

2020 年度 化学・バイオ工学実験 A

実験課題

テーマ F

## 4-2 管内および攪拌槽内の流れ

視聴日 2020 年 6 月 2 日・3 日・4 日

提出日 2020 年 6 月 11 日

B8TB3040 齊藤依緒

## 1. 緒言

今回の実験では、管内及び槽内の流体の流動状態について実験する。化学工学においては反応や分離等の操作の対象となる物質を均一に攪拌・混合することは非常に重要であり、それらは流動状態の制御と直結する。流動状態は温度や粘度といった流体の状態・管内においては管径、槽内においては槽の体積といった装置の状態・流速や攪拌翼の回転数といった操作など、さまざまな因子によって変化する。流動状態の制御とは、これらの因子を制御することで求める流動状態を作り出すことである。今回、管内の流動については主に圧力損失と摩擦係数・槽内の流動については動力数に注目し、それらの因子が流動状態とどのようにかかわっているかを知る。また、トレーサーを用いて流れを可視化し、観察することで流れの状態を視覚的に理解する。

## 2. 理論

### 2-1 流動状態の一般的概念

槽・管問わず、あらゆる流動状態に関係する概念として、Reynolds 数と層流・乱流というものがある。

Reynolds 数(以降 Re 数)とは、式 1 で表されるように流体の密度  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]・粘度  $\mu$  [Pa・s]・平均流速  $\bar{u}$  [m/s]・代表長さ  $d$  [m]によって表される無次元数である。代表長さとは対象となる流動によって異なるが、管内流れの場合は管径・槽内においては攪拌翼径  $d'$  [m]がこれにあたる。また、槽内では流速の代わりに代表速度を用いる。(式 2) これについては後述する。

層流・乱流とは流れの状態を表す。Re 数の小さい層流域では流動は粘性力に支配され、流速に対して粘性力の影響が大きい。また、この時流れ方向以外の速度成分は存在しないため、物質や熱の流れと垂直方向の移動は拡散によってのみ起こる。Re 数の大きい乱流域では、流れ方向の流動のほかに渦が生じ、これにより物質や熱・運動量の移動が起こる。また、流動状態は流体の密度によって生じる慣性力に支配される。遷移域とは層流と乱流の中間に位置する状態である。また、限界 Re 数とは流動状態が層流から乱流に移り変わるときの Re 数であり、管内流れにおいてはおよそ 2300～4000 である。反対に、Re 数が上記の範囲にあるときの流動状態を遷移域という。

$$Re = \frac{\rho d \bar{u}}{\mu} \quad (\text{式 1})$$

$$Re = \frac{d'(n d') \rho}{\mu} = \frac{n d'^2 \rho}{\mu} \quad (\text{式 2})$$

## 2-2 管内の流れについて

管内を流体が通過するとき、流体は流速に応じた力で管壁を流れ方向に引っ張る。面積あたりのこの力を粘性力といい、式3の Newton の粘性法則で表される。この式の比例定数が先述の粘度  $\mu$  [Pa・s]であり、流体の粘り気の強さの指標である。図1のような流体の流れている半径  $r$  [m]、管長  $L$  [m]の管における運動量収支を考えると、式4のようになる。この式では管の両端の圧力をそれぞれ  $P_1$  [Pa],  $P_2$  [Pa]としている。両端から出入りする運動量は等しいため式5のように変形でき、管両端の差圧  $\Delta P$  [Pa]と流体が管に及ぼした応力  $\tau$  [Pa]の関係がわかる。これは、流体が管を流れるうちに圧力を失ったともいえるため、 $\Delta P$  [Pa]を圧力損失という。式4の応力を流体が管壁に与える摩擦力として考えたものが式6であり、これを Fanning の式という。また、この式の摩擦係数  $f$  [-]は式7で表される

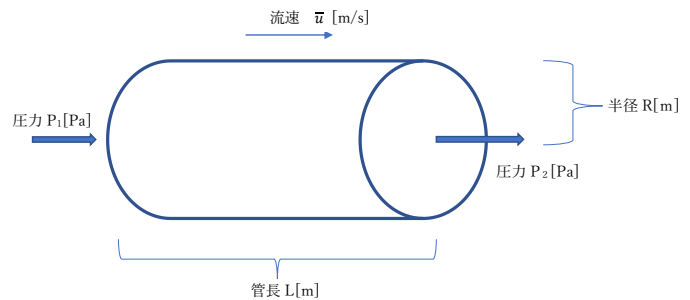
$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} \quad (\text{式 3})$$

$$\int_0^r 2\pi r \rho u^2 + \pi r^2 P_1 = \int_0^r 2\pi r \rho u^2 + \pi r^2 P_2 + 2\pi r L \tau \quad (\text{式 4})$$

$$\tau = \frac{r}{2L} P_1 - P_2 = \frac{r}{2L} \Delta P \quad (\text{式 5})$$

$$\Delta P = 4f \frac{\rho u^2}{2} \frac{L}{2r} \quad (\text{式 6})$$

$$f = \frac{2\tau}{\rho u^2} \quad (\text{式 7})$$



摩擦係数  $f$  [-]と Re 数の間の関係は層 図 1

流と乱流で異なり、前者は式8、後者は式9の Blasius の式に従う。今回の実験では、この関係と実験値を比較する。

$$f = \frac{16}{Re} \quad (\text{式 8})$$

$$f = 0.0791 Re^{-\frac{1}{4}} \quad (\text{式 9})$$

## 2-3 槽内の流れについて

一般的な混合槽の構造を図2に示す。2-1節でも述べたように、攪拌槽においては管内流れで用いたような一定方向の流速が存在しない。ゆえに攪拌系で用いられる攪拌 Re 数においては、2-1節、式2のように流速の代わりに代表速度  $nd'$  [m/s]を用いる。ここで  $n$

[s<sup>-1</sup>]は攪拌翼の回転速度、d'[m]は回転翼の直径である。回転翼は様々な形状のものがあるが、今回は四枚の羽根を持つパドルを用いる。流動状態を変化させる要因に邪魔板の有無がある。

今回流動状態を示す指標として用いるものに上記の攪拌 Re 数のほかに動力数というものがある。これは、攪拌翼が回転によって流体に与えたエネルギーを表す無次元数で、トルク T[N・m]と回転数[n<sup>-1</sup>]を用いて式 10 で表される。

$$N_p = \frac{2\pi T}{\rho n^2 d'^5} \quad (\text{式 10})$$

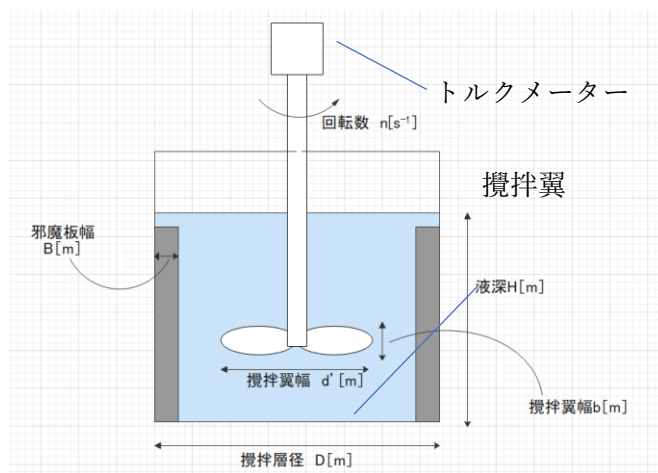


図 2

### 3. 実験方法

#### 3-1 管内の流れ

##### 3-1-1 試料

- ・ 水
- ・ 赤インク(トレーサー,20 倍希釈)

##### 3-1-2 実験装置

今回用いた実験装置を図 3 に示す。上水道から供給された水は 1.5m 上のオーバーフロータンクに溜められ、一定量ずつ排水さ

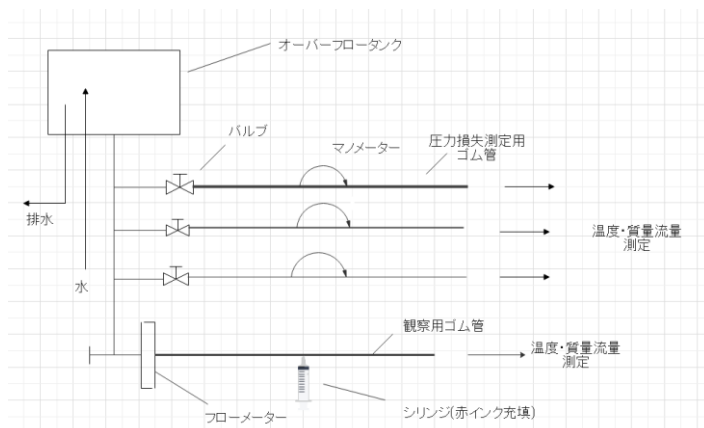


図 3

れる。オーバーフロータンクの液面が動かなくなったとき、装置は定常状態である。タンクは圧力損失測定用のゴム管三本(4 mm、6 mm、10mm)とフローメーターにつながれている。圧力損失測定用のゴム管にはバルブがついており、ここで流量を調節することができる。さらに、マンノメーターで差圧を測定する。また、フローメーターからは流動状態観察用の 6 mm ゴム管が伸びており、途中に赤インクを充填したシリンジが設置されている。すべてのゴム管から排出された水は温度、質量流量を測定する。

### 3-1-3 実験方法

#### ・流量と Re 数の関係(課題 1)

1. 空のバケツの質量を測定し、結果を  $W_1[\text{g}]$  とした。
2. 10 mm 管に水を流し、ストップウォッチで 5 秒間、時間を測定しつつ流出する水をバケツに溜めた。
3. 水の入ったバケツの質量を測定し、結果を  $W_2[\text{g}]$  とした。
4. 最後に水温を測定した。これを  $T[^\circ\text{C}]$  とする。

#### ・圧力損失の測定(演習 2)

1. 3 本の円管について、流量調節バルブを閉じ、差圧がないことをマノメーターで確認した。
2. バルブを開けて円管に水を流し、マノメーターで差圧を測定した。このとき、マノメーター 1,2 の高さをそれぞれ  $h_1[\text{m}]$ ,  $h_2[\text{m}]$  とした。
3. 先述の 3-1-3「流量と Re 数の関係」に準じた方法で質量流量・温度を測定した。
4. 2,3 をバルブで流量を調節して繰り返し、10 通りの差圧を得た。

#### ・管内の流動状態の観察(課題 2)

1. 圧力損失測定用の管に付属しているバルブをすべて閉めた状態で装置に水を流し、流動状態観察用 6 mm 管のバルブを調整した。
2. 流量が安定したのち、シリンジに入れた赤インクを一度に出し、流動状態を観察した。
3. 「流量と Re 数の関係」に準じた方法で質量流量・温度を測定した。
4. 2,3 を計 3 回行った。このとき、流量を調節することでことなる 3 種類の流動状態が観察できるようにした。

### 3-1-4 分析方法

#### ・流量と Re 数の関係

1.  $W_2[\text{g}]$ ,  $W_1[\text{g}]$  の差から、5 秒間に流出した水の質量を計算した。これを  $\Delta W[\text{kg}]$  とした。
2.  $\Delta W[\text{kg}]$  より、質量流量  $[\text{kg/s}]$  を計算した。
3. 物性表を用いて温度  $T[^\circ\text{C}]$  における水の密度  $\rho [\text{kg/m}^3]$  を計算し、これと 2 で求めた質量流量から体積流量  $[\text{m}^3/\text{s}]$  を算出した。
4. 3 で得た体積流量  $[\text{m}^3/\text{s}]$  を円管の断面積  $[\text{m}^2]$  で除算し、平均流速  $\bar{u}[\text{m/s}]$  を得た。
5. 表 1 のパラメーターと(式 11)から、測定された温度における粘度  $\mu [\text{Pa} \cdot \text{s}]$  を算出した。

表 1

A	B	C	D
0.01257	-0.00581	0.00113	-0.00000572

$$\mu = A \exp\left(\frac{1+BT}{CT+DT^2}\right) \quad (\text{式 11})$$

6. 3,4,5 の結果と管径  $d$  [m] を式 1 に代入し、Re 数を算出した。

$$Re = \frac{\rho d \bar{u}}{\mu} \quad (\text{式 1, 再掲})$$

・圧力損失の測定(演習 2)

1. 3-1-4「流量と Re 数の関係」に準じた方法で Re 数を測定した。
2. マノメーターの高さ  $h_2$  [m],  $h_1$  [m] の差  $\Delta h$  [m] を求めた。
3. 2 の結果と測定した温度における水の密度  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]、重力加速度  $g$  [m/s<sup>2</sup>] から、以下の式 12 で圧力損失  $\Delta P$  [Pa] を算出した。

$$\Delta P = \rho g \Delta h \quad g = 9.81 \text{ [m/s}^2\text{]} \quad (\text{式 12})$$

4. 式 6 の Fanning の式を用いて、3 で求めた圧力損失から摩擦係数  $f$  [-] を算出した。

$$\Delta P = 4f \frac{\rho u^2}{2} \frac{L}{2r} \quad (\text{式 6, 再掲})$$

6. 1 で求めた Re 数を横軸、4 で求めた圧力損失を縦軸として両対数グラフにプロットした。また、層流・乱流それぞれの理論値も同じグラフにプロットし、比較した。
7. 流速  $u$  [m/s] と圧力損失  $\Delta P$  [Pa] のそれぞれについて常用対数を取り、横軸を  $\log u$  , 縦軸を  $\log \Delta P$  としてプロットした。

## 3-2 槽内の流れ

### 3-2-1 試料

- ・水
- ・グリセリン
- ・ヨード液

### 3-2-2 実験装置

実験装置図は 2-3 図 2 に準じる。今回は攪拌翼として、4 枚羽根のパドルを用いた。また、各装置定数を以下の表に示す。

表 2

名称	記号	攪拌層(大)	攪拌翼(大)
攪拌層径	D[m]	0.19	
邪魔板幅	Bb[m]	0.015	
邪魔板枚数	nb[-]	4	
攪拌翼径	d'[m]		0.1
攪拌翼幅	b[m]		0.014
羽根枚数	np[-]		4
パドル傾斜角	$\theta$ [度]		45

グリセリンを用いた流れの観察には、攪拌翼(小)、攪拌槽(小)を用いた。各装置定数は計算に用いないため、割愛する。

また、今回はトルクメーターを 1.0[N・cm]、5.0[N・cm]、10[N・cm]の三種類のなかから適切なものを用いた。

### 3-3-3 実験方法

#### ・攪拌層内の流れ(課題 1、課題 3)

1. 攪拌翼にトルクメーター・モーターを取り付けて液体を入れた攪拌槽内に設置した。このとき、攪拌翼の高さは液深の 1/3 程度に統一した。
2. 1 の液体の温度を測定した。
3. モーターを異なる回転数で回転させ、回転数とトルクを読み取った。これを各条件につき 10 回、水については邪魔板あり、なしの二条件・グリセリンについては邪魔板なしの場合のみの計 3 条件で行った。

#### ・混合時間の測定

1. 攪拌槽に水を入れ温度を測り、攪拌翼をおよそ 100[rpm]で回転させて攪拌した。
2. 攪拌を始めてからある程度時間が経ったのち、シリンジに充填したヨード液を一度に入れ、時間の測定を開始した。
3. 完全混合状態と思われる状態になったところで時間の測定を終え、得られた時間を実測混合時間とした。
4. 同様の実験を、邪魔板を使用して行った。

#### ・槽内流れの観察

1. 攪拌槽(小)にグリセリンを入れ、攪拌翼(小)を用いて 150[rpm]で攪拌した。
2. 攪拌開始からある程度時間が経ったのち、シリンジに充填したヨード液を一度に入れ、混合の様子を観察した。

### 3-3-4 分析方法

#### ・攪拌層内の流れ

1. 水・グリセリンそれぞれについて測定した温度から密度  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]・粘度  $\mu$  [Pa・s] を算出した。水の粘度は 3-1-4 に準じて表 1 のパラメーターと式 11 を用いて算出した。また、グリセリンの密度は与えられたものを使用し、粘度については式 12 を用いて算出した。

$$\ln(\mu) = 2.6129 - 0.08695 \times T \quad (\text{式 12})$$

2. モーターの回転数を [rpm] から [s<sup>-1</sup>] に変換し、これを回転数  $n$  [s<sup>-1</sup>] とした。
3. 式 2 と 1 で求めた密度  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>], 粘度  $\mu$  [Pa・s], 2 で求めた回転数  $n$  [s<sup>-1</sup>] と装置定数から攪拌  $Re$  数を求めた。

$$Re = \frac{d'(nd')\rho}{\mu} = \frac{nd'^2\rho}{\mu} \quad (\text{式 2、再掲})$$

4. 式 10 を用いてトルク  $T$  [N・cm], 回転数  $n$  [s<sup>-1</sup>] と各装置定数から動力数  $N_p$  [-] を求めた。

$$N_p = \frac{2\pi T}{\rho n^2 d'^5} \quad (\text{式 10、再掲})$$

5. 水の邪魔板あり・なしの二条件とグリセリン(邪魔板なし)の合計三条件について、3 で求めた攪拌  $Re$  数を横軸, 4 で求めた動力数  $N_p$  [-] を縦軸として両対数グラフにそれぞれプロットした。
6.  $Re$  数が 0.01~100000000 の範囲において、式 13 で表される永田の式から動力数の理論値を算出し、同じグラフにプロットした。式中の  $b'$  は攪拌翼幅  $b$  を羽根枚数  $n_p$  によって補正したものであり、これは永田の式が攪拌翼の羽根枚数が二枚の時を前提としているためである。

$$N_p = \frac{A}{Re} + B \left( \frac{10^3 + 1.2Re^{0.66}}{10^3 + 3.2Re^{0.66}} \right)^p \left( \frac{H}{D} \right)^{\left(0.35 + \frac{b'}{D}\right)} (\sin\theta)^{1.2}$$

$$A = 14 + \left( \frac{b'}{D} \right) \left\{ 670 \left( \frac{d'}{D} - 0.6 \right)^2 + 185 \right\}$$

$$B = 10 \left\{ 1.3 - 4 \left( \frac{b'}{D} - 0.5 \right)^2 - 1.14 \left( \frac{d'}{D} \right) \right\}$$

$$p = 1.1 + 4 \left( \frac{b'}{D} \right) - 2.5 \left( \frac{d'}{D} - 0.5 \right)^2 - 7 \left( \frac{b'}{D} \right)^4$$

$$b' = \frac{n_p \cdot b}{2} \quad (\text{式 13})$$



7. 邪魔板あり条件について、乱流域での動力数の理論値  $N_{pB}$  を求め、同様にプロットした。今回は不完全邪魔板条件であるため、式 14、15 を使用した。式中の  $N_{p,max}$  は完全邪魔板条件の最大動力数であり、この時の Re 数  $R_\theta$  [-] は式 16 で求めた。

$$N_{p,B} = N_{p,max} - \left( N_{p,max} - N_{p,\infty} \right) \left\{ 1 - 2.9 \left( \frac{B_{b'}}{D} \right)^{1.2} \cdot n_B \right\}^2 \quad (\text{式 14})$$

$$N_{p,\infty} = B \left( \frac{1.2}{3.2} \right)^p \left( \frac{H}{D} \right)^{(0.35+b/D)} (\sin\theta)^{1.2} \quad (\text{式 15})$$

$$R_\theta = 10^{4(1-\sin\theta)} \left\{ \frac{25D}{b'} \left( \frac{d'}{D} - 0.4 \right)^2 + \frac{b/D}{0.11(b/D) - 0.0048} \right\} \quad (\text{式 16})$$

・混合時間の測定

1. 測定した温度から密度・粘度を算出し、回転数・トルクから動力数を算出した。
2. (17 式) から吐出流量数  $N_{qd}$ 、18 式によって理論混合時間  $T_M$  を得た。

$$N_{q,d} = 0.12 \left( \frac{n_p \cdot b'}{d'} \right)^{1/3} \left( \frac{D}{d'} \right)^{0.92} \left( \frac{H}{D} \right)^{0.5} \sqrt{N_p} \quad (\text{17 式})$$

$$\frac{1}{n \cdot T_M} = 0.092 \left\{ \left( \frac{d'}{D} \right)^3 N_{q,d} + 0.21 \left( \frac{d'}{D} \right) \left( \frac{N_p}{N_{qd}} \right)^{1/2} \right\} (1 - e^{-13(d'/D)^2}) \quad (\text{18 式})$$

## 4. 結果

### 4-1 管内流れ

- ・流量と Re 数の関係：別添課題 1 参照
- ・圧力損失の測定

圧力損失の測定において、得られたデータを以下の表 3 に示す。また、Re 数と摩擦係数  $f$  の両対数グラフ、圧力損失と流速の関係を示す  $\log \Delta P$  と  $\log u$  のプロットをそれぞれ図 4、5 に示す。

表 3

管径 $d$	マンメ ータ差	温度	質量流 量	密度 $\rho$	粘度 $\mu$	体積流 量	平均流 速 $u$	圧力損 失 $\Delta P$	Re 数	摩擦係 数 $f$
[m]	[m]	[K]	[kg/s]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[Pa · s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m/s]	[Pa]	[-]	[-]
0.004	0.2004	283.2	$7.56 \times 10^{-3}$	1000	$1.31 \times 10^{-3}$	$7.56 \times 10^{-6}$	$6.02 \times 10^{-1}$	$1.97 \times 10^3$	$1.84 \times 10^3$	$1.09 \times 10^{-2}$
0.004	0.1772	283.2	$6.75 \times 10^{-3}$	1000	$1.31 \times 10^{-3}$	$6.75 \times 10^{-6}$	$5.37 \times 10^{-1}$	$1.74 \times 10^3$	$1.65 \times 10^3$	$1.20 \times 10^{-2}$
0.004	0.1483	283.2	$5.84 \times 10^{-3}$	1000	$1.31 \times 10^{-3}$	$5.84 \times 10^{-6}$	$4.65 \times 10^{-1}$	$1.45 \times 10^3$	$1.42 \times 10^3$	$1.35 \times 10^{-2}$
0.004	0.1131	283.2	$4.71 \times 10^{-3}$	1000	$1.31 \times 10^{-3}$	$4.71 \times 10^{-6}$	$3.75 \times 10^{-1}$	$1.11 \times 10^3$	$1.15 \times 10^3$	$1.58 \times 10^{-2}$
0.004	0.0546	283.2	$2.70 \times 10^{-3}$	1000	$1.31 \times 10^{-3}$	$2.71 \times 10^{-6}$	$2.15 \times 10^{-1}$	$5.35 \times 10^2$	$6.60 \times 10^2$	$2.31 \times 10^{-2}$

0.006	0.0328	285	$9.13 \times 10^{-3}$	1000	$1.24 \times 10^{-3}$	$9.14 \times 10^{-6}$	$3.23 \times 10^{-1}$	$3.22 \times 10^2$	$1.56 \times 10^3$	$9.24 \times 10^{-3}$
0.006	0.0715	285	$1.24 \times 10^{-2}$	1000	$1.24 \times 10^{-3}$	$1.24 \times 10^{-5}$	$4.39 \times 10^{-1}$	$7.01 \times 10^2$	$2.12 \times 10^3$	$1.09 \times 10^{-2}$
0.006	0.0984	285	$1.64 \times 10^{-2}$	1000	$1.24 \times 10^{-3}$	$1.64 \times 10^{-5}$	$5.82 \times 10^{-1}$	$9.65 \times 10^2$	$2.81 \times 10^3$	$8.56 \times 10^{-3}$
0.006	0.1326	285	$1.76 \times 10^{-2}$	1000	$1.24 \times 10^{-3}$	$1.76 \times 10^{-5}$	$6.24 \times 10^{-1}$	$1.30 \times 10^3$	$3.02 \times 10^3$	$1.00 \times 10^{-2}$
0.006	0.1702	285	$1.91 \times 10^{-2}$	1000	$1.24 \times 10^{-3}$	$1.91 \times 10^{-5}$	$6.77 \times 10^{-1}$	$1.67 \times 10^3$	$3.27 \times 10^3$	$1.09 \times 10^{-2}$
0.010	0.0295	284.1	$2.98 \times 10^{-2}$	1000	$1.27 \times 10^{-3}$	$2.98 \times 10^{-5}$	$3.80 \times 10^{-1}$	$2.89 \times 10^2$	$2.99 \times 10^3$	$1.00 \times 10^{-2}$
0.010	0.051	284.1	$3.93 \times 10^{-2}$	1000	$1.27 \times 10^{-3}$	$3.93 \times 10^{-5}$	$5.01 \times 10^{-1}$	$5.00 \times 10^2$	$3.94 \times 10^3$	$9.98 \times 10^{-3}$
0.010	0.0878	284.1	$5.30 \times 10^{-2}$	1000	$1.27 \times 10^{-3}$	$5.30 \times 10^{-5}$	$6.76 \times 10^{-1}$	$8.61 \times 10^2$	$5.31 \times 10^3$	$9.44 \times 10^{-3}$
0.010	0.116	284.1	$6.22 \times 10^{-2}$	1000	$1.27 \times 10^{-3}$	$6.22 \times 10^{-5}$	$7.93 \times 10^{-1}$	$1.14 \times 10^3$	$6.23 \times 10^3$	$9.05 \times 10^{-3}$
0.010	0.1344	284.1	$6.96 \times 10^{-2}$	1000	$1.27 \times 10^{-3}$	$6.96 \times 10^{-5}$	$8.87 \times 10^{-1}$	$1.32 \times 10^3$	$6.97 \times 10^3$	$8.39 \times 10^{-3}$

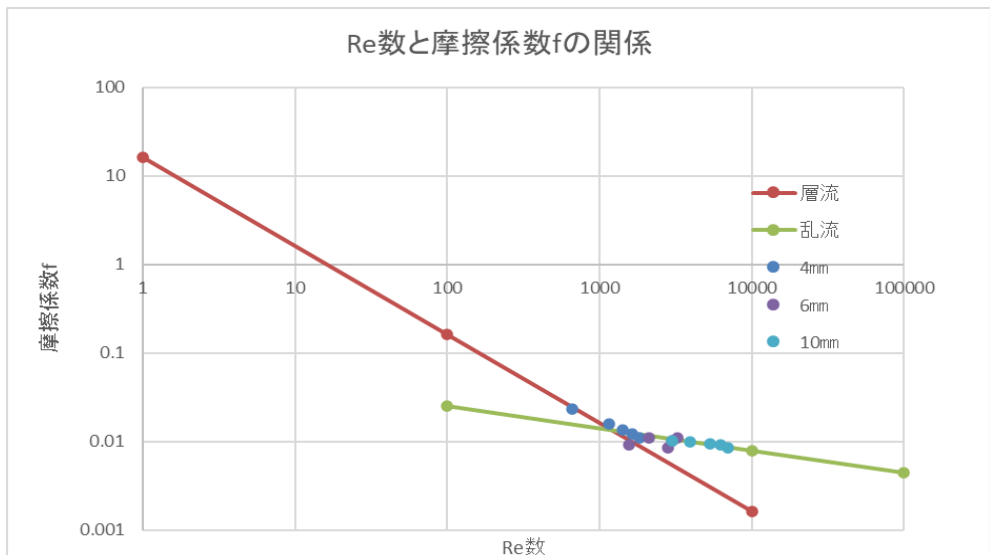
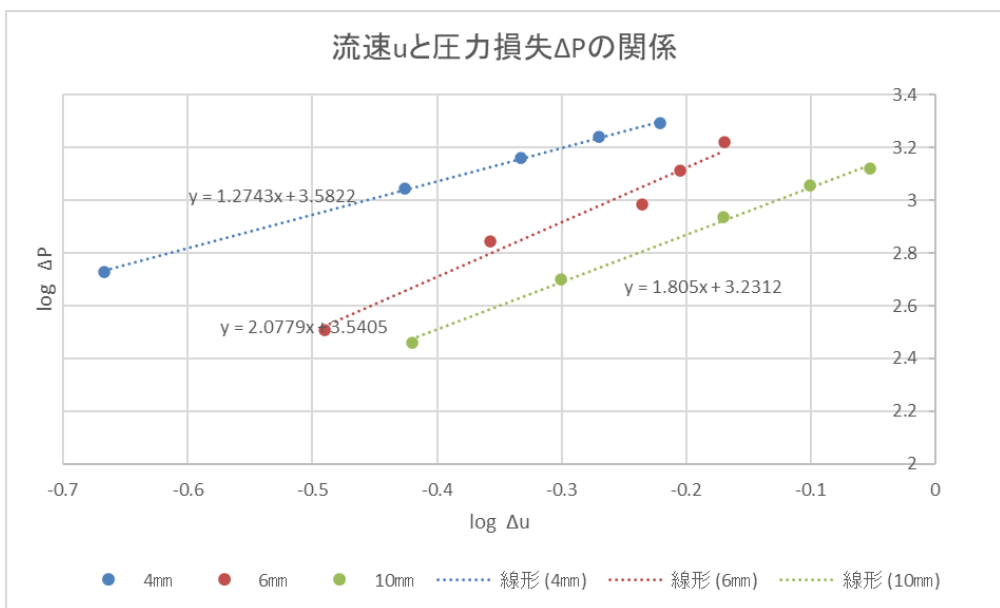


図 4(上) 図 5(下)



・管内流れの観察: 別添 課題 2 参照

#### 4-2 槽内流れ

・攪拌層内の流れ

攪拌層内の流れの実験について、得られたデータを以下の表 4 に示す。また、永田の式による理論値・不完全邪魔板条件の動力推算値とともに攪拌 Re 数、動力数をプロットしたグラフを図 6 に示す。

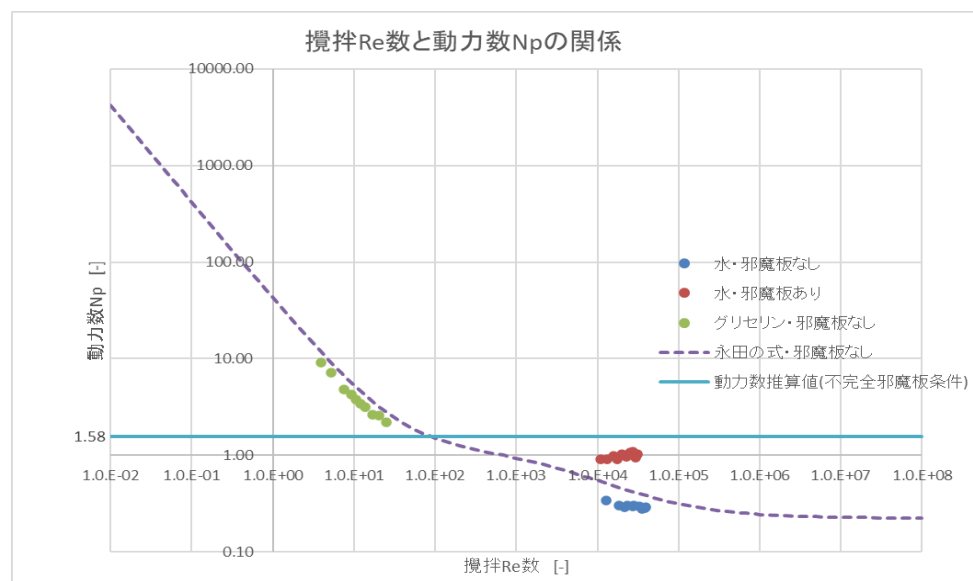


表 4、図 6

	水温	液深 $H$	回転数 $n$	密度 $\rho$	粘度 $\mu$	トルク $T$	攪拌 Re 数	動力数 $N_p$
単位	℃	m	s-1	kg/m <sup>3</sup>	Pa·s	N·cm	-	-
水・邪魔板無し	15.0	0.150	1.48	999	$1.14 \times 10^{-3}$	0.12	$1.3 \times 10^4$	0.34
	15.0	0.150	2.13	999	$1.14 \times 10^{-3}$	0.22	$1.9 \times 10^4$	0.30
	15.0	0.150	2.45	999	$1.14 \times 10^{-3}$	0.28	$2.1 \times 10^4$	0.29
	15.0	0.150	2.67	999	$1.14 \times 10^{-3}$	0.34	$2.3 \times 10^4$	0.30
	15.0	0.150	3.08	999	$1.14 \times 10^{-3}$	0.45	$2.7 \times 10^4$	0.30
	15.0	0.150	3.23	999	$1.14 \times 10^{-3}$	0.50	$2.8 \times 10^4$	0.30
	15.0	0.150	3.72	999	$1.14 \times 10^{-3}$	0.65	$3.2 \times 10^4$	0.30
	15.0	0.150	403	999	$1.14 \times 10^{-3}$	0.73	$3.5 \times 10^4$	0.28
	15.0	0.150	4.33	999	$1.14 \times 10^{-3}$	0.85	$3.8 \times 10^4$	0.28
	15.0	0.150	4.45	999	$1.14 \times 10^{-3}$	0.92	$3.9 \times 10^4$	0.29
水・邪魔板有り	15.4	0.150	1.23	999	$1.13 \times 10^{-3}$	0.22	$1.1 \times 10^4$	0.91
	15.4	0.150	1.48	999	$1.13 \times 10^{-3}$	0.32	$1.3 \times 10^4$	0.91
	15.4	0.150	1.78	999	$1.13 \times 10^{-3}$	0.50	$1.6 \times 10^4$	0.99

	15.4	0.150	2.00	999	$1.13 \times 10^{-3}$	0.58	$1.8 \times 10^4$	0.91
	15.4	0.150	2.23	999	$1.13 \times 10^{-3}$	0.82	$2.0 \times 10^4$	1.0
	15.4	0.150	2.55	999	$1.13 \times 10^{-3}$	1.00	$2.25 \times 10^4$	0.97
	15.4	0.150	2.85	999	$1.13 \times 10^{-3}$	1.38	$2.52 \times 10^4$	1.1
	15.4	0.150	3.07	999	$1.13 \times 10^{-3}$	1.62	$2.71 \times 10^4$	1.1
	15.4	0.150	3.32	999	$1.13 \times 10^{-3}$	1.66	$2.93 \times 10^4$	0.95
	15.4	0.150	3.50	999	$1.13 \times 10^{-3}$	2.00	$3.09 \times 10^4$	1.0
グリセリン・邪魔板 なし	17.30	0.14	0.75	999	1.93	0.82	3.9	9.2
	17.30	0.14	1.02	999	1.93	1.18	5.26	7.18
	17.30	0.14	1.47	999	1.93	1.65	7.58	4.82
	17.30	0.14	1.82	999	1.93	2.23	9.39	4.25
	17.30	0.14	2.03	999	1.93	2.51	10.5	3.82
	17.30	0.14	2.32	999	1.93	2.93	12.0	3.43
	17.30	0.14	2.65	999	1.93	3.50	13.7	3.13
	17.30	0.14	3.28	999	1.93	4.52	17.0	2.64
	17.30	0.14	3.95	999	1.93	6.42	20.4	2.59
	17.30	0.14	4.78	999	1.93	$8^{-3}$	24.7	2.21

- ・混合時間の計測：別添課題3 参照
- ・槽内流れの観察：別添課題3 参照

## 5. 考察

### 5-1 管内流れについて

図4のプロットより、実測値は理論線にほぼ一致し、測定誤差は小さいことがわかった。図4の二本のグラフの交点から臨界Re数を算出すると、(式19)となり理論値である $Re=2300 \sim 4000$ と大きく異なる。Re数と $f$ の関係は今回用いた式8, 9で単純に表せるものではなく、図7のMoody線図のように $Re=2300 \sim 4000$ の間にどちらの式にも当てはまらない遷移域が存在する。そのため、図4から算出した値は本来の臨界Re数ではなかったと言える。図8は図4の交点付近のプロットを拡大したものである。これより、紫色の点で表される6mm管の実験値は二本の理論線の両方から少し離れている。そのため、6mmで観察された流れは遷移領域であると推察できる。図5の $\log u, \log \Delta P$ のプロットにおいて、直線の傾きをAとする。

$$\Delta P = 4f \left( \frac{\rho \bar{u}^2}{2} \right) \left( \frac{L}{d} \right)$$

より、両辺の対数を取ると

$$\log \Delta P = 2 \log \bar{u} + \log \left\{ 4f \left( \frac{\rho}{2} \right) \left( \frac{L}{d} \right) \right\}$$

となる。摩擦係数  $f$  が式 8 で表されるとき、

$$\log \Delta P = 2 \log \bar{u} + \log \left( \frac{32 \mu L}{\bar{u} d^2} \right)$$

となり右辺第一項と右辺第二項の  $\bar{u}$  より近似曲線の傾きは 1 になる。

同様に式 9 のとき、摩擦係数  $f$  は  $Re$  数の  $-1/4$  乗に比例するため、同様の計算を行うと近似曲線の傾きが 1.75 となる。今回は 4 mm のデータで傾きがおおよそ 1.2、10 mm のデータで傾きがおおよそ 1.8 となったことと図 4 でそれぞれの理論線上にあったことからこの二点はそれぞれ層流・乱流であると推察される。

また、6 mm 管において図 5 の傾きはおおよそ 2 であり、 $Re$  数が摩擦係数に影響しないといえる。そのためこの管で観測された流れは遷移領域であると言える。

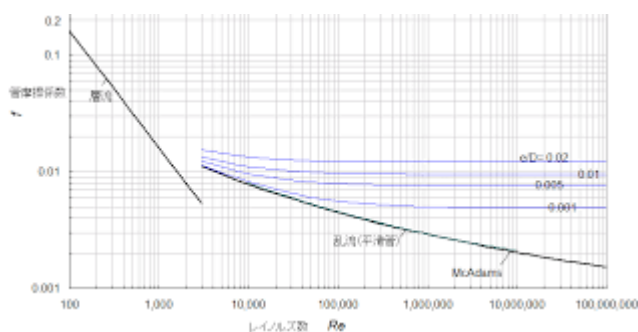
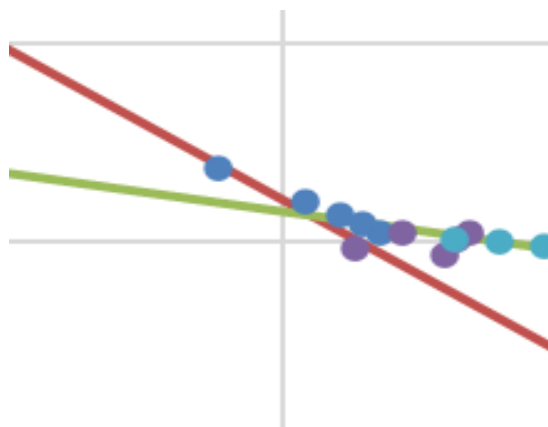


図 7.8

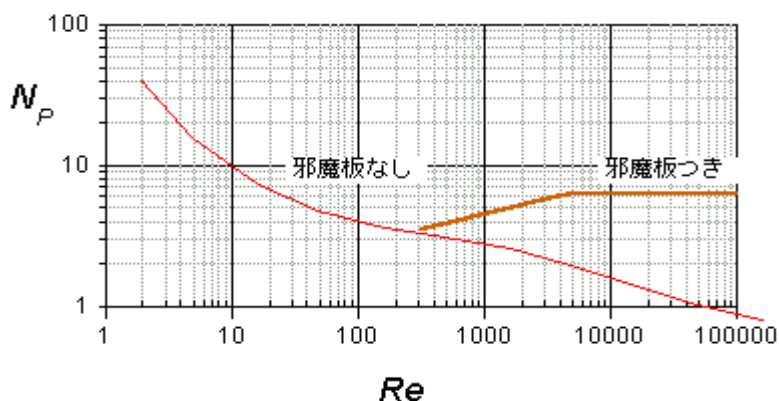


5-2 槽内流れについて

邪魔板ありの動力数  $N_p$  と攪拌  $Re$  数の関係は以下の図で表される。邪魔板あり条件では動力数  $N_p$  は常に邪魔板なしの条件よりも大きいことがわかる。図 6 より、今回行った実験でも邪魔板あり条件の動力数  $N_p$  は右上がりに  $N_{qd}$  に漸近しており、また邪魔板無し条件よりも大きいことがわかる。混合時間は式 19 で表される。 $N_p$  は分子にあるため  $N_p$  が大きいほど  $T_M$  は大きいことがわかる。そのため、邪魔板は攪拌時間を短くする効果があるといえる。

$N_p$ は攪拌翼が流体に与えたエネルギーを表す指標であり、 $N_p$ が大きいということは攪拌翼が流体にエネルギーを多く与えているということであり、その結果流体の運動エネルギーが大きくなり攪拌が進むと考えられる。

また、流体粘度の高い層流域では $N_p$ は流体が攪拌翼に与える抵抗に支配されるため動力数がほぼ一定値となると考えられる。



標準攪拌槽の動力曲線  
(6枚平羽根タービン  $H=D$ ,  $d/D=1/3$ ,  $d:l:b=20:5:4$ )

図 9

## 6 まとめ

今回の実験では攪拌槽・管内において流れの状態について比較した。管内の流れにおいては管径が小さかったため、流れ方向が一次的に決まっていた。よって層流においては流れ方向に沿った流れが観測され、乱流では流れ方向と垂直成分をもつ流れが観測された。また、流れは連続的であり、流入と流出が存在した。

攪拌層内ながれにおいては、流れの駆動力が回転運動する攪拌翼であったため、より複雑な流れが観測された。また、流入・流出は存在せず、常に同じ流体の流れを観測した。

今回の実験において、管内流れでは摩擦係数 $f$ 、槽内流れにおいては動力数 $N_p$ 、共通して $Re$ 数という無次元数を多用した。無次元数は多くの変化要素を一度に表すことができ、式中の変数を減らすことができるというメリットがある。例えば、今回用いた層流の摩擦係数を表す式8は、本来密度 $\rho$ 、粘度 $\mu$ などを変数に持つ複雑な式である。しかし、無次元数である $Re$ 数にそれらの変数をまとめることで、変数の少ない単純な式にすることができる。流体力学においては様々な変数を同時に扱うため、無次元数は非常に重要である。

## 7. 感想

今回の実験では複雑な式を多く用いたが、ECXELによる解析を実際に行うことでそれらの式同士の関連を知ることができ、流体力学への理解を深めることができたように思う。また、肉眼で流れの観察ができなかったことと実験装置の操作ができなかったことは非常に残念である。しかし、解析手法の習得と取り扱った現象への見通しという点では非常に価値のあった実験だと言える。

## 8. 参考文献

[https://chemeng.web.fc2.com/ce/pown\\_js.html](https://chemeng.web.fc2.com/ce/pown_js.html) 攪拌要動力 動力数 攪拌  
<https://chemeng.web.fc2.com/fl/fl7b.html> 流体力学 fl7b 管内流れ 圧力損失  
摩擦係数  
[http://skomo.o.oo7.jp/f28/hp28\\_52.htm](http://skomo.o.oo7.jp/f28/hp28_52.htm) 5 2 章：円管の流れとレイノルズ数  
<https://www.flow3d.co.jp/resources/cfd-101/physical-phenomena/reynolds-number.htm> Flow Science Japan レイノルズ数

図の出典

図 7 [https://m-sudo.blogspot.com/2010/05/blog-post\\_26.html](https://m-sudo.blogspot.com/2010/05/blog-post_26.html) m-sudo's Room

図 9 [https://chemeng.web.fc2.com/ce/pown\\_js.html](https://chemeng.web.fc2.com/ce/pown_js.html) 攪拌要動力 動力数 攪拌

## 課題 1：管内および攪拌槽内の流れ

### 1. 管内の流れ

動画を視聴し、与えられたデータを用いて平均流速 $\bar{u}$ を求めてください（演習 1 と共通）。Excel を用いて平均流速 $\bar{u}$ およびレイノルズ数  $Re$  を求めてください。なお、計算過程で必要な各数値も計算し、表 1 を埋めてください。計算は Excel を用いても手計算でも構いません。有効数字に注意すること。

表 1. 管内流れ 各計算値まとめ

	単位	計算値
水質量	[kg]	$3.80 \times 10^{-1}$
質量流量	[kg/s]	$7.58 \times 10^{-2}$
密度	[kg/m <sup>3</sup> ]	$9.98 \times 10^2$
粘度	[Pa · s]	$1.01 \times 10^{-3}$
体積流量	[m <sup>3</sup> /s]	$7.59 \times 10^{-5}$
平均流速 $\bar{u}$	[m/s]	$9.67 \times 10^{-1}$
$Re$ 数	[-]	$9.52 \times 10^3$

### 2. 攪拌槽内の流れ

動画を視聴し、与えられたデータを用いて  $Re$  数および動力数  $Np$  を求めてください。なお、両無次元数を求めるのに必要な各数値も計算し、表 2 を埋めてください。計算は Excel を用いても手計算でも構いません。有効数字に注意すること。

表 2. 攪拌槽内の流れ 各計算値まとめ

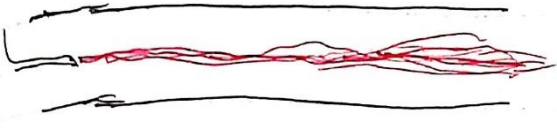
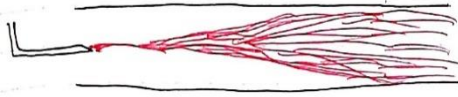
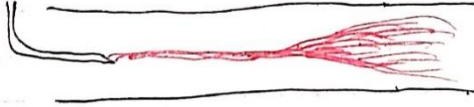
	単位	計算値
密度	[kg/m <sup>3</sup> ]	$9.99 \times 10^2$
粘度	[Pa · s]	$1.24 \times 10^{-3}$
トルク	[N · m]	$0.42 \times 10^{-3}$
攪拌 $Re$ 数	[-]	$2.4 \times 10^4$
動力数 $Np$	[-]	0.30



## 課題 2：管内の流れ

### レイノルズ数 $Re$ の計算およびインク流線のスケッチ

管径 6 [mm] の円管の流量を調整し、それぞれインクを流して流線を観察した。課題 2 で提示された条件 A, B, C についてレイノルズ数  $Re$  を計算し、インク流線をスケッチしてください。ノート等にしたスケッチ図を画像貼り付けすること。

A-1	$Re = 1.06 \times 10^3$
A-2	<p>流線のスケッチ:</p>  <p>流線は流れと同方向のみに観測され、スケッチのようにまっすぐ流れていた。最終的にはインクは拡散し、流れと垂直方向の色の分布はなくなったが、インクが広がり始めるまでの距離は三条件のなかで最も長かった。層流域においても分子拡散などによるトレーサの拡散は見られるため、この流れは層流にあたると考えられる。</p>
B-1	$Re = 3.74 \times 10^3$
B-2	<p>流線のスケッチ:</p>  <p>インクはシリンジから出た瞬間に流れと垂直方向に広がり始め、A のようなまっすぐな流線は観測されなかった。このことと、限界 <math>Re</math> 数がおおよそ 2300～2400 であることから、B は乱流であると考えられる。</p>
C-1	$Re = 2.43 \times 10^3$
C-2	<p>流線のスケッチ: 実験ノート等にスケッチした絵を画像(写真)として貼り付け</p>  <p>C では A と B の中間のような流れが観測された。観測した範囲のゴム管のうち、約半分まではまっすぐな流線が見られたがその後流れと垂直方向の広がりが見られた。このことから、C は遷移域にあると考えられる。また、<math>Re</math> 数が限界 <math>Re</math> 数に近い値であることから同様の推察が得られる。</p>

## テーマ F 管内および攪拌槽内の流れ（2 日目）

### 課題 3：攪拌槽内の流れ

#### 1. 攪拌 Re 数と動力数の関係 ー実験データのまとめー

表中の各データを用い、攪拌 Re 数と動力数を算出してください。なお、水では邪魔板設置・未設置条件、グリセリンは邪魔板未設置の場合について考えること。計算値は有効数字に十分注意すること。

表 1. 水・邪魔板無しデータまとめ

水温 °C	回転数 rpm	密度 kg/m <sup>3</sup>	粘度 Pa・s	トルク N・cm	攪拌 Re 数	動力数
13.7	181	999	1.18×10 <sup>3</sup>	0.48	2.55×10 <sup>4</sup>	0.33
13.7	230	999	1.18×10 <sup>3</sup>	0.73	3.24×10 <sup>4</sup>	0.31
13.7	312	999	1.18×10 <sup>3</sup>	1.27	4.39×10 <sup>4</sup>	0.295
13.7	101	999	1.18×10 <sup>3</sup>	0.13	1.42×10 <sup>4</sup>	0.29
13.7	338	999	1.18×10 <sup>3</sup>	1.50	4.76×10 <sup>4</sup>	0.30

表 2. 水・邪魔板有りデータまとめ

水温 °C	回転数 rpm	密度 kg/m <sup>3</sup>	粘度 Pa・s	トルク N・cm	攪拌 Re 数	動力数
14.3	101	999	1.16×10 <sup>3</sup>	0.35	1.44×10 <sup>4</sup>	0.78
14.3	146	999	1.16×10 <sup>3</sup>	0.80	2.09×10 <sup>4</sup>	0.85
14.3	229	999	1.16×10 <sup>3</sup>	1.80	3.27×10 <sup>4</sup>	0.777
14.3	205	999	1.16×10 <sup>3</sup>	1.55	2.93×10 <sup>4</sup>	0.835
14.3	286	999	1.16×10 <sup>3</sup>	2.98	4.09×10 <sup>4</sup>	0.824

表 3. グリセリン・邪魔板無しデータまとめ

水温 °C	回転数 rpm	密度 kg/m <sup>3</sup>	粘度 Pa・s	トルク N・cm	攪拌 Re 数	動力数
16.2	38	1.25×10 <sup>3</sup>	2.13	0.76	1.05×10	9.5
16.2	90	1.25×10 <sup>3</sup>	2.13	1.80	2.48×10	4.03
16.2	133	1.25×10 <sup>3</sup>	2.13	3.08	3.67×10	3.15
16.2	203	1.25×10 <sup>3</sup>	2.13	5.20	5.60×10	2.29
16.2	312	1.25×10 <sup>3</sup>	2.13	9.50	8.60×10	1.77

## 2. 攪拌 Re 数と動力数の関係 ―グラフ作成―

1. で求めた攪拌 Re と動力数の関係を 1 つの両対数グラフにプロットしたグラフを作成してください。作成したグラフは本レポートにビットマップ形式で貼り付けること。

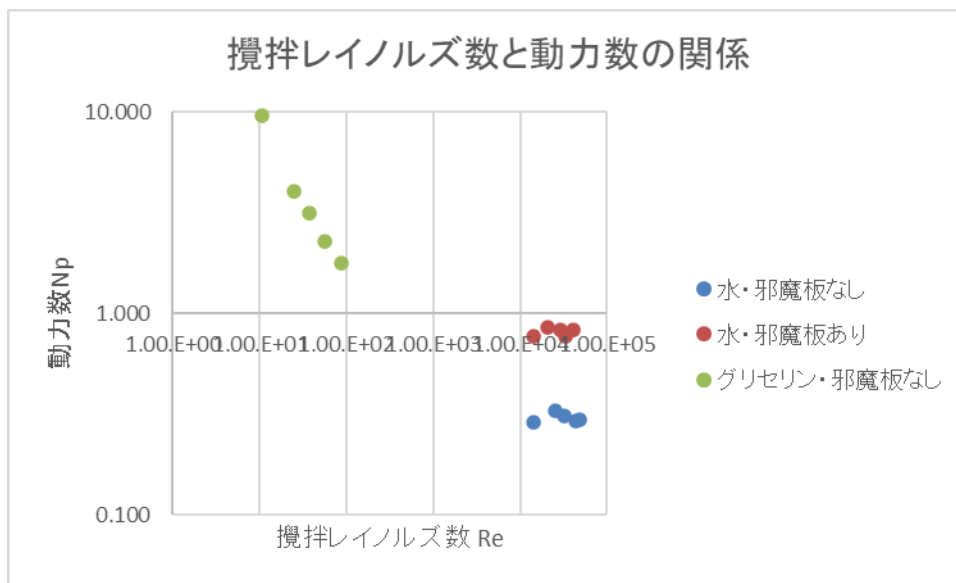


図 1. 攪拌 Re 数と動力数の関係

### 3. 混合時間の計算

動画を視聴し、水の邪魔板設置・未設置条件いずれの場合も混合時間を測定してください。また、混合時間の理論値を計算し、自分の判断した混合時間と比較してみてください。理論値と測定値にずれが生じた場合、なぜそのずれが生じたかを考えてみましょう。

表 4. 混合時間の計算

	(単位)	邪魔板無し	邪魔板有り
水温	°C	12.1	12.1
液深	m	0.147	0.147
回転数	rpm	101	104
密度	kg/m <sup>3</sup>	999	999
粘度	Pa・s	$1.24 \times 10^{-3}$	$1.24 \times 10^{-3}$
トルク	N・cm	0.21	0.42
動力数	-	0.47	0.88
$N_{pd}$		0.11	0.15
理論混合時間	s	27	22
測定混合時間	s	6.49	9.46

理論値と測定値にずれが生じた理由：

今回の混合時間の測定は、流動状態をトレーサーで可視化し、目視で流体の色が均一になった時間を計測して測定値とした。しかし、理論混合時間はトレーサーが一定の均一になるまでの時間を装置定数や動力数から定量的に求めた値である。そのため、観測者が認識した混合状態と理論混合時間が表す混合状態に差が生じ、測定において均一になったと判断したタイミングが早すぎたと考えられる。その時の混合状態は理論混合時間における混合状態にはまだなっていなかったと推察される。以上の理由から、理論値よりも短い測定値が得られたと考えられる。

また、邪魔板の効果により、流体には上下方向の渦ができると考えられる。そのため、邪魔板条件では上下方向の混合がより早く進むため、理論混合時間が邪魔板無し条件よりも短くなると考えられる。

#### 4. 流動状態のスケッチ

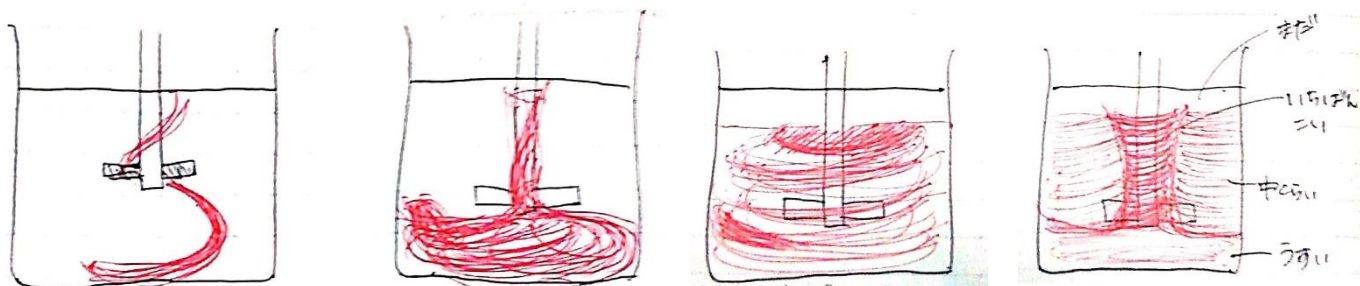


図 2. 流動状態のスケッチ

上記の四つの図は、観察した流動状態を四段階に分けてスケッチしたものを左から順に時系列に並べたものである。

一番左の段階ではトレーサーは攪拌翼に巻き付くように右周りで流れていた。このとき、トレーサーがある部分とない部分ははっきりと分かれており、トレーサーがない部分の液体は無色透明であった。

左から二番目は攪拌翼より下にある液体全体にトレーサーが広がったことを示している。しかし濃度は均一ではなく、左回りの渦のような濃淡があった。

右から二番目は攪拌翼より上の液体にトレーサーが広がり始めたことを示している。この状態でも渦のような流動が見られた。また、攪拌翼の左側と液体上部付近に濃度が高い部分が二か所見られた。また、最上部にはまだトレーサーが達していない部分があった。

一番右ではスケッチのように、攪拌翼の周りに円錐台のような形の濃度が高い部分が生じ、また攪拌翼と同じ高さに面状の濃度が高い部分が見られた。最上部にはトレーサーが達していない部分があり、また最下部の濃度も中部や攪拌翼周辺と比較すると低かった。

この状態から濃度の差が少しずつ小さくなり、完全混合状態と思われる色が均一な状態となった。

テーマ F 管内および攪拌槽内の流れ (3 日目)