

# ЛЕКЦИЯ 2

## Операции над нечеткими множествами

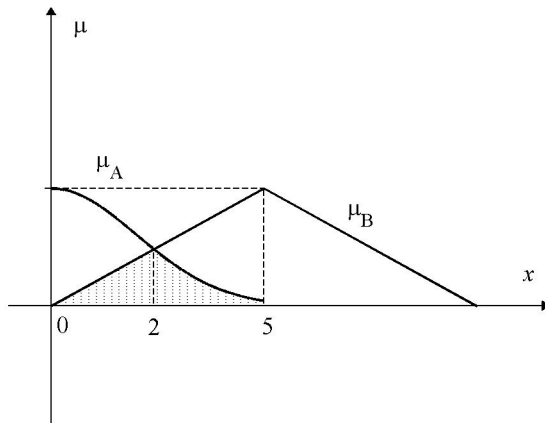
### Примеры

Заданы два нечетких множества  $A$  и  $B$ .

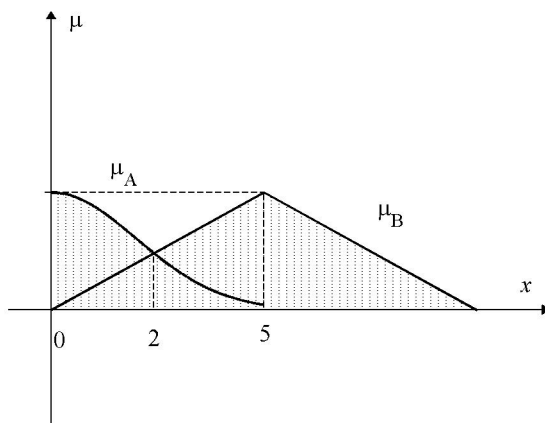
$$A = \{0/1, 1/0.8, 2/0.4, 3/0.1, 4/0.005\};$$

$$B = \{0/0, 1/0.2, 2/0.4, 3/0.6, 4/0.8, 5/1, 6/0.8, 7/0.6\}.$$

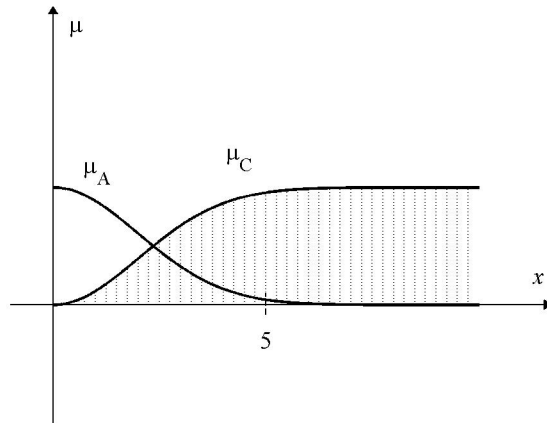
1.  $C = A \cap B = \{1/0.2, 2/0.4, 3/0.1, 4/0.005\}.$



2.  $C = A \cup B = \{0/1, 1/0.8, 2/0.4, 3/0.6, 4/0.8, 5/1, 6/0.8, 7/0.6\}.$



3.  $C = \overline{A} = \{0/0, 1/0.2, 2/0.6, 3/0.9, 4/0.995, 5/1, 6/1 \dots\}.$



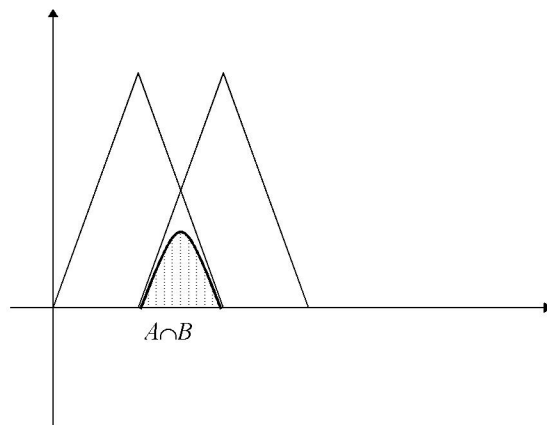
- Альтернативные способы:

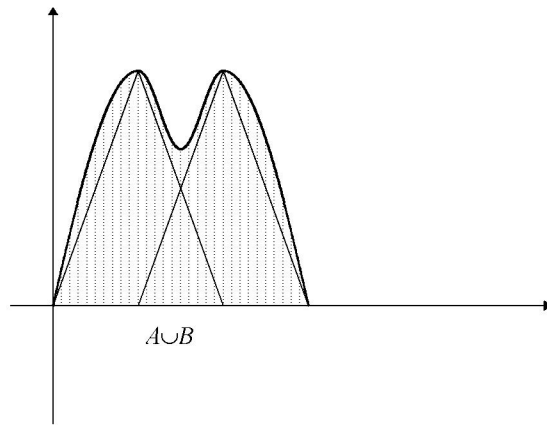
$$C = A \cap B.$$

$$\mu_C(x) = \mu_A(x)\mu_B(x).$$

$$C = A \cup B.$$

$$\mu_C(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x).$$





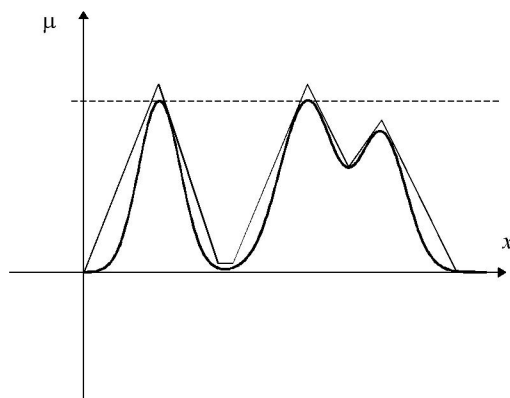
- Взвешенная сумма нечетких множеств:  

$$\mu_C(x) = \lambda \mu_A(x) + (1 - \lambda) \mu_B(x), \lambda \in [0, 1].$$
- Умножение на число:  

$$\mu_B(x) = a \mu_A(x), a \mu_A(x) \in [0, 1].$$
- Возведение в степень:  

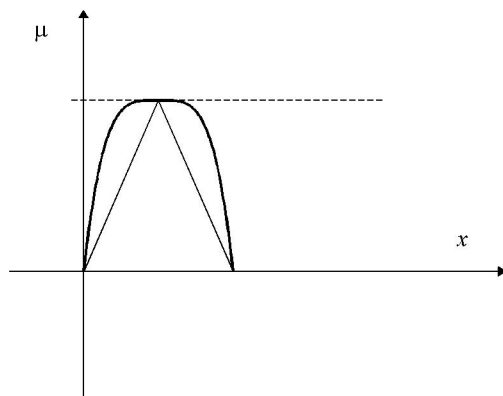
$$\mu_B(x) = (\mu_A(x))^k, k \geq 0.$$
- Операция концентрирования:  

$$\mu_B(x) = (\mu_A(x))^2.$$



- Операция растяжения:

$$\mu_B(x) = (\mu_A(x))^{0.5}.$$



## НЕЧЕТКИЕ ОТНОШЕНИЯ

**Нечетким отношением** на декартовом произведении универсума  $X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots$  называется такое подмножество элементов, которое задается в виде кортежей элементов:

$$Q = \{ \langle x_1, x_2, x_3, \dots \rangle \in X_1 \times X_2 \times \dots, \mu_Q(\langle x_1, x_2, x_3, \dots \rangle) \}.$$

Н.о. могут иметь разную арность - унарные, бинарные, ...,  $n$ -арные.

*Пример:*  $X_1 \times X_2$  - бинарное нечеткое отношение.

### Способы задания нечетких отношений

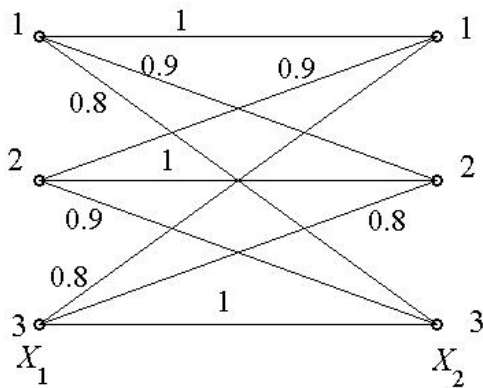
- В виде списков:

$$Q = \{ \langle 1, 1 \rangle / 1; \langle 1, 2 \rangle / 0.9; \langle 1, 3 \rangle / 0.8; \langle 2, 1 \rangle / 0.9; \langle 2, 2 \rangle / 1; \langle 2, 3 \rangle / 0.9; \langle 3, 1 \rangle / 0.8; \langle 3, 2 \rangle / 0.9; \langle 3, 3 \rangle / 1 \}.$$

$$X_1 = \{1, 2, 3\}, X_2 = \{1, 2, 3\}.$$

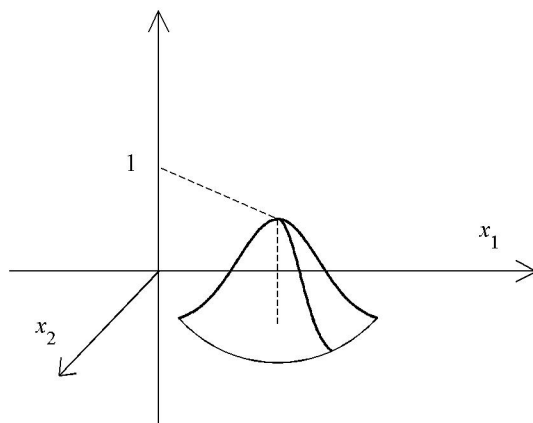
- Матричный способ:  $M_Q = \begin{pmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 \\ 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 1 \end{pmatrix}$

- Нечеткие графы:



- Графический и аналитический способы задания:

Графический способ задания:



$$\mu_Q(x_1, x_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_1^2 + x_2^2}{2\sigma^2}} - \text{аналитический способ.}$$

### Основные операции и характеристики нечетких отношений

- Обратное нечеткое отношение:  $Q, Q^{-1}$ .

$$\mu_{Q^{-1}}(x_i, x_j) = \mu_Q(x_j, x_i).$$

- Носитель нечеткого отношения:  $\mu(x_1, x_2, \dots) > 0$ .
- Отношения  $\alpha$ -уровня:  $\mu(x_1, x_2, \dots) > \alpha$ .

- Высота н. о.:  $h = \sup_{\langle x_1, x_2, \dots \rangle \in X_1 \times X_2 \times \dots} (\mu(x_1, x_2, \dots))$ .
- Нормальное нечеткое отношение:  $\max(\mu(x_1, x_2, \dots)) = 1$ .
- Субнормальное н. о.:  $h = 1, \max(\mu(x_1, x_2, \dots)) < 1$ .
- Равенство:  $Q = R, \mu_Q(\langle x_1, \dots \rangle) = \mu_R(\langle x_1, \dots \rangle)$ .