Serie 1

Aufgabe 1.1

Der Datensatz der OECD enthält Messgrössen, die das Wohlergehen von Kindern in den Mitgliedsstaaten ermitteln sollen. Im Jahr 2009 wurde abgefragt:

- Einkommen (Average disposable income): das durchschnittliche Einkommen der Eltern [in tausend US Dollar pro Kind].
- Armut (Children in poor homes): der Anteil [immer in Prozent] an Kindern in einem armen Elternhaus.
- Bildung (Educational Deprivation): der Anteil an Kindern, die ohne Grundausstattung (Bücher, Schreibtisch, Computer, Internet) für Bildung auskommen müssen.
- Wenig Raum (Overcrowding): der Anteil an Kindern, die auf zu wenig Raum wohnen.
- Umwelt (Poor environmental conditions): der Anteil an Kindern, die unter schlechten Umweltbedingungen leben.
- Lesen (Average mean literacy score): mittlerer PISA-Score zur Lesefähigkeit.
- Geburtsgewicht (Low birth weight): der Anteil an Kindern, die bei der Geburt weniger als 2.5 kg wiegen.
- Säuglingssterblichkeit (Infant mortality): Säuglingssterblichkeit (< 1 Jahr) [*x* in Tausend].
- Sterblichkeit (Mortality rates): Sterblichkeit (< 20 Jahre) [x in 100 000].
- Selbstmord (Suicide rates): Selbstmord von Jugendlichen im Alter von 15 bis 19 [*x* in 100 000].
- Bewegung (Physical activity): der Anteil an 11, 13 und 15 jährigen Jugendlichen, die sich regelmässig bewegen.
- Rauchen (Smoking): der Anteil an 15 jährigen Jugendlichen, die mindestens einmal die Woche rauchen.
- Alkohol (Drunkenness): der Anteil an 13-15 jährigen Jugendlichen, die mindestens zweimal betrunken waren.
- Bullying (Bullying): der Anteil an Kindern, die angeben, in der Schule bedroht zu werden.

- Schule (Liking school): der Anteil an Kindern, die angeben die Schule zu mögen.
- a) Speichern Sie die Datei child.csv und lesen Sie den Datensatz child.csv mit der Funktion

```
from pandas import Series,DataFrame
import pandas as pd

data = pd.read_csv(r"*child.csv", sep=",", index_col=0)
```

Achtung: Für * muss der gesamte Pfad angegeben werden, wo sich ihr File child.csv befindet.

Das Argument sep="," braucht es, weil die Kolonnen im File child.csv durch Kommata getrennt sind.

Das Argument index_col=0 erreicht, dass die 1. Spalte des Files als Index erkannt wird.

Mögliche Schwierigkeiten beim Einlesen:

- Fehlermeldung: "... file not found..." \rightarrow Falscher Pfad
- Fehlermeldung: "... unicodexxxx ..." \rightarrow Leerzeichen in Ordnernamen (vermeiden Sie diese)
- Fehlermeldung: "... list has no end ..." \rightarrow File wurde falsch eingelesen (nicht Ihr Fehler). Versuchen Sie es nochmals.
- Achtung: Die Datei nicht mit Excel oder einem anderen Spreadsheet öffenen und abspeichern!
- b) Überprüfen Sie mit dem Attribut . shape die Dimension der Daten.
- c) Bestimmen Sie den Mittelwert und Median der einzelnen Variablen mit dem Python-Attribut .describe().
- d) Überprüfen Sie, ob die Niederlande in der Länderliste des Datensatzes auftaucht. Gibt es auch einen Eintrag für China? Die Zeilennamen ermitteln Sie mit dem Attribut .index.

Wie erhalten Sie die Spaltennamen?

e) In welchen fünf Ländern waren die meisten Jugendlichen mindestens zweimal betrunken? Wie hoch ist der maximale Prozentsatz? Benützen Sie die Methode .sort_values(by=..., ascending=...). Verwenden Sie die Internetseiten oben, um die Punkte auszufüllen.

- f) In welchem Land ist die Säuglingssterblichkeit am geringsten? Wie hoch ist sie in diesem Land? Benützen Sie die Methode .nsmallest(...)
- g) In welchen Ländern ist der Prozentsatz an Jugendlichen, die sich regelmässig bewegen, kleiner als der Durchschnitt? Benützen Sie das Attribut .mean () und

```
data.loc[... < ..., :]
```

Das Dataframe d. fuel enthält die Daten verschiedener Fahrzeuge aus einer amerikanischen Untersuchung der 80er-Jahre. Jede Zeile (row) enthält die Daten eines Fahrzeuges (ein Fahrzeug entspricht einer Beobachtung).

a) Lesen Sie die auf Ilias abgelegte Datei d.fuel.dat ein mit dem folgenden Pandas-Befehl:

```
import pandas as pd
from pandas import DataFrame, Series

fuel = pd.read_table(r"*d.fuel.dat", sep=",", index_col=0)
```

Die Spalten (columns) enthalten die folgenden Variablen:

```
weight: Gewicht in Pounds (1 Pound = 0.453 59 kg)
```

mpg: Reichweite in Miles Per Gallon (1 gallon = 3.789 l; 1 mile = 1.6093 km)

type: Autotyp

- b) Wählen Sie nur die fünfte Zeile des Dataframe d. fuel aus. Welche Werte stehen in der fünften Zeile? Verwenden Sie das Attribut .loc (siehe Aufgabe 1)).
- c) Wählen Sie nun die erste bis fünfte Beobachtung des Datensatzes aus. So lässt sich übrigens bei einem unbekannten Datensatz ein schneller Überblick über die Art des Dataframe gewinnen.
- d) Berechnen Sie den Mittelwert der Reichweiten aller Autos in Miles/Gallon.

```
Python -Hinweis: Methode .mean()
```

- e) Berechnen Sie den Mittelwert der Reichweite der Autos 7 bis 22.
- f) Erzeugen Sie einen neuen Vektor t_kml, der alle Reichweiten in km/l, und einen Vektor t_kg, der alle Gewichte in kg enthält.
- g) Berechnen Sie den Mittelwert der Reichweiten in km/l und denjenigen der Fahrzeuggewichte in kg.

Bei der Ermittlung der landwirtschaftlichen Nutzfläche von Bauernhöfen in einem Bezirk ergaben sich folgende Werte (in ha):

2.1, 2.4, 2.8, 3.1, 4.2, 4.9, 5.1, 6.0, 6.4, 7.3, 10.8, 12.5, 13.0, 13.7, 14.8, 17.6, 19.6, 23.0, 25.0, 35.2, 39.6

a) Berechnen Sie die Summen $\sum x_i$ und $\sum x_i^2$.

Python -Hinweis: Verwenden Sie die Methode . sum ()

b) Berechnen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung (ohne die in **pandas** implementierten Funktionen, sondern aufgrund der Definition der Grössen).

Python -Hinweis: Verwenden Sie die Methode . size ()

c) Bestimmen Sie den Median (ohne die in **pandas** implementierte Funktion, sondern aufgrund der Definition der Grössen).

Python -Hinweis: Verwenden Sie zum Sortieren die Methode .sort_values () und den Befehl np.round () zum Runden.

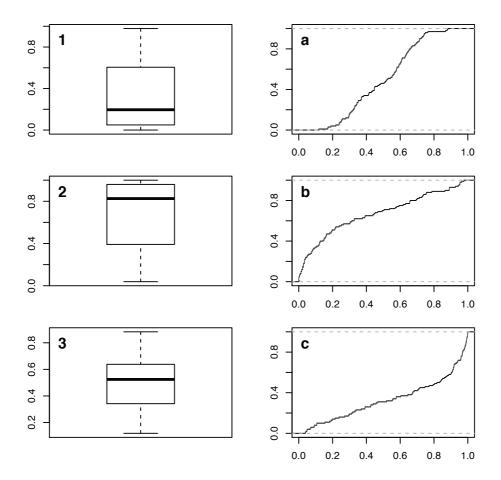
- d) Bestimmen Sie nun Mittelwert, Standardabweichung, Median und das 75% Quantil mit den Methoden .mean(), .std(), .median().
- e) Überprüfen Sie aufgrund des Datenvektors mit den landwirtschaftlichen Nutzflächen, dass das arithmetische Mittel der **standardisierten** Variablen

$$z_i = \frac{x_i - \overline{x}}{s_x}$$
 mit $i = 1, \dots, n$

gleich null und die empirische Standardabweichung von z_i gleich 1 ist.

Aufgabe 1.4

Für drei Stichproben vom Umfang n=100 wurden je ein Boxplot und die empirische Verteilungsfunktion gezeichnet. Ordnen Sie die drei Boxplots den entsprechenden empirischen Verteilungsfunktionen zu:



Der Geysir Old Faithful im Yellowstone National Park ist eine der bekanntesten heissen Quellen. Für die Zuschauer und den Nationalparkdienst ist die Zeitspanne zwischen zwei Ausbrüchen und die Eruptionsdauer von grossem Interesse. Auf Ilias sind die Messungen in der Datei geysir.dat vom 1.8.1978 - 8.8.1978 in 3 Spalten abgelegt: Tag, Zeitspanne und Eruptionsdauer.

a) Zeichnen Sie Histogramme von der Zeitspanne zwischen zwei Ausbrüchen. Lesen Sie zuerst die Datei ein

```
from pandas import Series, DataFrame import pandas as pd import matplotlib.pyplot as plt import numpy as np
```

```
geysir = pd.read_table(r"*geysir.dat", sep=" ", index_col=0)
```

Für * geben Sie wieder den gesamten Dateipfad der Datei ein.

Mit der Methode .head () können Sie überprüfen, ob die Datei richtig eingelesen wurde:

```
geysir.head()
     Tag Zeitspanne Eruptionsdauer
## 1
      1
                 78
                               4.4
## 2
      1
                 74
                               3.9
## 3
      1
                 68
                               4.0
## 4
      1
                               4.0
                 76
## 5 1
                 80
                               3.5
```

Wir zeichnen nun die Histogramme. Um die Histogramme besser mit einander vergleichen zu können, zeichnen wir diese in Teilplots. Die geschieht mit dem Befehl

```
plt.subplot(221)
```

Dies erzeugt vier Fenster in der Graphik, nämlich zwei Zeilen und zwei Spalten. Die 1 am Schluss bedeutet, dass der nächste Plot in das erste Fenster gezeichnet wird.

Was fällt auf? Was ist der Unterschied zwischen den drei Histogrammen?

b) Zeichnen Sie Histogramme (Anzahl Klassen variieren) von der Eruptionsdauer:

```
geysir["Eruptionsdauer"].plot(kind="hist")
```

Was fällt auf? Vergleichen Sie mit der ersten Teilaufgabe.

c) Zeichnen Sie die empirische kumulative Verteilungsfunktion von der Eruptionsdauer von Old Faithful Geysir. Untersuchen Sie, wie viel Prozent der Eruptionen höchstens 2 Minuten gedauert haben, sowie welche Eruptionsdauer der 60 % Eruptionen, die am längsten gedauert haben, mindestens gedauert haben.

Kurzlösungen vereinzelter Aufgaben

A 1.3:

a) 269.1,5729.27

c) 10.8

b) 12.81, 114, 10.68

d) 4.9, 17.6

Musterlösungen zu Serie 1

Lösung 1.1

a) (zu **R**)

Mit dem Attribut .head() können wir überprüfen, ob die Datei richtig eingelesen wurde. Dabei werden standardmässig die ersten fünf Zeilen ausgegeben.

Sie sehen noch, dass Werte NaN vorkommen. Dies steht für "not a number" und steht in solchen Untersuchungen für Werte, die nicht erhoben wurden oder unbekannt sind. Für weitere Berechnungen werden diese NaN ignoriert.

b) (zu **R**)

Die Dimension ermitteln wir dann mit

```
data.shape ## (30, 21)
```

Der Datensatz enthält also 30 Zeilen und 21 Spalten.

c) (zu **R**)

Eine Zusammenfassung lässt sich mit **Python** folgendermassen erhalten:

```
data.describe()

## Average.disposable.income ... Liking.school

## count 30.000000 ... 25.00000

## mean 18.847713 ... 27.17200

## std 7.597219 ... 10.39926

## min 3.839462 ... 11.70000

## 25% 16.617877 ... 21.40000

## 50% 21.107187 ... 25.60000

## 75% 22.642722 ... 34.90000

## max 34.241822 ... 57.40000

##

## [8 rows x 21 columns]
```

Die Mittelwerte können wir auch wie folgt herauslesen: (zu R)

```
data.mean()
```

##	Average.disposable.income	18.847713	
##	Children.in.poor.homes	12.372193	
##	Educational.Deprivation	2.673333	
##	Overcrowding	31.950163	
##	Poor.environmental.conditions	25.217498	
##	Average.mean.literacy.score	496.317000	
##	Literacy.inequality	1.665085	
##	Youth.NEET.rate	7.377778	
##	Low.birth.weight	6.643333	
##	Infant.mortality	5.446667	
##	Breastfeeding.rates	86.027586	
##	Vaccination.ratespertussis.	93.775862	
##	Vaccination.rates.measles.	91.517241	
##	Physical.activity	20.134615	
##	Mortality.rates	24.598966	
##	Suicide.rates	6.856272	
##	Smoking	16.512500	
##	Drunkenness	15.225000	
##	Teenage.births	15.500000	
##	Bullying	10.979167	
	Liking.school	27.172000	
##	_	_ : : = : = : 0 0 0	

Entsprechend gilt für den Median $(zu \mathbf{R})$

da	ta.median()		
##	Average.disposable.income	21.107187	
##	Children.in.poor.homes	11.659053	
##	Educational.Deprivation	1.500000	
##	Overcrowding	21.574977	
##	Poor.environmental.conditions	25.487116	
##	Average.mean.literacy.score	501.335000	
##	Literacy.inequality	1.682739	
##	Youth.NEET.rate	6.20000	
##	Low.birth.weight	6.750000	
##	Infant.mortality	4.20000	
##	Breastfeeding.rates	91.000000	
##	Vaccination.ratespertussis.	95.800000	
##	Vaccination.rates.measles.	94.000000	
##	Physical.activity	19.300000	
##	Mortality.rates	23.150000	
##	Suicide.rates	6.784772	
##	Smoking	16.600000	
##	Drunkenness	14.550000	

```
## Teenage.births 10.600000
## Bullying 9.650000
## Liking.school 25.600000
## dtype: float64
```

d) (zu **R**)

Wir wollen die Zeilennamen unseres Datensatzes ermitteln

```
data.index

## Index(['Australia', 'Austria', 'Belgium', 'Canada', 'Czech Republic',

## 'Denmark', 'Finland', 'France', 'Germany', 'Greece', 'Hungary',

## 'Iceland', 'Ireland', 'Japan', 'Korea', 'Luxembourg', 'Mexico',

## 'Netherlands', 'New Zealand', 'Norway', 'Poland', 'Portugal',

## 'Slovak Republic', 'Spain', 'Sweden', 'Switzerland', 'Turkey',

## 'United Kingdom', 'United States'],

## dtype='object')
```

Die Niederlande ist in dieser Liste enthalten, China hingegen nicht.

Wir können dies auch mit einem Befehl überprüfen: (zu R)

```
"China" in data.index
"Netherlands" in data.index
## False
## True
```

Das **in** hat die Bedeutung eines Elementzeichens ∈ für Mengen.

Mit dem Attribut .columns erhalten wir die Spaltennamen. (zu R)

e) (zu **R**)

Aus der Teilaufgabe vorher sehen wir, dass Betrunkenheit als Spalte *Drunkenness* aufgeführt wird.

Um zu ermitteln, in welchen 5 Ländern die meisten Jugendlichen mindestens zweimal betrunken sind, ordnen wir den Datensatz nach **Drunkenness**

Hier wurde mit

```
drunk = data.sort_values(by="Drunkenness", ascending=False)
```

eine neue Tabelle erzeugt. Diese ist nach **Drunkenness** absteigend (**ascending = False**) geordnet und wird dem Namen **drunk** zugeordnet wurde.

```
drunk["Drunkenness"]
```

gibt die Spalte **Drunkenness** aus. Mit .head() wird diese Ausgabe auf die ersten 5 Zeilen beschränkt.

In Dänemark sind die meisten Jugendlichen mindestens zweimal betrunken, nämlich

```
data.loc["Denmark", "Drunkenness"]
## 24.8
```

Prozent der dänischen Jugendlichen.

f) (zu **R**)

Die Spalte, in der der Wert mit der kleinsten Säuglingssterblichkeit steht, lautet *Infant.mortality*

```
infant = data.nsmallest(n=1, columns = "Infant.mortality")
infant.index
## Index(['Iceland'], dtype='object')
```

Hier wurde mit

```
infant = data.nsmallest(n=1, "Infant.mortality")
```

eine neue Tabelle erzeugt. Diese ist nach **Infant.Mortality** aufsteigend (ascending = True) geordnet und enthält nur eine Zeile. Sie wird dem Namen infant zugeordnet.

g) (zu **R**)

Der Mittelwert der Anzahl an Jugendlichen, die sich regelmässig bewegen, lautet

```
data["Physical.activity"].mean()
## 20.13461538461539
```

Also in folgenden Ländern ist die Anzahl an Jugendlichen, die sich regelmässig bewegen, kleiner als im OECD Durchschnitt (zu R)

Der Befehl

```
data.loc[data["Physical.activity"] < mean_phys,:]</pre>
```

erzeugt eine neue Tabelle, wo nur die Zeilen aufgeführt sind, bei denen der Wert in **Physical.activity** kleiner als der OECD-Durchschnitt ist. Das Attribut .index gibt dann den Index dieser Tabelle aus.

Lösung 1.2

a) (zu **R**)

Siehe Aufgabenstellung.

```
import pandas as pd
from pandas import DataFrame, Series

fuel = pd.read_table("*d.fuel.dat", sep=", ", index_col=0)
```

Um die Daten in Tabellenform zu sehen, tippt man den Namen des Objektes ein

```
fuel
     weight mpg
##
                 type
## X
## 1
     2560 33
                 Small
## 2
      2345 33
                 Small
## 3
      1845 37
                 Small
## 4
      2260 32
                 Small
## 5
      2440 32
                 Small
## 6 2285 26 Small
```

##	7	2275	33	Small
##	8	2350	28	Small
##	9	2295	25	Small
##	10	1900	34	Small
##	11	2390	29	Small
##	12	2075	35	Small
##	13	2330	26	Small
##	14	3320	20	Sporty
##	15	2885	27	Sporty
##	16	3310	19	Sporty
##	17	2695	30	Sporty
##	18	2170	33	Sporty
##	19	2710	27	Sporty
##	20	2775	24	Sporty
##	21	2840	26	Sporty
##	22	2485	28	Sporty
##	23	2400	27	Compact
##	24	2640	23	Compact
##				
	25	2655	26	Compact
##	26	3065	25	Compact
##	27	2750	24	Compact
##	28	2920	26	Compact
##	29	2780	24	Compact
##	30	2745	25	Compact
##	31	3110	21	Compact
##	32	2920	21	Compact
##	33	2645	23	Compact
##	34	2575	24	Compact
##	35	2935	23	Compact
##	36	2920	27	Compact
##	37	2985	23	Compact
##	38	3265	20	Medium
##	39	2880	21	Medium
##	40	2975	22	Medium
##	41	3450	22	Medium
##	42	3145	22	Medium
##	42	3143		Medium
			22	
##	44	3610	23	Medium
##	45	2885	23	Medium
##	46	3480	21	Medium
##	47	3200	22	Medium
##	48	2765	21	Medium
##	49	3220	21	Medium
##	50	3480	23	Medium

```
## 51 3325 23 Large
## 52
         3855
               18
                     Large
## 53
         3850
                20
                     Large
## 54
        3195
               18
                       Van
## 55
         3735
               18
                        Van
## 56
        3665
               18
                       Van
## 57
         3735
               19
                        Van
## 58
        3415
               20
                        Van
## 59
         3185
                20
                        Van
              19
## 60
        3690
                        Van
```

b) (zu **R**)

Auswählen der fünften Beobachtung:

```
fuel.loc[5,:]

## weight 2440

## mpg 32

## type Small

## Name: 5, dtype: object
```

c) (zu **R**)

Auswählen der 1. bis 5. Beobachtung:

```
fuel.loc[1:5,:]
##
     weight mpg
                type
## X
## 1
       2560
             33 Small
## 2
       2345 33 Small
## 3
             37 Small
       1845
## 4
       2260
            32
                 Small
## 5 2440
            32 Small
```

Alternativ kann man sich eine Übersicht verschaffen mit Hilfe des Attributes . head ()

```
fuel.head()
\# \#
     weight mpg
                  type
## X
## 1
       2560
              33 Small
## 2
       2345
              33 Small
## 3
              37
       1845
                 Small
## 4
       2260
            32 Small
## 5 2440 32 Small
```

d) (zu **R**)

Die Werte der Reichweiten stehen in der dritten Spalte, die **mpg** heisst. Zur Berechnung des Mittelwertes gibt es verschiedene Möglichkeiten, welche sich in der Art der Datenselektion unterscheiden:

e) (zu **R**)

Auch hier gibt es wieder verschiedene Möglichkeiten. Eine davon ist:

```
fuel.loc[7:22, "mpg"].mean()
## 27.75
```

f) (zu **R**)

Umrechnung der Miles Per Gallon in Kilometer pro Liter und der Pounds in Kilogramm:

```
t_kml = fuel["mpg"]*1.6093/3.789
t_kml
## X
## 1
         14.016073
## 2
         14.016073
## 3
         15.714991
## 4
         13.591343
## 5
         13.591343
## 6
         11.042966
## 7
         14.016073
## 8
         11.892425
## 9
         10.618237
         14.440802
## 10
## 11
         12.317155
## 12
         14.865532
## 13
         11.042966
         8.494590
## 14
         11.467696
## 15
## 16
         8.069860
## 17
         12.741884
## 18
         14.016073
         11.467696
## 19
         10.193508
## 20
       11.042966
## 21
```

```
## 22 11.892425
## 23
       11.467696
## 24
         9.768778
## 25
       11.042966
## 26
        10.618237
## 27
        10.193508
## 28
        11.042966
## 29
        10.193508
       10.618237
## 30
## 31
        8.919319
## 32
         8.919319
## 33
        9.768778
## 34
       10.193508
## 35
        9.768778
## 36
       11.467696
## 37
         9.768778
## 38
        8.494590
## 39
         8.919319
## 40
         9.344049
## 41
         9.344049
## 42
         9.344049
## 43
         9.344049
## 44
         9.768778
## 45
         9.768778
         8.919319
## 46
## 47
         9.344049
## 48
         8.919319
## 49
        8.919319
## 50
         9.768778
## 51
         9.768778
## 52
         7.645131
## 53
         8.494590
## 54
         7.645131
## 55
         7.645131
## 56
         7.645131
## 57
         8.069860
## 58
         8.494590
## 59
         8.494590
## 60
         8.069860
## Name: mpg, dtype: float64
t_kg = fuel["weight"] *0.45359
```

t_kg

```
## X
## 1
         1161.19040
## 2
         1063.66855
## 3
         836.87355
## 4
         1025.11340
## 5
         1106.75960
## 6
         1036.45315
## 7
         1031.91725
## 8
         1065.93650
## 9
         1040.98905
## 10
         861.82100
## 11
         1084.08010
## 12
         941.19925
## 13
         1056.86470
         1505.91880
## 14
## 15
         1308.60715
## 16
         1501.38290
## 17
         1222.42505
## 18
         984.29030
## 19
         1229.22890
## 20
         1258.71225
## 21
         1288.19560
## 22
         1127.17115
## 23
         1211.08530
## 24
         1197.47760
## 25
         1204.28145
## 26
         1390.25335
## 27
         1247.37250
## 28
         1324.48280
## 29
         1260.98020
## 30
         1245.10455
## 31
         1410.66490
## 32
         1324.48280
## 33
         1199.74555
## 34
         1167.99425
## 35
         1331.28665
## 36
         1324.48280
## 37
         1353.96615
## 38
         1480.97135
         1306.33920
## 39
         1349.43025
## 40
## 41
         1564.88550
## 42
         1426.54055
## 43
        1446.95210
```

```
## 44 1637.45990
## 45
        1308.60715
        1578.49320
## 46
## 47
       1451.48800
## 48
       1254.17635
## 49
       1460.55980
       1578.49320
## 50
## 51
       1508.18675
       1748.58945
## 52
## 53
       1746.32150
       1449.22005
## 54
## 55
       1694.15865
## 56
       1662.40735
## 57
       1694.15865
## 58
       1549.00985
## 59
       1444.68415
## 60
       1673.74710
## Name: weight, dtype: float64
```

Lösung 1.3

Erzeugen eines Vektors x aus den Daten: (zu R)

```
from pandas import Series
import pandas as pd
import numpy as np

x = Series([2.1, 2.4, 2.8, 3.1, 4.2, 4.9, 5.1, 6.0, 6.4, 7.3,
10.8, 12.5, 13.0, 13.7, 14.8, 17.6, 19.6, 23.0, 25.0, 35.2, 39.6])
```

```
a) (zu R)
```

```
\sum x_i = \frac{1}{1} \times 10^{-5} = \frac{1}{1} \times 10^{-5
```

b) (zu **R**)

Mittelwert: $\frac{1}{n} \sum x_i =$

```
n = x.size
mean_x = 1/n * x.sum()
mean_x
## 12.814285714285715
```

$(zu \mathbf{R})$

Varianz:

```
var_x = 1/(n-1) * ((x-mean_x)**2).sum()

var_x

## 114.04728571428574
```

$(zu \mathbf{R})$

Standardabweichung

```
np.sqrt(var_x)
## 10.679292378911898
```

c) (zu **R**)

Median:

```
x_sorted = x.sort_values()
n = x.size
k = np.round(0.5*n+0.5)-1
x_sorted[k]
## 10.8
```

Nach der Rundung muss noch 1 subtrahiert werden, da der Index der Series x_sorted bei 0 beginnt.

d) (zu R)

Mit den pandas-Befehlen erhalten wir für die obigen Resultate:

```
x.mean()
## 12.814285714285715

x.std()
## 10.679292378911898
```

```
x.median()
## 10.8
```

e) (zu **R**)

Wir stellen aufgrund unseres Beispieldatensatzes für den arithmetischen Mittelwert und die Standardabweichung fest, dass

```
z = (x-x.mean())/x.std()
z.mean()
## -2.114710523095536e-17
```

was gerundet 0 ergibt und

```
z.std()
## 1.0
```

Im Allgemeinen ergibt sich für den arithmetischen Mittelwert von z_i

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} z_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i - \overline{x}}{s_x}$$

$$= \frac{1}{n \cdot s_x} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})$$

$$= \frac{1}{n \cdot s_x} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{n}{n} \cdot x_i - \overline{x} \right)$$

$$= \frac{1}{n \cdot s_x} \left(\frac{n}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \overline{x} \right)$$

$$= \frac{1}{n \cdot s_x} (n\overline{x} - n\overline{x})$$

$$= 0.$$

Für die Varianz von z_i erhalten wir

$$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (z_i - \overline{z})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (z_i - 0)^2$$
$$= \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \overline{x})^2}{s_x^2}$$
$$= \frac{1}{s_x^2} \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$$

$$= \frac{1}{s_x^2} s_x^2$$
$$= 1.$$

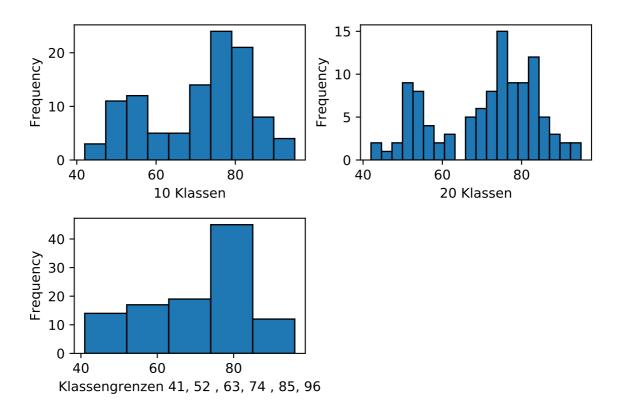
Lösung 1.4

1b, 2c, 3a

Lösung 1.5

a) (zu **R**)

Die Plots sehen wie folgt aus:

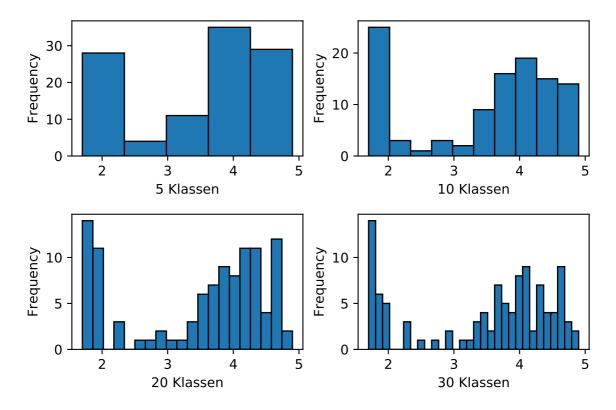


Die drei Histogramme in der Abbildung zeigen die Intervalle zwischen zwei Ausbrüchen von Old Faithful. Auffallend ist, dass Zeitspannen um 55 Minuten aber auch zwischen 70 und 85 Minuten häufiger vorkommen als andere Intervalle. So eine Verteilung mit zwei Gipfeln heisst auch *bimodal*.

Werden die Klassenbreiten ungeschickt gewählt, entdeckt man diese Besonderheit der Geysirdaten nicht. Das ist im dritten Histogramm passiert. Das Beispiel illustriert, dass die richtige Wahl der Klassenbreiten- bzw. grenzen wohlüberlegt sein muss.

b) (zu **R**)

Die Histogramme mit 5, 10, 20 und 30 Klassen.



Diese vier Histogramm (mit 5, 10, 20, 30 Balken) schliesslich zeigen die Häufigkeiten verschiedener Eruptionsdauern. Hier sind die beiden Gipfel sehr deutlich erkennbar: "Entweder ist der Ausbruch sofort wieder vorbei, oder er dauert mindestens dreieinhalb Minuten".

Ob die Dauer eines Ausbruchs aber etwas zu tun hat mit der Dauer des vorangegangenen Ruheintervalls (mit anderen Worten: ob die Gipfel des Histogramms aus Teilaufgabe b) den Gipfeln der Histogramme aus Teilaufgabe a) entsprechen), kann man aufgrund dieser Darstellungen nicht sagen.

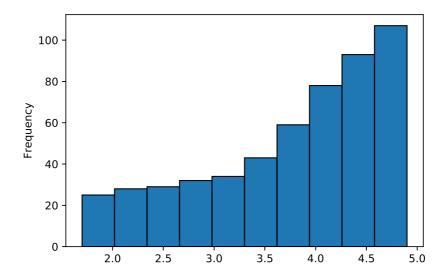
c) (zu **R**)

Die kumulative Verteilungsfunktion ist definiert als

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \text{Anzahl}\{i \mid x_i \le x\}.$$

Der Funktionswert von $F_n(x)$ springt also bei jeder Beobachtung $x_i \le x$ um den Wert 1/n. Mit **Python** können wir den Funktionsgraphen der kumulativen

Verteilungsfunktion folgendermassen zeichnen:



Aus der Graphik der kumulativen Verteilungsfunktion sehen wir, dass gut $20\,\%$ der Eruptionszeiten weniger als 2 Minuten dauern. Rund $60\,\%$ der Eruptionen dauern mindestens 3.7 Minuten.

R-Code

Aufgabe 1.1

a) (zu Python)

```
data <- read.table(file = "./Daten/child.txt",
   header = TRUE, sep = ",")</pre>
```

b) (zu Python)

```
dim(data)
## [1] 30 21
```

c) (zu Python)

```
summary(data)
   Average.disposable.income Children.in.poor.homes
##
   Min. : 3.839
                           Min. : 2.740
##
   1st Qu.:16.618
                           1st Ou.: 8.901
##
   Median :21.107
                           Median :11.659
## Mean :18.848
                          Mean :12.372
                           3rd Qu.:16.092
##
   3rd Qu.:22.643
##
   Max. :34.242
                           Max. :24.590
##
##
   Educational.Deprivation Overcrowding
##
   Min. : 0.400
                        Min. :10.33
   1st Qu.: 1.000
                         1st Qu.:17.06
##
##
   Median : 1.500
                        Median :21.57
   Mean : 2.673
                        Mean :31.95
##
##
   3rd Qu.: 2.200
                         3rd Qu.:44.39
##
   Max. :13.700
                         Max. :73.96
##
                         NA's
                               : 4
##
   Poor.environmental.conditions
##
   Min. :10.50
##
   1st Qu.:20.15
## Median :25.49
## Mean :25.22
   3rd Qu.:30.24
##
##
   Max. :38.71
##
  NA's :6
## Average.mean.literacy.score Literacy.inequality
                            Min. :1.475
## Min. :408.7
## 1st Qu.:482.8
                           1st Qu.:1.623
```

```
## Median :501.3
                           Median :1.683
## Mean :496.3
                           Mean :1.665
   3rd Qu.:512.8
##
                           3rd Qu.:1.719
   Max. :552.7
                           Max. :1.756
##
##
##
   Youth.NEET.rate Low.birth.weight
##
   Min. : 1.700 Min. : 3.900
##
   1st Ou.: 4.550 1st Ou.: 5.150
   Median: 6.200 Median: 6.750
##
## Mean : 7.378 Mean : 6.643
##
   3rd Qu.: 8.400 3rd Qu.: 7.500
## Max. :37.700 Max. :11.300
##
   NA's
         : 3
   Infant.mortality Breastfeeding.rates
##
##
  Min. : 2.300 Min. :41.00
##
   1st Qu.: 3.525 1st Qu.:79.00
##
   Median: 4.200 Median: 91.00
  Mean : 5.447 Mean :86.03
##
   3rd Qu.: 5.250 3rd Qu.:96.00
##
   Max. :23.600
##
                Max. :99.00
##
                 NA's
                       :1
##
  Vaccination.rates..pertussis.
  Min. :78.00
##
   1st Qu.:91.00
##
## Median :95.80
##
  Mean :93.78
##
   3rd Qu.:97.80
  Max. :99.80
##
## NA's
         :1
## Vaccination.rates.measles. Physical.activity
## Min. :74.00
                          Min. :13.10
##
   1st Qu.:88.00
                          1st Qu.:15.80
## Median :94.00
                          Median :19.30
  Mean :91.52
                          Mean :20.13
##
   3rd Qu.:96.30
##
                          3rd Qu.:21.80
##
  Max. :99.80
                          Max. :42.10
                          NA's :4
##
   NA's
         :1
##
  Mortality.rates Suicide.rates
                                 Smoking
   Min. :14.84 Min. : 1.263 Min. : 8.10
##
##
   ## Median :23.15 Median : 6.785 Median :16.60
## Mean :24.60 Mean : 6.856 Mean :16.51
## 3rd Qu.:25.75 3rd Qu.: 8.864 3rd Qu.:19.50
## Max. :50.23 Max. :15.950 Max. :27.10
```

```
## NA's :1 NA's :6
##
  Drunkenness
              Teenage.births Bullying
  Min. :10.00 Min. : 3.70 Min. : 4.200
##
##
  Median :14.55 Median :10.60 Median : 9.650
##
  Mean :15.22 Mean :15.50 Mean :10.979
##
              3rd Qu.:17.80 3rd Qu.:13.825
##
  3rd Qu.:17.93
##
  Max. :24.80 Max. :65.80 Max. :25.300
##
  NA's
       : 6
                           NA's :6
##
  Liking.school
##
  Min. :11.70
  1st Ou.:21.40
##
##
  Median :25.60
## Mean :27.17
##
  3rd Qu.:34.90
## Max. :57.40
## NA's :5
```

```
apply(data, 2, mean, na.rm = T)
##
       Average.disposable.income
##
                        18.847713
##
          Children.in.poor.homes
##
                        12.372193
##
        Educational.Deprivation
##
                        2.673333
##
                     Overcrowding
##
                        31.950163
## Poor.environmental.conditions
##
                        25.217498
##
    Average.mean.literacy.score
##
                       496.317000
             Literacy.inequality
##
##
                        1.665085
                 Youth.NEET.rate
##
##
                        7.377778
##
                Low.birth.weight
##
                        6.643333
                 Infant.mortality
##
                        5.446667
##
##
             Breastfeeding.rates
##
                        86.027586
## Vaccination.rates..pertussis.
```

```
##
                         93.775862
##
      Vaccination.rates.measles.
##
                         91.517241
##
                Physical.activity
                         20.134615
##
##
                  Mortality.rates
##
                         24.598966
##
                    Suicide.rates
##
                          6.856272
##
                          Smoking
##
                        16.512500
##
                      Drunkenness
##
                         15.225000
##
                   Teenage.births
##
                        15.500000
##
                         Bullying
##
                        10.979167
##
                    Liking.school
##
                         27.172000
```

```
apply(data, 2, median, na.rm = T)
##
       Average.disposable.income
##
                        21.107187
##
          Children.in.poor.homes
##
                        11.659053
##
         Educational.Deprivation
##
                         1.500000
##
                     Overcrowding
##
                        21.574977
   Poor.environmental.conditions
##
                        25.487116
##
     Average.mean.literacy.score
##
                       501.335000
##
             Literacy.inequality
##
                         1.682739
##
                 Youth.NEET.rate
##
                         6.200000
##
                 Low.birth.weight
##
                        6.750000
##
                 Infant.mortality
##
                         4.200000
##
              Breastfeeding.rates
```

```
##
                        91.000000
## Vaccination.rates..pertussis.
##
                        95.800000
##
     Vaccination.rates.measles.
##
                        94.000000
##
               Physical.activity
##
                        19.300000
##
                 Mortality.rates
##
                        23.150000
##
                   Suicide.rates
##
                         6.784772
##
                          Smoking
##
                        16.600000
##
                      Drunkenness
##
                        14.550000
##
                   Teenage.births
##
                        10.600000
##
                         Bullying
##
                         9.650000
##
                    Liking.school
##
                      25.600000
```

d) (zu Python)

```
rownames (data)
   [1] "Australia"
                          "Austria"
##
## [3] "Belgium"
                          "Canada"
## [5] "Czech Republic" "Denmark"
   [7] "Finland"
##
                          "France"
## [9] "Germany"
                         "Greece"
                         "Iceland"
## [11] "Hungary"
## [13] "Ireland"
                          "Italv\t"
## [15] "Japan\t"
                          "Korea\t"
## [17] "Luxembourg"
                          "Mexico"
## [19] "Netherlands"
                         "New Zealand"
                          "Poland"
## [21] "Norway"
## [23] "Portugal"
                          "Slovak Republic"
## [25] "Spain\t"
                          "Sweden"
## [27] "Switzerland"
                          "Turkey"
## [29] "United Kingdom" "United States\t"
```

```
is.element("China", rownames(data))
```

```
## [1] FALSE
is.element("Netherlands", rownames(data))
## [1] TRUE
```

(zu Python)

```
colnames (data)
    [1] "Average.disposable.income"
    [2] "Children.in.poor.homes"
##
    [3] "Educational.Deprivation"
##
##
    [4] "Overcrowding"
    [5] "Poor.environmental.conditions"
##
    [6] "Average.mean.literacy.score"
##
    [7] "Literacy.inequality"
##
    [8] "Youth.NEET.rate"
##
   [9] "Low.birth.weight"
## [10] "Infant.mortality"
## [11] "Breastfeeding.rates"
## [12] "Vaccination.rates..pertussis."
## [13] "Vaccination.rates.measles."
## [14] "Physical.activity"
## [15] "Mortality.rates"
## [16] "Suicide.rates"
## [17] "Smoking"
## [18] "Drunkenness"
## [19] "Teenage.births"
## [20] "Bullying"
## [21] "Liking.school"
```

e) (zu Python)

Um zu ermitteln, in welchen 5 Ländern die meisten Jugendlichen mindestens zweimal betrunken sind, benützen wir

```
order(...)
```

um die Zeilen in aufsteigender Reihenfolge zu ermitteln

```
order(data[, "Drunkenness"], na.last = F) [26:30]
## [1] 4 22 29 7 6
```

Dabei stellt das Argument na.last=F die Zeilen mit den nicht vorhandenen Datenpunkten am Anfang des geordneten Datenvektors. Die Ländernamen lauten dann

In Dänemark sind die meisten Jugendlichen mindestens zweimal betrunken, nämlich

```
data["Denmark", "Drunkenness"]
## [1] 24.8
```

Prozent der dänischen Jugendlichen.

f) (zu Python)

Die Zeile, in der der Wert mit der kleinsten Säuglingssterblichkeit steht, lautet

```
which.min(data[, "Infant.mortality"])
## [1] 12
```

Das betreffende Land ist

g) (zu Python)

```
mean(data[, "Physical.activity"], na.rm = T)
## [1] 20.13462
```

```
mean.physical.activity <- mean(data[, "Physical.activity"],
    na.rm = T)
which(data[, "Physical.activity"] < mean.physical.activity)
## [1] 2 3 8 9 10 11 14 17 18 21 22 23 26 27 28
## [16] 29
rownames(data[which(data[, "Physical.activity"] < mean.physical.activity), ])</pre>
```

```
## [1] "Austria"
                          "Belgium"
##
   [3] "France"
                         "Germany"
                         "Hungary"
##
   [5] "Greece"
   [7] "Italy\t"
                         "Luxembourg"
                         "Norway"
##
   [9] "Mexico"
## [11] "Poland"
                         "Portugal"
## [13] "Sweden"
                         "Switzerland"
## [15] "Turkey"
                          "United Kingdom"
```

a) (zu Python)

Siehe Aufgabenstellung.

```
d.fuel <- read.table("./Daten/d.fuel.dat", header = T,
    sep = ",")</pre>
```

Um die Daten in Tabellenform zu sehen, tippt man den Namen des Objektes ein

```
d.fuel
##
     X weight mpg
                   type
## 1
     1 2560 33
                 Small
## 2 2 2345 33
                 Small
## 3 3 1845 37
                 Small
## 4
         2260 32
     4
                 Small
## 5 5
         2440 32
                 Small
## 6 6
         2285 26 Small
## 7 7
         2275 33 Small
## 8
     8
         2350 28
                 Small
## 9
      9
         2295 25
                 Small
## 10 10
         1900 34
                 Small
## 11 11
         2390 29
                 Small
## 12 12
         2075 35
                  Small
## 13 13
        2330 26
                 Small
         3320 20 Sporty
## 14 14
## 15 15
         2885 27 Sporty
## 16 16
         3310 19
                 Sporty
## 17 17
         2695 30
                 Sporty
## 18 18
         2170 33
                 Sporty
## 19 19
         2710 27
                  Sporty
## 20 20
         2775 24
                  Sporty
```

```
2840 26 Sporty
## 21 21
## 22 22
           2485
                28
                      Sporty
## 23 23
           2670
                27 Compact
## 24 24
           2640 23 Compact
## 25 25
           2655
                 26 Compact
## 26 26
           3065
                25 Compact
## 27 27
           2750
                 24 Compact
## 28 28
           2920
                 26 Compact
## 29 29
           2780
                 24 Compact
## 30 30
           2745
                 25 Compact
## 31 31
           3110
                 21 Compact
## 32 32
           2920
                  21 Compact
## 33 33
           2645
                 23 Compact
## 34 34
           2575
                 24 Compact
## 35 35
           2935
                  23 Compact
## 36 36
           2920
                  27 Compact
## 37 37
           2985
                  23 Compact
## 38 38
                      Medium
           3265
                  20
## 39 39
           2880
                  21
                      Medium
## 40 40
           2975
                  22
                      Medium
## 41 41
           3450
                  22
                      Medium
## 42 42
           3145
                  22
                      Medium
## 43 43
           3190
                  22
                      Medium
## 44 44
           3610
                  23
                      Medium
## 45 45
           2885
                      Medium
                  23
## 46 46
           3480
                  21
                      Medium
## 47 47
           3200
                  22
                      Medium
## 48 48
           2765
                  21
                      Medium
## 49 49
           3220
                  21
                      Medium
## 50 50
           3480
                  23
                      Medium
## 51 51
           3325
                  23
                       Large
## 52 52
           3855
                 18
                       Large
## 53 53
           3850
                  20
                       Large
## 54 54
           3195
                  18
                         Van
## 55 55
           3735
                  18
                         Van
## 56 56
           3665
                  18
                         Van
## 57 57
           3735
                  19
                         Van
## 58 58
           3415
                  20
                         Van
## 59 59
           3185
                  20
                         Van
## 60 60
           3690
                  19
                         Van
```

b) (zu Python)

Auswählen der fünften Beobachtung:

```
d.fuel[5, ]
## X weight mpg type
## 5 5 2440 32 Small
```

c) (zu Python)

Auswählen der 1. bis 5. Beobachtung:

```
d.fuel[1:5, ]

##    X weight mpg    type
## 1 1    2560    33    Small
## 2 2    2345    33    Small
## 3 3    1845    37    Small
## 4 4    2260    32    Small
## 5 5    2440    32    Small
```

Alternativ kann man sich eine Übersicht verschaffen mit Hilfe der R-Funktion head (...)

```
head(d.fuel)

##    X weight mpg    type
## 1    1    2560    33    Small
##    2    2    2345    33    Small
##    3    3    1845    37    Small
##    4    4    2260    32    Small
##    5    5    2440    32    Small
##    6    6    2285    26    Small
```

d) (zu Python)

Die Werte der Reichweiten stehen in der dritten Spalte, die mpg heisst. Zur Berechnung des Mittelwertes gibt es verschiedene Möglichkeiten, welche sich in der Art der Datenselektion unterscheiden:

```
mean(d.fuel[, 3])
## [1] 24.58333

mean(d.fuel[, "mpg"])
## [1] 24.58333

mean(d.fuel$mpg)
## [1] 24.58333
```

e) (zu Python)

Auch hier gibt es wieder verschiedene Möglichkeiten. Eine davon ist:

```
mean(d.fuel[7:22, "mpg"])
## [1] 27.75
```

f) (zu Python)

Umrechnung der Miles Per Gallon in Kilometer pro Liter und der Pounds in Kilogramm:

```
t_kml <- d.fuel[, "mpq"] * 1.6093/3.789
t_kml
##
    [1] 14.016073 14.016073 15.714991 13.591343
    [5] 13.591343 11.042966 14.016073 11.892425
   [9] 10.618237 14.440802 12.317155 14.865532
## [13] 11.042966 8.494590 11.467696 8.069860
## [17] 12.741884 14.016073 11.467696 10.193508
## [21] 11.042966 11.892425 11.467696 9.768778
## [25] 11.042966 10.618237 10.193508 11.042966
## [29] 10.193508 10.618237 8.919319 8.919319
## [33] 9.768778 10.193508 9.768778 11.467696
## [37] 9.768778
                 8.494590 8.919319 9.344049
## [41] 9.344049 9.344049 9.368778
## [45] 9.768778 8.919319 9.344049 8.919319
## [49] 8.919319 9.768778 9.768778 7.645131
## [53] 8.494590
                 7.645131 7.645131 7.645131
## [57] 8.069860 8.494590 8.494590 8.069860
t_kg <- d.fuel[, "weight"] * 0.45359
t_kg
    [1] 1161.1904 1063.6686 836.8736 1025.1134
##
   [5] 1106.7596 1036.4532 1031.9172 1065.9365
   [9] 1040.9890 861.8210 1084.0801 941.1993
## [13] 1056.8647 1505.9188 1308.6072 1501.3829
## [17] 1222.4251 984.2903 1229.2289 1258.7123
## [21] 1288.1956 1127.1711 1211.0853 1197.4776
## [25] 1204.2814 1390.2533 1247.3725 1324.4828
## [29] 1260.9802 1245.1046 1410.6649 1324.4828
## [33] 1199.7456 1167.9942 1331.2867 1324.4828
## [37] 1353.9661 1480.9714 1306.3392 1349.4302
## [41] 1564.8855 1426.5405 1446.9521 1637.4599
## [45] 1308.6072 1578.4932 1451.4880 1254.1763
## [49] 1460.5598 1578.4932 1508.1868 1748.5894
```

```
## [53] 1746.3215 1449.2200 1694.1587 1662.4073
## [57] 1694.1587 1549.0098 1444.6842 1673.7471
```

(zu Python)

```
x <- c(2.1, 2.4, 2.8, 3.1, 4.2, 4.9, 5.1, 6, 6.4, 7.3, 10.8, 12.5, 13, 13.7, 14.8, 17.6, 19.6, 23, 25, 35.2, 39.6)
```

a) (zu Python)

```
sum(x)
## [1] 269.1
```

(zu **Python**)

```
sum(x^2)
## [1] 5729.27
```

b) (zu Python)

```
n <- length(x)
mean.x <- 1/n * sum(x)
mean.x
## [1] 12.81429</pre>
```

(zu **Python**)

```
var.x <- 1/(n - 1) * sum((x - mean.x)^2)
var.x
## [1] 114.0473</pre>
```

(zu **Python**)

```
sqrt (var.x)
## [1] 10.67929
```

c) (zu Python)

```
x.sorted <- sort(x)
0.5 * length(x)
## [1] 10.5</pre>
```

```
k <- round(0.5 * length(x) + 0.5)
k
## [1] 11
x.sorted[k]
## [1] 10.8</pre>
```

d) (zu Python)

```
mean(x)
## [1] 12.81429
sd(x)
## [1] 10.67929
median(x)
## [1] 10.8
```

e) (zu Python)

```
z <- (x - mean(x))/sd(x)
mean(z)

## [1] -2.614476e-17

sd(z)

## [1] 1</pre>
```

Aufgabe 1.5

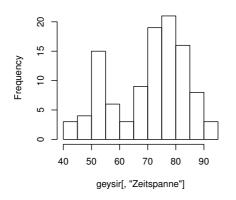
a) (zu Python)

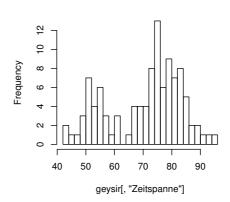
```
# Datensatz einlesen
geysir <- read.table("./Daten/geysir.dat", header = TRUE)
par(mfrow = c(2, 2)) # 4 Grafiken im Grafikfenster
# Histogramme zeichnen
hist(geysir[, "Zeitspanne"])</pre>
```

```
hist(geysir[, "Zeitspanne"], breaks = 20)
hist(geysir[, "Zeitspanne"], breaks = seq(41, 96, by = 11))
```

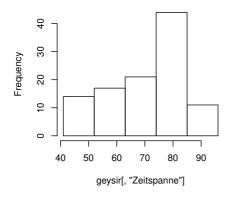
Histogram of geysir[, "Zeitspanne"]

Histogram of geysir[, "Zeitspanne"]





Histogram of geysir[, "Zeitspanne"]



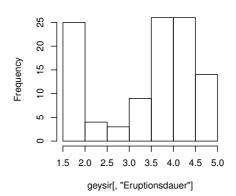
b) (zu Python)

```
# Datensatz einlesen
geysir <- read.table("./Daten/geysir.dat", header = TRUE)
par(mfrow = c(2, 2)) # 4 Grafiken im Grafikfenster
# Histogramme zeichnen
hist(geysir[, "Eruptionsdauer"], breaks = 5)
hist(geysir[, "Eruptionsdauer"], breaks = 10)
hist(geysir[, "Eruptionsdauer"], breaks = 20)
hist(geysir[, "Eruptionsdauer"], breaks = 30)</pre>
```

Histogram of geysir[, "Eruptionsdauer"]

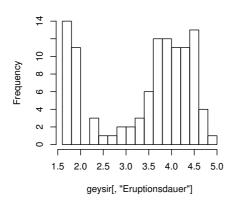
1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0 geysir[, "Eruptionsdauer"]

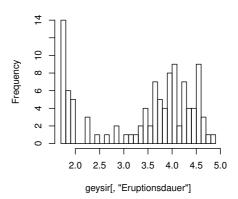
Histogram of geysir[, "Eruptionsdauer"]



Histogram of geysir[, "Eruptionsdauer"]







c) (zu Python)

```
eruptionsdauern <- geysir[, "Eruptionsdauer"]
n <- length(eruptionsdauern)
plot(sort(eruptionsdauern), (1:n)/n,
    type = "s", ylim = c(0, 1),
    ylab = "Kumulative Verteilungsfunktion",
    xlab = "Der Groesse nach geordnete Eruptionszeiten (in Minuten)",
    main = "")</pre>
```

