ЛЕКЦИЯ 1

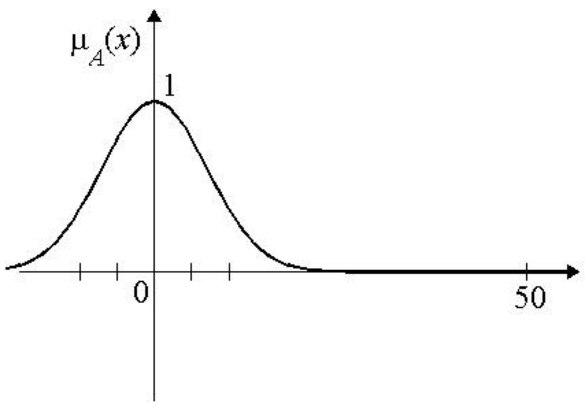
НЕЧЁТКИЙ ЛИНГВИСТИЧЕСКИЙ РЕГУЛЯТОР

НЕЧЁТКИЕ МНОЖЕСТВА

Пусть X - универсальное множество, $x \in X$. Нечеткое подмножество A универсального множества X определяется как множество упорядоченных пар

$$A = \{x \in X, \mu_A(x)\},$$

где $\mu_A(x)$ - характеристическая функция принадлежности (или просто функция принадлежности), которая принимает значения в некотором вполне упорядоченном множестве M (например, $M = [0,1]$). Функция принадлежности показывает степень принадлежности элемента x подмножеству A. Множество M - множество принадлежностей. X - любое множество.



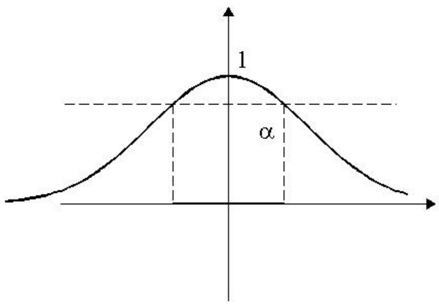
Пример. Нечеткое множество, характеризующее число, близкое к 0.

$M = [0,1]$. A - нечеткое множество, для которого $\mu_A(-3) = 0.1; \mu_A(-2) = 0.4; \mu_A(-1) = 0.8; \mu_A(0) = 1; \mu_A(1) = 0.8; \mu_A(2) = 0.4; \mu_A(3) = 0.1$.

$$A = \{-3/0.1; -2/0.4; -1/0.8; 0/1; 1/0.8; 2/0.4; 3/0.1\}.$$

Основные характеристики нечетких множеств

- Пустое нечеткое множество $A : \mu_A(x) = 0, \forall x \in X$.
- *Носителем нечеткого множества* A называется такое множество, для которого выполняется свойство $\mu_A(x) \geq \alpha$, где $\alpha \in [0,1]$.

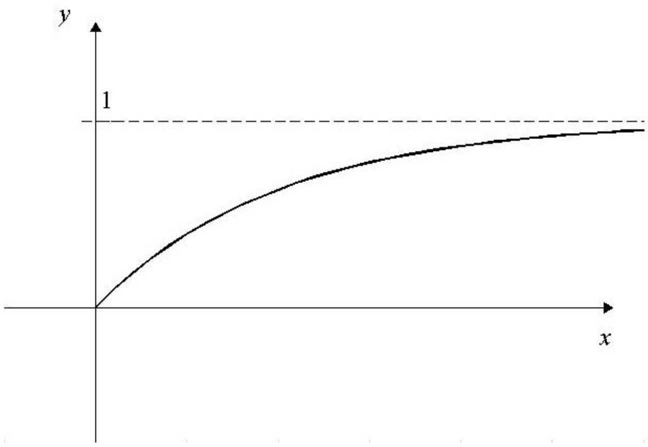


- Способы задания - списочный и аналитический (видом непрерывной функции принадлежности).

  $A = \{x \in X / \mu_A(x)\}$

- Величина $h_A = \sup\limits_{x \in X} \mu_A(x)$ называется *высотой* нечеткого множества A.

Пример. $y = (1 - e^{-x})$, $h_A = 1$.



- *Нормальным нечетким множеством* называется такое множество, у которого высота равна 1, т.е. $\sup\limits_{x \in X} \mu_A(x) = 1$.

- При $h_A < 1$ нечеткое множество называется *субнормальным.*

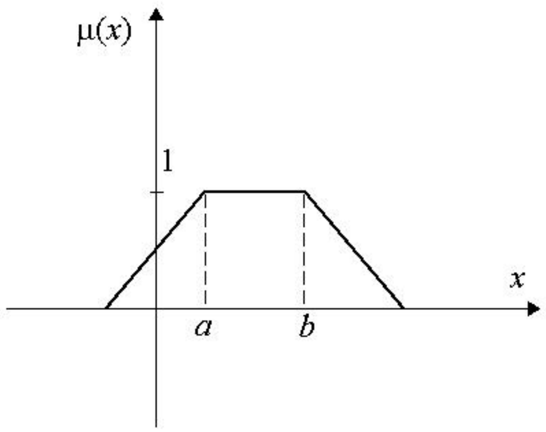
- *Ядром нечеткого множества* называется элемент $x : \mu(x) = 1$.

- Множество, ближайшее к нечетному: $x \in X : \mu(x) > 0.5$. $\mu(x) = 0.5$ - четко не оговаривается, на усмотрение разработчика.

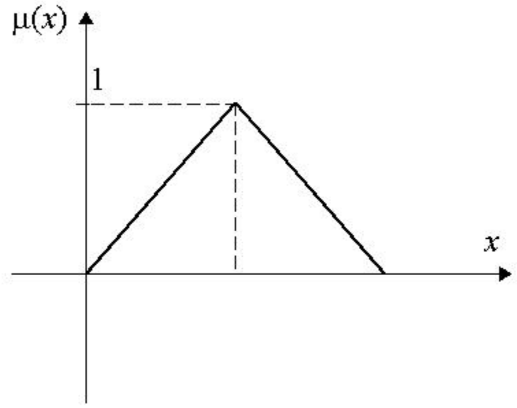
- Унимодальность: нечеткое множество *унимодально*, если $\exists! x \in X : \mu_A(x) = 1$.

Примеры:

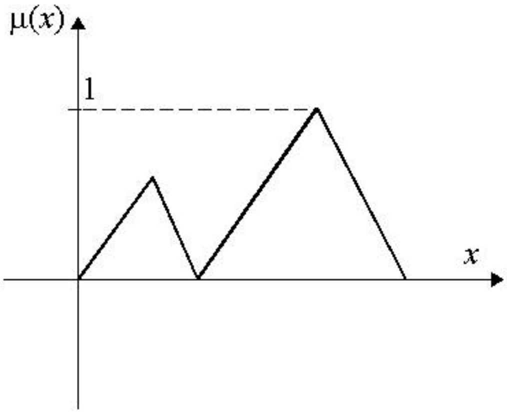
Функция унимодальная, нечеткое множество унимодально.
$max \in [a, b]$.



Функция строго унимодальная (один максимум).

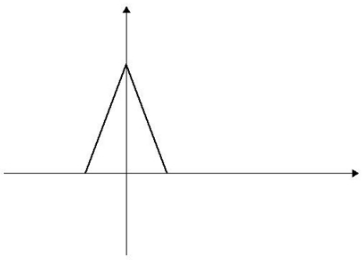


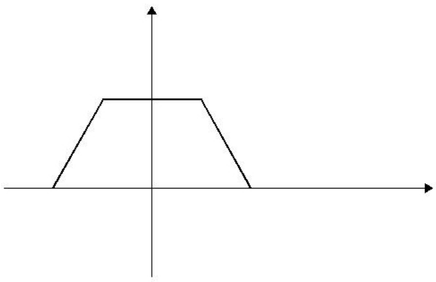
Функция не является унимодальной, нечеткое множество не унимодально.

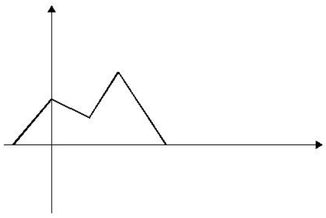


- Наиболее часто используемые функции:

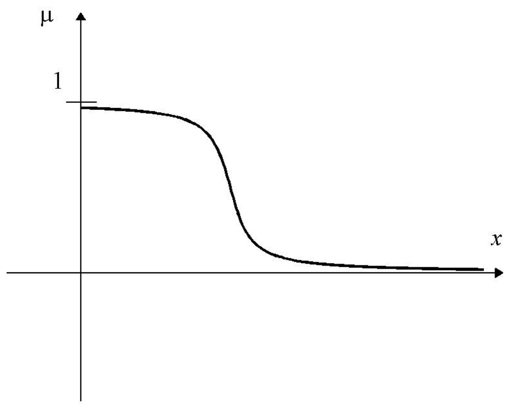
1. Кусочно-линейные функции.

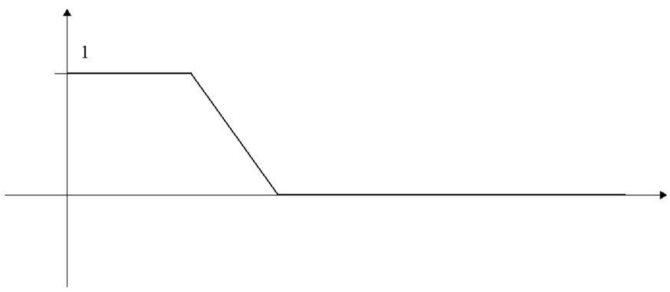




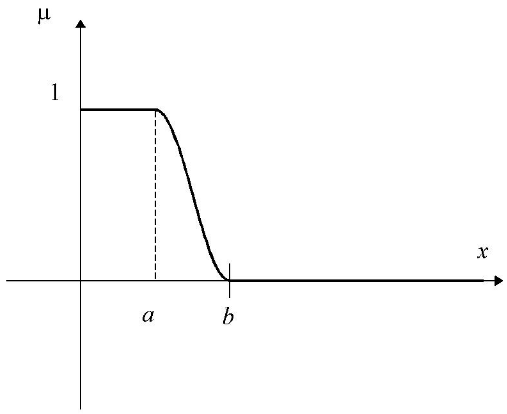


2. Z-образные функции принадлежности.





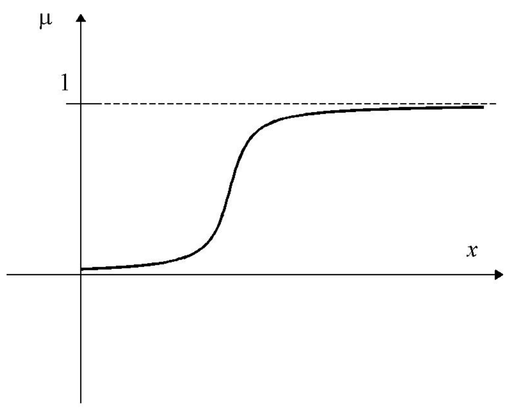
Описываются, обычно, в виде сплайнов.

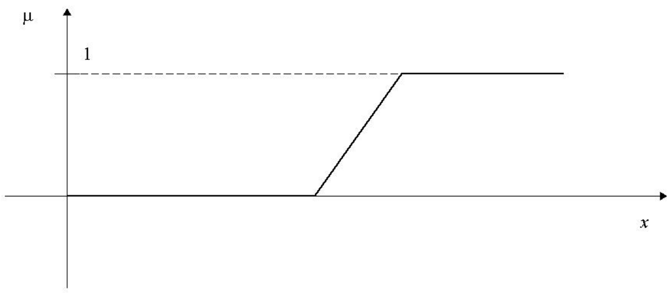


$$\mu(x) = \begin{cases} 1, \ x \leq a; \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\frac{x-a}{b-a}\pi), \ a < x < b; \\ 0, \ x \geq b. \end{cases}$$

Так же z-образную функцию можно задать как $\mu(x) = \frac{1}{1+e^{a(x-b)}}$.

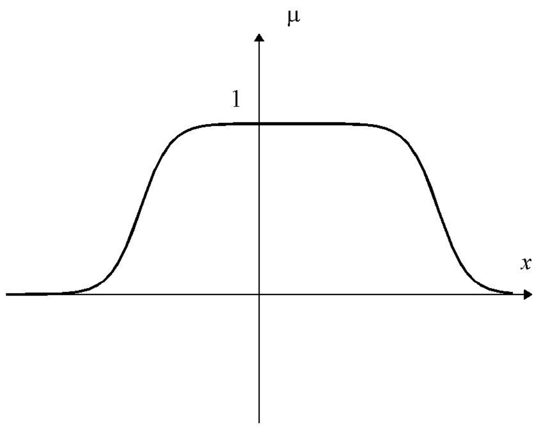
3. S-образные функции принадлежности.

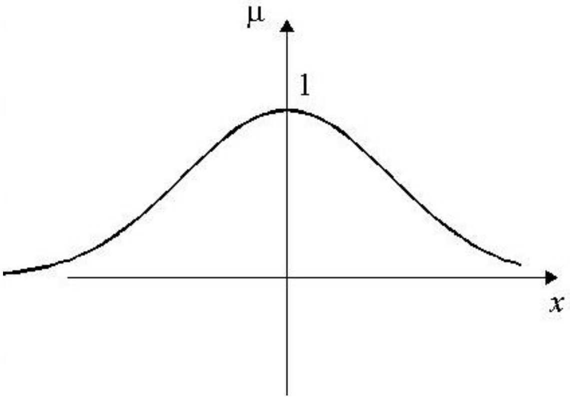




Способы задания s-образных функций аналогичны способам задания для z-образных функций.

4. П-образные функции принадлежности.





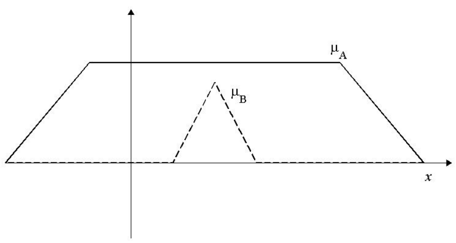
Способ задания $\mu(x) = \frac{1}{1+(\frac{x-c}{a})^{2b}}$.

Другой способ задания П-образной функции - перемножение z-образной и s-образной функций.

Операции над нечеткими множествами

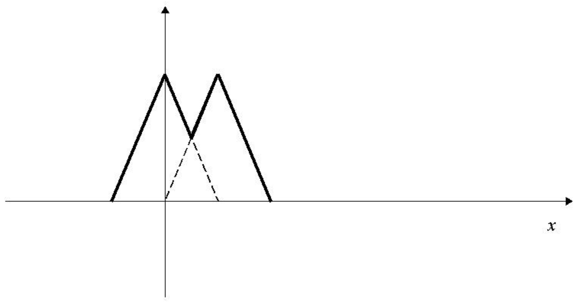
Зададим два нечетких множества на универсальном множестве X: $A, \mu_A(x); B, \mu_B(x)$.

Включение. B содержится в A (обозначается как $B \subset A$), если $\forall x \in X \mu_B(x) \leq \mu_A(x)$.



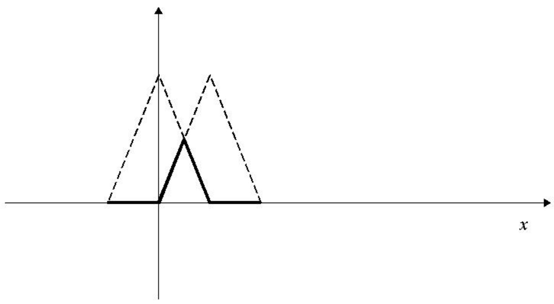
Объединение. $C = A \cup B$ - наименьшее нечеткое подмножество, включающее как A, так и B, с функцией принадлежности: $\mu_C(x) = \max\limits_{x \in X}\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$.

$A \cup \varnothing = A$.



Пересечение. $C = A \cap B$ - наибольшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в A и B: $\mu_C(x) = \min\limits_{x \in X}\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$.

$A \cap \varnothing = \varnothing$.



Дополнение. $C = \overline{A}$, $\mu_C(x) = 1 - \mu_A(x)$.

$A \cup \overline{A} \neq X$;

$A \cap \overline{A} \neq \varnothing$.

Разность. $C = A \backslash B = A \cap \overline{B}$.

$\mu_C(x) = \mu_{A \cap \overline{B}}(x) = \min\{\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)\}$.

Симметрическая разность. $C = A \triangle B$.

$\mu_C(x) = |\mu_A(x) - \mu_B(x)|$.