{p_3+w_3} E_{\text{Blocker}}(y_3) \frac{\exp\left(ik\sqrt{x_2^2 + (y - y_3)^2}\right)}{\sqrt{x_2^2 + (y - y_3)^2}} dy_3 \quad (5)$$

위 식에 Blocker 슬릿에 대한 계산을 대입한 뒤, 세기를 계산하기 위해 Detector Slit 위에서의 전기장의 크기의 제곱을 적분한 결과를 계산할 수 있을 것이다. 이를 수행하면 아래와 같이 주어진다.

$$I_{\text{Detector}}(p_4) = |E_0|^2 \int_{p_4}^{p_4+w_4} \left| \int_{p_3}^{p_3+w_3} \left[ \int_{p_1}^{p_1+w_1} \frac{\exp\left(ik\sqrt{x_1^2 + (y_3 - y_1)^2}\right)}{\sqrt{x_1^2 + (y_3 - y_1)^2}} dy_1 \right. \right. \\ \left. \left. + \int_{p_2}^{p_2+w_2} \frac{\exp\left(ik\sqrt{x_1^2 + (y_3 - y_2)^2}\right)}{\sqrt{x_1^2 + (y_3 - y_2)^2}} dy_2 \right] \frac{\exp\left(ik\sqrt{x_2^2 + (y_4 - y_3)^2}\right)}{\sqrt{x_2^2 + (y_4 - y_3)^2}} dy_3 \right|^2 dy_4 \quad (6)$$

본 실험에서 우리는 위  $I_{\text{Detector}}(p_4)$ 의 그래프를 얻는 과정을 수행한다.

#### IV. RESULTS

#### V. DISCUSSION

#### VI. CONCLUSION

#### VII. BIBLIOGRAPHY

- [1] T. Young, A Course of Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts: In Two Volumes, Vol. 2 (Johnson, 1807)
- [2] J. C. Maxwell, II. A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field, Proceedings of the Royal Society of London 531 (1864)

- [3] A. Einstein, On a Heuristic Point of View Concerning the Production and Transformation of Light, Annalen Der Physik **17**, 1 (1905)
- [4] R. A. Millikan, A Direct Photoelectric Determination of Planck's "H", Physical Review **7**, 355 (1916)
- [5] R. A. Millikan, Einstein's Photoelectric Equation and Contact Electromotive Force, Physical Review **7**, 18 (1916)
- [6] A. H. Compton, A Quantum Theory of the Scattering of X-Rays by Light Elements, Physical Review **21**, 483 (1923)
- [7] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect, Experimental Evidence for a Photon Anticorrelation Effect on a Beam Splitter: A New Light on Single-Photon Interferences, Europhysics Letters **1**, 173 (1986)
- [8] B. J. Luo, L. Francis, V. Rodriguez-Fajardo, E. J. Galvez, and F. Khoshnoud, Young's Double-Slit Interference Demonstration with Single Photons, American Journal of Physics **92**, 308 (2024)
- [9] S. Kim and B. S. Ham, Revisiting Self-Interference in Young's Double-Slit Experiments, Scientific Reports **13**, 977 (2023)
- [10] C. Huygens, Traité De La Lumière: Où Sont Expliquées Les Causes De Ce Qui Luy Arrive Dans La Reflexion & Dans La Refraction (chez Pierre vander Aa, marchand libraire, 1690)
- [11] A. Fresnel, Mémoire Sur La Diffraction De La Lumière, Da P. 339 a P. 475: 1 Tav. Ft; AQ 210 339 (1819)
- [12] J. D. Mollon, The Origins of the Concept of Interference, Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **360**, 807 (2002)
- [13] S. Jeffers, R. Prosser, W. Berseth, G. Hunter, and J. Sloan, Maxwellian Analysis of the Pulsed Microwave Double Slit Experiment, Ultra-Wideband, Short-Pulse Electromagnetics 2 371 (1995)
- [14] R. J. Hogan and J. K. P. Shonk, Radiation Parametrization and Clouds: Maxwell2d: Animations of Electromagnetic Waves, Proc. ECMWF Seminar (2008)
- [15] S. Kim and W. W. Seo, Single Photon Interference, (2023)
- [16] B. J. Pearson, N. Ferris, R. Strauss, H. Li, and D. P. Jackson, Slit-Width Effects in a Double-Slit Experiment with a Partially-Coherent Source, in Frontiers in Optics (2018), p. JW4A-23
- [17] C. Henry, Theory of the Linewidth of Semiconductor Lasers, IEEE Journal of Quantum Electronics **18**, 259 (1982)

- [18] L. Wu, Z. Ji, W. Ma, D. Su, Y. Zhao, L. Xiao, and S. Jia, Narrow Laser Linewidth Measurement with the Optimal Demodulated Lorentzian Spectrum, *Applied Optics* **63**, 1847 (2024)
- [19] T. Okoshi, K. Kikuchi, and A. Nakayama, Novel Method for High Resolution Measurement of Laser Output Spectrum, *Electronics Letters* **16**, 630 (1980)
- [20] E. Hinkley and C. Freed, Direct Observation of the Lorentzian Line Shape as Limited by Quantum Phase Noise in a Laser above Threshold, *Physical Review Letters* **23**, 277 (1969)
- [21] Techspin, Two-Slit Interference, One Photon at a Time, (2012)

## VII. APPENDIX

### A. Technical Details

복잡한 학습을 위해 사용한 컴퓨터는 Cudo Compute