

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ

ΤΗΛ 301: ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ

Εργαστήριο: Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος & Εικόνας

Στοιχεία Ομάδας 37 :

Περίδης Ιωάννης 2018030069

Σκλάβος Παναγιώτης 2018030170

Τσιπουράκη Αλεξάνδρα 2018030089

Εισαγωγή

Οι ασκήσεις από το τρίτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων, αφορούσαν εφαρμογές των φίλτρων. Βεβαίως πριν την εφαρμογή των φίλτρων προηγήθηκε η κατασκευή και η μελέτη των χαρακτηριστικών τους. Προφανώς για να επιτευχθεί η διαδικασία της κατασκευής με επιτυχία, απαιτούνταν να κατανοηθούν οι προδιαγραφές κάθε φίλτρου (stopband, passband κτλ).

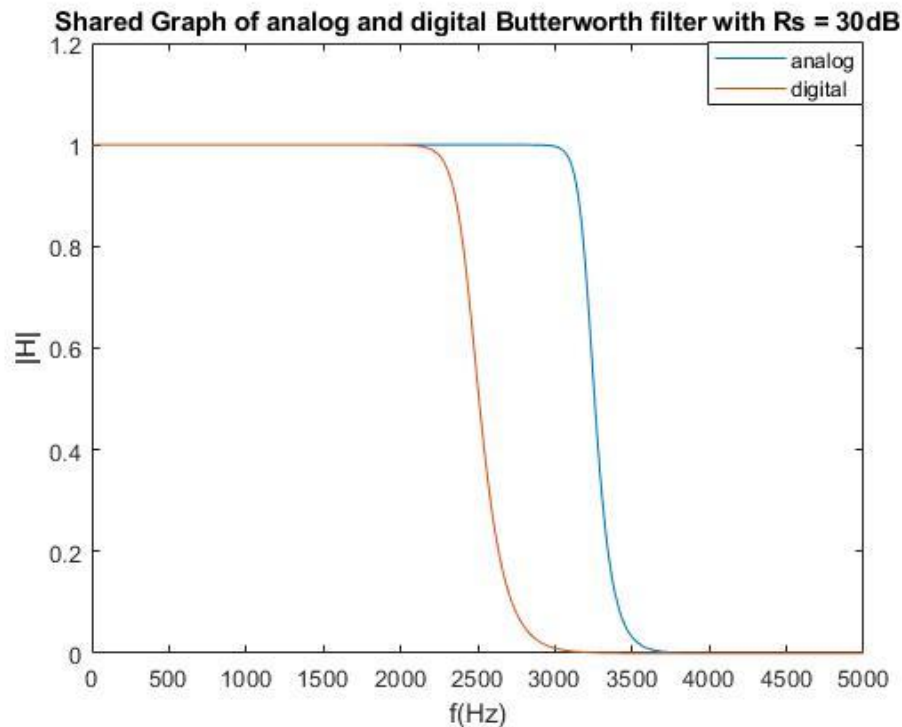
➤ Άσκηση 1

Στην παραπάνω άσκηση μας ζητήθηκε η δημιουργία ενός χαμηλοπερατού Butterworth φίλτρου με συχνότητα δειγματοληψίας $f_s=10$ KHz και ζώνη passband και stopband 3000 και 4000 Hz με εξασθένηση/attenuation στα 30 db αντίστοιχα.

Αρχικά, με την χρήση της συνάρτησης buttord υπολογίστηκε η τάξη του φίλτρου στα 13 και η συχνότητα αποκοπής του $\omega_c=19270$ rad/sec η οποία βρίσκεται μεταξύ των συχνοτήτων passband ω_s και stopband ω_s και είναι το σημείο εκείνο στην γραφική παράσταση όπου το φίλτρο αρχίζει και φθίνει. Έπειτα, για την σχεδίαση του αναλογικού φίλτρου butterworth, με χρήση της συνάρτησης buttap η οποία επιστρέφει το πρωτότυπο του φίλτρου σε μορφή μηδενικών και πόλων. Στην συνέχεια χρησιμοποιείται η συνάρτηση zp2tf ώστε να φέρουμε το φίλτρο στην πολυωνυμική μορφή της συνάρτησης μεταφοράς και έπειτα το φίλτρο αυτό μετακινείται στην κατάλληλη συχνότητα από 1 rad/sec στην συχνότητα αποκοπής ω_c με την εντολή lp2lp. Για τον σχεδιασμό του αναλογικού φίλτρου χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση freqs για την εύρεση του πλάτους και συγκεκριμένα για μεγαλύτερη κατανόηση του σχήματος λήφθηκε το μέτρο του αποτελέσματός της, καθώς και αυτό ήταν αρχικά σε μιγαδική

μορφή. Τέλος μέσω της συνάρτησης *bilinear* πήραμε το ισοδύναμο διακριτού χρόνου Z-Transform , δηλαδή έγινε η μετατροπή του φίλτρου πλέον σε ψηφιακό.

Το φίλτρο σε 30 db στις δύο διαφορετικές μορφές απεικόνισης του (αναλογική και ψηφιακή) , φαίνεται σε κοινούς άξονες στο παρακάτω σχήμα :

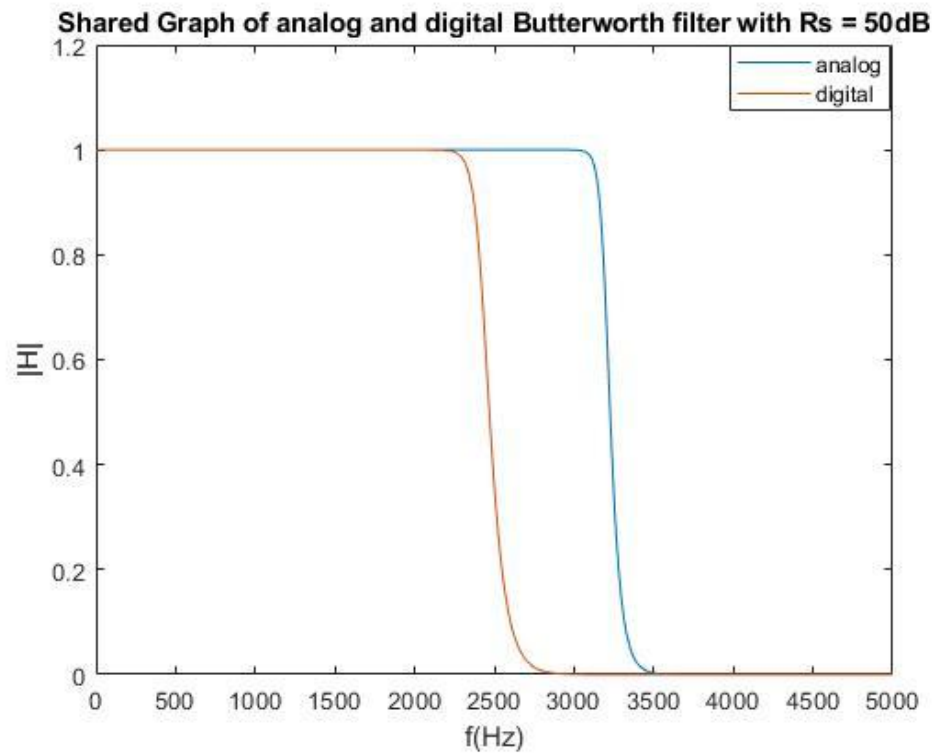


Από το κοινό διάγραμμα των γραφικών παραστάσεων της αναλογικής και της ψηφιακής απόκρισης, παρατηρείται πως η αναλογική φτάνει πιο αργά στο 0 από την ψηφιακή.

Σκοπός του επόμενου ερωτήματος ήταν να επαναλάβουμε την παραπάνω διαδικασία με αυτήν τη φορά το attenuation της stopband ζώνης να βρίσκεται στα 50 db.

Η νέα τάξη του φίλτρου είναι στα 21 (μεγάλωσε αρκετά) , ενώ η νέα συχνότητα αποκοπής παραμένει σχεδόν ίδια στα $\omega_c = 19107 \text{ rad/sec}$.

Το φίλτρο σε 50 db στις δύο διαφορετικές μορφές απεικόνισης του (αναλογική και ψηφιακή) , φαίνεται σε κοινούς άξονες στο παρακάτω σχήμα :



Παρατηρείται πως η τάξη του φίλτρου, επηρεάζει σημαντικά την απόκρισή του. Συγκεκριμένα φαίνεται πως όσο μεγαλύτερη είναι η τάξη του φίλτρου, τόσο μικρότερη και πιο στενή θα είναι η ζώνη μετάβασής του.



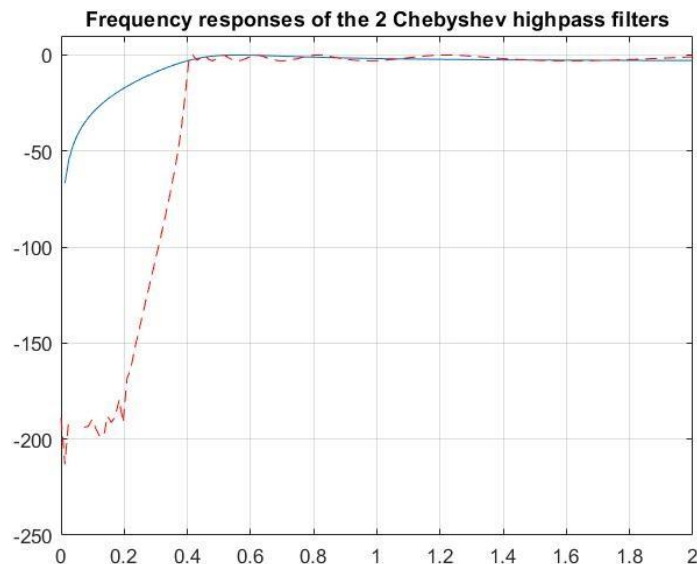
Άσκηση 2

Σε αυτή την άσκηση ζητήθηκε να δημιουργηθεί ένα Chebyshev highpass φίλτρο τάξης 2 και 16. Για την υλοποίηση αυτή ορίστηκε $\omega_c = 2\text{rad/sec}$ και

$F_{cutoff} = \frac{\omega_c}{2\pi}$. Στην συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση της Matlab cheby1 για την κατασκευή του Chebyshev highpass φίλτρου. Αυτή η συνάρτηση δέχεται 4 ορίσματα. Το πρώτο από αυτά είναι ένας αριθμός, ο οποίος δηλώνει την τάξη του φίλτρου. Το 3^ο όρισμα είναι η συχνότητα Chebyshev, η οποία ισούται με:

$$F_{cheby} = \frac{F_{cutoff}}{F_{nyquist}}$$

Τέλος, το 4^ο όρισμα είναι το high, το οποίο δηλώνει ότι το φίλτρο μας θα είναι υπερπαρατό. Τέλος, ζητήθηκε να σχεδιαστεί η απόκριση συχνότητας των παραπάνω φίλτρων σε dB 256 δειγμάτων:



Σχήμα 2

Στο σχήμα αυτό παρατηρείται ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τάξη του φίλτρου έχει περισσότερα ripples, κάτι το οποίο είναι αρνητικό. Παρόλα αυτά η ζώνη μετάβασης για μεγαλύτερη τάξη φίλτρου έχει μικρότερο εύρος, κάτι το οποίο είναι επιθυμητό διότι όσο πιο στενή είναι η ζώνη μετάβασης τόσο το φίλτρο μας πλησιάζει το ιδανικό φίλτρο και επίσης λιγότερες συχνότητες θα ψαλιδίζονται (δεν θα περνάνε αλώβητες αλλά ούτε και θα κόβονται).

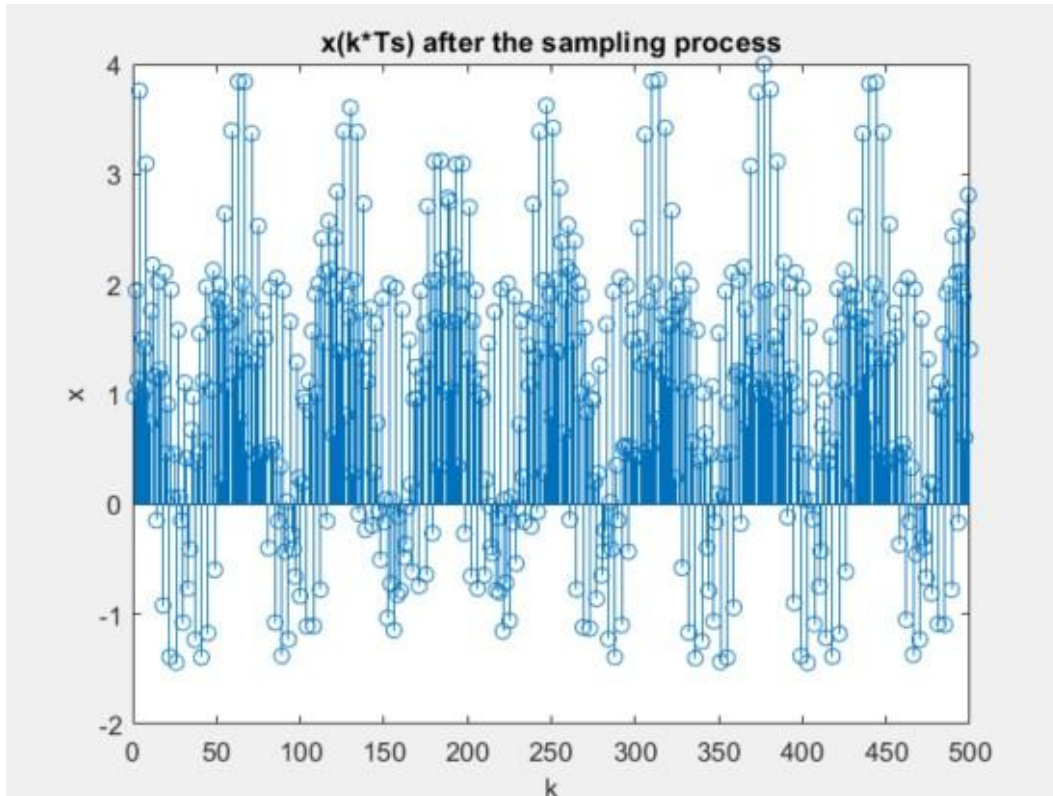
➤ Άσκηση 3

(α) Αρχικά, μας δόθηκε το σήμα $x(t) = 1 + \cos(1000t) + \cos(16000t) + \cos(30000t)$, για το οποίο ζητήθηκε να γίνει δειγματοληψία $k=500$ δειγμάτων στη συχνότητα δειγματοληψίας της άσκησης 1, δηλαδή στα $f_s = 10$ kHz.

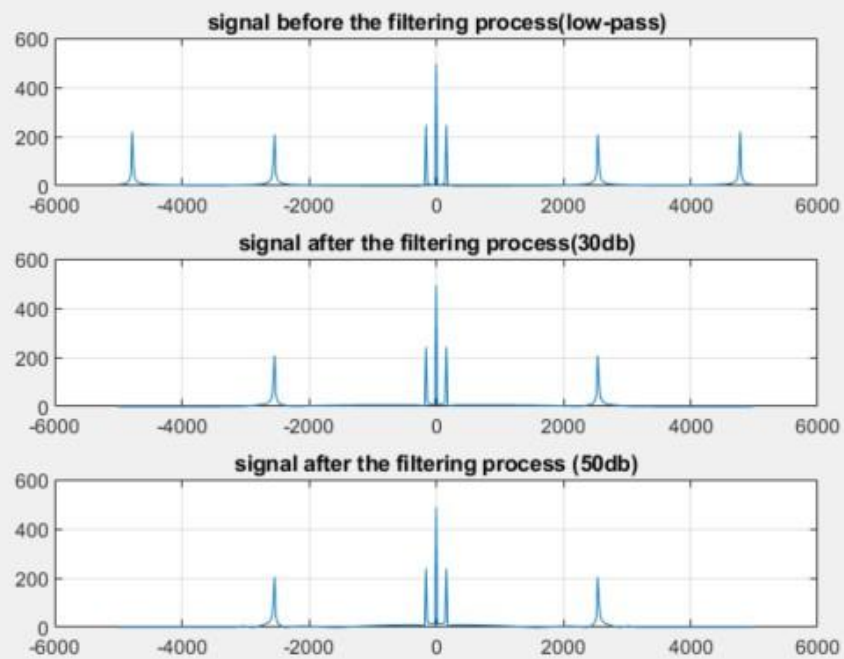
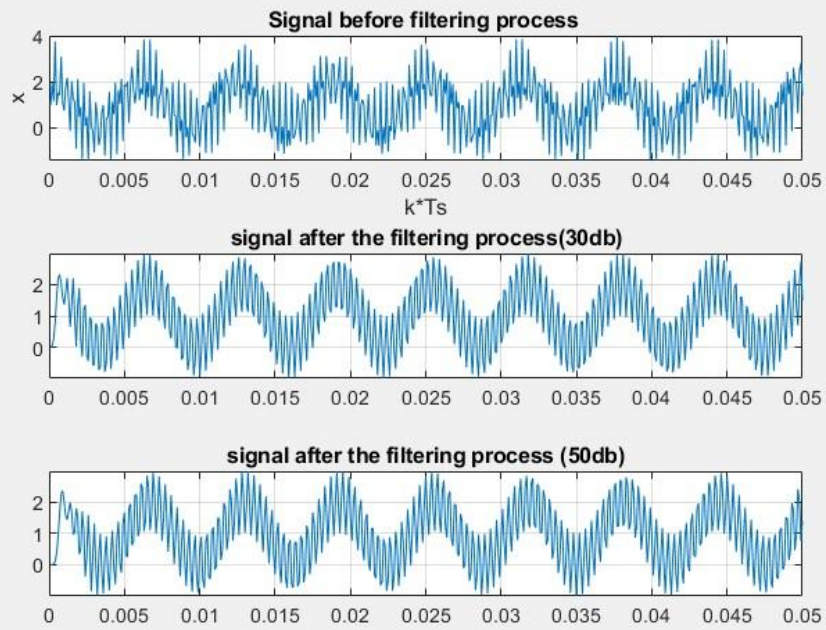
Προτού ξεκινήσει ο σχεδιασμός, υπολογίστηκε η μέγιστη συχνότητα του σήματος $x(t)$:

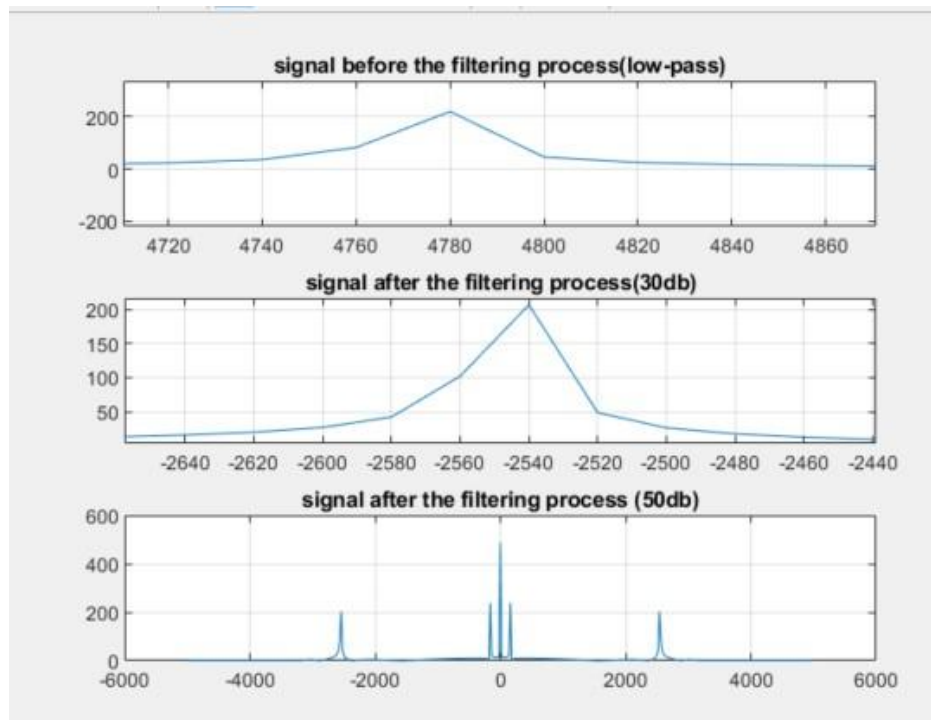
$$f_{max} = \frac{\omega_{max}}{2\pi} = \frac{30.000}{2\pi} = 4,77 \text{ kHz} \quad \text{οπότε}$$

$f_{Nyquist} = 2f_{max} = 9.54 \text{ kHz} < f_s = 10 \text{ kHz}$ και επομένως δεν θα εμφανιστεί το φαινόμενο aliasing.



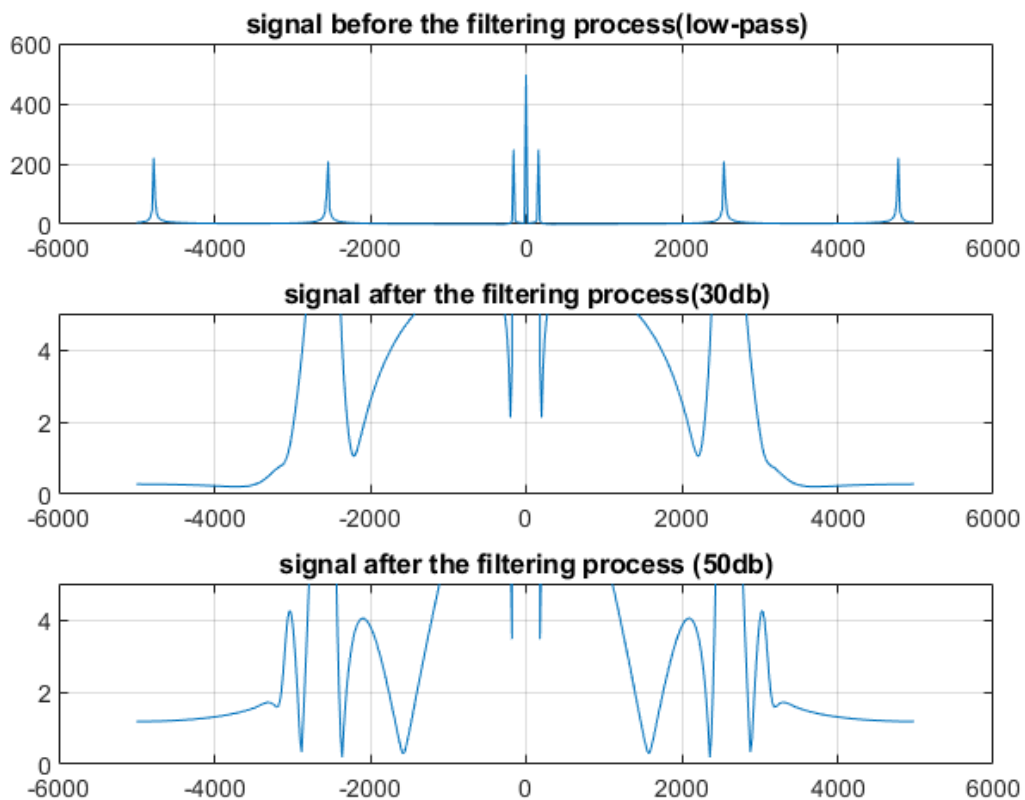
Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα (ψηφιακά) low-pass φίλτρα που σχεδιάστηκαν στην άσκηση 1 (ένα με attenuation της stopband ζώνης 30db και το άλλο με attenuation της stopband ζώνης 50db), ζητήθηκε να φιλτράρουμε το σήμα.





Zoomed-in διάγραμμα

Από τα παραπάνω σχήματα μπορούμε πράγματι να επιβεβαιώσουμε πως το φίλτρο είναι χαμηλοπερατό . Αρχικά , παρατηρούμε πως διατηρούνται αλώβητοι οι παλμοί που βρίσκονται κοντά στο μηδέν (χαμηλή ζώνη συχνοτήτων) και έχουν κοπεί οι υψηλές συχνότητες . Αναλυτικότερα , στο παραπάνω σχήμα ο παλμός που σχηματίζεται πριν το φιλτράρισμα για $|f|=4780$ Hz κόβεται ολόκληρος , γεγονός που σημαίνει ότι βρίσκεται εντός της ζώνης αποκοπής (stopband). Το παραπάνω αναμενόταν και θεωρητικά , δεδομένου ότι η ζώνη stopband ξεκινά από τα 4.000 Hz. Ακόμη οι υπόλοιποι παλμοί παραμένουν εντελώς αμετάβλητοι , γεγονός που σημαίνει ότι βρίσκονται στη ζώνη διέλευσης. Πράγματι , η ζώνη διέλευσης οριοθετείται από τα 3.000 Hz και ο τελευταίος παλμός που δημιουργείται πριν από τον αποκομμένο παλμό που προαναφέρθηκε βρίσκεται σε $|f|= 2.540$ Hz . Επομένως , όλα τα αποτελέσματα που προκύπτουν επαληθεύουν τη θεωρία.

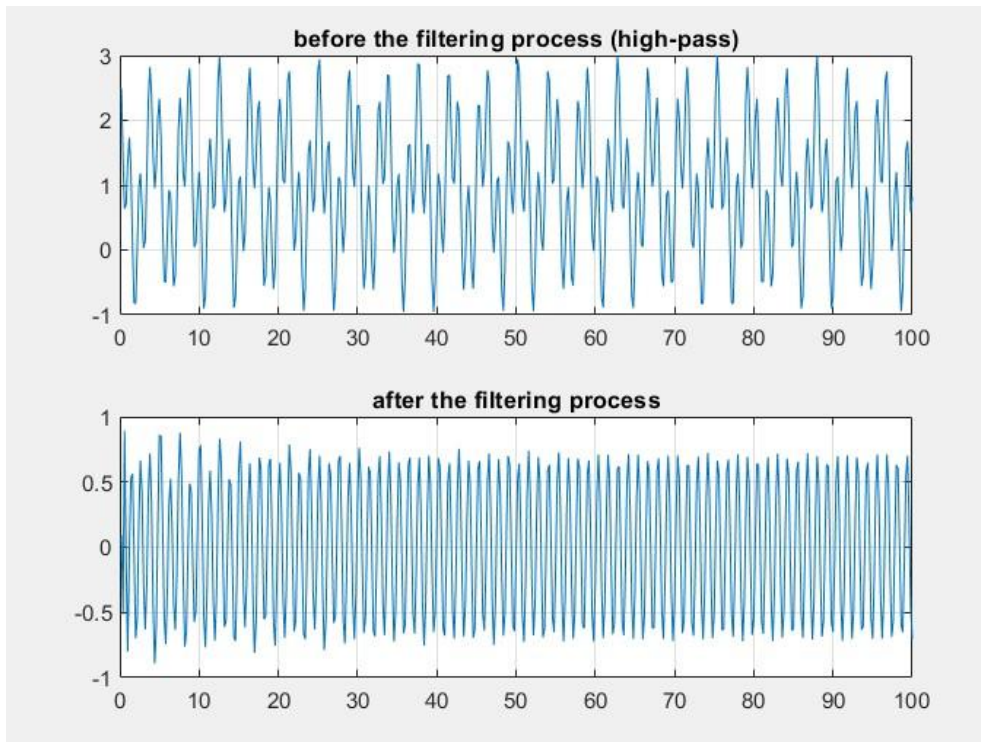


Όσον αφορά τις διαφορές μεταξύ των διαγραμμάτων για 30db και 50db παρατηρείται ότι μετά την διέλευση από το pass band (και πριν το stop band) το φίλτρο με τάξη 21, δηλαδή εκείνο των 50 db , όπως αυτή επιτρέφεται από την συνάρτηση buttord, εμφανίζει πιο απότομη συμπεριφορά σε σχέση με το φίλτρο τάξεως 13, κάτι το οποίο ήταν αναμενόμενο όπως σχολιάστηκε και στην άσκηση 1. Συνεπώς αποδεικνύεται ότι η τάξη ενός φίλτρου είναι αντιστρόφως ανάλογη με την “έκταση” του εύρους ζώνης διέλευσής του (pass band).

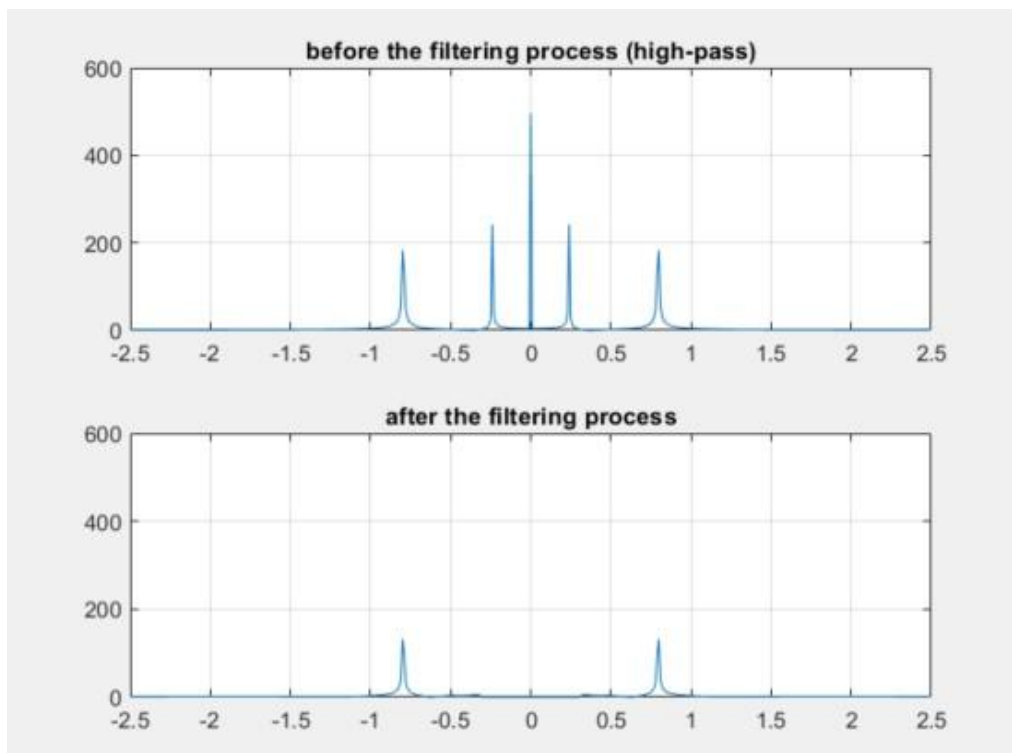
(β)

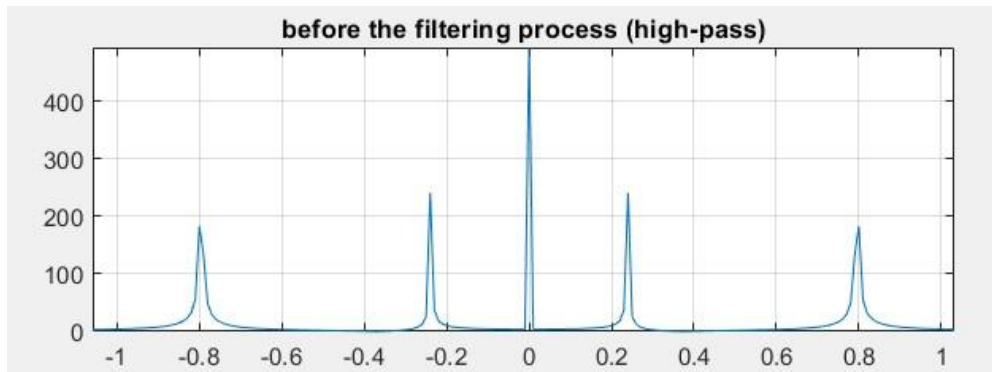
Κατόπιν , χρησιμοποιήθηκε το σήμα $x(t)=1+\cos(1.5t)+\cos(5t)$ στο οποίο έγινε δειγματοληψία 500 δειγμάτων σε συχνότητα $1/T_s=5$ Hz . Για ακόμη μία φορά υπολογίζουμε την συχνότητα Nyquist η οποία στην περίπτωση μας προκύπτει ίση με

$2 \frac{5}{2\pi}=2 * 0,8=1,6 < 5\text{Hz}$, άρα προχωράμε σε δειγματοληψία χωρίς φαινόμενο aliasing. Περνώντας το σήμα από το (υψηλεπατό) high pass φίλτρο , αφαιρούνται οι χαμηλές συχνότητες του σήματος. Παρακάτω , παρατίθενται και σχολιάζονται οι ζητούμενες γραφικές απεικονίσεις .

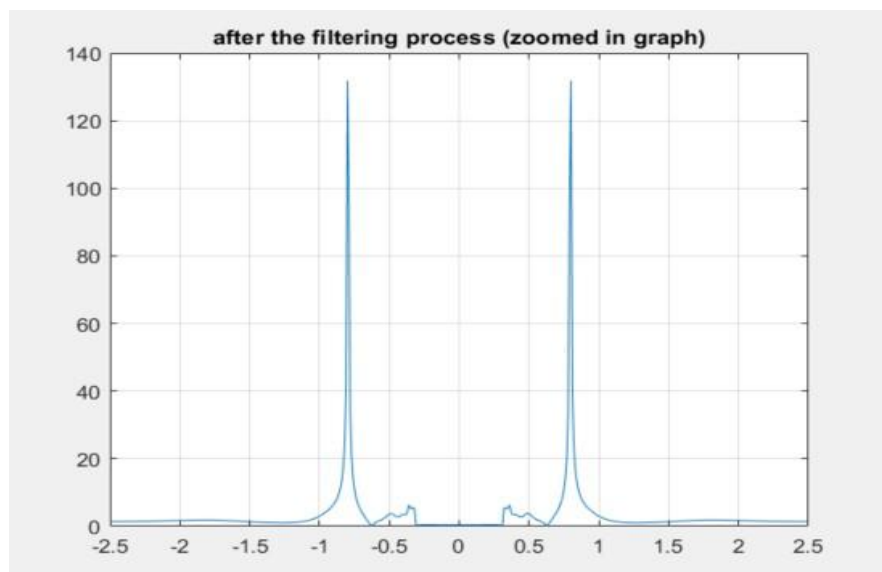


Μία συνοπτική παρατήρηση , αφορά στην εξομάλυνση που εμφανίζεται στα σήματα πριν και μετά την δειγματοληψία τους, τόσο στο υψιπερατό όσο και στο χαμηλοπερατό φίλτρο που μελετήθηκε παραπάνω.





Zoom-in (για εύρεση τιμών των παλμών)



Zoomed-in γραφική για ευδιάκριτο ψαλιδισμό των παλμών για $|f|=0.25$ Hz

Από τα παραπάνω γραφήματα , διαπιστώνεται πράγματι η χρήση του υπερπαραπέρα φίλτρου. Αναλυτικότερα, πριν το φιλτράρισμα εμφανίζονται 5 παλμοί στις συχνότητες : 0 , 0.25 και 0.8 . Μετά το φιλτράρισμα εμφανίζονται ξεκάθαρα μόνο οι 2 παλμοί για $|f|=0.8$ Hz και ελάχιστα διακρίνονται οι παλμοί για $|f|=0.25$ έχοντας υποστεί ψαλιδισμό . Εκ της θεωρίας γνωρίζουμε πως όσοι παλμοί έχουν κοπεί , βρίσκονται εντός της ζώνης αποκοπής . Πράγματι, η ζώνη αποκοπής του φίλτρου οριοθετείται εντός συχνοτήτων μικρότερων της συχνότητας αποκοπής $F_c=|f| \approx 0.3183$ Hz .Ακόμη , όσοι παλμοί έχουν ψαλιδιστεί βρίσκονται εντός της ζώνης μετάβασης , η οποία υπολογίζεται για την περιοχή που πλαισιώνει η συχνότητα αποκοπής . Εξου και η οριακή αποκοπή / ψαλιδισμός των άκρων των παλμών για $|f|=0.25$ Hz

Τέλος , όσοι παλμοί παραμένουν αλώβητοι βρίσκονται εντός της ζώνης διέλευσης . Στην περίπτωση μας, μοναδικοί τέτοιοι παλμοί υπήρξαν εκείνοι για $|f|=0.8$ Hz.

Αξίζει να σημειωθεί ότι για την κατασκευή του κώδικα του ψηφιακού φίλτρου της άσκησης , δεν επαναλήφθηκε η διαδικασία της άσκησης 1 , παρά αφού καθορίστηκαν τα N , ws μέσω της `butterd` κλήθηκε η συνάρτηση `butter` , η οποία επιστρέφει το ψηφιακό σήμα έτοιμο προς χρήση μέσω της συνάρτησης `filter`.