

Roll No

[2]

BT-102 (CBGS)**B.Tech., I Semester**

Examination, November 2018

Choice Based Grading System (CBGS)**Mathematics-I****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions out of eight.

आठ प्रश्नों में से किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Verify Rolle's theorem for the function

$$f(x) = x^2 \text{ in } [-1, 1]$$

फलन $f(x) = x^2$ के लिए अंतराल $[-1, 1]$ में रोले के प्रमेय को सत्यापित कीजिये।b) Using Taylor series find value of $\log_e (1.1)$ correct up to three decimal place.टेलर श्रेणी का उपयोग कर $\log_e (1.1)$ का मान दशमलव के तीन अंकों तक ज्ञात कीजिये।2. a) If $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$, then show that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$ यदि $u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ हो तो सिद्ध कीजिये कि

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u.$$

b) Discuss the maxima and minima of the function

$$x^3 + y^3 - 3axy.$$

फलन $x^3 + y^3 - 3axy$ के महत्तम व न्यूनतम मान की विवेचना कीजिये।3. a) Evaluate $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right\}$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right\}$$

का मान ज्ञात कीजिये।

b) Prove that

सिद्ध कीजिये कि

$$\beta(m, n) = \frac{\overline{m} \overline{n}}{\overline{m+n}}$$

4. a) Evaluate double integral $\iint_R xy \, dx \, dy$ over the region R bounded by $x = 0$, $y = 0$ and $x + y = 1$.द्विक समाकलन $\iint_R xy \, dx \, dy$ का मान ज्ञात कीजिये जहाँ R, $x = 0$, $y = 0$ तथा $x + y = 1$ से परिबद्ध क्षेत्र है।

[3]

b) Evaluate triple integral $\int_{y=0}^1 \int_{x=y^2}^1 \int_{z=0}^{1-x} x \, dz \, dy \, dx$.

त्रिक समाकलन $\int_{y=0}^1 \int_{x=y^2}^1 \int_{z=0}^{1-x} x \, dz \, dy \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

5. a) Discuss the convergence of the geometric series $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$.

गुणोत्तर श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए:

b) If $p > 1$, prove that the p -Series

$$\sum \frac{1}{n^p} = \frac{1}{1^p} + \frac{1}{2^p} + \dots + \frac{1}{n^p} + \dots$$

converges.

यदि $p > 1$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि p -श्रेणी

$$\sum \frac{1}{n^p} = \frac{1}{1^p} + \frac{1}{2^p} + \dots + \frac{1}{n^p} + \dots \text{ अभिसरित होती है।}$$

6. a) Show that the vectors $(2,1,4)$, $(1,-1,2)$ and $(3,1,-2)$ form a basis for R^3 .

दिखाइए कि सदिश $(2,1,4)$, $(1,-1,2)$ व $(3,1,-2)$ R^3 के लिए एक आधार बनाते हैं।

b) Show that the set $w = \{(a,b,0) / a, b \in R\}$ is a subspace of R^3

दिखाइए कि समुच्चय $w = \{(a,b,0) / a, b \in R\}$, R^3 का एक सदिश उप समष्टि है।

[4]

7. a) Find rank of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 9 & 12 & 9 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 9 & 12 & 9 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ की जाती ज्ञात कीजिए।

b) Show that the following system of equation is in consistent.
 $5x + 3y + 14z = 4$; $y + 2z = 1$; $x - y + 2z = 0$; $2x + y + 6z = 2$
 दिखाइए कि निम्न समीकरण निकाय असंगत है।

$$5x + 3y + 14z = 4; y + 2z = 1; x - y + 2z = 0; 2x + y + 6z = 2$$

8. a) Find Eigen values of the matrix $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

आव्यूह $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिए।

b) Find the characteristic equation of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक समीकरण को ज्ञात कीजिए।
