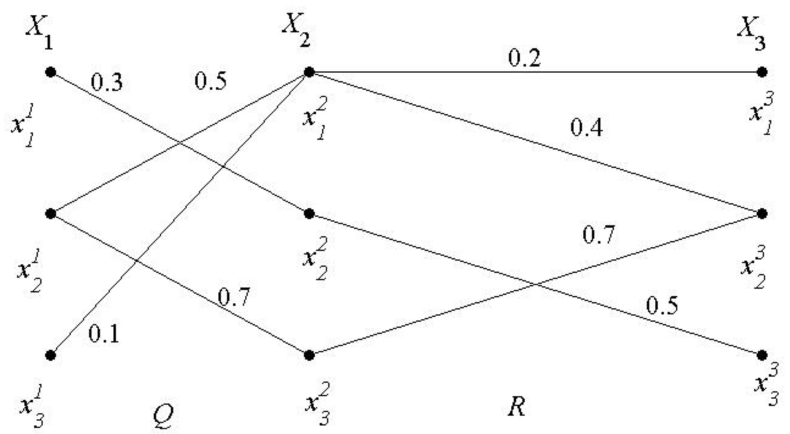
ЛЕКЦИЯ 3

Основные операции и характеристики нечетких отношений

- Доминирование н. о.: $R \subseteq Q : \mu_Q(< x_1, ... >) \geq \mu_R(< x_1, ... >)$.
- Пересечение двух отношений: $C = R \cap Q : \mu_C(< x_1, ... >) = \min\{\mu_Q(< x_1, ... >), \mu_R(< x_1, ... >)\}$.
- Объединение двух отношений: $C = R \cup Q : \mu_C(< x_1, ... >) = \max\{\mu_Q(< x_1, ... >), \mu_R(< x_1, ... >)\}$.
- Разность н. о.: $C = Q \backslash R : \mu_C(< x_1, ... >) = \max\{\mu_Q - \mu_R, 0\}$.
- Симметрическая разность: $C = Q \triangle R : \mu_C = |\mu_Q(< x_1, ... >) - \mu_R(< x_1, ... >)|$.
- Композиция бинарных н. о.: Пусть $Q : X_1 \times X_2; R : X_2 \times X_3$, у Q и R один общий универсум. Нечеткое отношение между Q и R, обозначаемое $S = Q \otimes R$ называется композицией (max-min-композицией или сверткой) и определяется выражением

  $\mu_S(< x_i, x_j >) = \max\limits_{x_k}\{\min\{\mu_Q(< x_i, x_k >), \mu_R(< x_k, x_j >)\}\}$.

  Пример.



$S : X_1 \times X_3$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (Max-prod)-композиция - альтернативная функция принадлежности бинарного отношения S. В данном случае операция нахождения минимума заменяется алгебраическим умножением.

  $\mu_S(< x_i, x_j >) = \max_{x_k}\{\mu_Q(< x_i, x_k >) * \mu_R(< x_k, x_j >)\}.$

НЕЧЕТКИЕ ВЫВОДЫ

Механизм нечетких выводов используется в различного рода экспертных и управляющих системах. В его основе лежит база знаний, формируемая в виде совокупности нечетких предикатных правил вида:

R_1: if x is A_1, then y is B_1,

R_2: if x is A_2, then y is B_2,

...

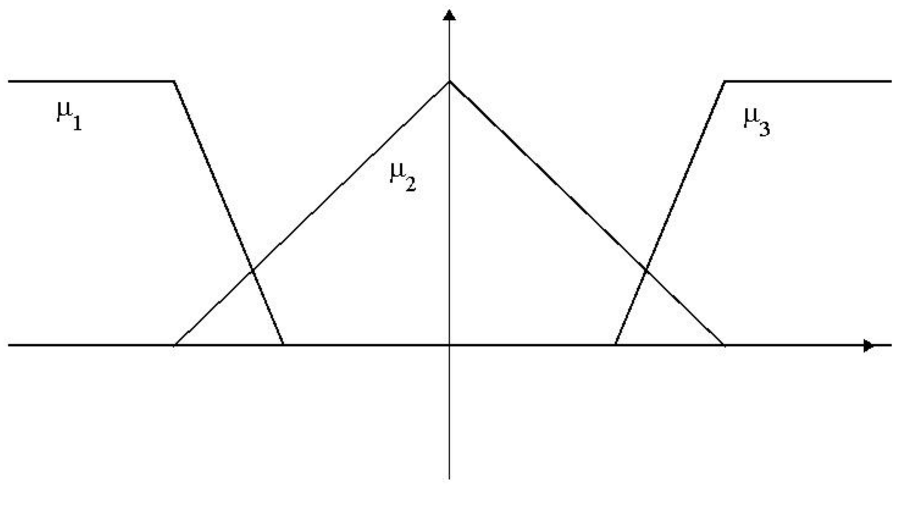
R_n: if x is A_n, then y is B_n,

где x - входная переменная (имя для известных значений данных), y - переменная вывода (имя для значения данных, которое будет вычислено); A и B - функции принадлежности, определенные соответственно на x и y.

Основные понятия и определения

- *Нечеткая переменная* представлена следующим набором: $\langle \alpha, X, A \rangle$, где α - имя нечеткой переменной, X - универсум, A - соответствующее нечеткое множество нечеткой переменной.

  Пример. "Ошибка скорости".



μ_1 - большая отрицательная ошибка, μ_2 - малая ошибка, μ_3 - большая положительная ошибка.

- *Лингвистическая переменная* - это набор из пяти элементов $\langle\beta, T, X, G, M\rangle$, где:

  β - имя лингвистической переменной,

  T - множество термов (названия нечетких переменных, входящих в состав лингвистической),

  X - универсум, на котором определены термы,

  G - набор процедур, который из существующих термов позволяет создать новые,

  M - набор процедур для задания основных термов.

  Пример: $\langle$"Ошибка скорости"; "большая отрицательная ошибка", "малая ошибка", "большая положительная ошибка"; R; $\{\cup, \cap, \setminus, \ldots\}$; $\{\mu_1, \mu_2, \mu_3\}\rangle$.

- *Нечеткая величина* - это есть нечеткое множество, у которого $X \equiv R$.

- *Нечеткий интервал* - это есть нечеткая величина, у которой μ - выпуклая.

- *Нечеткое число* - μ - выпуклая унимодальная.

- *Нечеткий нуль* - это есть нечеткое число с модой λ в нуле ($\lambda = 0$).

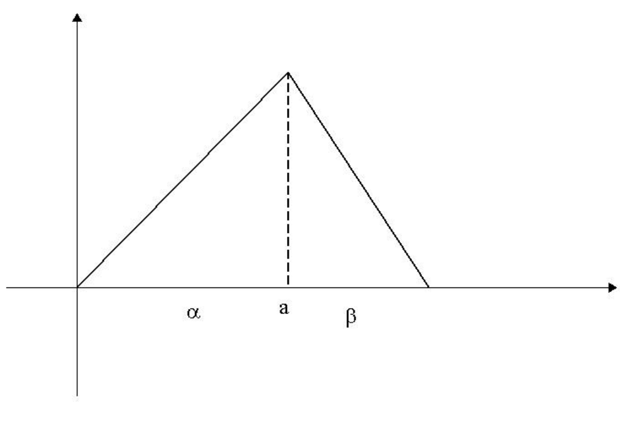
- *Положительные и отрицательные нечеткие числа* - нечеткие числа, которые имеют носитель определенного знака.

  $\mu(x) > 0$ - носитель строго положительный;

  $\mu(x) < 0$ - носитель строго отрицательный.

- *Треугольное нечеткое число* задается как $\langle a, \alpha, \beta\rangle$, где a - значение моды, α и β - коэффициенты нечеткости.

  $[a - \alpha, a + \beta]$ - носитель треугольного нечеткого числа.



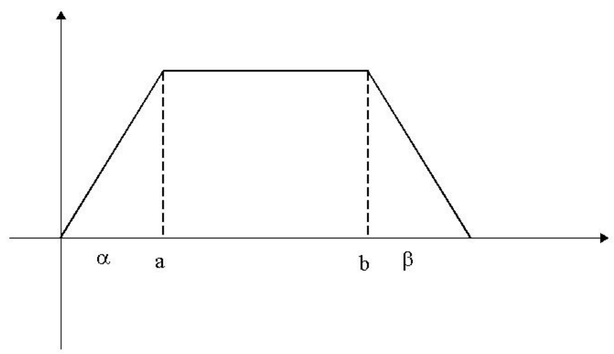
- *Трапециевидный нечеткий интервал* - $\langle a, b, \alpha, \beta \rangle$, где:

  a - нижняя мода;

  b - верхняя мода;

  α - левый коэффициент нечеткости;

  β - правый коэффициент нечеткости.

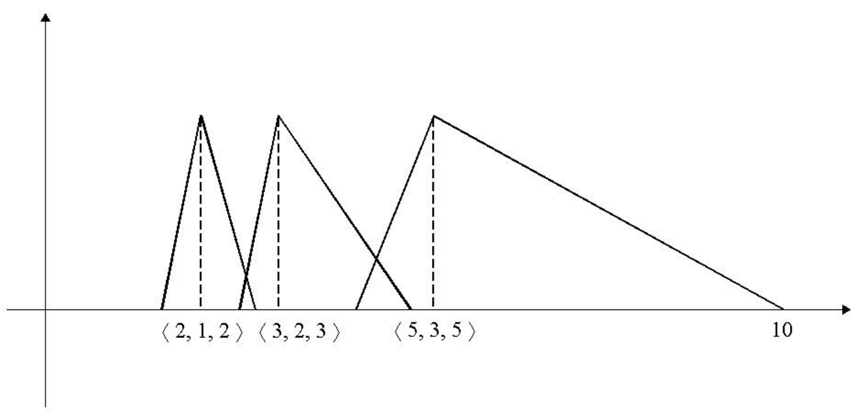


$[a - \alpha, b + \beta]$ - носитель нечеткого интервала.

Операции над треугольными нечеткими числами

- $A = \langle a_1, \alpha_1, \beta_1 \rangle$, $B = \langle a_2, \alpha_2, \beta_2 \rangle$.

  $A + B = \langle a_1 + a_2, \alpha_1 + \alpha_2, \beta_1 + \beta_2 \rangle$.



- $A - B = \langle a_1 - a_2, \alpha_1 + \beta_2, \alpha_2 + \beta_1 \rangle$.

- $$A \cdot B = \begin{cases} \langle a_1 a_2, a_1\alpha_2 + a_2\alpha_1, a_2\beta_1 + a_1\beta_2 \rangle, \ a_1, a_2 > 0; \\ \langle a_1 a_2, a_2\alpha_1 - a_1\beta_2, a_2\beta_1 - a_1\alpha_2 \rangle, \ a_1 < 0, a_2 > 0; \\ \langle a_1 a_2, -a_2\beta_1 - a_1\beta_2, -a_2\alpha_1 - a_1\alpha_2 \rangle, \ a_1 < 0, a_2 < 0. \end{cases}$$

- $A/B = \langle \frac{a_1}{a_2}, \frac{a_1\beta_2 + a_2\alpha_1}{a_2^2}, \frac{a_1\alpha_2 + a_2\beta_1}{a_2^2} \rangle; a_1 > 0, a_2 > 0.$

- $A^{-1} = \langle \frac{1}{a_1}, \frac{\beta_1}{a_1^2}, \frac{\alpha_1}{a_1^2} \rangle, a_1 > 0.$