ЛЕКЦИЯ 8

Искусственные нейронные сети (ИНС) подразделяются на нейронные сети с прямым распространением сигнала (нейронные сети прямого действия, статические) и рекуррентные (динамические).

Примеры ИНС прямого действия: персептрон, РБФ (радиальные базисные функции).

Примеры рекуррентных сетей: соревновательные сети, сети Кохонена, сети Хопфилда и др.

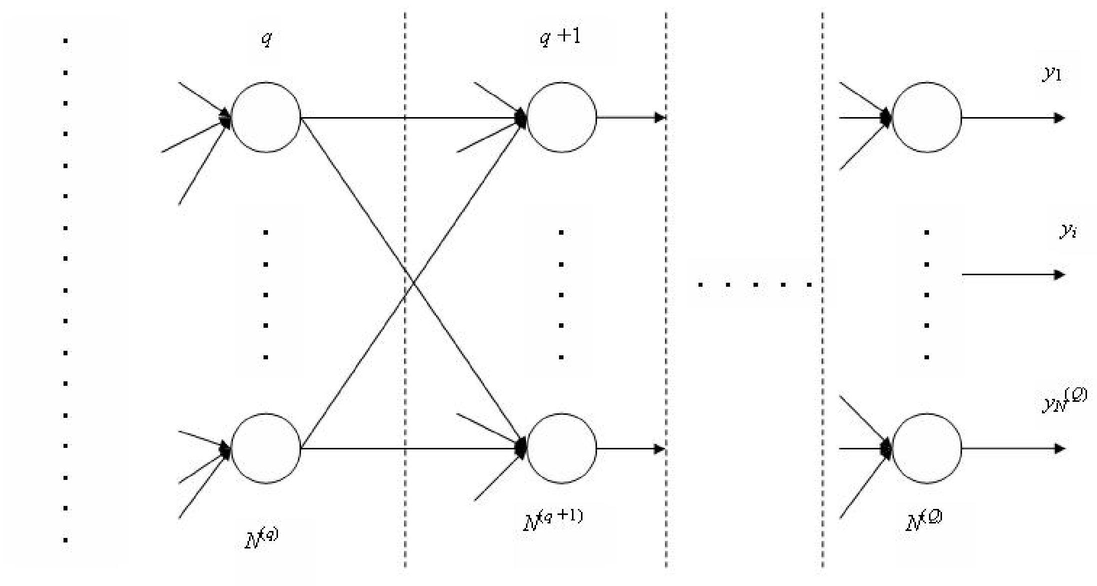
Обучение ИНС может происходить в режиме online (в реальном времени, это адаптивные системы) или в режиме offline (заданное время).

Далее будем рассматривать многослойные персептронные структуры с гладкими функциями активации.

Метод обратного распространения ошибки

Алгоритм обратного распространения ошибки (back propagation) - это итеративный градиентный алгоритм обучения, который используется с целью минимизации среднеквадратичного отклонения текущего выхода и желаемого выхода многослойных нейронных сетей.

Алгоритм обратного распространения используется для обучения многослойных нейронных сетей с последовательными связями.



$$E(\omega) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{N^{(Q)}}(y_{i,k} - d_{i,k})^2.$$

Эта формула есть эквивалент евклидовой нормы.

Здесь ω - вектор, который состоит из весов всех слоев, p - количество примеров обучающей выборки, $N^{(Q)}$ - количество нейронов в выходном слое.

Смысл алгоритма обратного распространения ошибки - знаем, как настроить веса последнего слоя - можем настроить веса предыдущего слоя.

$\frac{\partial E}{\partial y_i^{(q+1)}}$ - считаем известными.

Хотим найти $\frac{\partial E}{\partial y_{ij}^{(q)}}$.

$$\frac{\partial E}{\partial y_{ij}^{(q)}} = \sum_{k=1}^{p} \sum_{i=1}^{N^{(Q)}} (y_{i,k} - d_{i,k}) \frac{\partial y_{i,k}}{\partial \omega_{ij}^{(q)}} = \sum_{k=1}^{p} \sum_{i=1}^{N^{(Q)}} (y_{i,k} - d_{i,k}) \frac{\partial y_{i,k}}{\partial y^{(q)}} \frac{\partial y^{(q)}}{\partial \omega_{ij}^{(q)}},$$

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{ij}^{(q)}} = \frac{\partial E}{\partial y_i^{(q)}} \cdot \frac{\partial y_i^{(q)}}{\partial u_i^{(q)}} \varphi_j^{(q)} = (\sum_{r=1}^{N^{(q+1)}} \frac{\partial E}{\partial y_r^{(q+1)}} \cdot \frac{\partial y_r^{(q+1)}}{\partial u_r^{(q+1)}} \frac{\partial u_r^{(q+1)}}{\partial \varphi_i^{(q+1)}}) \frac{d y_i^{(q)}}{d u_i^{(q)}} \varphi_j^{(q)}.$$

Обозначим $\omega_{ri}^{(q+1)} = \frac{\partial u_r^{(q+1)}}{\partial \varphi_i^{(q+1)}}$ - вес синаптической связи, $\delta_r^{(q+1)} = \frac{\partial E}{\partial y_r^{(q+1)}} \cdot \frac{\partial y_r^{(q+1)}}{\partial u_r^{(q+1)}} \frac{\partial u_r^{(q+1)}}{\partial \varphi_i^{(q+1)}}$, $\varphi_i^{(q+1)} = y_i^{(q)}$.

$$\delta_r^{(q)} = \frac{\partial E}{\partial y_r^{(q)}} \frac{d y_r^{(q)}}{d u_r^{(q)}} \omega_{ri}^{(q)}.$$

$$\delta_i^{(q)} = [\sum_{r=1}^{N^{(q+1)}} \delta_r^{(q+1)}] \frac{d y_i^{(q)}}{d u_i^{(q)}}.$$

$$\nabla E \sim \frac{\partial E}{\partial \omega_{ij}^{(q)}} = \delta_i^{(q)} \varphi_j^{(q)}.$$

$$\delta_r^{(Q)} = \sum_{k=1}^{p} (y_{r,k} - d_{r,k}) \frac{d y_r^{(Q)}}{d u_r^{(Q)}}.$$

$$\omega_{ij}^{(q)}[t+1] = \omega_{ij}^{(q)}[t] - \eta \delta_i^{(q)} \varphi_j^{(q)}.$$

$E(\omega) \approx a_2 \eta^2 + a_1 \eta + a_0$ - примерно аппроксимируем таким многочленом.

Аппроксимация вдоль вектора градиента.

Находим η, который соответствует минимуму.

$\eta*$ - оптимальный шаг, который при минимуме.

Итерационность в изменении весов:

$$\Delta \omega_{ij}^{(q)}[t] = \alpha \Delta \omega_{ij}^{(q)}[t-1] + (1-\alpha) \eta \delta_i^{(q)} \varphi_j^{(q)}.$$

$$\omega_{ij}^{(q)}[t+1] = \omega_{ij}^{(q)}[t] - \Delta \omega_{ij}^{(q)}[t].$$

Если $\alpha = 0$, то итерационности нет, если $\alpha = 1$, то веса меняются на константу, которая ранее задана.

$E(\omega) = \frac{1}{2} e^T e$, e - ошибка, $e_i = (y_i - d_i)$.

Ряд Тейлора:

$E(\omega + p) = E(\omega) + G(\omega) p + o(p^2)$, G - градиент.

$E(\omega + p) = E(\omega) + G(\omega) p + \frac{1}{2} p^T H(\omega) p + o(p^2)$.

H - матрица Гесса (гессиан).