

ΠΛΗ 512

Β' Σετ Ασκήσεων

Χειμερινό Εξάμηνο 2022-2023

Βάρος: 10% βαθμού μαθήματος. Οι ασκήσεις είναι ατομικές.

Παράδοση: 7 Ιανουαρίου 2023, ώρα 23.59

Οι λύσεις «ανεβαίνουν» σε αρχείο pdf, που *δεν* εμπεριέχει οπτικά σαρωμένες (scanned) χειρόγραφες σελίδες. Κάθε ημέρα καθυστέρησης επιφέρει ποινή 20% επί του βαθμού. Συζήτηση μεταξύ των φοιτητών/φοιτητριών επιτρέπεται, αλλά οποιαδήποτε αντιγραφή επισύρει μηδενισμό στο σετ ασκήσεων συνολικά.

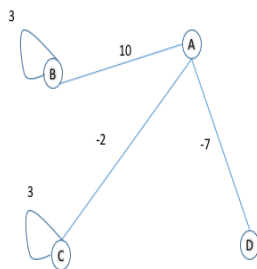
- 1) [μηδέν (0) μονάδες] Αποδείξτε ότι τα Shapley values των κομμάτων στο κοινοβούλιο του UK ** το 2010 ** είναι αυτά που αναφέρονται στο σχετικό slide των σημειώσεων του μαθήματος (slide 67 της 10ης διάλεξης).
- 2) [5 μονάδες] Αποδείξτε ότι (σε ένα superadditive περιβάλλον όπου ένα outcome ενός συνεργατικού παιχνιδιού ταυτίζεται με ένα payoff vector που διαμοιράζει τις απολαβές στα μέλη του grand coalition) ένα outcome x ενός simple game G ανήκει στο core του G αν και μόνο αν το x αποδίδει $x_i=0$ σε κάθε παίκτη i που δεν είναι veto player στο G .
- 3) [25 μόν] Έστω δύο εργολάβοι που μπορούν να αναλάβουν ένα έργο, ο 1 και ο 2. Το να αναλάβει μόνος του το έργο, έχει αξία u_1 για τον 1 και u_2 για τον 2. Αν συνεταιριστούν για να αναλάβουν το έργο, τότε στην κοινοπραξία τους αποδίδεται αξία $1 > u_1 + u_2$.
 - i. [5 μόν] Αναπαραστήστε το παραπάνω σενάριο ως συνεργατικό παίγνιο.
 - ii. [5 μόν] Είναι το παίγνιο superadditive; Εξηγήστε αναλυτικά το γιατί.
 - iii. [5 μόν] Υπολογίστε όλα τα στοιχεία που βρίσκονται στο core του παιχνιδιού.
 - iv. [10 μόν] Υπολογίστε τα Shapley values των παικτών.
- 4) [10 μονάδες] Έστω δύο πράκτορες i (γραμμή) και j (στήλη) οι οποίοι παίζουν, ανά γύρους, το παιχνίδι που φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

$i \downarrow j$	Αριστερά (Α)	Δεξιά (Δ)
\Rightarrow		
Αριστερά (Α)	10, 10	0, 0
Δεξιά (Δ)	0, 0	10, 10

Οι πράκτορες είναι ορθολογικοί, γνωρίζουν τις απολαβές που μπορούν να έχουν για κάθε ζεύγος ενεργειών τους, αλλά δε διαθέτουν τρόπο επικοινωνίας μεταξύ τους.

Χρησιμοποιούν δε fictitious play για να μοντελοποιήσουν τη συμπεριφορά του αντιπάλου και να επιλέξουν ενέργεια. Οι αρχικές πεποιθήσεις των παικτών είναι ότι ο αντίπαλος επιλέγει ενέργεια με πιθανότητα $\frac{1}{2}$, και μοντελοποιούνται μέσω μετρητών που το fictitious play χρησιμοποιεί, και οι οποίοι πρέπει να έχουν μή μηδενικές τιμές. Στον πρώτο γύρο ο i επιλέγει Δ και ο j επιλέγει A . Με αυτά τα δεδομένα, τί θα συμβεί στον 2ο γύρο; Τί μπορεί να συμβεί στον 3ο; Καταγράψτε τις ενέργειες καθώς και τις διαμορφούμενες πεποιθήσεις των πρακτόρων.

- 5) [20 μονάδες] Τρεις επιχειρηματίες, ο Ρούλης (Ρ), ο Σούλης (Σ), και ο Κούλης (Κ), έχουν τη δυνατότητα να ενώσουν τις δυνάμεις τους για να αποκομίσουν κέρδη 30 εκατομμυρίων ευρώ από την εκτέλεση ενός κρατικού συμβολαίου. Το συμβόλαιο μπορεί να κατοχυρωθεί σε και να εκτελεστεί από έναν συνασπισμό των Ρ και Σ μόνο, καθώς ο Κ είναι πρακτικά εντελώς άχρηστος. Μπορεί όμως να κατοχυρωθεί σε και να εκτελεστεί από έναν συνασπισμό και των τριών παικτών μαζί. Τα κέρδη μπορούν να κατανεμηθούν μεταξύ των μελών του συνασπισμού που “κερδίζει” το συμβόλαιο με οποιονδήποτε τρόπο αυτά συμφωνήσουν.
- a) [5 μ] Περιγράψτε την «χαρακτηριστική συνάρτηση» (characteristic function) του συνεργατικού παίγνιου που αντιστοιχεί στο παραπάνω σενάριο.
- b) [6 μ] Δείξτε ότι η συνάρτηση αυτή είναι “superadditive”.
- c) [5 μ] Είναι το στοιχείο (20, 10, 0) στο core του παιχνιδιού (όπου 20, 10, 0 οι απολαβές των Ρούλη, Σούλη, Κούλη αντίστοιχα);
- d) [4 μ] Περιγράψτε όλα τα στοιχεία που βρίσκονται στο core του παιχνιδιού αυτού.
- 6) [15 μονάδες] Έστω ο ακόλουθος γράφος που περιγράφει ένα συνεργατικό παίγνιο σε *induced subgraph representation*.



(i) [5 μ] Αναφέρετε τα coalitional values για όλα τα πιθανά coalitions που επιτρέπεται με βάση το γράφο να σχηματιστούν. Η αξία ενός singleton συνασπισμού είναι 0 εκτός κι αν ο γράφος υποδεικνύει ξεκάθαρα κάτι διαφορετικό.

(ii) [5 μ] Δείξτε πως υπολογίζονται (και υπολογίστε) τα Shapley values των παικτών που συμμετέχουν στο συγκεκριμένο παίγνιο.

(iii) [5 μ] Γράψτε τους κανόνες που αντιστοιχούν σε ένα MC-nets representation του συγκεκριμένου παίγνιου.

- 7) [25 μονάδες] Έστω δυο παίκτες, ο X (γραμμή) και ο Y (στήλη), οι οποίοι βρίσκονται αντιμέτωποι σε έναν από δύο κόσμους, τον Πάνω ή τον Κάτω, ως ακολούθως:

X (γρ) \ Y(στ)	Γ	Δ
A	1, 1	0, 2
B	0, 2	1, 1

Πάνω Κόσμος

X (γρ) \ Y(στ)	Γ	Δ
A	2, 2	0, 1
B	4, 4	2, 3

Κάτω Κόσμος

Ο κόσμος είναι ο Πάνω ή ο Κάτω με πιθανότητα $\frac{1}{2}$ έκαστος, και ο παίκτης X ειδοποιείται για το σε ποιο κόσμο παίζεται το παιχνίδι, ενώ ο Y όχι. «Λύστε» το παιχνίδι υπολογίζοντας το/τα Bayes-Nash Equilibrium/-a του. Αναφέρετε ξεκάθαρα το/τα pure Bayes-Nash equilibrium/-a, αν υπάρχουν τέτοια (5 μονάδες).